PERSPECTIVA VITELI



CONTACTO

De speculo columnari vel pyramidali convexo ita locato ut intuens videat in aere extra speculum imaginem rei alterius non visae. Vide prop. 60. lib 7. fol. 194.
Confer autem praefationem Doctissimi Ioannis Penae Regii Mathematicarum artium professoris in Academia Parisiensi praefixam Opticis et Catoptricis Euclidis.

lib 9. p. 38 Vitellio opus mechanicum innuisset ita tamen ut de demonstrationis substantia nihil omittat. folio 246. b.
Sinus versus. 124 et. 247. fit mentio et sagittae

Civitatem Wratislaviam nominat et nemus ille Boret propositione 28. lib 4.

Quatuor iridis visae a Vitellione Paduae prop. 69. lib. 10

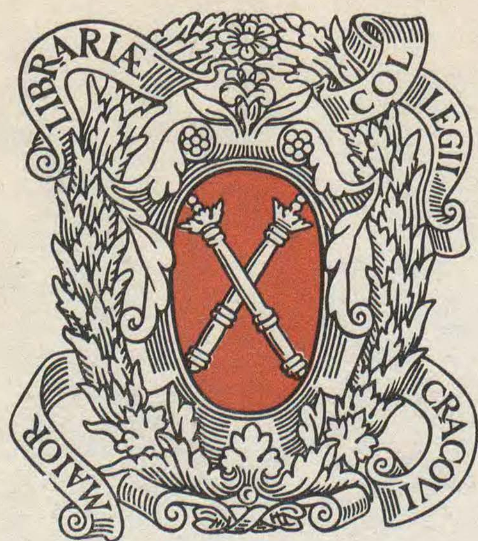
Vitellio nominat terram Poloniae suam circa latitudinem graduum quinquaginta. propositione 74. lib. 10.

Aristoteles lib 2 de caelo

ἔσι δὲ κατορθοῦν χαλεπὸν ἢ τὸ πολλὰ, ἢ τὸ πολλάκις. οἷον μυρίους ἀστραγάλους Κῴους βαλεῖν, ἀμήχανον, ἀλλ' ἕνα ἢ δύο ῥᾷον.

Sic vertit Argyropylus.

Recte autem agere aut multa aut saepe, difficile est: veluti talos Coenses mille proiicare impossibile est; sed unum vel duos, facilius est.



THURINGOPOLONI.

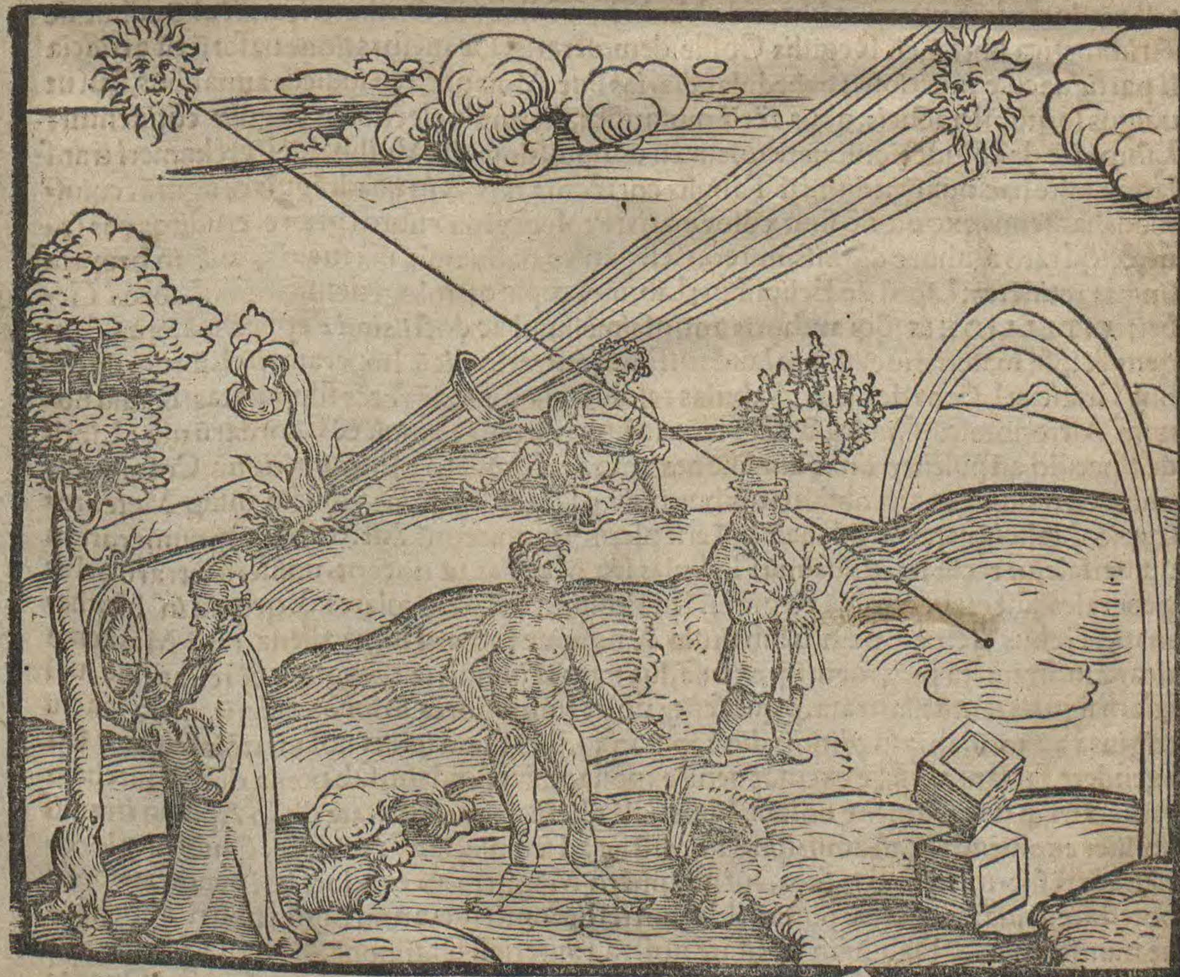
VITELLIONIS

MATHEMATICI DOCTISSIMI

ΠΕΡΙ' ΟΠΤΙΚΗ͂Σ, ID EST, DE NATURA, RATIONE, & proiectione radiorum uisus, luminum, colorum atque formarum, quam uulgo Perspectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparẽtibus atque speculis, planis, sphæricis, columnaribus, pyramidalibus, concauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuersas, quædam intra, quædam uero extra se in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium ostendant: quædam Soli opposita, uehementissime adurant, ignemque admota materiæ excitent: deque umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerũ cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorũ prestantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Ioann Petreium, Anno MDLI.

Ioannis Broscii post mortem datur Bibliothecae maioris Collegii et servatur pro usu ordinarii Astrologi [illegible]

CAROLVS Quintus, diuina fauente clemētia Romanorum Imperator, ſemper Auguſtus, ac Germaniæ, Hiſpaniarū, utriuſq; Siciliæ, Hieruſalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatiæ, &c. Rex. Archidux Auſtriæ, dux Burgūdiæ, Brabātiæ, &c. Comes Habſpurgi, Flādriæ, Tyrolis, &c. Vniuerſis & ſingulis notū eſſe uolumus. Quū noſter & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimè ſupplicauerit, ꝙ Ephemerides quaſdā, unà cū alijs infra cōmemoratis opuſculis, maximo ſuo ſumptu, pariq; tū inuētionis, tū æditionis labore, in cōmunē bonorū ſtudioſorumq; omniū uſum candidè & humaniter ædere ſecū cōſtituerit. Vereaturq; iam ne eadē ab alijs quoq;, q ex alterius incōmodo ſuū aucupari contendūt commodū, quiq; alieno labore bene parta, in ſuū ipſorum male conuertūt uſum, imprimeretur, id ꝙd in ſuum haud uulgare detrimentū redūdaret, quatenus Priuilegij noſtri prærogatiua ad certū annorū numerū, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignaremur. Quumq; nos eorū, qui tū opera diligēti ac ſedula, tū uigilantia ſua nō mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendūt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec ſumptui parcentes, nec labori, liberaliter inſumūt, Reipub. inſigniter ꝓdeſſe ſolēt, emolumētū promouere, cōtra diſpēdiū amouere, ꝓ germano & innato nobis ad eximia honeſtiſsimaq; ingenuarū artiū ſtudia fauore ſtudeamus, fit ut facilius Apiano ꝗq; ꝑdicto, precibus eiuſdē & ſupplici petitiōi condeſcendētes, Gratiā noſtrā hac in re impertiamus ſingularē. Omnibus itaq; & ſingulis chalcographis, Bibliopolis, & qbuſuis alijs tenore præſentiū diſtrictè inhibemus, ne uidelicet infraſcriptos libros, ꝗs ꝑnominatus Apianus uel iā æditiōi deſtinauit, uel æditurus, eruditis omnibus in publicū cōmunicaturus eſt unq;, puta Ephemerides ab anno ſalutis noſtræ Milleſimo quingētеſimo triceſimoquarto ad ſeptuageſimū ſupra Milleſimū & quingenteſimū duraturas, præterea libros de Vmbris, Cētiloquiū Arithmetices: & aliū adhuc de Arithmetica libellū, cū Regulis Coſſæ demōſtratis: De mēſuratione uaſorū cū artificiali partis uacuæ inuētione: Schedulas diarias ſiue Almanach cū iudicijs annalibus, ſeu (ut uulgus loqtur) Practicis, qbus aëris mutatiōes, dierumq; electiones ſingulæ cōtinentur: Libros itē de cōiunctionibus: Ptolemæū ex nouiſsima illa Vuilibaldi Pyrckameri tranſlatiōe, ante hac nunq; æditū, cū Tabulis correctiſsimis, & in quadrāgularē figurā, cuiuſmodi hactenus excuſæ nō ſunt, cōformatis: Ptolemæi etiā libros græce, eruditos eos ſanè, & (ꝙd tāto authore digniſsimū erat) elegantes, natiuamq; illā ſuam gratiā in propria lingua retinētes: Librū de Eclipſibus: Librū Azophi aſtrologi uetuſtiſsimi: Libros Gebri: VITELLIONIS ꝗq; authoris antiqſsimi ſimul ac doctiſsimi Perſpectiuā, opus & ingens & ipſa materiæ iucūditate laudatiſſimū: Aſtronomicū Imperatoriū: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas reſolutas iā ꝑ eundē recēs ſupputatas: Radiū nouum Aſtronomicū, ſimulq; & Geometricū, unà cū uario Sinuū & Chordarū uſu: Librū de Speculo ad pulcherrimas dimēſiones apte accōmodato: Introductionē Coſmographicā cū omnis generis obſeruatiōibus itidē ꝑ ſinus & chordas, adiūcto inſuꝑ Meteoroſcopio duplici, plano & (ꝙd inauditū erit pleriſq;) numerorū, Aſtrolabiumq; numerorum uniuerſale, ut recēs ita utiliſsimū: Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarū orbis generales, aut etiā quarūdā Regionū ſeu Prouinciarū particulares: & qcquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub titulo & nomine ſuo, aut ſi qua aliena rerū Mathematicarū monumēta prius neutiq; excuſa, ſua uero iā induſtria recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantū illuſtrata, ꝑ quoſcūq; uolet Impreſſores, in lucē ædiderit, intra ſpaciū triginta annorū, ab ipſo æditiōis die cōputando, ꝑter ſuam ipſius uoluntatē, excudant ſeu excudere faciant, neq; ſic excuſos uenū exponant, ſeu uendant, ſub pœna decē Marcharū Auri puri, ꝓ una Cameræ noſtræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluendarū, tū amiſsionis librorū ſic ad æmulationē excuſorū, ꝗs ubicūq; locorū nactus fuerit per ſe, ſiue ſuos, aut adiumēto Magiſtratus eius loci, ſibi uendicare, & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri appenſione munitarum. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Ratiſpona, die tertia Menſis Iulij, Anno Domini Milleſimo Quingenteſimo Triceſimoſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Regnorum noſtrorum Decimoſeptimo.



ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQVE BAVARIAE DVCI, &c. Domino suo gratiosissimo, Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus S. D.



VM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc nostram usq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel suas ipsorum lucubrationes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitę restituta, in publicū emittere destinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquē singularem, uel bene de se meritum uel uirtute præditum, uel ipsum eruditum ac literis probe tinctū, ac eius artis quæ in libro eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprij siue alieni labores auspicato prodirent. Quorum ego in præsentiarū institutum in primis decens atq; honestum rite æmulatus Illustrissime Princeps, tuæ Celsitudini alienum, sed præclarū tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum præsertim causæ propter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atq; his longe maiora, necesse habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinem tuam, & huiusmodi studijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus Rex Ferdinandus per hyemen ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me domi meæ inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quæ & studium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa eleganter disseruisti. Deinde tot sunt uirtutes tuæ ac tātæ quibus insigniter enitescit, ut si pro singulis libri sint tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copiosa & affluenter instructa Bibliotheca sit satis futura, quas si sigillatim nominare uelim modum profecto Epistolæ egrederer. Vnam hanc ē singularem ac notabilem cōmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cum grauissima & periculosa obsidione Vienna Austriæ cingeretur, circumfuso longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama exitus modo aduentus hostium & formidulosæ impressionis sponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxisti, antequā teterrimi hostes urbem omni ex parte circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia propugnationis munia sic obijsti, ut noctes diesq; ad signa nihil laboris ac discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris, aliosq; defensanda ad mœnia subinde luculenta & mascula oratione fueris exhortatus, sic ut fortiter dicere, fortius

fortius agere, fortissimē pugnare, promptus habeare & expeditus, nihil strenuissimo concessurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq; præcipue defensi conseruatiq; fuerint, Illustrissime Princeps author hic, quem tuæ Celsitudini dedico, haud minus quàm quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Austriam hostium exercitu inter reliquam librariam supellectilem relictus, nisi per te, haud secus ac ciuis alter quisquam defensus fuisset, capta urbe ac direpta, & uerè extrema passus interijsset. Itaq; pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet à te conseruatus, uindicatusq; ab exitio, & mea nunc opera in publicum emissus tibi dedicationis munere grata mentis confessionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen est gentile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus DC. uixit. Et absolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς summo iudicio pariq; diligentia conscripsit, exactoq; ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclarissimæ huius artis apprehensionem consummatamq; scientiam attinet, nihil in eo desiderari possit, cum Celsitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, simulq; obnixe rogo, animum dantis, & affectum potius quàm ipsum oblatum munus intuearis, & Tanstetterum, quem hactenus fouisti, pari benignitate porrò etiam prosequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illustrissime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriusq; Bauariæ Ducem &c. Vrsinus Velius.

Iampridem magnis animi spectate periclis
 Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima seruatæ fueras qui caussa Viennæ,
 Hostibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq; tum obsessus se nunc tibi dedicat author,
 Hæc tibi seruati præmia ciuis habe.
Quod non hostili fuerit deperditus igni,
 Perpetuo dici gestit, & esse tuus.
Huic tibi consimilem debere fatetur honorem
 Tanstetter, cuius prodit hic auspicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,
 Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingolstadiensi professor, salutem precatur & incolumitatẽ.



S Vbinde mecum ipse admirari soleo, Princeps Illustrissime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscindere modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominum numero reijciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstuosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non sit, ut ipsi loquuntur, de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro seculo alioqui in bonarum artium profectu fœlicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiam elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omnibus retro seculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendum sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odio conflagrasse, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plæriq; omnes ueterum Rhomanorum, quorumquisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquentiæ studijs uersatior. Superfluum fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos commemorare. Quis non eximium Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uere regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plærumq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia

Celsi

Celsitudini tuæ cõmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor, tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter respondens amori profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perspectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir clarissimus D. Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquando progressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud offerendi authorem hinc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author ipse nunc ueluti recens natus atq; in lucẽ æditus, tam præclare de Perspectiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripserunt sit anteferendus. Nõ male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus, sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus super sunt monumenta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Pisani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo nihil sanè neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat profectum, nos quoq; pro candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorem hunc figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uideor fecisse, & opus hoc illustrissimæ Celsitudini tuæ cum paratissimis obsequijs obtulisse. Bene ualeat nunc nobis omnibus T.C. illustrissime Princeps, & bonarum artium profectum sedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aspexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATO-RI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITE-lo filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectũ perspicuum subscriptorum.



NIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me ti-
bi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium,
me quoq; arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo
tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dũ ens intelligibile à primis suis pro-
diens principijs, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causæ, actu
mentis coniungeres, & singulorũ causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtu-
tum influentiã inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores mo
do mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiũ uniuersi, diuinæ uir
tutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contractã uirtutẽ par
ticipãt ut possunt, sicut & in alio substantiarũ intellectiuarum ordine inferiores substan-
tias per superiorũ sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout
uniuscuiusq; natura fert, per modum intelligibilium influentiarũ fieri mentis acumine
perspexisti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibili
tas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diui
nũ lumen per modũ intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod,
& ad quod omnia disponunt. Corporaliũ uero influentiarũ lumẽ sensibile, est mediũ
superioribus corporibus perpetuis secundũ substantiã solũ in potentia ad ubi existen
tibus infima corpora, quæ secundũ formas & ubi uariantur mirifice illuminans & con-
nectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam
corporalis formæ materijs inferiorũ corporũ se applicans, & secum delatas formas diui-
norum & indiuidualiũ artificum per modũ diuisibilem caducis corporibus imprimẽs,
suiq; cũ illis incorporatione nouas semper formas specificas aut indiuiduas producẽs,
in quibus resultat per actum luminis diuinũ artificium tam motorũ orbium q̃ mouenti
um uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimen
sionibus corporũ, quibus influit, se coæquat, & extensione capacium corporum se exten
dit: attamen quia fontẽ, à quo profluit, habet semper secundũ suæ uirtutis exordiũ, pro-
spicere dimensionem distantiæ, quæ est linea recta, per accidens assumit, sicq; sibi nomẽ
radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali.
Superficierum uero passio, quæ per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo ra-
dio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radiorũ perpendicularitas
est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus,, acutos cau-
sat angulos & obtusos, & secundũ huiusmodi luminariũ influentiarũ uariantur. Cum
itaq; tua solertis diligentia ingenij secundũ hæc cœlestiũ influentiarũ diuinam uirtutem
respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundũ uirtutes agentes,
sed secundum diuersitatẽ modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius
rei occulta indagine uersari, eiusq; diligenti inquisitioni studiosam animã applicare.

Libros itaq; ueterũ tibi super hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerbositatis
Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præsertim quia ti-
bi cõmissum officium pœnitentiariæ Romanæ ecclesiæ, cuius curæ partẽ geris, credens
plus intellectu practico q̃ speculatiuo, pœnitentibus succurrere, te cohibuit à multitudi
ne uidendorũ: maluisti enim languentium animarũ diuino antidoto languoribus succur
rere, q̃ ipsorũ hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, sub amoris ne-
xu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem,
hisq; materijs mihi nondũ cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussio-
nibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negocij,
quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui,
præsentisq; operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conscribendum. Attendens quoq; quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in sensum, & ꝙ lumen sit primum omniũ formarum sensibilium, quodq; rerum sensibilium omniũ causas efficientes intendamus perquirere, quoꝝ plurimas differentias uisus nobis ostendit. Præmissorum per modũ entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoꝝ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formaꝝ actionis modum occultissimum pertractandũ, ut opus præsens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quòd enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nulla tenus euitatur. Sensus enim præsentia nihil addit actionibus naturaliũ formaꝝ. Omnem itaq; modum uisionis Mathematica uel naturali demonstratione transcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ possibilitatis modulo tracto. In omnibus em̃ illis uidendi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radijq; uisuales non exeunt ad capescendas formas rerum. Vnde si præsentiæ formaꝝ diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nõ erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimẽt quantum possunt. Tu itaq; uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultũ inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIBROS diuisio, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus distinguendum. Volentes em̃ omne ens uisibile, ut suæ uisibilitati passio accidit, Mathematica demonstratione cõcludere, & hac uia eatenus ut nobis est possibile, certius ambulare, librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaq; huius scientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria. Et in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & hoꝝ, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis uisa sunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo quoq; hoc nostro libro, de modo proiectionis radioꝝ per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corpoꝝ diuersas: Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ fiunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, deq; essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia Opticoꝝ. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uisui secundũ directum modũ uidendi per unum mediũ, siue sint passiones Mathematicæ, siue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi, qui fit per reflectiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, transferentes tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphæricũ, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim sunt omnia specula, à quibus regularis potest fieri reflectio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per hæc specula solũ corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dũ demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculoꝝ discurrimus, cœlestes & om

& omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturæ operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniã uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum cõmunes passiones, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta à speculis sphæricis conuexis. In septimo uero posuimus passiones accidentiũ à speculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à speculis sphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentẽ ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet. Sicq; quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quòd triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol em̃ nõ adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: ꝗuis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculoꝝ assimilante se figura corporis à quo fit reflectio figuræ speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorũ diaphanorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam non existente perceptione uisiua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis contenti sumus. Dũ uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

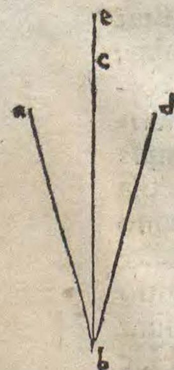
LIBER PRIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.



Væ uero per modū principioꝝ huic primo libro præmittimus, ſunt iſta. Kathetum dicimus lineā perpendicularem ſuper ſuperficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctū lineæ ſuper ſuperficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel ſuperficiem dicimus, quæ extrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel ſuperficiem dicimus, quæ intrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam ſuper ſuperficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ ſuper planā ſuperficiē in puncto ſuæ incidentiæ ſuperficiē conuexā uel concauā cōtingentē eſt erecta. Circuli ſeinuicē ſecantes dicunt̃, quoꝝ diametris eſt aliqua linea cōmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus ſphæræ dicitur, qui tranſiens centrum ſphæræ, diuidit ipſam in duo æqualia. Minor uero circulus ſphæræ dicitur, qui neq; tranſit centrum ſphæræ, neq; diuidit ipſam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri ſunt æquales. Sphæras uel circulos ſeinuicem continentes æquediſtantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauū maioris ſunt æquales. Sphæras ſeinuicem cōtingentes dicimus, quæ ſe tangentes extrinſecus uel intrinſecus non ſecant. Sphæras ſeinuicem interſecantes dicimus, cū ſphæris ſe nō cōtinentibus diameter unius per alterā reſecat̃. Sphæras intrinſecus ſe interſecantes, dicimus quoꝝ maior pars unius in altera cōtinet̃. Superficiem planam ſphærā contingere dicimus, quæ cū ſphæram tangat, ad oēm partē educta non ſecat. Denominatio ꝓportionis primi ad ſecundū, dicitur quantitas quæ ducta in minorē producit maiorē, uel quæ maiorem diuidit ſecundū minorem. Proportio dicitur cōponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationū illaꝝ proportionum unius in alteram.



PETITIONES.

Petimus autem hæc. Aequales angulos ſuper idem punctum conſtitutos, æqualem continere diſtantiam æqualium linearum, ut ſi anguli a b c, & c b d, ſint æquales, & linea a b & b d ſunt æquales. tantum diſtabit linea a b à linea b c, quantum linea b d diſtat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas ſuperficiem poſſe extendi. Item cum duæ planæ ſuperficies ſe cōtingunt, unā ex eis fieri ſuperficiem. Item duas planas ſuperficies corpus non includere. Item omnes eaſdem proportiones ex ſimilibus proportionibus componi, & in ſimiles proportiones diuidi, & eaſdem habere demonſtrationes.



THEOREMA I.

Omnes lineæ æquediſtantes in eadem ſuperficie plana neceſſario conſiſtunt.

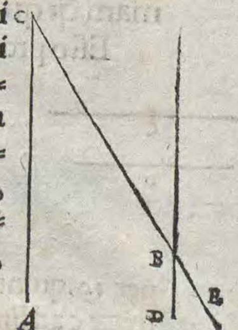
Sint duæ lineæ æquediſtantes, quæ a b & c d utcunq; diſpoſitæ, dico quod ipſæ ſunt in eadem ſuperficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungūtur, palam quoniam ipſæ ſunt in eadem ſuperficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cōiunguntur, erūt ipſæ in eadem ſuperficie. Si linea b d eſt in una tantum ſuperficie plana, quoniam ipſius partem eſſe in ſublimi, partem in plano eſt impoſſibile per primā undecimi. Palam ergo, quoniā lineæ a b & c d neceſſario conſiſtunt in eadē plana ſu

perfi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod eſt propoſitum.

II.

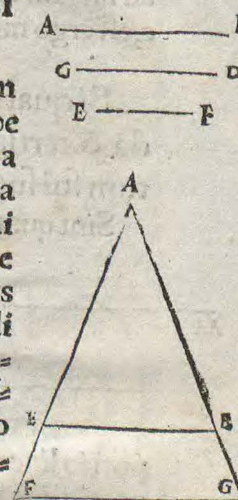
Lineam à puncto unius linearum æquediſtantium in eadem ſuperficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere eſt neceſſe.



Sint duæ lineæ æquediſtātes quæ a b & c d. quaꝝ unā ſcilicet a b ſecet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e ſecabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis eſſe ſupponitur, protrahatur uerſus ipſam lineam b e, quæ ſi concurrit cum c d, habetur propoſitū. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquediſtantiū linearum, quoniam linea b e eſt æquediſtans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ ſunt æquediſtantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquediſtās lineæ a b, ſed palàm ex hypoteſi, quoniam concurrrunt, ut in puncto b, non ergo æquediſtat linea b e lineæ c d, ergo neceſſario concurrit linea b e cum linea c d, quod eſt propoſitum.

III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ ſecundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.



Sint datæ tres lineæ quæ ſunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b ſecundum proportionē aliarum duarum quæ ſunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ ſunt c d & e f, ab una linea continua abſcindatur quæ ſit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data ſcilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cōmuni diſtinguente duas lineas reſectas, qd' ſit punctū e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ eſt a b, & à puncto f ducatur linea æquediſtans lineæ e b per 31. primi, quæ ſit f g. Deinde ꝓtrahat̃ linea a b in cōtinuū & directum, quouſq; ſecet lineam f g, ſecabit autem per præmiſſam, ſit itaq; punctus concurſus g. Dico, ꝙ per ſecundā 6. eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ eſt lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet aliarum reſpectu reliquarum duarum demōſtrari poteſt, patet ergo propoſitum.

IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiū linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, ſitq; linea a b maior ꝗ linea c d, addatur quoq; linea b e ipſi a b, & linea d f ipſi c d, ſintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor eſt proportio lineæ a e ad lineam c f ꝗ lineæ a b ad lineā c d, quoniā enim datæ ſunt tres lineæ quæ ſunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e ſecundum proportionē linearum a b & c d quæ ſit d g, quia ergo linea a b eſt maior ꝗ linea c d, patet, quia linea b e eſt maior ꝗ linea d g, ergo & linea d f eſt maior ꝗ linea d g, abſcindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipſi d g, quia ergo eſt proportio lineæ a b ad lineam c d ſicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g ſicut lineæ a b ad lineam c d, ſed per 8. quinti minor eſt ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, ꝗ ad lineam c g minorem, eſt ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d ꝗ lineæ a c ad lineam c f, & hoc eſt propoſitum.



V.

Cum fuerit proportio primi ad ſecundum tanꝗ tertij ad quartum, erit econtrario proportio ſexti ad primum ſicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b ſecundum, & c tertium, & d quartum, & ſit proportio a ad b ſicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a ſicut d ad c, quoniam enim eſt proportio a ad b ſicut c ad d, erit per 16. quinti



 permu

permutatim proportio b ad a ſicut d ad c, ſecundi uidelicet ad primum ſicut quarti ad tertium, quod eſt propoſitum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad ſecundam maior ꝗ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio ſecundæ ad primam ꝗ quartæ ad tertiam.

Eſto proportio lineæ a ad lineam b maior ꝗ lineæ c ad lineam d. Dico, ꝙ erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ eſt proportio lineæ c ad lineam d, eadem ſit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eſt proportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ c ad lineã d, ex hypotheſi patet, ꝙ minor eſt proportio lineæ e ad lineam b ꝗ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eſt maior ꝗ linea e, & quia eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit per præmiſſam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eſt autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ ad lineam e, eſt ergo minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ lineæ d ad lineam c, qđ eſt propoſitũ.

VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior ꝗ ſecunda, & tertia maior ꝗ quarta, erit euerſim eadẽ proportio primæ ad augmentum ſui ſuper ſecundam, quæ tertiæ ad augmentum ſui ſuper quartam.

Sint quatuor lineæ ꝓportionales a c prima, b c ſecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq́ʒ linea a b maior ꝗ linea b c, & linea d f maior ꝗ linea e f excedat quoqʒ linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, ꝙ eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eſt proportio lineæ a c ad lineã b c ſicut lineæ d f ad lineam e f, eſt ergo per 16. quinti permutatim proporrio lineæ a c ad lineam d f ſicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ſicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ſicut lineæ d f ad lineam d e, quod eſt propoſitum.

VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior ſecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam ꝗ ſecundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & ſit a prima maior ꝗ b ſecunda, & ſit c tertia maior ꝗ d quarta. Dico, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d ꝗ lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c eſt maior ꝗ linea d, ex hypotheſi patet per 8. quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineã d ꝗ ad lineam c, minor uero eſt proportio lineæ b ad lineam c ꝗ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiſſum eſt, linea a eſt maior ꝗ linea b, & quoniã quicquid eſt maius maiore eſt, maius minore, patet, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d ꝗ lineæ b ad lineam c, patet ergo propoſitum.

IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior ꝗ tertia, & ſecunda minor ꝗ quarta, maior erit proportio primæ ad ſecundã ꝗ tertiæ ad quartã.

Sint quatuor lineæ a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, ſitq́ʒ a maior ꝗ c, & ſit b minor ꝗ d. Dico, ꝙ maior eſt proportio a ad b ꝗ c ad d, quoniã enim linea a eſt maior ꝗ linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior eſt proportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ c ad lineã b, ſed quia

Sed quia ex hypotheſi linea b eſt minor ꝗ linea d, patet per eandẽ 8. huius quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b ꝗ ad lineam d, eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam ꝗ lineæ c tertiæ ad lineam d quartã, & hoc eſt propoſitum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam ꝗ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam ꝗ ſecundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, ſitq́ʒ proportio a ad b maior ꝗ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quĩti linea e minor ꝗ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſſis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palàm ergo, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c ꝗ lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam ꝗ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam ꝗ tertiæ & quartæ ad quartam.

Eſto 4. linearũ a b c d maior ꝓportio a ad b ꝗ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineã b maior erit ꝓportio ꝗ totius lineæ c d ad lineã d. Sit enĩ ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineã b, q̃ lineæ c ad lineã d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineã b ꝗ lineæ e ad lineã b, ergo ꝑ 10. quinti linea a eſt maior ꝗ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior ꝗ tota linea e b, ergo ꝑ 8. quinti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineã b ꝗ totius lineæ e b ad lineã b, ꝑ 18. uero quĩti eſt ꝓportio lineæ e b ad lineã b, q̃ lineæ c d ad lineam d, eſt enĩ ex p̃miſſis ꝓportio lineæ e ad lineã b ſicut lineæ c ad lineã d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineã b ꝗ lineæ c d ad lineã d, q̊d eſt ꝓpoſitum.

XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundã ſit maior ꝗ tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam ꝗ tertiæ ad quartam.

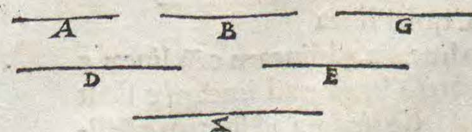
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineã b maior ꝗ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior ꝗ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b ꝗ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior ꝗ linea e b, ablata ergo utrobiqʒ linea b cõmuni, relinquit̃ linea a maior ꝗ linea e, eſt ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b ꝗ lineæ e ad eandem lineã b. Sed per præmiſſa eſt proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineã d, & hoc eſt propoſitum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocʒ ordine diſpoſitarum, quarũ mediæ ad utramqʒ extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportiõe primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiã, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipſa extrema.

Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ eſt a ſit maior ꝗ media quæ eſt b, & b ſit maior ꝗ tertia quæ eſt g, ſitq́ ipſius b ad ambas extremas ꝓportio nota. Dico, ꝙ proportio lineæ a ad lineam g tertiã componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex ꝓportione lineæ b ad lineam g, quoniã enim proportio lineæ a ad lineã b eſt nota, ſit quantitas d denominatio illius ꝓportionis, & ſimiliter quia proportio lineæ b ad lineam g eſt nota, ſit denominatio illius ꝓportionis quantitas e, & ſit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineã g. Dico, ꝙ ex ductu e in d fit z, quoniã enim per diffinitionem ex ductu z denominationis ꝓportionis lineæ a ad lineam g in ipſam lineam g minorem ꝗ ſit a fit linea a, ſimiliter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq́ z primum & d ſecundũ linea b tertium & linea g quartũ, quia itaq́ illud quod fit ex ductu primi in quartum eſt æquale ei quod fit ex ductu ſecundi in tertium, patet ꝑ 15. ſexti, quoniã eſt proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartũ, eſt ergo ꝓportio z ad d, ſicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio ꝓportionis z ad d ex ſuppoſitiõe eſt eadem cũ denoĩatione ꝓportiõis lineæ b ad lineã g, ſed denominatio ꝓportiõis lineæ b ad lineã g eſt quãtitas e, ergo denoĩatio ꝓportionis z ad d eſt idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio ꝓportiõis lineæ a ad lineã g quæ eſt z producit̃ ex ductu denominationis ꝓportiõis lineæ a ad lineã b in denominationẽ ꝓportionis lineæ b ad lineã g, patet per diffinitionẽ, quoniam ꝓportio lineæ a primæ ad lineã g tertiã cõponit̃ ex ꝓportiõe lineæ a primæ ad lineã b ſecundã, & ex ꝓportione lineæ b ſecundæ ad lineã g tertiã q̃d eſt propoſitũ primum. Eodem quoq́ modo poteſt faciliter demõſtrari de quocũq́ medijs inter quælibet duo extrema collocatis, ſemper enim ꝓportio extremorum ad inuicem componit̃ ex omnibus ꝓportionibus mediorũ ad inuicem. Et ipſa extrema ſimiliter demonſtrandi uia diuiſionis, ſi mediam contingat eſſe maiorem qualibet extremarum, patet ergo propoſitum.



XIIII.

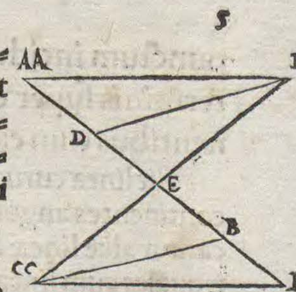
Si linea recta ſuper duas rectas ceciderit, feceritq́ angulos coalternos inæquales, aut duos intrinſecos minores duobus rectis, uel extrinſecum inæqualem intrinſeco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere eſt neceſſe, ad aliam uero partem impoſſibile, & ſi lineæ concurrunt, neceſſe eſt dictos angulos aliquo propoſitorum modorũ ſe habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas ſecet linea e f ſecundũ quod ꝓponitur. Dico, quoniã lineæ a b & c d concurrent, ſi enim non concurrant, patet ꝙ ſunt æquediſtãtes, ergo per 29. primi ſequitur contrariũ hypothe. ꝙ eſt inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorꝝ cõcurrere eſt neceſſarium, quoniã ſi ad partem maiorum angulorum cõcurrant, ſequeretur angulũ extrinſecum trigoni tanti fieri minorẽ angulo intrinſeco, & eſt contra 16. & 32. primi, & quia per præmiſſas propoſitiones ad partes minorum angulorꝝ concurrũt, ſi ex conceſſo ad partes maiorum angulorꝝ concurrerẽt, ſequeretur rectas lineas ſuperficiem includere, ꝙ eſt impoſſibile. Eſt ergo impoſſibile, ut ad partes maiorum angulorꝝ concurrant, quod eſt propoſitum primum. Sed & ſi detur ꝙ illæ lineæ concurrant, neceſſe eſt angulos aliquo propoſitorꝝ modorum ſe habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, ſeruata ſemper hypotheſi.

XV.

Cum lineis ſe inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, ſecantibus ex utraq́ parte ſectionis, partes eiuſdem lineæ inter ſe fuerint æquales, neceſſe eſt lineas, inter quas fit ſectio, æquales eſſe.

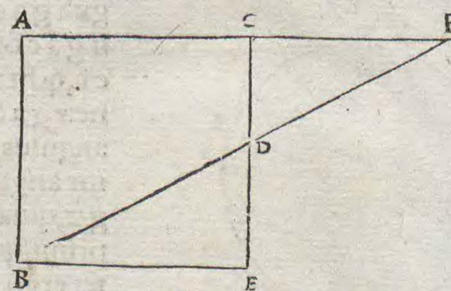
Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, quæ ſunt a d & c b, ſecent ſe in puncto e, ita, ꝙ linea a e ſit æqualis lineæ e b, & linea c e ſit æqualis ipſi e d. Dico, ꝙ linea a d eſt æqualis lineæ c b, qñ enim per 15. primi angulus a e d eſt æqualis angulo c e b, erit ex hypotheſi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod eſt propoſitum.



XVI.

Si per terminos duarum linearum æquediſtantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere eſt neceſſe.

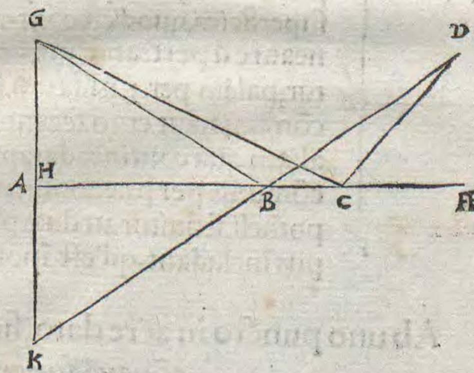
Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes & inæquales, ſitq́ linea c d minor ꝗ linea a b, producanturq́ per terminos ipſarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq́ per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq́ linea b e per 33. primi eſt æquediſtans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipſa concurrit cum linea a c, quæ æquediſtat lineæ b e, ſed & ad partem lineæ c d, quæ eſt minor ꝗ linea a b concurrere eſt neceſſe per 14. huius, uel per 2. ſexti, patet ergo propoſitum, punctus enim concurſus plus qui eſt f, erit ultra lineam c d.



XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & ſint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b ꝓductæ ſuper lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g ſit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ ſi à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ ſit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a ſit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d ſimul iunctæ ſuper minores duas lineas g c & d c ſimul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g ſuper lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ ſit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, ſit ergo punctus concurſus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c eſt æqualis angulo g b h, ex hypotheſi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k eſt æqualis g b h, ſed anguli g h b & k h b ſunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. ſexti, cũ linea h b ſit cõmunis & æqualis ſibijpſi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor eſt ambabus lineis d c & k c ſimul iunctis, & linea g b æqualis eſt lineæ b k, & linea g c æqualis eſt lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b ſimul iunctæ, minores ſunt ambabus lineis d c & g c ſimul iunctis, ſimiliter quoq́ de quibuſcunq́ lineis à punctis g & d ad lineam a f productis eſt demonſtrandũ, patet ergo propoſitum.

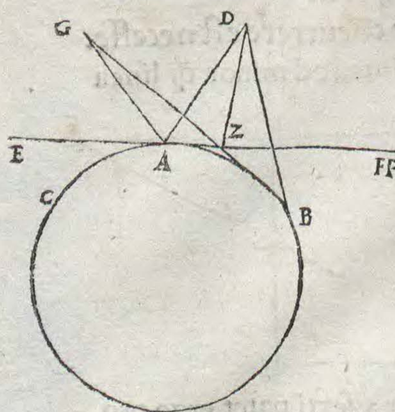


XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

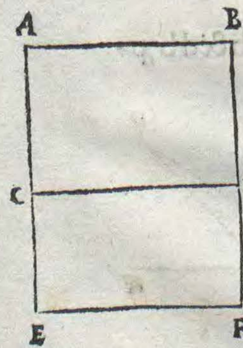
Sit linea curua a b c, ſuper cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g ſit æqualis angulo b a d. Dico, ꝙ ſi ducantur aliæ lineæ à punctis g & d ſuper lineam a b c, ut g b & d b, cõtinentes angulos inæquales cum linea a b c, ꝙ ambæ lineæ g a & d a ſimul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b ſimul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cõtingentiæ qui ſunt e a c & f a b ſunt æquales per 15. tertij, ſed anguli g a c & d a b ſunt æquales ex hypotheſi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctũ ubi linea g b ſecat lineam e f, ꝙ ſit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a ſunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a ſit minor angulo g a e, & angulus d z f ſit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b eſt maior ꝙ linea g z, quia totũ parte & linea d b eſt maior ꝙ linea d z per 19. primi, quoniã angulus d z b eſt maior angulo ſiti trigoni, patet ergo ꝓpoſitum in arcu circuli conuexo, & eodẽ modo demonſtrandum in quacunqꝫ alia columnali uel pyramidali ſectione ſecundum ipſius conuexum, patet ergo propoſitum.



XIX.

Vna linea recta in duabus ſuperficiebus planis exiſtente, neceſſe eſt ut illæ duæ ſuperficies ſecundum illam lineam ſe ſecent.

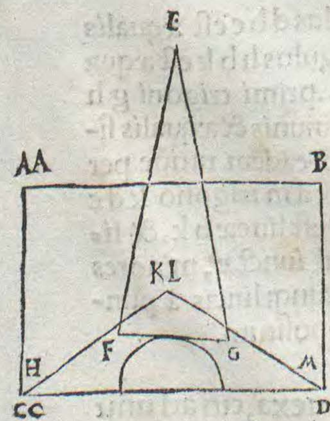
Sint duæ ſuperficies planæ a b c d & c d e f. in quarũ utraqꝫ ſit linea c d. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies ſecant ſe ſuper lineã c d. Si enim illæ duæ ſuperficies ad lineã c d ut ad cõmunem terminũ per modum unius ſuperficiei contingentiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipſæ ſunt partes unius ſuperficiei, & non duæ ſuperficies, quod eſt contra hypotheſim, quod ſi ipſæ ſuperficies datam lineam c d pertranſeant, nec ad ipſam, ut ad communem terminũ copulentur, palàm per 3. niſi cum ipſæ ad inuicem ſe ſecent, ꝙ ipſis aliqua linea eſt cõmunis, aut ergo ſecant ſe ſuper lineã c d, & habetur propoſitũ, aut ſuper aliam quã continet datam, & tũc cũ illa ſit ambabus ꝓpoſitis ſuperficiebus cõmunis per prænominatã tertiã, niſi & eiſdem ſit linea c d cõmunis ex hypotheſi, ſequitur, ut duæ planæ ſuperficies illas duas lineas interiacẽtes corpus includant, qđ eſt ĩpoſſibile & cõtra ſuppoſitionẽ, patet ergo ꝓpoſitũ.



XX.

Ab uno puncto in aëre dato, ſuper unamquãqꝫ ſubſtructam planam uel cõuexã ſuperficiẽ, una tantũ ꝑpendicularis duci poteſt.

Sit data ſuperficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, ꝙ à puncto e ad ſubſtructã ſuperficiem unam tantum perpendicularem duci eſt poſſibile, ſi enim impoſſibile ſit, ut ſuperficiem planã datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ ſunt e f & e g, quia itaqꝫ lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, & quoniã lineæ illæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem a b c d, erit ſuperficies, in qua ſunt lineæ illæ, e recta ſuper ſuperficiem a b c d. Huius itaqꝫ ſuꝑficiei & ſuperficiei a b c d cõmunis ſectio eſt linea f g per præmiſſam, in trigono itaqꝫ e f g ſunt duo anguli recti, ſcilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, hoc autem eſt im-



poſſibile & contra 32. primi, ꝙ hoc etiã patet in ſuperficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis ſit quã cõtinet ſuperficiẽ conuexã, eſt perpendicularis ſuper planã ſuperficiẽ ipſam conuexã, ſuperficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentẽ, patet, quia in omni ſuperficie conuexa idem accidit impoſſibile. Si enim ſit ſuperficies ſphærica conuexa, in qua ſit arcus f g, ſit ut ipſam contingat in puncto f ſuperficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in pũcto g ſuperficies plana, in qua ſit linea l g m, palàm ergo ex præmiſſis, quia anguli e f k & e g f ſunt recti, ꝓducta quæqꝫ corda f g, palàm, quia anguli e f g & e g f ſunt maiores rectis quod eſt impoſſibile, non eſt ergo poſſibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad ſuperficiem planã uel conuexam, patet ergo ꝓpoſitum, quoniã in quibuſcunqꝫ alijs conuexis ſuperficiebus eſt eodem modo demonſtrandum.

XXI.

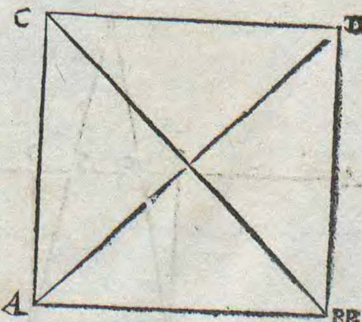
Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem ſuperficiem planam uel conuexam productarum, minima eſt perpendicularis.

Eſto ſuperficies plana b c d, & punctum extra ſignatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad ſuperficiẽ datã, ut contingit, ſcilicet a e, a f, a g, a h, ſola tamen a e ſit perpendicularis. Dico, ꝙ linea a e eſt omnium aliarum breuiſſima, ducantur a lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palàm itaqꝫ cum per 32. primi angulus rectus ſit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã linea a e per 19. primi breuior eſt qualibet linearum a f, a g, a h, & etiã aliarum quarumcũqꝫ ſic productarum, patet ergo propoſitũ in planis, ſed & in conuexis patet idem, quoniã ſi perpendicularis ſuper conuexã ſuperficiem ſit a e, & ſit b c d i ſuperficies plana contingẽs ſuperficiem conuexã ſecundum punctum e, ducanturqꝫ lineæ a f, a g, a h ſuper ſuperficiẽ planam, erunt illæ omnes maiores perpendiculares, ſed eædem productæ ad ſuperficiem conuexam ſunt maiores, patet ergo propoſitum.

XXII.

Ductæ à ſupremo termino lineæ ſuper ſuperficiem erectæ ad lineam perpendicularem, cuicunqꝫ lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in ſubiecta ſuꝑficie ꝓtractæ, neceſſe eſt correctã lineã ſuperiacentẽ perpẽdicularẽ eſſe.

Sit punctum in aëre datum quod ſit a, à quo ad ſuperficiem planam ſubiectam quæ ſit b c d, erigatur linea per 12. undecimi quæ ſit a b, incidẽs datæ ſuperficiei in puncto b, & in ſuperficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineã d c, quæ ſit b d, & copuletur, linea a d eſt perpendicularis ſuper lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcũqꝫ punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaqꝫ linea a b eſt erecta ſuper ſuperficiem b c d, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b c eſt rectus, ergo per penultimã primi quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearum a b & b c, ſed & quadratum lineæ b c eſt æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimam 10. ꝙ linea b d eſt perpendicularis ſuper lineam c d ex hypotheſi, quadratum itaqꝫ lineæ a c eſt æquale tribus quadratis trium linearum quæ ſunt a b & b d & c d, ſed quadratum lineæ a d eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a b & b d, quadratũ ergo lineæ a c eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c eſt rectus, patet ergo, ꝙ linea a d eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã d c, quod eſt ꝓpoſitum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtãtibus, una linea recta incidente, quæ ad alterã earũ erit perpẽdicularis, erit quocꝫ ad reliquã ꝑpendicularis.

Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ ſi linea a b fuerit ꝑpendicularis ſuper unã iſtaꝶ ſuperficieꝶ, ꝙ erit ꝑpendicularis & ſuper reliquã, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierũ illaꝶ linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itacꝫ, q̃niam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum ꝓtractæ nõ concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itacꝫ alter angulorꝶ, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniã & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniã eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ linea a b cum ſingulis ſibi conterminãtibus lineis in utracꝫ ſuperficieꝶ illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b ꝑpendicularis ſuper alterã ſuperficierũ, palàm, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.

XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quocꝫ concurrens cum una æquediſtantiũ ſuperficierum & cum reliqua concurret.

Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea ꝑpendicularis ſuper illã ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itacꝫ per præmiſſam, quoniã illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminorꝶ erit ipſa per eandem præmiſſam ꝑpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itacꝫ una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nuncꝫ concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitũ primum, & per hoc & per 2. huius patet etiã ſecundum ꝓpoſitum.

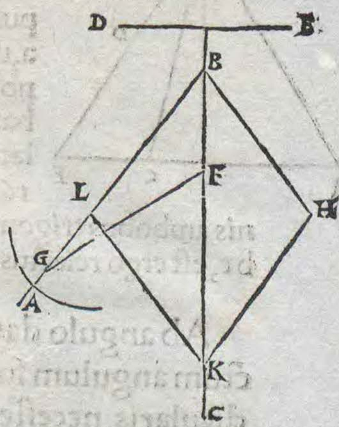
XXV.

Omnes lineæ ꝑpendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales. & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, ꝙ lineæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtãtes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiã ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandũ eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, qđ ſi lineæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqnalis angulo e f d, erũt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quia itacꝫ angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quocꝫ æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demõſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur. Cui-

XXVI.

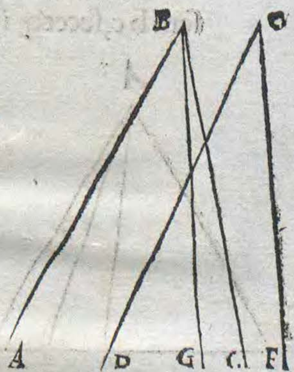
Cuilibet angulo dato baſem æqualem datæ lineæ ſubtendere.



Eſt angulus datus a b c. & linea data d e, ſeparetur itacꝫ à linea b c, & ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi, & in puncto f poſito pede circini immobili, deſcribatur circulus ſecundum quantitatẽ ſemidiametri, de hoc itacꝫ ſecabit neceſſario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non ſit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut ſecet ipſam in puncto g, & ducatur linea g f, hic itacꝫ neceſſario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionẽ, patet ergo propoſitũ. Poteſt & idem aliter demonſtrari, à puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit ſuper lineã a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e, & à puncto h ducatur æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ per ſecundũ huius neceſſario cõcurret cum linea b c. Sit punctus concurſus k, & à puncto k ducatur linea æquediſtans lineæ b k, quæ ſit k l, erit quocꝫ ſuperficies b h k æquediſtantiũ laterum, ergo per 34. primi linea l k eſt æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ eſt d e, patet ergo propoſitum.

XXVII.

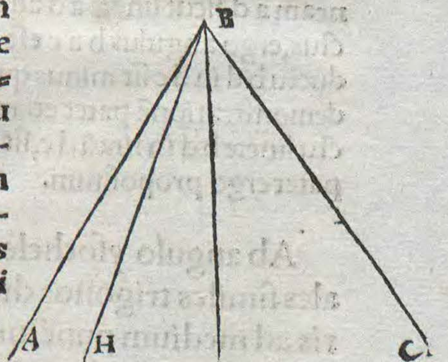
Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipſorum æquum minori reſecare.



Sint duo anguli dati a b c, d e f, ſit a b c maior & d e f minor, propoſitum eſt, ut ex angulo a b c reſecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autẽ fiet per 23. primi, ſi ſuper b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui ſit a b g, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXVIII.

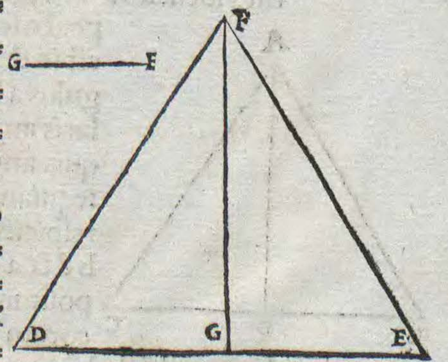
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.



Non indiguimus quo ad præſens propoſitũ diuiſione aliorum angulorꝶ in partes tres æquales, ſed ſolũ recto, & ob hoc nõ proponimus hic niſi de recto in uniuerſaliori ſcientia, ut in ea quæ de elementaits cõcluſionẽ uniuerſaliorẽ dignã ꝓpoſitũ exiſtimantes. Sit itacꝫ angulus rectus a b c, quẽ in partes tres æquales uolumus diuidere, aſſumatur ergo linea quæcuncꝫ & ſit b e, ſuper quã conſtituatur trigonum æquilaterum per primã primi, ꝙ ſit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipſe ſit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e reſecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propoſitum.

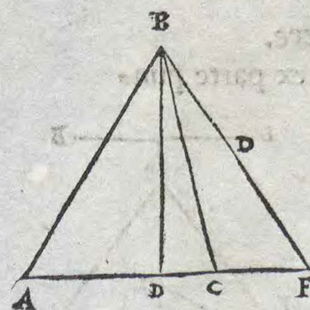
XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, baſem ſubtenſam illi angulo neceſſario ſecabit. & ſi linea ſecans baſem ad punctum, concurſus laterum trigoni producatur, illa angulum baſi oppoſitum ſecabit.



Sit ut linea d b ſecet angulum a b c trigoni a b c. Dico, ꝙ eadem linea b d producta, neceſſario ſecabit baſem a c illi angulo ſubtenſam. Si enim non ſecabit baſem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f ſunt minores duobus rectis ex hypotheſi & per 32. primi, ſit

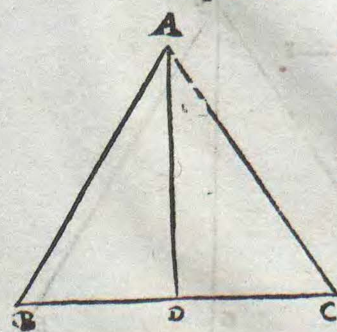
mi, ſit ergo concurſus in puncto f ultra punctum c, eſt ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo ſecat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; neceſſario inter puncta a & c, & ita ſecabit baſem a c, quia ſi etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo ꝓpoſitum primũ, patet etiã & reliquũ ꝓpoſitorum, quoniã ſi linea b d ſecet baſem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qđ eſt punctus concurſus laterum a b & c b, patet ꝙ linea b d ſecabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, ſed angulus b a c eſt cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d eſt minor angulo a b c, eſt ergo reſectus angulus a b c per lineam b d, qđ eſt ſecundum propoſitorum.



XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad baſem producta, ſi rectum angulum ſub partibus baſis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, neceſſe eſt angulum à quo fit ductio obtuſum eſſe, ſi minus acutum, ſi æquale rectum.

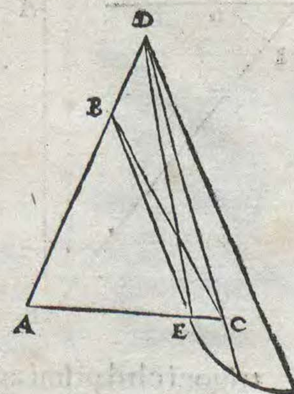
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea ꝑpendicularis ſuper baſem b c, ſecetq; ipſam in pũcto d, & ſit a d, ſitq; illud qđ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c eſt obtuſus, patet enim per 16. ſexti, quia non eſt ꝓportio lineæ b d ad lineã a d, quæ lineæ a d ad lineã d c. Sit ergo per 10. ſexti, ut quæ eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadem ſit lineæ a d ad lineã g e, erit ergo illud qđ fit ex ductu lineæ b d ad lineã g e æquale quadrato lineæ a d per 16. ſexti, & quia illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, eſt maius quadrato lineæ a d, patet ꝙ linea g e eſt minor ꝗ̃ linea d c per primã ſexti, abſcindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & ſic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineã d f, eſt æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. ſexti, quoniã eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, ſicut lineæ a d ad lineã d f, erit ergo per conuerſam 8. ſexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c eſt maior recto. Similiterq; demonſtrandum, ꝙ ſi illud qđ fit ex ductu b d in d c ſit minus quadrato a d, quoniã angulus b a c eſt acutus, nam per eandẽ demonſtrationẽ patet etiam per eandem conuerſam 8. ſexti, quoniã ſi illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, ſit æquale quadrato lineæ a d, quoniã angulus b a c eſt rectus, patet ergo propoſitum.



XXXI.

Ab angulo yſocheles ducta perpendicularis ſuper baſem in duas partiales ſimiles trigonos diuidit yſochelem, ex quo patet, ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum baſis neceſſario pertingit.

Sit yſocheles a b c, cuius latera a b & a c ſint æqualia, & ab angulo b a c ducatur ſuper baſem b c ꝑpendicularis a d. Dico, ꝙ ꝓpoſitus yſocheles diuiſus eſt in duos trigonos partiales ſimiles, quoniã enim per 5. primi angulus a b d eſt æqualis angulo a c d, ſed & per diffinitionem ꝑpendicularis anguli a d b & a d c ſunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d ſunt æquales, ergo trigona a b d & a c d ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti latera illorum trigonorum æquos angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, ſunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d ſimilia per diffinitionem ſimilium trigonorum, patet ergo ꝓpoſitum primum, & quoniã illa trigona a b d & a c d ſunt ſimilia, & eorum latera a b & a c ſunt æqualia, & latus a d cõmune, patet, quia etiã latera c d & b d ſunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, neceſſario pertingit

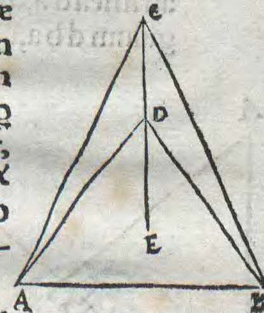


git ad medium punctum lineæ b c, quod eſt propoſitum ſecundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ ſecãs latus ab illo pũcto remotius & ꝓpinquius illi neceſſario ſecabit.

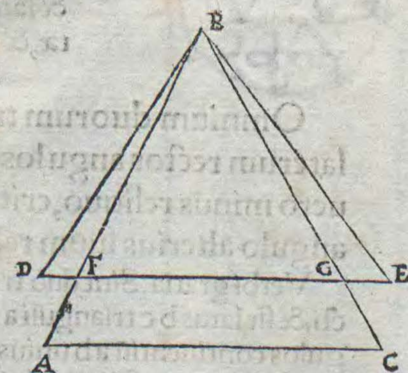
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e ſecans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ d e neceſſario ſecabit latus b c. Si non ſecabit latus b c, ſed ſolum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuũ & directum, ſecabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineã d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e, neceſſario illã ſecabit, ſit punctus ſectionis f, palàm itaq;, quoniã duæ rectæ lineæ quæ ſunt d f & d e f includunt ſuperficiem, qđ eſt impoſſibile. Idem quoq; accidit, ſi line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod eſt propoſitum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctũ unum conueniant, erit angulus inferior æqualis ſuperiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, à cuius unius laterũ a b punctis terminalibus quæ ſunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrũt in puncto d. Dico, ꝙ angulus a d b eſt æqualis angulo a c b, & inſuper duobus angulis c a d & c d b, ꝙ enim angulus a d b ſit maior angulo a c b, hoc patet ꝑ 21. primi. Producatur itaq; linea d c ultra punctum d uſq; ad punctum e, eſt itaq; per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & ſimiliter angulus e d b æqualis eſt duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis eſt angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod eſt ꝓpoſitum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquediſtans baſi alicuius trigoni uicinior angulo ſupremo, maiori angulo neceſſario ſubtenditur.

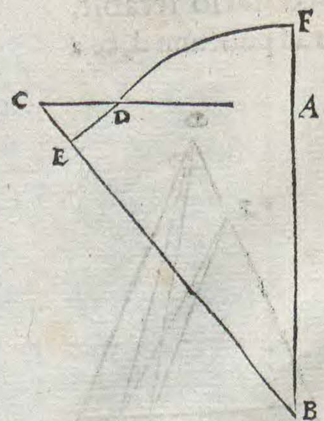
Eſto trigonum a b c, cuius baſi a c, uicinior a b c, ducatũ linea æqualis & æquediſtans quæ ſit d e. Dico, ꝙ ſi à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e eſt maior angulo a b c, quia enim linea d e eſt æqualis lineæ a c, palàm, quia ipſa ſit producta ſecat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiã patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum ſecans latera eius & æquediſtans b a c, eſt maior baſe per 29. primi & 4. ſexti. Secet ergo linea d e latus b a in pũcto f, & latus b c in puncto g, quia itaq; per 16. primi angulus b g f eſt maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c eſt maior angulo b d e, neceſſario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cũ duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propoſitum.

XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad baſem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, ꝗ̃ partis baſis remotioris ad propinqniorem.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c ſit rectus, & à puncto b ducatur ad

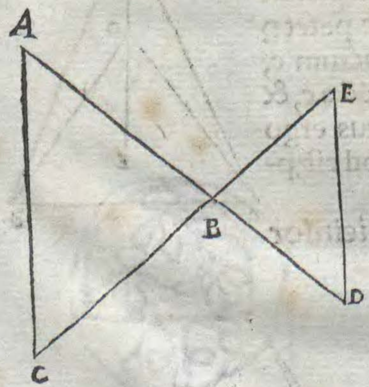
tur ad latus a c,qđ est basis anguli a b c,linea recta quæ sit b d.Dico,ꝙ minor est ꝓpor-
tio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorẽ ipsi recto,q̃
partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo
recto,quoniã enim angulus b a c est rectus,patet,quia angulus b
d a est acutus per 32.primi,ergo patet per 23.primi,angulus b d



c est obtusus,ergo per 19.primi latus b d est maius latere a b, &
minus latere b c,à centro itaq; b secundum quãtitatem semidia-
metri b d describatur arcus circuli secans lineã b c in puncto e,&
ad ipsum producatur linea b a in punctum f,factiq; erunt duæ se
ctiones b d e minor trigono b d c,& b d f maior trigono b d a, &
quoniã est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcũ
d e,ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam
omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque
multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsorũ sectorum, ꝓ
portio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angu
lum d b e per ultimã sexti. Cum itaq; trigonum c d b sit maius q̃
sector e d b,& sector f d b sit maior trigono a d b,erit per 9.huius
trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio q̃ sectoris e b d tertij ad
sectorem d b f quartũ. Est autem per primã sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut
basis c d ad basem d a,sectoris uero e d f ad sectorem d b f,ut patet ex præmissis,est pro-
portio sicut anguli e b d ad angulum a b f,patet ergo,ꝙ maior est proportio lineæ c d
ad lineã d a,q̃ anguli c b d ad angulum d b a,ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad an-
gulum d b a,q̃ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.

XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigo-
num priori simile principiant lateribus positione & situ
transmutatis.



Sit trigonum a b c,cuius latus a b sit dextrum,& latus b c si-
nistrum,quæ producantur ultra punctum b,& proportionaliter
prioribus lateribus abscindantur per 11.sexti,linea scilicet a b in
puncto d,& linea c b in puncto e,& coniungatur linea d e,erit itaq;
trigonum d b e simile trigono a b c,sed & latus d b sit sinistrum,
& latus e b dextrum. Sunt itaq; latera istorum trigonorum posi-
tæ,& situ transmutata,quod est ꝓpositum primum.

XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum
laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquũ
uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior
angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

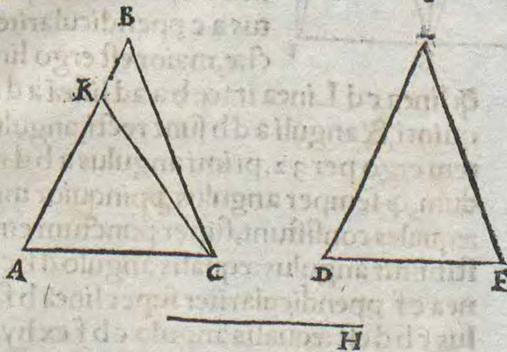
Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d,sintq; anguli a b c & a d c re-
cti,& sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d,& reliquũ laterũ rectos an
gulos continentiũ a b unius sit minus reliquo latere alterius,qđ est a d,ut patet in ꝓpo-
sita figuratione,si linea a b intelligatur erecta super lineã b c superficiem eius,& linea b
d intelligatur ꝑpendicularis super lineã d c in eadem superficie iacentem,tunc enim erit
linea a d ꝑpendicularis super lineã d c per 22.huius,ꝙ etiam patet,si in superficie iacen-
te ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31.primi,& quoniã linea a b est ꝑpendi-
cularis super superficiem iacentem,in qua sunt lineæ b d,d c,b e,palàm per diffinitionẽ
lineæ erectæ,quoniã angulus a b e est rectus,sed & angulus e b d est rectus per 29.primi,
cum anglus b d c sit rectus per 22.huius,& lineæ b e & d c æquedistent,ergo per 4. unde
cimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d,ergo per 8.undecimi linea d c est
ꝑpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d,angulus ergo a d c est rectus, sed
& latus

& latus a d maius est latere a b per 19.primi,quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo
ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b,quoniã enim latus
a d est maius latere b a per 19.primi,cum angulus a b d sit
rectus,patet,ꝙ præsens figuratio est conformis hypothe-
si,resecetur ergo per 3.primi à latere d a æquale lateri b a,
ꝙ sit linea d f,& quia linea d c est minor latere b c per 19.
primi,quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d
c,& resecetur in puncto g taliter,ut sit linea d g æqualis li-
neæ b c,quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt
æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c,& angu-
lus f d g æqualis est angulo a b c,quia uterq; rectus,erit ꝑ
4.primi basis f g æqualis basi a c,& reliqui anguli reliquis
angulis,angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b,quia
uero puncta a & f sunt in linea a d,& puncta c & g sunt in
linea d g,palàm,quia lineæ a c & f g sunt in una superficie
quæ a d g per 2.undecimi,ergo intersecant se lineæ g f &
c a,sit earum intersectio in puncto h,quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur,pa
làm ex 16.primi,quoniã angulus h c d maior est angulo h g c,ergo & eius æquali scili-
cet angulo a c b,angulus ergo a c d maior est angulo a c b,quo est ꝓpositum,similiterq;
demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constitu-
ta,palã,quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura di
sponuntur,& demonstratio facta de ijs se extendit ad alia,patet ergo,ꝙ uniuersaliter ꝓ
positum,& ex hoc patet,ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c,per 32.primi.

XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ,quorũ latus subtẽsum recto angu
lo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quâm
latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem,erit angulus
linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris propor-
tionis,& econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f,quorũ anguli a b c & d e f sint recti, sitq; la-
tus b c minus latere a b,& latus e f minus latere d e,sitq; maior ꝓportio lineæ a c ad line-
am c b,q̃ lineæ d f ad lineã f e. Dico,ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim
maior est proportio lineæ a c ad lineã c b,q̃ lineæ d f ad lineã f e. Sed per 46.primi qua-
dratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b &
c b,& quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ li
nearũ quæ sunt d e & f e,& qa per 18.sexti ꝓpor



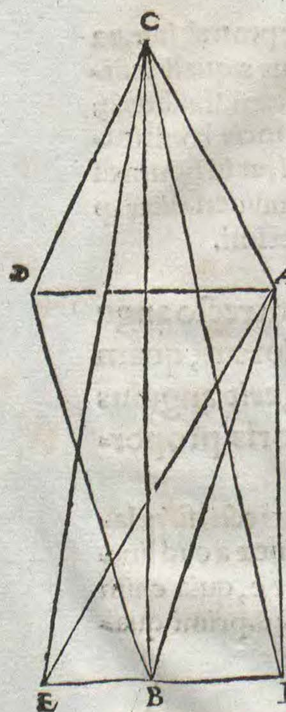
tio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ,pa-
tet,ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b,
q̃ q̃drati d f ad quadratũ f e,est ergo per 11.hu-
ius maior proportio amborum quadratorũ linea
rum a b & b c ad quadratũ b c,q̃ amborũ quadra-
torum linearũ d e & f e ad quadratum f e,ergo ꝑ
12.huius maior est ꝓportio quadrati a b ad qua-
dratum b c,q̃ quadrati d e ad quadratum e f, est
ergo per 24.sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c,q̃ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut
quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f,eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. hu
ius,erit ergo linea g h minor q̃ linea a b per 10.quinti. Resecetur ergo per 3.primi ex li-
nea a b æqualis lineæ g h & sit b k,& cõtinetur linea c k,erunt ergo per 6. sexti trigona
d e f & k b c æquiãgula,angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est
maior angulo b c k per 24.huius,angulus itaq; a c b maior est angulo d f e,& hoc est ꝓ-
positum,ex quo etiam patet,ꝙ eius cõuersa est uera,quoniã in talibus trigonis lineæ ma

iores angulos continentes, maiorem habent ad seinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ sub illa obliqua & quacunq; linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, sunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui substrata superficies plana quæ b c d, super quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturq; ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c est minimus omnium angulorũ contentoꝝ sub linea obliqua a b, & sub unaquaq; linearum à puncto b ductarũ in superficie b c d, & ꝙ semper propinquior est ipsi minor ꝙ̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales solum ex utraq; parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcunq; cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea ꝑpendicularis super lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, est itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis super lineã b d, & quoniam angulus a c d est rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior est katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniã angulus a b c minimus est omnium angulorũ contentoꝝ sub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & sub ipsa linea b c, ꝓpinquior quoq; illi est minor remotiore, ducatũ enim à puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quæ sit b e, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quæ sit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis super lineã b e, & quoniã angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per conuersam præmissæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ ꝙ̃ linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c est multo maior ꝙ̃ linea c d, sed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior est ergo linea a e ꝙ̃ linea a d per 46. primi, linea c e est maior ꝙ̃ linea c d. Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaq; b a d est maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoq; demonstrãdum, ꝙ semper angulus ꝓpinquior minor est remotiore, solũ uero duo ex utraq; parte æquales consistunt, super punctum enim b terminũ lineæ c b in subiecta superficie constituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter super lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d est æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est ꝑpendicularis super ambas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a est cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, similiter quoq; demonstrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, est ergo angulus a b c minimus etc, ut ꝓponit, patet itaq; intentum.

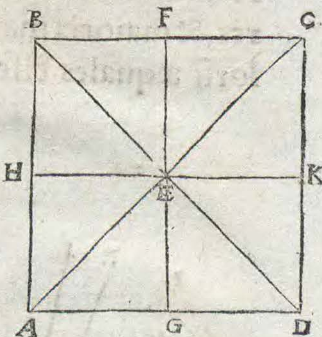


Omnium

XL.

Omnium superficierum æquedistantium laterum diagoni per æqualia se secant, ex quo patet, ꝙ punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

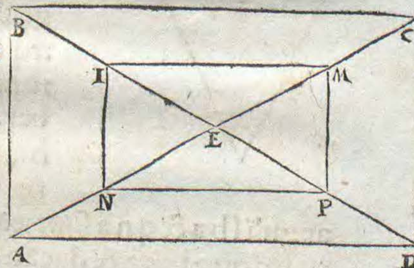
Sit superficies æquedistantiũ laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, ꝙ diagoni secantur se adinuicem per æqualia, & ꝙ punctũ e est medium punctũ superficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoq; angulus a c e b, est æqualis angulo e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, sicut lineæ c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c est æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt se adinuicem per æqualia. & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e æqualiter distat ab omnibus extremis, in quo tñ si aliquod dubiũ fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lateribus superficiei propositæ, per 31. primi, quæ sint f g & h k, sequeturq; propter æqualitatem partiũ ipsoꝝ diagonoꝝ modo prædicto argumentando, lineam f e æqualẽ fieri lineæ e g, & h e æqualẽ e k. patet ita ꝙ qm̃ in omni modo punctũ e æqualiter distat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.



XLI.

Datæ superficiei æquedistantium laterum similem superficiem, cuius latera æquedistent, datæ superficiei lateribus inscribere.

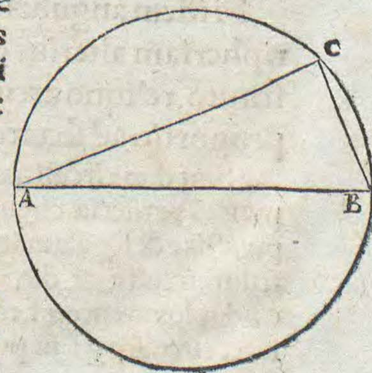
Data superficies æquedistantiũ laterum, cui altera inscribi modo prædicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palàmq; per proximã præcedentem, qm̃ illi diagoni per æqualia se secant in puncto e, sed & ipsi adinuicẽ sunt æquales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̃ ipsorum diagoni sunt æquales, & ipsorum medietates æquales, à pũcto itaq; e, à medietatibus diagonoꝝ partes æquales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies nõ fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles resecentur, secundũ 3. huius, utcunq; autẽ hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ superficies l m, p n, est datæ superficiei similis, & ꝙ latera ipsius æquedistant lateribus datæ superficiei, qm̃ enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m c. patet ergo per 2. sexti. qm̃ linea l m æquedistat lineæ b c. similiter quoq; linea l n æquedistat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli superficiei l m, p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorũ sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, ꝙ illæ superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propositum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiã circuli contentus necessario est acutus.

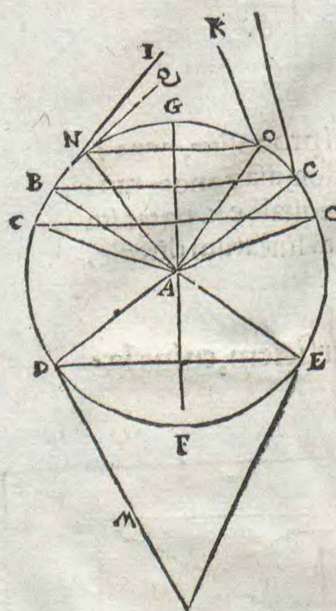
Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utq; contingit, Dico ꝙ angulus b a c necessario est acutus. Produca-



tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e.& qm̄ angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32.primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiū portionū eiusdē circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oēs angulos semicirculorū æquales esse.



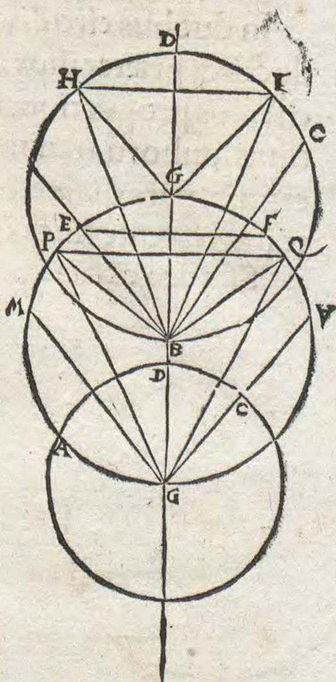
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e, dico q; anguli g b c, & f d e, sub arcubus & cordis cōtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producātur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, erūtq; per 5.primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4.primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimāsextā tertij. angulus q̊q; a b l est æqualis angulo a d a, qm̄ uterq; eorū est rectus per 17.tertij, sed angulus contingentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̄ uterq; ipsorū est minus acutorū per 15.tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. sit quoq; angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26.tertij, erunt per 32.primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorū a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingētiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sunt æquales, quia uterq; rectus, per 17.tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, q; angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm̄ angulus g s c cōtentus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunq; eorundē circulorū, qm̄ per diffinitionem similiū arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. qm̄ oēs anguli semicirculorū sunt æquales, oēs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaq; proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad suas totales periferias duplicatur.

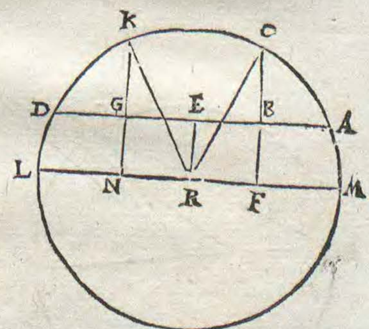
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrū b, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulū e g f in punctis e & f, palam itaq;, qm̄ angulus a b c erit super periferiā circuli a b c & super centrum circuli e g f, dico q; arcus a d c, capiens angulū a b c super circūferentiā sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrū b. sit enim ut linea b a secet circulū e g f in puncto e, & linea b c in puncto f. ducatur quoq; linea e f, & ducta linea

nea g h super centrum g, fiat per 23.primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19.tertij, quoniā angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiā angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimā sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25.tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositū primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrū b, per 23.primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19.tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. ꝓportio itaq; arcus m f n ad sui totā circūferentiā duplicatur respectu arcus a c ad totā sui periferiā, qm̄ enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiōis ad sui periferiā, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiū respectu suæ circūferētiæ, erit arcus m f n decem partiū respectu suæ periferiæ, & hoc est ꝓpositum.



XLV.

A terminis lineæ intra circulū collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionū perpendicularibus super illā lineā ad circumferentiā productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpēdiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.



Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ producta ad circūferentiā sint g k & b c, dico q; linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cētro r linea æquedistans a d per 31.primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10.primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12.primi, hæc ergo p primam tertij transibit centrū circuli quod est punctū r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctū g ad diametrū l m in punctū n, & linea c b in punctū f, & copulētur lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b. sed per 34.primi, linea g c est æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46.primi, quadratū lineæ r k ualet duo quadrata linearū k n et r n. quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratū lineæ c r ualet duo quadrata linearū i f et r f. est autē quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniā linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratū lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratū lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25.huius linea g n est æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primū propositū. Conuersa etiā patet, manente totali dispositione ut prius. quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34.primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46.primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipsi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est prositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus similibus arcubus sumptis, pro-
ductisq; præter illos ad arcus alios similes semidiametris, si à punctis extra
circulos proportionaliter semidiametris distantibus, ab utrisq; extremita
tibus amborũ arcuum per terminos similiũ arcuum lineæ ad diametros du-
cantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris est maior par
te interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiame
ter d a minor uero sit e f g, cuius centrum h, & semidi-
ameter h e, signenturq; in ipsis arcus similes in maiori
circulo arcus b c, & in minori arcus f g, sitq; arcus a b
similis arcui e f, sitq; punctum k extra circulũ maiorẽ,
& punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut il-
la puncta secundum proportionem semidiametri d a
ad semidiametrum h e, distent ab utriusq; terminis di-
ctorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã
l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametrorũ a d
ad h e, & producantur lineæ ad semidiametros k b in
punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq; produ-
catur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, ꝙ
linea m n pars semidiametri a d, est maior q̃ linea a p
pars semidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d
b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatẽ circulorũ, quoniã linea d b est maior q̃ linea h
f, sed ꝓpter similitudinẽ arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g, ergo per 5. pri-
mi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4.
sexti latera sunt ꝓportionabilia, est ergo ꝓportio lineæ
b c ad lineam f g, sicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hy
pothesi per 11. quinti, sicut b k ad l f, & sicut b c ad l g, er-
go per 5. sexti angulus b k c est æqualis angulo f l g, & an
gulus k b c æqualis angulo l f g, sed ex præmissis anguli
d b c & h f g sunt æquales, est ergo angulus d b k æqualis
angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in
trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l
sunt lateribus ꝓportionabilibus contenti, patet per 6. se
xti, quoniã illa trigona sunt æquiangula, ergo angulus b
k d est æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis an-
gulo f h l, sed angulus a d b est æqualis angulo e h f ex hy
pothesi propter similitudinẽ arcuum a b & d f, totus er-
go angulus m d k est æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l
sunt æquiangula, & angulus k m d est æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. sexti erit ꝓ-
portio lineæ m k ad lineam o l, sicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti sicut lineæ
a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmissis angulus m k n est æqualis angulo o l p, & an-
gulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p sunt
æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad li
neam o l, ergo sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d semidiameter maior est semi-
diametro e h, erit linea m n maior q̃ linea o p, patet ergo propositum.

XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, si ma
ior q̃ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua sui parte, &
si minor, minor.

Esto

Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua sumam punctum d, utcũq; contingit,
& ducatur linea d c ad circumferentiã, itaq; pars diametri quæ est a d sit maior q̃ linea
d c. Dico, ꝙ linea a d est maior q̃ linea d b, quæ est reliqua pars ip
sius diametri, qđ patet, si copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; li-
nea a d maior est q̃ linea d b ex hypothesi, ergo per 18. primi angu
lus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 30.
tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior est an
gulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectũ,
& angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d ua-
let rectum, patet, ꝙ angulus c b d est maior angulo d c b, ergo per
19. primi erit latus d c maius latere d b, sed latus a d est maius late
re d c, ergo multo maius erit latus a d q̃ latus d b, & hoc est unum
propositum. Eodem quoq; modo demonstrandũ, si pars diametri
quæ est a d, sit minor q̃ linea d c, quoniã erit linea a d minor q̃ li-
nea d b, & hoc proponetur.

XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum semper una sit
maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior
linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

Sit circulus a b d e, cuius diameter sit a b, in qua sumatur punctus d, ut libuerit, du-
canturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, sit autem c su
perior uersus a & e, inferior uersus b. Dico, ꝙ pars diametri q̃
est a d, maior est q̃ d b, ducatur enim linea c e, & super lineã c e
ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝑpendicularis quæ sit d
f, quia itaq; quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet am-
bo quadrata linearũ d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius
est quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c est maior q̃ linea d e,
ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ e f,
maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æ-
quales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur li-
nea g h ad diametrũ æquedistanter lineæ d f per 31. primi, erit
itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis super lineam c e, se
cat autem h g ipsam c e in duo æqualia, transit ergo linea h g per centrum circuli per 1.
tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipsum punctũ h est cen-
trum circuli, est ergo linea a d pars diametri a b maior q̃ linea d b, & hoc est ꝓpositum.

XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ
una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sitq; quælibet
ductarum maior medietate suæ basis, erit angulus trigoni, à quo ducitᷣ per-
pendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo
linea ducitur obliqua.

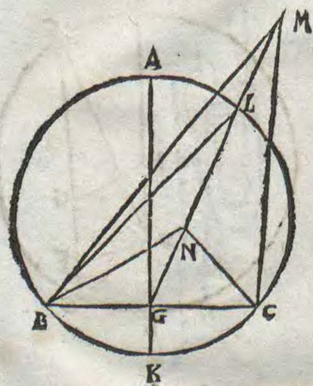
Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b f, bc, &
e f, sint æquales, quæ secentᷣ per 10. primi, in partes æqua
les b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angu-
lis ad bases lineæ a g & d h quæ sint æquales. Sitq; linea a g
perpendicularis super lineam b c, linea uero d h non sit per-
pendicularis super lineam e f. Sitq; linea perpendicularis
a g maior linea b g parte basis. Dico, ꝙ angulus b a c est
maior angulo e d f, circumscribatur enim trigono a b c cir
culus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferen-
tiam in punctum k, hoc autem possibile, quoniã uero suppositum est lineam d g esse ma
iorem

iorem linea g b,erit per 47.huius linea a g maior ꝗ linea g k,ergo per primã tertij cen-
trum circuli in linea a g inter puncta a & g,& erit a k diameter,& per 7. tertij linea g a
est longissima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã ꝓductarum,& linea g k e-
rit omnium linearũ minima,& quælibet ꝓpinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat
itaq; per 23.primi super punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d mi-
nori angulo d h e,quæ sit l g c, producta linea l g usq; ad periferiã circuli,palam itaq; ex
figura tertij,qm̃ linea g a f l est maior ꝗ linea g l,ergo & linea d h,quæ ex hypothesi est
æqualis lineæ a g,est maior ꝗ linea g l.Producatur itaq; linea g l quousq; sit æqualis li-
neæ d h per 3.primi,& sit linea g m æqualis lineæ d h,& ducantur lineæ m b & m c,angu
lus itaq; b m c est æqualis angulo e d f,ex hypothesi per 4.& per 13. primi, sed angulus
b a c est maior angulo b m c.Producantur enim lineæ b l & c l,palam, quia angulus b l
c est maior angulo b m c per 21.primi,sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26.
tertij,erit ergo angulus b a c maior angulo b m c,ergo & angulus e d f,& hoc propone
batur,& hoc est propositum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates suarum basium æqualiũ
una perpendiculariter,alia oblique æquales lineæ ducantur,sic ꝙ quælibet
ductarum minor medietate basis suæ,erit angulus trigoni,à quo ducitur p-
pendicularis,minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

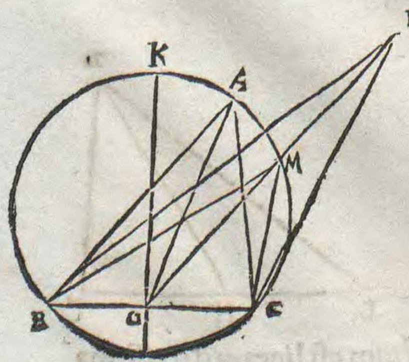
Remanet dispositio præcedentis,nisi qđ perpẽdicularis a g sit minor medietate ba
sis b g.Dico,ꝙ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit e-
nim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f,& quoniã
linea a g est minor ꝗ linea b g,& linea a k est diameter, pa
lam per 47.huius,quoniã centrum circuli est inter puncta
g & k,ergo per 7.tertij linea g a est minima omniũ linearũ
à puncto g ad periferiã circuli productarũ,est ergo linea g
l minor ꝗ linea g a,ergo & maior ꝗ linea d h,Fiat itaq; per
3.primi linea g n æqualis lineæ d h,& copulentur lineæ b
n & c n,erit itaq; ut in præmissis angulus e d f æqualis an
gulo b n c,sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21.
primi,& angulus b l c æqualis angulo b a c per 26.tertij, e-
rit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æ-
quali angulo e d f,& hoc est propositum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basium æqualiũ
duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales,& si quælibet li
nearum incidentium maior fuerit medieiate suæ basis,erit angulus superior
illius trigoni,cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet ma
ior angulo superiori alterius,& si minor, minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f,habentes bases b c
& e f æquales, diuidaturq; basis b c per æqualia in pun-
cto g,& basis e f in puncto h,& ducãtur lineæ a g,d h quæ
sint æquales,& utraq; ipsarum incidat oblique suæ basi,sit
autem angulus a g c maior angulo d h f.Dico, ꝙ si maior
sit a g ꝗ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f.
Et si linea a g sit minor ꝗ linea g c,erit angulus b a c mi-
nor angulo e d f,circumscribatur enim per 5.quarti trigo
no a b c circulus,& ducatur à puncto g perpendicularis
super lineam b c per 11.primi,quæ producta ad circumfe
rentiam,sit g k per primã tertij pars diametri circuli pro-
positi

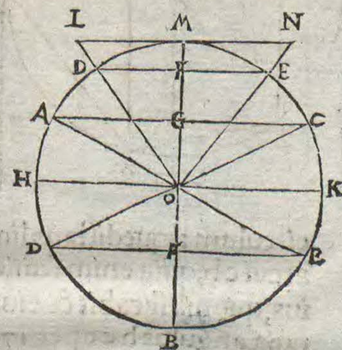


positi quæ completa sit k l,sit itaq; prius linea a g maior ꝗ linea g l per 48.huius.In linea
ergo g k est centrũ circuli,est ergo linea k g maior ꝗ linea a g per 7.tertij, ergo & maior
ꝗ linea d h,quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi.Fiat itaq; per 23.primi super punctũ g
termini lineæ c g,angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c,cadetq; punctum m in peri
feriam circuli,est itaq; per 7.tertij linea a g maior ꝗ linea m g,ergo & linea d h est ma-
ior ꝗ linea m g,producatur itaq;,donec linea g m sit æqualis lineæ d h,& ducantur li-
neæ n c & n b,erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f,sed angulus b m c est maior
angulo b n c,est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præostensum,similiter
ꝗq; demonstrandũ,si linea a g sit minor ꝗ linea g c,quia minor angulus b a c angulo e
d f,quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secãtes circulũ æquales arcus interiaceãt,illæ necessa
rio sunt æquedistãtes,idẽq; accidit,si una earũ fuerit secans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c,cuius centrum sit punctum o,secentq; duæ lineæ a c & d e illũ cir-
culum taliter,ut arcus d a sit æqualis arcui e c.Dico,ꝙ linea a c & d e sunt æquedistãtes,
aut itaq; o centrũ circuli est in altera illarũ linearũ, aut in neutra,& tũc uel inter utrasq;,
uel extra utrasq;,si sit in altera ipsarũ,esto ꝙ sit ĩ linea a c,
& à centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis super a c ꝑ 11.
primi,& producatur ad circumferentiã, sitq; o b secans
lineam d e in puncto f,& ducantur lineæ o d & o e, quæ
cum sint æquales,erũt per 5.primi, anguli o d f & o e f
æquales,sed angulus f o a est æqualis angulo f o s, quia
sunt recti.angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per
26.tertij,cũ ex hypothesi arcus d a sit æq̃lis arcui e c,erit
angulus d o f æqualis angulo e o f,ergo ꝑ 32.primi erit
angulus d o f æqualis angulo e f o.est ergo linea o f per-
pendicularis super lineam d e,erunt ergo per 28.primi d
e & a c æquedistantes.Si uero centrũ o fuerit inter ipsas
lineas a c & d e,ductis lineis à centro ad terminos linearũ
a c & d c,quæ sint o a,o c,o d,o e,& diametro h k,fient ex utraq; parte centri quatuor an
guli æquales duobus rectis,ideo,quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos,quos
ex æquo diuidit quælibet diameter,sed angulus o e c est æqualis angulo d o a per 26. ter
tij,remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c,per diffinitionẽ ergo circuli & per
6.sexti trianguli d o e & a o c sunt inuicem æquianguli,ergo per 5.primi erit angulus g
c o æqualis angulo o d f,sed angulus o g c est æqualis angulo o f d,quia uterq; rectus.ex
præmissis ergo per 32.primi trigona g o c,d o f sunt æquiangula,ergo per 14.primi li-
neæ d o & o c coniunctæ sunt linea una,quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æqua
les duobus rectis,ergo per 27.primi patet propositum. Quòd si centrum o fuerit ex
tra utrasq;,ducatur perpendicularis à centro o super ipsarũ alterum,& sit linea d g ꝑpen
dicularis sup̃ lineã a c,quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23.tertij, ꝓducaturq; li
nea o g,ut secet lineam d e in puncto f,& ductis lineis o a,o c,o d,o e,palam itaq; per 4.
primi,cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia,& latus g o cõmu-
ne,ꝙ angulus a o g est æqualis angulo c o g,sed a o d æqualis est angulo c o e per 26.ter-
tij.relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e,sed latus d o æquale lateri e o, &
latus o f cõmune,erit ergo ꝑ 4.primi angulus o f d æqualis angulo o f e,uterq; ergo est
rectus.Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a,ergo per 28. primi lineæ d e & a c
sunt æquedistantes,qđ est ꝓpositũ primũ. Qđ si una illarũ duarũ linearum secet cir-
culum,& alia ipsum contingat,si secans transit centrum,& sit diameter quæ h k,& linea
l m contingat in puncto n,sitq; arcus n h æqualis arcui n k,palam,ꝙ illorum arcuũ quæ
libet est 4.circuli,ducaturq; linea n o,ergo per 27.tertij angulus l n o est rectus, sed an-
gulus n o h est rectus,ergo per 28.primi lineæ l m & h k æquedistant,qđ est scđm ꝓpo-
situ. Qđ si linea l m circulũ contingentẽ in puncto n,linea d e secet circulum, inscri-

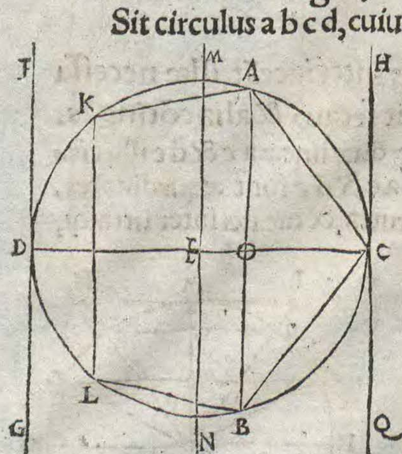


atur eidem ſemicirculo linea æqualis lineæ d e & æquediſtans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qđ eſt n, ducatur linea o n ſecans lineam d e in pũcto f, quia itaq; arcus n d eſt æqualis arcui n e, erit per 26. tertij angulus l o n æqualis angulo m o n, ſed per 17. tertij angulus o n l eſt æqualis angulo o n m, quia ambo ſunt recti. Item per 4. primi angulus o f d eſt æqualis angulo o f e, ſunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propoſitum.

LIII.

Lineas æquediſtãtes trans circuli ſuperficiẽ productas, ſiue ambæ ſecent, ſiue ambæ contingãt, ſiue una ſecet & alia cõtingat, arcus interiacẽt æquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingat'q; ipſum duæ lineæ æquediſtantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qđ eſt d ducatur linea d e ad centrum e. eſt ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis ſuper lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e ꝑpendicularis ſuper lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquediſtans lineæ f g per 31. primi, quæ ſit n m, hoc etiam quoq; æquediſtabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiuſdem angulus m e d eſt æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ ſunt linea una, eſt ergo linea d c diameter circuli cum tranſeat per centrum e, arcus itaq; d a c eſt ſemicirculus æqualis ſemicirculo d b c, ſed & ſi linea a b ſecet circulum æquediſtans lineæ h q contingenti in puncto e, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim ſemidiameter e c ſecat lineam contingentẽ quæ h q, palam per. 2. huius, quoniã ſecabit & eius æquediſtantẽ quæ eſt linea e b. ſit ut ſecet ipſam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij, palã ꝑ 29. primi, quoniã angulus b o e eſt rectus, ergo ꝑ 3. tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. ducantur itaq; lineæ a c & c b, palã'q; per 4. primi, quoniã illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij arcus a c eſt æqualis arcui b c, ꝙ ſi linea æquediſtans lineæ b c ſecet circulum qui ſit k l, palam, quoniã ſemidiameter e c ꝓducta ſecabit lineã k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, ſecet ergo ipſam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmiſſa, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, eſt angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, ſed linea k p eſt æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b, quod eſt propoſitum.

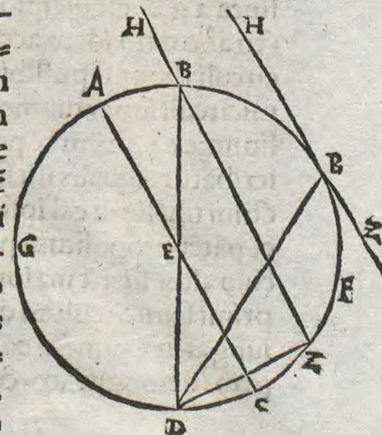


LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo ſe ſecantibus, erit quilibet angulus ſectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eidem angulo & ſuo contrapoſito ſubtenſis.

Sit circulus a b c d, in quo ſecent ſe duæ cordæ a c & c b, & ſit ſectionis e. Dico, ꝙ angulus a e b eſt æqualis angulo qui eſt in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus a b & c d, & ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquediſtanter lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z ſecat circulũ, palam, quia arcus c z eſt æqualis arcui a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis eſt ambobus arcubus a b & d c, qm̃ arcus d c ubiq; eſt cõmunis, ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z, qui eſt æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b eſt æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z, & ꝓducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinſecus æqualis duobus angulis intrinſecis b d z, b z d ꝑ 32. primi, ſed duo anguli b z d & b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus er

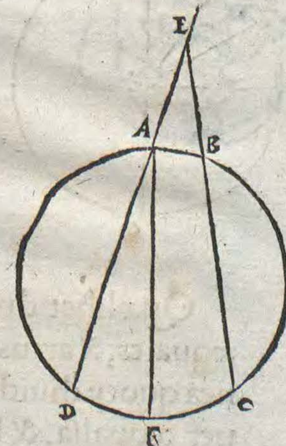
go h b d eſt æqualis angulo quem reſpiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem eſt arcus d a, ſed arcus a d eſt æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e ſit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c eſt æqualis angulo quẽ in circumferentia reſpiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniã ſi linea h b z continet circulũ & non ſecat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ eſt b a d, & angulus e b h eſt æqualis angulo cadenti in portionẽ circuli b c d, ſed angulus e b z eſt æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, ſed arcus b c eſt æqualis arcui b a per ꝓximam præcedentẽ. arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam reſpicit duo arcus a b & c d, quoniã angulus cadens in arcum b c d eſt conſiſtens in portione circuli qui eſt b g d, ſimiliter q̊q; poteſt declarari, ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo apud circumferentiã quem reſpiciunt duo arcus b c & a d, quoniã angulus b e c eſt æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionẽ circuli b c d, qđ eſt in arcũ b a d. eſt autem ex præmiſſis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propoſitum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum ſecantibus contentus æqualis eſt angulo ſuper circumferentiã cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhenſus excedit minorem.

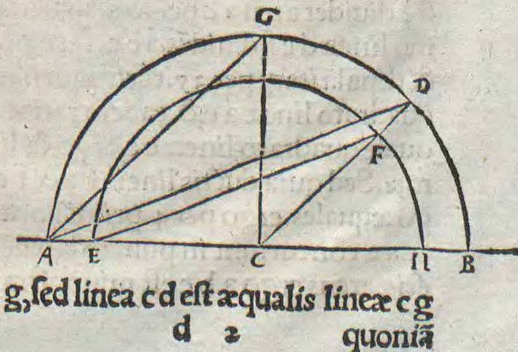
Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ ſecantes circulum quæ ſint a e d & e b c. Dico itaq;, ꝙ angulus d e c eſt æqualis angulo qui eſt apud circũferentiã circuli, quẽ reſpicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquediſtans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus e f æqualis arcui a b. eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b, ſed angulus d a f apud circumferentiã exiſtens cadit in arcũ d f, & angulus d a f eſt æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c eſt æqualis angulo cadenti ſuper circumferentiam in arcum d f, quod eſt propoſitum.



LVI.

In dato ſemicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eiſdem punctis ad aliud pũctum quodcunq; ſemicirculi dati lineas duas prioribus duabus ꝓportionales duci eſt impoſſibile. In diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile.

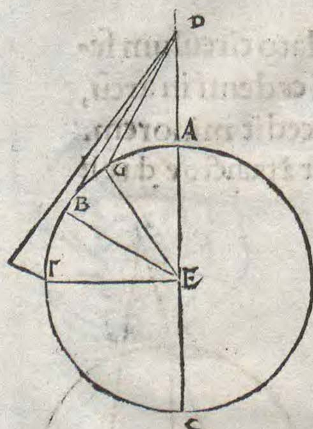
Eſto datus ſemicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & ſit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, ꝙ ſi à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum ſemicirculi ducantur, ꝙ illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erũt, ſit enim, ſi poſſibile eſt, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & e g, & quæ eſt proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem ſit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti ꝓportio lineæ a d ad lineam a g, ſicut lineæ c d ad lineam c g, ſed linea c d eſt æqualis lineæ c g



quoniam ambæ ſunt ex centro ſemicirculi,ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem eſt impoſſibile ex 7.tertij & 18.primi,maiori enim angulo ſubtenditur linea a d ꝙ̃ linea a g,& eſt uicinior diametri,patet ergo propoſitũ primum,quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impoſſibile,& eodem modo deducendũ,in diuerſis uero ſemi circulis hoc eſt poſſibile.Si enim ſemicirculi æquales fuerunt,tunc ex centro alterius ſemicirculi ſuper diametrũ conſtituto æquali angulo a c d,per 23.primi compleatur ꝓpoſitum,ex 4.primi & per 4.ſexti,ꝙ ſi alter ſemicirculus minor fuerit dato ſemicirculo,inſcribatur æqualis illi ſemicirculo ad idem centrum,erit ꝙ æquediſtans primo & in punctum ubi linea c d ipſum ſecabit,qđ ſit f,ducatᷣ linea à termino ſui ſemidiametri q̃ ſit e f,& patet propoſitum per diffinitionẽ circuli & 29.primi,& per 4.ſexti.& ſi dato ſemicirculo alter fuerit maior,circumſcribatur æquediſtanter eidem,& producta linea à centro primi ſemicirculi ad datum punctũ d quouſq; tangat periferiã alterius ſemicirculi,& cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri,& deinde compleatur ut prius demonſtrato,& patet propoſitum.

LVII.

A puncto uno ad datũ ſemicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ poſſibile eſt duci,ex quo patet,ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto ſub contingente ducta ſecat ſemicirculũ in uno pũcto ſuꝑ punctũ cõtingẽtiæ,& in alio ſub ipſo.



Eſto datus ſemicirculus a b c,cuius centrũ e,& ſit extra datus punctus d,à quo ad ſemicirculũ ducatur linea contingens,quæ ſit d b.Dico ꝙ à puncto d ad ſemicirculũ a b c,aliã contingentẽ ꝙ̃ lineã d b duci eſt impoſſibile,ſi enim hoc ſit poſſibile,ducatur,hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d,aut citra,ſit primo ut cadat ultra punctũ b uerſus c in punctũ f,& ſit d f,ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f,e b,& ꝓducatur diameter c e a,ſed ad punctũ d,palã ergo per 17.tertij,q̃m angulus e b d,eſt rectus,ſimiliter angulus e f d eſt rectus.Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d,quod eſt contra 21.primi.Idem quoq; accidit impoſſibile,ſi linea contingens ducta à puncto d ad ſemicirculũ d b c cadat inter puncta b & a,ſit linea d g,palam ergo corollariũ,quoniã enim linea d g non contingit ſemicirculum,tangit autem,ergo ipſa producta ſecat ipſum,& hoc eſt propoſitum.

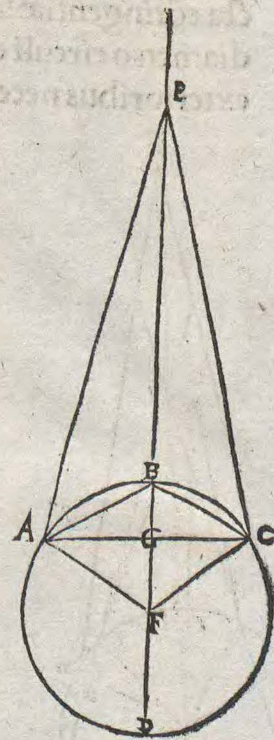
LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes ſunt æquales,& arcus interiacens puncta cõtingentiæ eſt minor ſemicirculo.Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia,& arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia,& linea per æqualia diuidens arcũ,hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c,cuius centrum f,& ſit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16.tertij,q̃ ſint e a & e c,dico ꝙ ſunt æquales,& ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ eſt minor ſemicirculo.& ſi producatur à puncto e linea e b,diuidẽs angulũ a e c per æqualia,dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia,& ſi linea d e diuidet arcũ a c per æqualia,etiã diuidet angulũ a e c per æqualia.Ducatur enim primo linea d e f,diuidẽs a e c,quæ producta ſecabit circulũ,ſecet ergo ipſum in punctis b & d.palã itaq; per 35.tertij.q̃m illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b,æqualis eſt quadrato lineæ a e,& eadem ratione quadrato lineæ e c.ergo quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ e c,ergo & linea a e eſt æqualis lineæ c e,& hoc eſt primũ propoſitoꝝ.Sed quia ductis lineis f a & f c,erunt anguli f c e & f a e recti,per 17.tertij,ſunt ergo æquales.ergo per 4.primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia.& quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e.palã per 32.primi,q̃m anguli e f c & e f a ſunt minores rectis,arcus ergo a b c eſt minor ſemicirculo per ultimã ſexti,quod eſt ſecundũ.Ducatur

quoq;

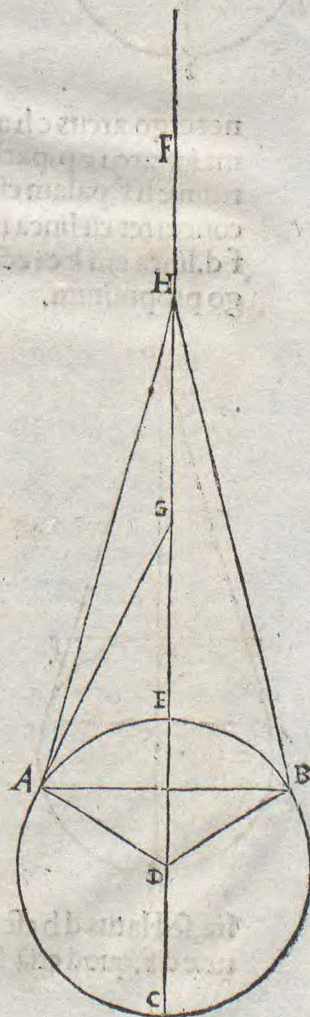
quoq; linea a c ſecans lineã e d in puncto g,& ducantur a b & a c,quia ergo linea e g ſecat angulũ a e c per æqualia,patet per quartã primi,cũ linea a e ſit æqualis lineæ e c,& latus e g ſit cõe,quoniã linea a g eſt æqualis lineæ c g,& angulus e g a eſt æqualis angulo e g c.Sed & trigonis a b g & c b g latus b g eſt cõmune,ergo per 4.primi erit linea a b æqualis lineæ b c,ergo per 27.tertij,arcus a b eſt æqualis arcui b c,eodẽ quoq; modo patet,ꝙ ſi linea g e ſecat arcũ a c per æqualia in puncto b,quod ipſa etiã diuidet per æqualia angulũ a e c,quia eñ trigona a e b & c e b ſunt æquilatera,ut patet,palam ergo per 8.primi,q̃m angulus a e b eſt æqualis angulo c e b,& hoc eſt totũ quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli reſectis à terminis illorum arcuũ ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere eſt neceſſe,& ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuũ cõtingere eſt neceſſe.Ex quo patet,q̃m oẽm angulũ & arcum à lineis contingentibus contentũ diuidit diameter educta per æqualia.

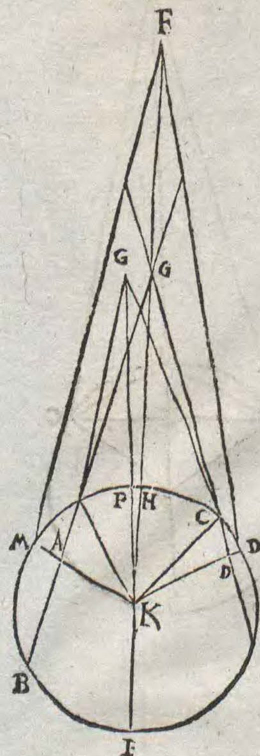
Eſto circulus a b c,cuius centrũ ſit d,& eius diameter c e,quæ ꝓducam indefinite ad punctũ f,& ab unaquaq; parte puncti e ſint a e & b e arcus æquales,& à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 16.tertij.Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f.ꝙ ſi dicatᷣ ipſas nõ concurrere in puncto uño diametri concurrent tñ ambæ contingentes cũ diametro d f productis lineis d a,d b,erunt anguli in puncto a & b recti,ſed anguli e d a & e d b ſunt acuti per ultimã ſexti,arcus enim a e,b e ſunt minores qualibet quarta circuli,ergo per 14.huius,lineaꝝ cõtingentium utraq; cõcurret cũ linea d f,ſi itaq; nõ fiat,hoc in eodem puncto fit,ut linea contingens ducta à puncto a cõcurrat cũ linea d f in puncto g,& contingens ducta in puncto b cõcurrat cũ d f in puncto h,& ſit utraq; punctum g,& ducatur linea a h.eritq; per 16.tertij,& ex hypotheſi angulus h d a æqualis angulo h d b,ergo per 4.primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a,ergo per 17.tertij uterq; ipſoꝝ eſt rectus,quia itaq; angulus d a g eſt rectus per eandem 17.tertij.patet ꝙ ipſe eſt æqualis angulo d a h recto,& angulus a d g eſt cõmunis.erit ergo per 32.primi,angulus a g d æqualis angulo a h d extrinſecus ſcilicet intrinſeco a h g,quod eſt contra 16.primi,& impoſſibile,patet ergo primum. Sed & ſi à puncto diametri h ducantᷣ duæ lineæ circulũ cõtingentes in punctis a & b,erũt arcus a e & b o æquales,trigona enim a h d & h b d ſunt æquilatera per præcedentem,ergo ſunt æquiangula per 8.primi,eſt ergo angulus a h d æqualis angulo b d h,ergo per 25.tertij.arcus a e eſt æqualis arcui b e,qđ eſt propoſitum,& patet corollarium.



LX.

Si intra duas lineas circulũ cõtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulũ cõtingentes ducantur,cadent puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ extreriorũ,& ſi arcus hinc inde interiacẽtes pun

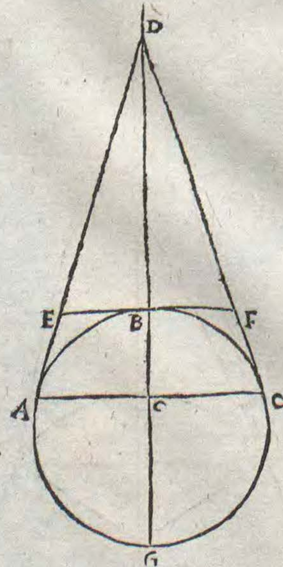
cta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cũ exterioribus necessario concurrent.



Esto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & sic ut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. si enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, si in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & similiť angulus k a g rectus, & sic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capiť, ut g a. hoc aũt est cõtra 15. tertij, palã ergo, qm̃ impossibile. Si uero detur, ꝙ puncta b & c cadãt extra puncta a & d, sic punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et qm̃ est contingens solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ, sit ille punctus m. Palã itaq;, qm̃ linea m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculũ cõtingunt, quod est cõtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra. Similiterq; demõstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorꝝ intra puncta cõtingentiæ exteriorꝝ. Sed & arcubus a b & c d existentibus æqualibus, punctũ g necessario cadit in diametro e h f, si enim extra illã ducať linea k g secans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f est æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoq; a b est æqualis arcui c d, ex hypothesi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, necessario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret necessario cũ linea f d. linea em̃ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propositum.

LXI.

Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea' contingens circulũ ad alias cõtingentes ꝓducantur, illa in puncto suo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.

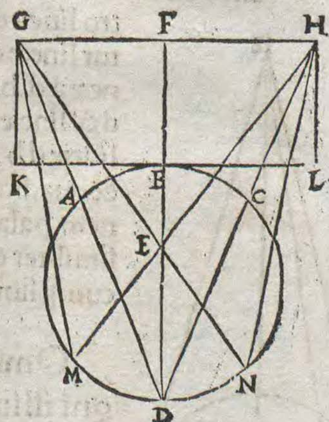


Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producať ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, ꝗniã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b. à puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaq;, qm̃ est orthogonalis super diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c, sic ergo ut secet lineam d a in puncto e. & lineã d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f sunt recti, palã, quia trigona e b d & f d b sunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera sunt proportionabilia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. quod etiã sic patere potest, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir-

-tes circulũ. s. e a & e b, patet per 58. huius, quod ipsæ sunt æquales. oẽs ergo lineæ a e, e b, b f, f e, sunt æquales, ergo lineæ e d & f d sunt æquales. patet ergo propositum.

LXII.

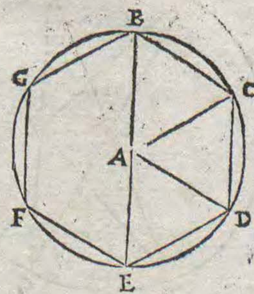
Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ sunt æquales, illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrũ e, diameterq; eius d b, educať ad punctũ f, sintq; duo puncta g & h æqualiter distantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d, ad alium terminũ diametri secantes circulũ linea g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ sit k b l, à qua æqualiter distẽt puncta g & h. Dico ꝙ arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter distãt à puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l contingentẽ per 12. primi, erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales. ergo per 33. primi, linea g h æquedistat lineæ k l. ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g sunt recti. ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f sunt æquales, ergo per 23. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste ꝙ si à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ ꝗ ad punctũ d producantur, ut ad punctũ m uel n, ꝙ illæ lineæ arcus resecabunt inæquales. qualibet enim illarũ quæ secat diametrum, abscindit minorẽ arcũ, & alia maiorẽ. & hoc est quod proponebatur.

LXIII.

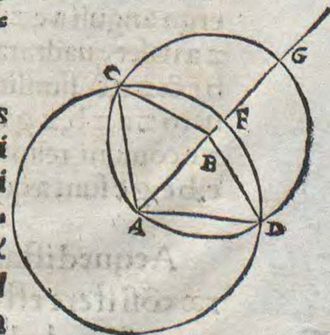
Diameter circuli diuidens exagonũ, eidem circulo inscriptũ, ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.



Sit circulus, cuius centrũ sit punctũ a, inscriptus exagonus qui b c, d e, f g, & ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico ꝙ illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f. ducanť enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, ꝗ sunt latera exagoni sunt inter se æqualia, & utrunq; ipsorꝝ est æquale semidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo ꝙ trigona a b c & a c d sunt æquilatera. ergo per 8. primi, ipsa sunt æquiangula. erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & c d æquedistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g. patet ergo qm̃ diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, ꝙd est ꝓpositũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita, ut minor pertranseat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.



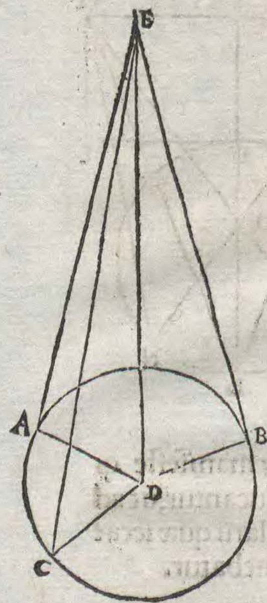
Sint duo circuli c f d maior, & centrum sit a, & c g d minor, cuius centrum si b, secentq; hi circuli in punctis c & d, transeatq; minor qui c g d per centrum maioris qđ est a, eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris. Dico, ꝙ arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b, & hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius ſunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes ſunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & baſis a c eſt baſi æqualis a d, quoniã ſunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti ſunt æquales, angulus ergo c a b eſt æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g eſt æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus ſemicirculorum, qui ſunt a c & a d, ſunt æquales, arcus ergo c a d diuidit ꝑ æq̃lia in pũcto a, qď eſt ꝓpoſitũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales.

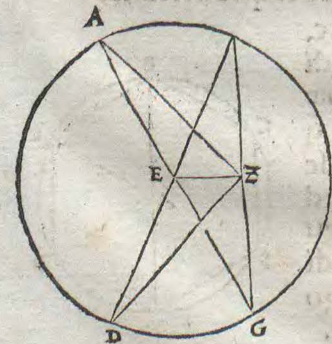
Eſto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter ſupra circulũ à centro linea d e, ita, ut ꝑ diffinitionẽ polus circuli ſuper punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipſæ omnes ſunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq; quadratũ lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale eſt quadrato lineæ e d & lineæ d b, ꝑ penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d eſt æquale ſibijpſi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ b e, & ſimiliter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; ſimiliter ductæ ſunt, & hoc eſt propoſitum.



LXVI.

Omnis linea centrum ſphæræ cum centro circuli non magni illius ſphæræ continuans eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli.

Sit centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli non magni illius ſphæræ, qui ſit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem ſphæræ, ſed & lineæ e a, e b, e d, e g ſunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e exiſtente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia ſunt æquilatera, ergo per 8. primi ipſorum anguli æqualibus lateribus contenti, ſunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d ſunt æqules, ſunt ergo recti, eodemq; modo poteſt demonſtrari de omnibus angulis cõtentis ſub linea z e, & cum ſemidiametro circuli a b g d, linea ergo z e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b g d, & hoc eſt ꝓpoſitum.



LXVII.

A centro ſphæræ ductam perpendicularem ſuper ſuperficiem circuli non magni ipſius ſphæræ eiuſdem circuli centro incidere eſt neceſſe.

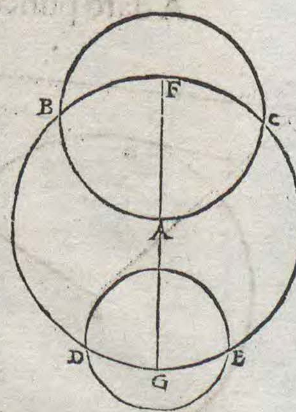
Sit ut in præmiſſa centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius ſphæræ, quæ ſit a b g d, & ducatur à puncto z centro ſphæræ linea perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ circuli a b g quæ ſit z. Dico, ꝙ punctũ e eſt centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ ſphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z ſunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & ſimiliter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata lineaꝝ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g ſunt æquales, & quadrata ipſarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e ſunt æqualia, ergo & ipſæ lineæ a e, b e, g e ſunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e eſt centrũ circuli a b g, qď eſt ꝓpoſitũ.

LXVIII.

Aequediſtantium in ſphæra circulorum centra in eadem diametro ſphæræ cõſiſtere eſt neceſſe, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in ſphæra æquediſtantes eoſdem habent polos, & ſi eoſdem habent polos, ſunt æquediſtantes.

Sit

Sit ſphæra, cuius centrum ſit punctum a, & in ipſa ſint duo circuli æquediſtantes b c, cuius centrum ſit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter ſphæræ cum ipſa trãſeat centrum ſphæræ d e, ergo per 66. huius a f eſt erecta ſuper ſuperficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta ſuper ſuperficiẽ circuli d e, ergo per præmiſſam ipſa tranſit per centrũ circuli d e, ſunt ergo centra illorũ circuloꝝ in eodem diametro ſphæræ, qď eſt propoſitum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eoſdem habent polos per diffinitionem poli. & ſi aliqui circuli eoſdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipſi ſunt æquediſtantes, & hoc proponitur, ꝙ ſi etiam reliquus circulorum æquediſtantiũ eſſet circulus magnus, eadem eſſet demonſtratio. duo uero circuli magni eiuſdem ſphæræ ſibi inuicem æquediſtare non poſſunt, quoniã amborum eſt idem centrum, quod eſt centrum ſphæræ.



LXIX.

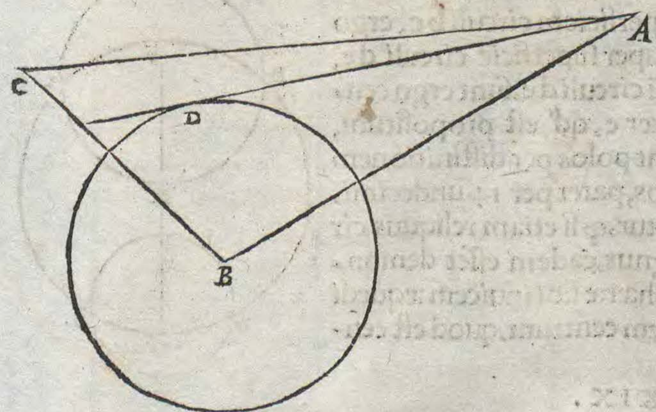
Si plana ſuperficies ſecet ſphæram, communis ſectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel ſuꝑficie ſpchæria dato eſt poſſibile totali ſuperficiei ſphæricæ circulum circumduci, alij etiam circulo illius æquediſtantem.

Sit ſphæra, cuius centrum a, ſeceturq; per planam ſuperficiẽ. Dico, ꝙ communis ſectio ſuperficiei ſphæricæ & planæ eſt circulus. Si enim fiat ſectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad ſphæræ ſuperficiẽ, quæ ſunt in illa plana ſuperficie ſecante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illoꝝ, ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis ſectio eſt circulus. Si autem ſuperficies plana ſecet ſphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſecantem, quæ ſit a b, & cõtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam ſectionem cõmunem à centro ipſius ſphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipſa ſuperficie ſecante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro ſphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, ſed quadratũ a c eſt æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c eſt æqualis lineæ a d per diffinitionẽ ſphæræ, & quadratum lineæ a b eſt æquale ſibijpſi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, eſt ergo linea c b æqualis lineæ d b, & ſimiliter erit linea d b æqualis lineis e b & f b, ꝑ eandẽ demonſtrationẽ quotcũq; alijs lineis à centro ſphæræ a ad aliam communem ſectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem ſectionem ductæ, ſunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b eſt centrũ circuli. Cõmunis ergo ſectio iſtaꝝ ſuperficierũ eſt circulus, & hoc eſt propoſitũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm̃ à puncto dato per 12. primi ꝓducta perpendiculari ſuper diametrum ſphæræ, imaginetᷣ ſuperficies plana ſecans ſphærã ſecundũ illam ꝑpendicularẽ, & patet propoſitũ per præmiſſa, ꝙ ſi alicui circulo in ſphæra ſignato æquediſtans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis ſuper ſphæræ diametrũ tranſeuntẽ circuli centrũ, cui æquediſtans debet duci circulus, & ꝓducatᷣ in continuũ uſq; ad aliam ſphæræ ſuperficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; ſuper ꝓductã & orthogonaliter ſuper diametrũ ſphæræ, imagineturq; ſuperficies plana tranſiens terminos iſtarum lineaꝝ in ipſa ſuperficie ſphæræ, faciens ſectionẽ, quæ per præmiſſa neceſſario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter ſphæræ ſuper quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in punctis illis, ut præmittitur ſphærã ſecantẽ, unde à centro ſphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam ſphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a,& centrũ dato ſphæræ ſit b,& ducatur linea a b à centro ſphæræ qđ eſt b,ducat̃ linea b c,ut cõtingit,& copuletur linea a c, palamq́ꝫ p 2.undecimi,quoniã trigonum a b c eſt in una ſuperficie plana,hoc itaqꝫ per præcedentem ſecabit ſphæram ſecundũ circulũ cui per 16.tertij,à puncto a ducatur contingens in puncto d,quæ ſit a d, & patet propoſitum.

LXXI.

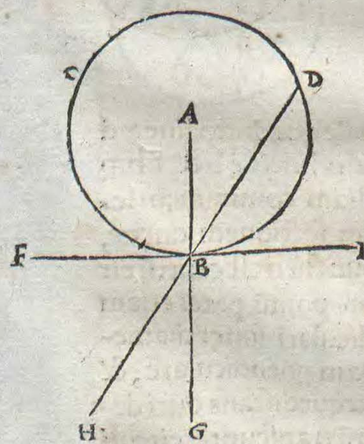
Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundum unicum punctum eſt contingens.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram linea recta trans locum contactus,& in ſuperficie ſphæræ circulus magnus.ſi ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundũ aliud ꝙ ſecundũ punctum,& linea recta continget circulũ ſecundũ idem, non ergo ſecundũ punctum continget linea recta circulum,qđ eſt contra 15.tertij, palam ergo propoſitum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiei ſphæricæ ſuperficiẽ planam contingentem ducere,ex quo patet,ꝙ omnis linea centrum ſphæræ tranſiens,eſt perpendicularis ſuper eius ſuperficiem,& ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem,neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Eſto ſphæra,cuius centrũ ſit a,& circulus eius magnus b d c,ducaturq́ꝫ linea a b à cẽtro ad circumferentiã.& à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ ſit f b e per 16.tertij,erunt ergo anguli a b c & a b f recti,imaginatis quoqꝫ per 69.huius circulis quotcunqꝫ in ſuperficie ſphæræ ſecantibus ſe in puncto b,& ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b,palam per 17.tertij,quoniã linea b a cum om̃ibus illis lineis continet 9.angulos rectos,ergo omnes illæ lineæ ſunt in una ſuperficie plana per 2.undecimi,illa itaqꝫ ſuperficies contingit ſphæram per diffinitionẽ ſuperficiei planæ ſphærã contingentis.ex hoc itaqꝫ patet, qm̃ cũ omnis linea à centro ſphæræ ducta,ſit erecta ſuper planam ſuperficiem,ſphærã ipſam in puncto ſuæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ ſunt æquales,quoniã ipſa eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ,per diffinitionem perpendicularis. anguli enim ſemicirculorum omnes ſunt æquales per 43.huius,quoniam linea a b producta ad punctũ g eſt adhuc erecta ſuper ſuperficiem planam,ſphæram contingentẽ in puncto b.palam,quia linea g b,& quæcunqꝫ alia ꝑpendicularis erigi poteſt ſuper ſuperficiẽ planam in puncto b,contingentẽ ſphæram tranſit centrũ ſphæræ a,quia ſi à puncto b poſſit alia linea erigi ſuper ſuperficiẽ contingentẽ,non tranſiens centrum ſphæræ a,ſit illa h b d,& ſit angulus h b c rectus.Sed angulus g b e eſt rectus per 13.primi,cum angulus a b e ſit rectus ex hypotheſi,erit itaqꝫ rectus maior recto,qđ eſt impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitum.

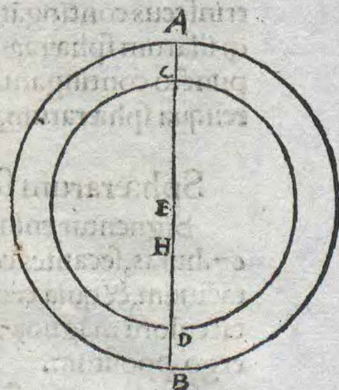


LXXIII.

Omnium ſphærarum,quarum conuexæ ſuperficies æquediſtant,uel ſecundum ſe totas ſe contingunt,neceſſario eſt idem centrum.

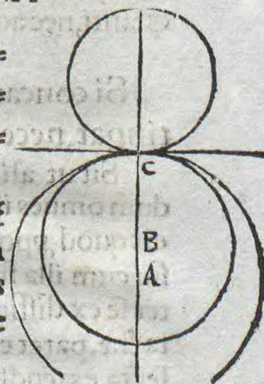
Sint

Sint duæ ſphæræ,quarum conuexæ ſupficies æquediſtẽt,ſectæ per æqualia per unam planam ſupficiẽ,cõis ſectio ſuperficierum illarũ ſphæricarum & huius planæ,erunt circuli,ſitqꝫ magnus circulus maioris ſphæræ a b,& centrum eius e,minoris uero ſphæræ circulus magnus ſit c d.Dico, ꝙ idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d,ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e non ſit centrũ amborum circulorum, linea tamen a e b tranſeat per ambo centra,qđ poteſt fieri continuatis centris per lineã rectam,& ꝓducta illa ad periferiã maioris ſphæræ huius, itaqꝫ erit diameter circuli a b,quoniã circuli a b & c d ſunt in eadem ſuperficie.Sit ut diameter a b ſecet periferiã circuli c d in punctis c & d,eritq́ꝫ recta c d diameter circuli c d,quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulorum linea a c eſt æqualis lineæ b d,& linea a e æqualis lineæ e b,remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e.patet,ꝙ punctus e eſt centrum circuli c d,ſi enim non ſit punctus e centrũ circuli c d, ſit centrum eius punctus h,eritq́ꝫ per diffinitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c,erit ergo linea h a æqualis lineæ h b,ſed linea h a eſt maior ꝙ linea a e,ergo h b eſt maior ꝙ linea e b,pars ſuo toto,qđ eſt impoſſibile,eſt ergo pũctus e centrũ circuli c d,& quia circulus c d eſt magnus circulus ſuæ ſphæræ,patet,ꝙ æquediſtantium ſphærarum eſt idem centrum,qđ eſt propoſitũ primum.& eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus eſt demonſtrandũ.lineæ eductæ à centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris,ſunt æquales,patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ ſphæræ æquediſtantes fuerint, uel ſecundũ totas ſuperficies ſe contingentes,quæcunqꝫ linea ſuper unius earum ſuperficiem perpendicularis fuerit,ſuper alterius quoqꝫ ſuperficiem perpendicularis erit.



Iſtud faciliter patet,quoniã enim ex præmiſſa tales ſphæræ indem cẽtrum habere neceſſario cõprobantur,ergo per 72.huius,linea ꝑpendicularis ſuper alteram iſtarum ſphærarũ centrum ipſius tranſit,ſed centrum ipſius eſt centrum alterius,ergo per eandem 72.huius ſuper alterius etiam ſphæræ ſuperficiem alia linea perpendicularis erit,& hoc eſt propoſitum.

LXXV.

Si duæ ſphæræ centra diuerſa habuerint,impoſſibile eſt ut lineæ perpendiculares ſuper unius ſuperficiem ſint perpendiculares ſuper alterius ſuperficiem,niſi una tantum quæ tranſit centra ambarum.

Quocunqꝫ modo ſe habentibus adinuicem ſphæris,ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe contingentibus,uel etiam ſe non contingentibus, uel etiam ſe adinuicem ſecantibus ſemper,patet ex 72,quoniã linea tranſiens per centra ipſarũ, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſqꝫ,aliam quoqꝫ lineã ſuper utriuſqꝫ ſuperficiem ꝑpendicularẽ eſſe,eſt impoſſibile.Si enim ſit poſſibile,ducatur aliqua alia perpendiculariter ſuper utriuſqꝫ ſphæræ ſuperficiẽ,palamq́ꝫ erit ex eadem 72.huius, ipſam per utriuſqꝫ centrũ tranſire,qđ eſt oppoſitum hypotheſi,patet ergo,qm̃ nullam aliam lineã præter eam, quæ tranſit centra ambarum ꝑpendiculariter duci ſuper utriuſqꝫ ſphærarum ſuperficies eſt impoſſibile, & hoc eſt propoſitum.

LXXVI.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus aut extrinſecus contingat,in uno tantum puncto contingere eſt neceſſe.

Si enim ſphæræ contingentes ſe intrinſecus,non in puncto ſe contingant, neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos,non ſe in puncto contingere, quod eſt

contra

contra 12. tertij. & impossibile, ꝙ si sphærae extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto, & hoc est contra naturã circuloꝝ extrinsecus se contingentiũ, & contra eandem 12. tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphæras, quæ se extrinsecus contingãt, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71. huius, quoniã utraq; illarum sphæraꝝ illam superficiẽ planam contingit in puncto, ergo & seinuicem in puncto contingant, ꝓpinquior est utriusq; sphæraꝝ ipsa plana superficies interposita q̃ reliqua sphærarum, & hoc est propositum.

LXXVII.

Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67. huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra, & per puncta contactuum, & quia centra horum circuloꝝ sunt centra sphæraꝝ suarum per diffinitionem circulorũ magnoꝝ, hos autẽ circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo ꝓpositum.

LXXVIII.

Centrorum sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositã ex ambarũ sphærarũ semidiametris, intrinsecus uero contingentiũ se secundũ excessum simidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76. huius, quoniã enim contactus sphærarũ fit secundum unum tantũ punctum. punctus uero est, cui pars non est, tunc euidens est, ꝙ punctus ille cõmunis in utraq; intersectione nihil adimit de diametroꝝ quantitate, indiuisibile enim nõ fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphæræ superficiẽ aliquam secundũ eam totam contingat, necesse est superficiẽ contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit ut aliqua sphæra secundũ suum concauum contingat aliquam superficiẽ secundum omnes illius partes, sicut uas sphæricũ superficiem aquæ contente. Dico, ꝙ uerum est quod ꝓponitur. ducantur enim lineæ plurimæ à centro sphæræ ad locum contactus sui cum illa superficie, & quia omnes lineæ ꝓductæ ad concauũ sphæræ, sunt æquales inter se ex diffinitione sphæræ, & sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniã illa superficies est pars sphæræ, & q̃libet intellecta extendi secundum concauũ ambientis sphæræ, sphæram minorẽ complebit, est ergo pars minoris sphæræ. linea quoq; in illa superficie signata est pars circuli ex 9. tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur, & sic illa superficies est pars minoris sphæræ, quod est propositum.

LXXX.

Si sphæra sphæram intersecet, communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium, erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineam cõmunem sectionis sphæraꝝ qualiscunq; fuerit. hæc ergo superficies ꝓpter similitudinẽ corporum se intersecantiũ plana erit, cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusq; sphæraꝝ erit circulus per 69. huius. palam ergo, ꝙ cõmunis linea intersectionis superficieꝝ sphærarũ illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cõmunis illi sectioni, quoniã aliàs corpus quo utræq; sphæræ cõmunicãt, est corpus cõmune sphærarum intersectioni, & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum, & diuersis secundum dispositionem se intersecantium sphærarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

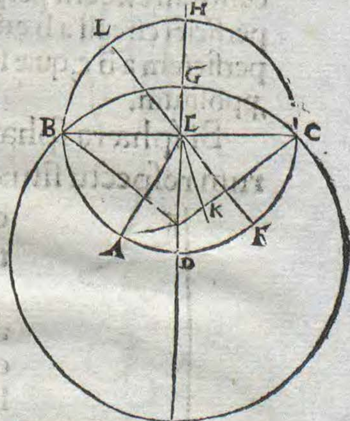
Sphærarum se intersecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet intersecantiũ se sphærarum centra diuersa esse.

Primũ

Primum patet ex diffinitione sphærum se intersecantiũ, quoniã enim intersecantibus se sphæris, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorũ circuloꝝ diametri suarum spæraꝝ. diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia, tunc patet, ꝙ circulus unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una sphæra aliam continet, palam, quia tales circuli se inuicem secant ex diffinitione talium circuloꝝ, quia uero ex 5. tertij circuloꝝ se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est, & idem est centrum sphæræ qđ est centrũ circuli magni in illa sphæra. patet corollariũ, scilicet, quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphæra sphæram intersecet linea, quæ centra illarum sphærarum transit, centrum circuli periferiæ communis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendicularem esse, necesse est.



Circulus cõmunis sectionis sphærarũ aut est circulus maior alterius sphærarũ se intersecantiũ, aut minor. si maior, hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat. Si eni æq̃les sphæræ secũdũ circulũ maiorẽ se ĩtersecarẽt, nõ esset sphærarũ intersectio, sed unius sphæræ ex duobus hemisphærijs æqualibus cõpositio. si ergo circulus cõis sectionis sphæraꝝ sit circulus maior, non erit ille circulus maior nisi in sphæris inæqualibus se intersecantibus circulus sphæræ minoris, quoniã ipsum esse circulũ maiorem sphæræ maioris est impossibile, q̃m maior circulus sphæræ maioris non potest cadere in superficiẽ sphæræ minoris. Sit itaq; circulus talis a b c, & sit centrum maioris sphæræ d, sphæræ uero minoris e, erit quoq; e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e, & patebit ꝓpositum primũ. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntq; triangulоꝝ d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniã linea d e latus est cõmune, & latus d a æquale est lateri d b ex diffinitione sphæræ, latus quoq; a e æquale est lateri b e ex diffinitiõe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a, similiter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum sphæræ anguli super centrum e semper erunt æquales, & quia super eandem diametrũ oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit, patet per diffinitionẽ ꝑpendicularis, q̃m ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e super superficiẽ circuli a b c erecta est, & super eam ꝑpendicularis. Si uero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphærarũ se intersecantium, sed minor, intelligatur in ipso ꝓtracta diameter q̃ sit l f per puncta l f, & utraq; sphærarum imaginetur recta per superficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ sunt in sꝑficie utriusq; sphæræ, erit ergo per præmissa quilibet illorũ circuloꝝ circulus maior in utraq; sphæraꝝ se intersecantiũ. secabitq; circulũ a b c uterq; illorum circuloꝝ maiorum per æqualia, q̃m arcus f l est medietas circumferentiæ circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, qđ est e. imaginentᵉ item duo circuli alij maiores in eisdem sphæris, quorũ quilibet secet portionẽ circuli maioris suæ sphæræ erectam sꝑ circulũ a b c per æqaulia, qđ fieri poterit ex 29. tertij, diuiso arcu f l utriusq; circuli sphæraꝝ se intersecantiũ per æqualia, & à puncto sectionis utriusq; circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphæraꝝ utriusq;, fiat itaq; sectio arcus sphæræ maioris in puncto g, & sectio arcus sphæræ minoris in puncto h, & similiter hi circuli maiores cum illis circulis quos secant angulos æquales sphærales, uel inæquales contineant, patet, cum â polo circuli a b c per centra sphærarũ ambaꝝ transeant, quoniã ambo secabunt circulũ a b c per æqualia. transibunt ergo per centrum ipsi ꝙ est e linea, ergo d g, q̃ per diffinitionẽ maiorum circuloꝝ, & per 3. undecimi est cõmunis sectio duorum circulorũ maioꝝ in sphæra maiori se secantium, transeunt per centrum e,

 quoniam

quoniam cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illoꝝ circulorũ, neceſſe eſt, ut ſit in linea cõmuni utriuſq;. Similiter etiam linea e h, quæ eſt cõmunis ſectio circulorum maiorum in ſphæra minori ſe interſecantiũ, tranſit per centrum e, ſed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitiouẽ circuloꝝ ſe ſecãtium eſt aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa ꝑ primam 11. in eadem ſuperficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ, & per centrum circuli, qui eſt cõmunis ſectio, cũ centro in periferia cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium, patet ergo ꝓpoſitum primũ. Secundum uero patet ex præmiſſis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum ſecant, & eorum cõmunis ſectio, ut linea d h per 19. undecimi ſuper eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc eſt ꝓpoſitũ. poteſt & idem per 66. & 67. huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.

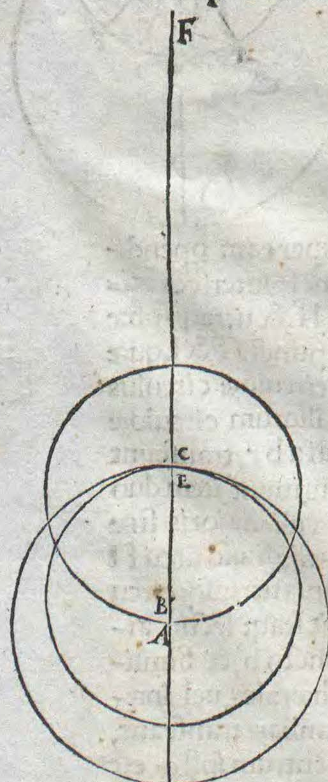
LXXXIII.

Si ſphæra ſphæram interſecet, lineam tranſeuntem centrum circuli periferiæ communis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentem, ambarum ſphærarum centra tranſire neceſſe eſt.

Hæc eſt conuerſa præcedentis, nec oportet in ipſius demonſtratione aliter immorari, ſi enim ſit poſſibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis ſectiõis ſphærarum, qui eſt a b c, perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambaꝝ, uel alterius ſphærarũ, & ſit linea e k, & ducatur idem per centra ambaꝝ ſphærarũ alia linea, quæ ſit d h. patet autem per præcedentẽ, quoniã hic erit tranſiens ꝑ centrum e, & erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c. ab eodem ergo puncto ſuperficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝑpendiculares ſuper eandem circuli ſuperficiem a b c, quæ ſunt e d & e k, qđ eſt contra 13. undecimi, & impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitum.

LXXXIIII.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus interſecet, neceſſe eſt centra illarũ ſphærarum reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui eſt communis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare, centrũq; ſphæræ continentis plus profundari.



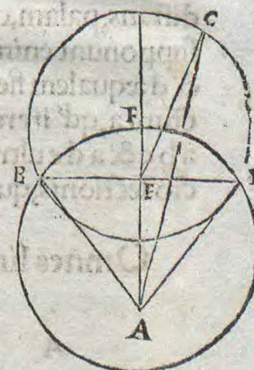
Sphæræ datæ interſecare ſe debentes, ſi æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non ſe interſecent, tunc ipſaꝝ idem erit centrum. facta uero interſectiõe ipſarum centra diuerſantur per 8. huius. & ſecundũ ꝙ circuli periferia, quæ eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierum ſphæricaꝝ fit maior uel minor, ſecundũ hoc plus uel minus diſtabunt centra, ꝙ ſi ſphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinſecus cõtingere poterint, tunc in ſitu ſuæ cõtingentiæ centrorum ſuoꝝ diſtantia per 78. huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphæræ maioris ad ſemidiametrũ minoris. Demus ergo, ꝙ centrũ maioris ſit a, centrum minoris b, punctus contactus ſit c, & quia contactus ſit in puncto per 76. huius, interſectio uero fit ſecundũ circulum per 80. huius. palã, quia facta interſectione ſphæraꝝ, abſcindet ſphæra a diametrum b c in puncto alio ꝗ in termino ſuo qui eſt punctus c. ſit ergo punctus in quo ipſum a b ſcindit punctus e, ponaturq; ut linea f e ſit æqualis diametro ſphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e eſt æqualis ſemidiametro b c, quoniam ſunt diametri eiuſdem ſphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, ſed linea f e eſt maior ꝗ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, eſt maior ꝗ linea a b, plus ergo diſtãt centra ſphærarum in interſectione ꝗ in ſitu contactu, & ſecundũ ꝙ periferia circuli, quæ eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ minoratur, ſecundum hoc diſtantia centroꝝ augetur, & ſecundũ ꝙ illa periferia augetur, ſecundum

hoc

hoc diſtantia centrorum minuitur, & reſpectu partis uniuerſi ad quã fit interſectio plus profundatur centrum ſphæræ continentis reſpectu contactus in tanto, quanto linea a e fit maior ꝗ linea a b, & hoc eſt quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundũ circulum æqualem circulo maiori ſphæræ, intra quam fit interſectio, ſe interſecent, utraq; illarum ſphærarum ſphæram, intra quam fit interſectio, interſecabit, & omnium illam ſuperficierum ſphæricarum cõmunis ſectio erit periferia circuli unius.



Verbi gratia: Sit in ſphæra, cuius centrum a interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b intra ſphæram, cuius centrũ ſit c ſecundũ circulum æqualẽ circulo maiori ſphæræ c, dico ꝙ ſphæra a & ſphæra b interſecabunt ſphæram c & omnium ſuperficierum ſphæricaꝝ illarum ſphærarũ erit cõmunis ſectio periferia circuli ſecundũ qđ ſphæraꝝ a & b fiebat interſectio. hic eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c, quoniã enim circulus maior diuidit ſphæram ꝑ æqualia, quia tranſit per centrũ eius ex diffinitione, tunc patet, ꝙ æqualis eidẽ utcunq; contingat eum in ſphæra ꝓduci, diuidet eam per æqualia, & ſic interſecabit ſecundũ illum circulũ utraq; ſphærarum. ſ. a & b ſphærã c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b, communis ſectio eſt periferia circuli per 79. huius, diuidit autẽ iſte circulus ſphæram c per æqualia, ergo interſecat. eſt ergo eius periferia in ſuperficie c, ſed & eadem periferia eſt in ſuperficiebus ſphæraꝝ a & b. In omnium ergo ſphærarũ illarũ trium ſuperficiebus eſt illa circuli periferia, eſt ergo ipſa cõmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum, quod eſt propoſitum.

LXXXVI.

Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis orthogonaliter ductam, medio abſciſæ portionis, eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra cuius centrũ a, & ſit circulus b c d, cuius centrũ ſit e, abſcindens portionẽ ſphæræ, ducaturq; linea a e, & ꝓducatur uſq; ad ſuperficiẽ ſphæricam, cui incidat in puncto f. Dico, ꝙ linea a e neceſſario applicatur puncto, qui eſt medium abſciſæ portionis ſphæræ in conuexo uel concauo ipſius, & ꝙ hoc eſt punctum f. ducantur enim lineæ a b & a c, & copulenť lineæ e b, e c, e d, erunt itaq; trigona a e b, a e c, a e d omnia ſecundũ latera æquales angulos reſpicientia, adinuicem ꝓportionabilia, qm̃ illa ipſoꝝ latera ſunt adinuicẽ æqualia, ut patet per ſphæræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e eſt omnibus cõmune. anguli itaq; b a e, c a e, d a e omes ſunt æquales per 5. ſexti, ergo per 25. tertij angulus b f, c f, d f ſunt æquales, & quoniã productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem ſemper accidit. palam, quia punctus f eſt in medio portionis abſciſæ de ſphæra, & hoc proponebatur.

LXXXVII.

Proportionem partis ſuperficiei ſphæricæ ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ, ſicut anguli ſolidi in ipſam à centro ſphæræ cadentis ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe.

Verbi gratia. Sit a b c pars ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſphæræ, cuius ſit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietq; pyramis, cuius uertex eſt punctum d, & baſis a b c. palam quoq;, quoniam angulus circa punctum d eſt ſolidus, tribus angulis ſuꝑficialibus contentus. Dico, ꝙ quæ eſt ꝓportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum ſolidum circa centrum d, eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſuꝑficiem ſuæ ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei,

non

non ſecantes ſe ſuper illam. patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius ſuperficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos ſuos circulos eſt ꝓportio, ſicut angulorum contentorũ ſub linea à centro d ad ipſorum terminos, productis ad 4. rectos ſpales per ultimam ſexti, patet ergo propoſitum. & etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpondet illi parti ſuperficiei ſphæricæ, ſic reſiduum 8. ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet, ergo p 16. quinti, erit pmutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpoſitum.

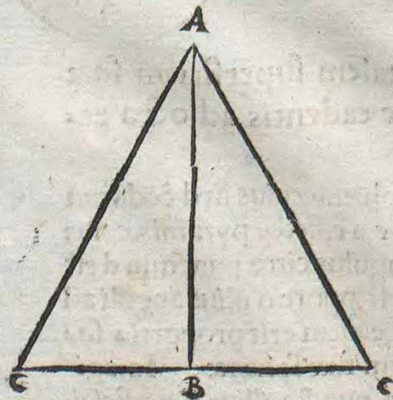
LXXXVIII.

Si inter duas quartas circulorum æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquediſtantes, & remotior à puncto ſectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in ſuperficie alicuius ſe ſecantium, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a, in quibus ſignantur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d ſunt æquediſtantes. & ꝙ linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli tranſeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b ſunt æquales, & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte puncta c & e, circumducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d b circulus erectus ſuper diametrum ſphæræ p 69. huius, & ſimiliter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquediſtantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquediſtantes p 16. undecimi, imaginata ſuperficie plana in qua ſunt puncta b c d e, circulos ſecundum illas lineas ſecante. ſed & linea c e eſt maior ꝙ̃ linea d b, ſi enim ſit æqualis cum ſit æquediſtans, palam, quia circuli a b c & a e d æquediſtantes erunt, qđ eſt contra hypotheſim, ſupponunt enim ſe ſecare in puncto a, aut ſequatur circulum tranſeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus eſt punctum a, qđ iterum eſt impoſſibile. & ſi linea c e ſit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectionis, quod eſt ꝓpoſitum hypotheſis, ergo patet ꝓpoſitum.

LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales, & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis, omnemq; lineam longitudinis eſſe in eadem ſuperficie cum axe, ipſam quoq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere.

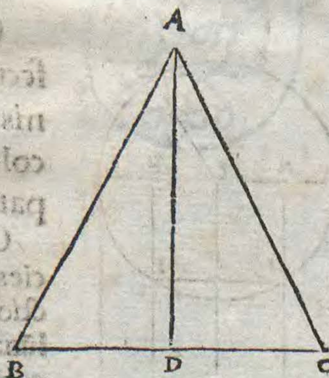


Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per tranſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ ſuum unde incipit redeat, triangulo ipſo circumducto, qui triangulus, ſi fuerit duorum laterũ æqualium, ſecundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium fuerit fixũ, cauſabitᷣ pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus, per 5. & per 32. primi. & ſi fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonia, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtuſus. & ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante ſemper 32. primi. ſic ergo diuerſantur formæ pyramidum ſecundum diuerſitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, ſunt æquales ei. ſ. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſans pyramidem ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & eſt a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lõgitudinis & ſemidiametris baſis ſunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex ijs, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, eſt polus circuli ſuæ baſis per 65. huius, & quoniã linea a c eſt in eadem ſuperficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis ſunt in eadẽ ſupeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu ſuo deſcribit circulũ baſis, patet ꝙ axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis exiſtente cõmuni, omnes anguli ad centrum b conſtituti ſunt æquales, patet ergo propoſitum.

XC.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam uel lateratam ſecundum axis longitudinẽ & ſuperficiei conicæ, cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentum, ex quo patet, quoniã illa ſuperficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ ſuperficies quæ pyramidẽ ſecundum lineam longitudinis per æqualia ſecuerit, ſecundum axem neceſſario ſecabit.

Eſto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter baſis b c, & ſit centrum baſis d, & palam per præmiſſam, qm̃ linea a d eſt axis illius pyramidis. ſuperficies itaq; plana ſecans pyramidẽ rotundam, ſecundũ axis longitudinẽ pertranſit puncta a & d, erit itaq; illa ſuperficies plana orthogonaliter erecta ſup baſem pyramidis per 18. undecimi. cõmunis itaq; ſectio baſis pyramidis & illius ſuperficiei planæ eſt linea recta p 3. undecimi, qđ eſt diameter baſis, & ſit hoc b c. trigonũ itaq; a b c eſt in ſuperficie ſecante, ſed & idẽ trigonum eſt in ſuperficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d eſt illud, ex cuius ptranſitu deſcribitur pyramis a b c, & trigonũ a b c eſt duplum illi per 1. ſexti. patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa ſupficies taliter pyramidem ſecans, diuidit ipſam per æqualia, qm̃ tranſiens uerticem & concluſa diametro per æqualia diuidit & baſem, in laterata uero pyramide, aut ſupficies plana ſecans tranſit latus aut angulum, eritq; ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis ſectio ſemper trigonis maior uel minor, patet ergo propoſitum, quoniam & cõuerſa per ſe, & ex præmiſſis patet.

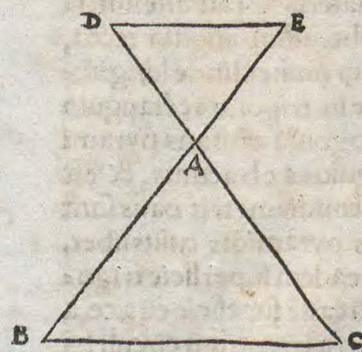


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis ſuper axem in uertice tantũ ſe interſecant, productæ quoq; aliam ſimilem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionẽ & ſitum priori pyramidi modo contrario ſe habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuſcunq; ꝓductæ, ſe ſuper axem in uer-

in uertice secent, euidens est, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes sunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipsarum aliam intersecat, ꝙ etiā ꝓductæ aliam pyramidē priori similē principiant, patet, secet enim supꝑficies plana pyramidē secundum axis longitudinē, erit ergo ꝑ præcedentē cōmunis sectio istius supꝑficiei & superficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidē causantis, sed palā per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝓducta principiant aliū trigonū priori simile, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrariā habent. & quoniā tot possunt imaginare planæ supꝑficies trās axem pyramidē secantes, quot sunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniā omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidē priori similem, lineis longitudinis à dextra prioris prodeuntibus in sinistrū posterioris, & à sinistro prioris in dextrum posterioris, & econuerso. patet ergo ꝓpositum.



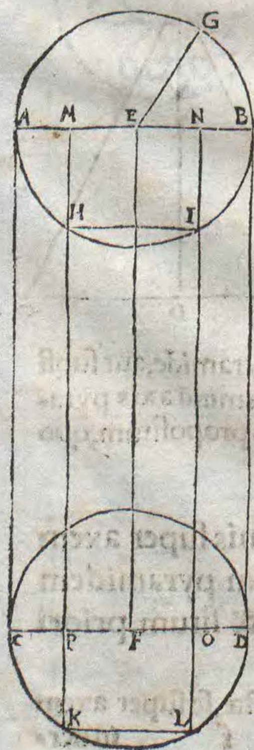
XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiametris suarum basium continentes, & in eadem superficie cum axe existentes, ex quo patet, quoniā axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit.

Hoc non indiget demonstratiōe alia nisi simili illi, quæ fit in 89. huius. sicut enim trigonum orthogoniū altero laterum rectum angulū cōtinentiū fixo, ꝑ reuolutionē suam causat pyramidē rotundam, sic quadrilaterū rectangulū quoq; suorum laterum fixo manente, alijs tribus quousq; ad locū suum redeāt, circūductis causat motu suo figurā columnarē rotundam, fiet ergo ꝑtractio omniū eorum quæ ꝓponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.

Omnis superficiei planæ secantis columnā rotundam secundū axis longitudinē & superficiei columnæ, cōmunis sectio est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentū, ex quo patet, quoniā illa supꝑficies per æqualia diuidit columnā.



Colūna rotunda sit, cuius axis e f, secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; cōmunis sectio secundū puncta a b c d. Dico, ꝙ sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis colūnæ, & duabus diametris basiū cōtenta. ducatur enī linea e a in base colūnæ & in supꝑficie secāte, hoc est ergo semidiameter circuli basis colūnæ. Cōpleat itaq; e g diametrum basis, cadetq; in supꝑficie plana columnā secante. si enī linea e g nō est ducta in superficie plana columnā secante, ducatur linea b e in illa supꝑficie secante. lineæ ergo b e & e a sunt linea una, qm̄ sunt in una supꝑficie ꝓductæ ambo orthogonaliter super axem e f cōtinue, similiterq; linea e g cōplet diametrū a e, nō in supꝑficie secāte, sed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in sublimi, qđ est contra 1. undecimi. palam itaq;, quoniam linea a b est diameter basis, & ꝙ punctus g cadit super punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniā est diameter alterius basis, lineæ quoq; a c & b c sunt lineæ longitudinis columnæ, qđ est propositum. ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qđ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Supꝑficiei secātis columnā rotundā æquedistāter supꝑficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cōmunis sectio, est rectangulū sub duabus lineis lōgitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basiū cōtentū.

Sit, ut in præcedenti ꝓpositione, columna secta per planā supꝑficiem secundū sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq; nunc supꝑficies plana columnā secās, æquedistans superficiei a b c d, cuius cōmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq; à punctis h & i lineæ ꝑpendiculares super diametrū a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq; i k minor est diametro c d, ductis ꝑpendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo ꝓpositū.

XCV.

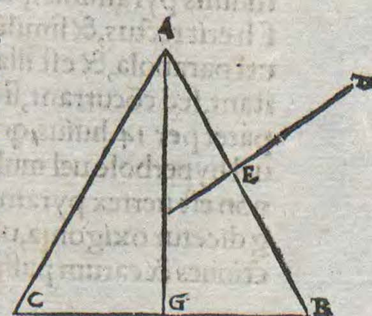
Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundū punctū contingit supꝑficies plana, ꝓposita corpora sicut sphærā, qm̄ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra. sed utcūq; contingit ipsa secundum superficiem, qm̄ cum in quolibet istorū corporum sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundū lineas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundū punctum, sed secari, qđ est contra 15. tertij, & impossibile. non ergo continget supꝑficies plana ꝓposita corpora secundū superficiem, restat ergo, ut secundū lineam contingat, & quia cōtingit in pyramide uerticē & basem & in columna ambas bases, patet, ꝙ utrunq; illorum secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e ꝑpendicularis super curuā illius supꝑficiem. Dico, ꝙ linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est ꝑpendicularis super curuam supꝑficiem ꝓpositam, palam ꝑ diffinitionē, qm̄ linea e d est ꝑpendiculariter erecta super superficiem contingentē pyramidem super aliquā lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b. palam ergo per 2. undecimi, qm̄ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est ꝑpendicularis super curuam superficiem pyramidis. patet, ꝙ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. ꝓducta ergo trās pyramidē, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b ꝑ æqualia diuidēs pyramidē, & trāsibit ꝑ axem a g per 90. huius. trigonū a b g cum linea d e est in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qđ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cōcurret cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qđ est ꝓpositum, qm̄ in columna rotunda eodem modo demonstrandū, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem supꝑficie, patet per 2 huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel colum-

 nam

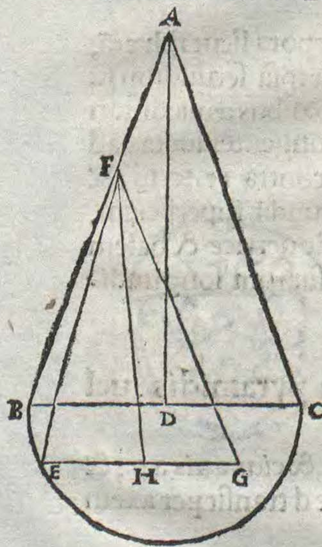
nam in loco contactus orthogonaliter inſiſtens, neceſſario ſecat pyramidẽ uel columnam per ipſius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat ſuperficies plana, palam ergo per 95. huius, q̃m continget illam ſecundũ lineam longitudinis. ſuperficies itaq; huic ſuperficiei orthogonaliter in loco contactus inſiſtens, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ curuam pyramidis uel columnæ, & ipſorum cõmunis ſectio eſt linea longitudinis, ſup quã in ſuperficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmiſſam tranſibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & ſuperficies illam axem tranſiens, ſecabit pyramidem uel columnam ſecundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam non per uerticem, & ſuperficiei conicæ pyramidis, communem ſectionem figuram triangularem eſſe impoſſibile.

Eſto pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, centrum baſis d, & axis a d, quã ſecundum axis longitudinẽ ſecet ſuperficies plana ſecundũ trigonum a b c per 90. huius,



ſecetq; ipſam alia ſuperficies erecta ſuper trigonum a b c, nõ per uerticem ſecundũ ſectionẽ, quæ ſit e f g, cuius ſupremus punctus ſit f, & ſit linea e g æquediſtans alteri diametro baſis pyramidis, cuius medius punctus ſit h, & ducatur linea f h à ſupremo puncto ſectionis ad medium ſuæ baſis, & quia linea e g eſt linea recta, quæ eſt æquediſtans diametro baſis pyramidis, & punctũ f ſignatũ eſt in ſuꝑficie conica in ſupremo, ſuꝑficies e f g ſecat conicã ſuꝑficiẽ. Si itaq; ſectio e f g ſit trigonũ. ſ. rectilineũ, patet, q̃m duæ lineæ lõgitudinis pyramidis, quæ ſunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod eſt impoſſibile & contra 91. huius. Trigonũ quoq; circuli lineam fieri eſt impoſſibile, quoniã ſuꝑficies ſecãs ſupponit̃ eſſe plana, & ſuperficies illius trigoni eſt curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa ſectio ſit linea una, dicat̃ ſectio conica uel pyramidalis, ſi itaq; axis pyramidis q̃ eſt a d ſit æqualis ſemidiametro baſis, quæ eſt b d. palam, quia pyramis a b c eſt orthogonia, q̃m angulus b a c trigoni a b c eſt rectus. Si ergo linea f h, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei e f g, & trigoni a b c æquediſtet lineæ a c, quæ eſt latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c ſit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & ſimiliter angulus h f a, tunc itaq; ſectio e f g dicetur ſectio rectangula, uel parabola, & eſt illa, quã Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquediſtant, ſed cõcurrant, ſi concurſus fiat ad partem puncti a, quæ eſt uertex pyramidis, tũc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtuſus, & tunc ſectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uerſus punctũ c, qui non eſt uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc ſectio e f g dicetur oxigonia, uel elipſis uel mukefi diminuta, & ſecundum hunc modum iſtæ ſectiones & earum paſſiones ampliſſime uariantur.

XCIX.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam lateratam trãs axem, æquediſtanter baſi & ſuperficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis ſectio eſt ſimilis periferiæ baſis. & ſi illa ſectio periferiæ baſis eſt ſimilis, ſuperficies ſecans æquediſtat baſi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa ſectio baſis æquediſtat, omẽs trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni ſunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. ſexti, ꝙ tota periferia ſectionis eſt ſimilis baſi pyramidis, quoniã omnia latera trigonorum totalium & partialium

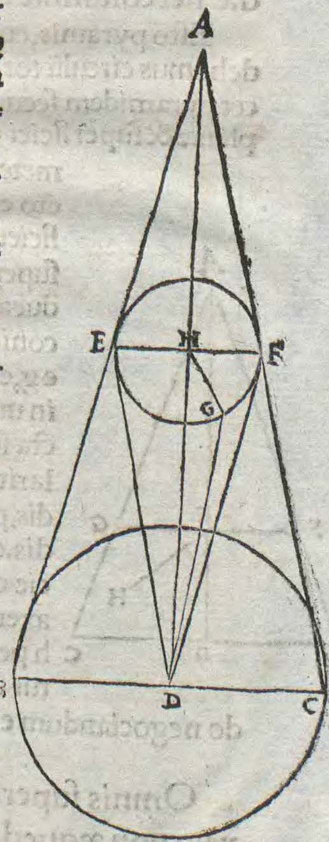
erunt

erũt ꝓportionalia, & ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis, eſt etiã baſi æq̃diſtãs, q̃m ſi nõ eſt æq̃diſtãs, erit alia ſcd̃m idẽ punctũ ſecãs per axẽ, æq̃diſtãs baſi ſimilis ꝑiferiæ baſis ꝑ p̃miſſa, ſequit̃ itaq;, ut una ſimilis, alia quoq; non ſimilis, ſecundũ idem punctũ ſecent axem pyramidis, alia uero æquediſtãs baſi fieri poterit ꝑ 31. primi, ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui linearum baſis pyramidis, & à ternis illius alijs lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis, ex hoc autem accidit impoſſibile, q̃m ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecũ ꝓpter trigonorum ſimilitudinẽ æqualem fieri intrinſeco, cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ baſis, patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandũ eſt in columnis lateratis, & facilius ꝓpter æqualitatẽ linearum ꝑ 34. primi.

C.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam tranſaxem æquediſtanter baſi, & curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cõmunis ſectio eſt circulus, & ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi, ex quo patet, ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtãter baſi ſecans pyramidẽ uel columnã, nouam pyramidẽ conſtituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrũ baſis d, ſecetq; ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, ꝙ linea e f g eſt periferia circuli, ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem, quæ eſt a d, cõmunis itaq; ſuperficiei & pyramidis ſectio, eſt trigonum, qđ ſit a b c per 90. huius. ſecetq; ſuperficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d ꝑ 16. undecimi, eſt ergo per 29. primi & per 4. ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a, ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e, ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, ſicut lineæ b e ad lineam e f. Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum ſemidiametris baſium, ſunt æquales. palam per 4. primi, quia linea d e eſt æqualis lineæ d f, & angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c, q̃m ambo ſunt recti. & angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h, quoniã ſunt reſiduæ partes rectorũ ſuper angulos æquales. palam ergo per 4. primi, q̃m linea e h eſt æqualis lineæ h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur, quoniã linea f h eſt æqualis lineæ g h, ſunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctũ h eſt centrum circuli, eſt ergo e f g linea circũferentia circuli, qđ eſt ꝓpoſitum. Et ſi ſectio e f g eſt circulus, palam, q̃m ſuperficies plana ſecundum illum circulũ ſecans pyramidẽ, eſt æquediſtans baſi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum baſis h, erit itaq; linea longitudinis, quæ eſt e a, æqualis lineæ f a per 89. huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a, remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f, erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d, ergo per diffinionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet, ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiẽ e f g, ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis, cuius diameter eſt b c, ergo per 14. undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis, quod eſt ꝓpoſitum, q̃m ſimpliciter ſecundũ præmiſſum in pyramidibus modũ, in columniſq; rotundis poteſt demonſtrari, & propter



 æquedi-

æquediſtantiã lineaꝝ longitudinis columnæ facilitas accedit demonſtrationi, fiunt enĩ lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & linæ h e, h g, h f, eritq́ſectio e g f circulus per 9. tertij, & conuerſa ſimpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaq; patet manifeſte, qm̃ omnis plana ſuperficies ſecans quamcũq; pyramidẽ æquediſtanter ſuæ baſi, nouam conſtituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda baſis eſt circulus, & in laterata pyramide, ſuperficies ſimilis baſi illius ſectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, ſemper tamen uertex illius pyramidis abſciſæ, eſt idem cum uertice prioris, & axis abſciſæ, pars axis ipſius prioris, datæ baſis quoq; æquediſtat baſi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis, ſuperficies enim æquediſtanter baſibus ſecans quamcũq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. ſ. abſciſam & ipſam reſiduam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

CI.

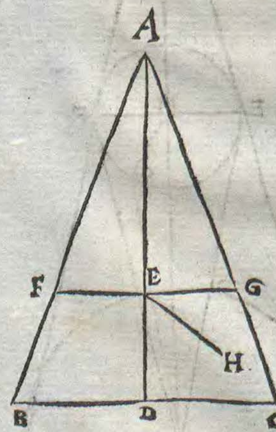
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius ſuperficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim ſuperficies plana ſecans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, ſi à puncto dato ducatur linea recta ſuper axem, illa ergò linea & axis ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi, quæ ſuperficies ſecabit pyramidem ſecundum lineam longitudinis per illud punctũ tranſeuntẽ per 90. huius, columnã quoq; per 92. huius, patet ergo propoſitum.

CII.

A dato puncto, ſiue in axe, ſiue in ſuperficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Eſto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo ſit datus punctus e, â quo debemus circulũ totali ſuperficiei conicæ circũducere. Sit itaq;, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſecundũ axem a d tranſpunctum e, cõmunis itaq; ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius baſis ſit b c, quæ erit diameter baſis pyramidis. In hac itaq; ſuperficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter ſuper axem a d, quæ ꝓducta ad conicã ſuperficiem ſit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter ſuper a d, cadatq́ punctum e in conica pyramidis ſuperficie, & ſimiliter ducatur linea e b ꝑpendiculariter ſuper axem a d, cadatq́ punctus h in conica ſuperficie, quia ergo linea a e ſuper cõmunem terminũ lineaꝝ e f, e g, e h orthogonaliter inſiſtit, palam per 5. undecimi, qm̃ illæ lineæ ſunt in una ſuperficie, eritq́ per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta ſuper illam ſuperficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta eſt perpendiculariter ſuper baſem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, qm̃ ſuperficies f g h æquediſtat baſi pyramidis. eſt ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ ſi punctus datus ſit in ſuperficie conica, ſit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis ſuper axem a d, quæ ſit f e, per 12. primi. educanturq́ à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares ſuper axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonſtratio, patet itaq; ꝓpoſitum, quoniam ſimpliciter eodem modo negociandum eſt in columnis.



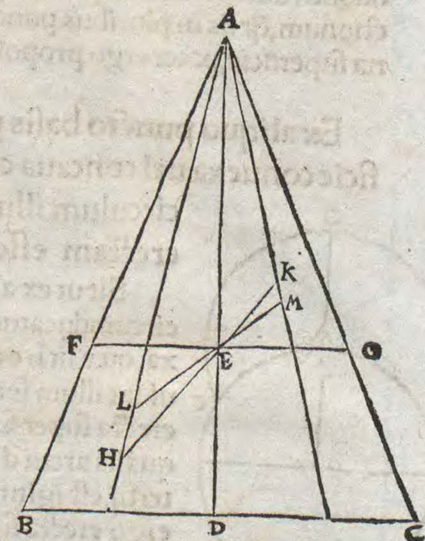
CIII.

Omnis ſuperficiei ſecantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquediſtanter baſibus, & ſuperficiei curuæ, cõmunem ſectionem circulum eſſe eſt impoſſibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, & centrum baſis d. & axis a d, ſecetq́ ipſam ſuperficies plana trans axem a d in puncto e non æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc ſectio nõ eſt poſſibile, ut ſit circulus. Eſto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica ſuperficie du

catur

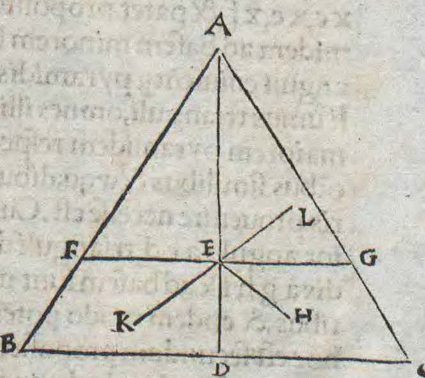
catur circulus per præmiſſam, hoc itaq; æquediſtabit baſi per 100. huius, ſitq́ f g l m, & ſignentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, eæ itaq; oẽs erũt æquales ꝑ 89. huius, ideo, ꝙ ſupficies æquediſtans baſi pyramidis, nouam pyramidẽ abſcindit per 100. huius, & quoniã ſectio f g, h k non æquediſtat baſi pyramidis, patet, ꝙ non æqualiter diſtat à uertice pyramidis, quæ eſt punctum à, ſit itaq; punctus h remotior â uertice a, & cadat in linea a l ꝓducta, & punctus k ſit ꝓpinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior q̃ linea a l, & linea a k minor eſt q̃ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e eſt acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtuſus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l eſt maius latere e l, ſed latus e l eſt æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum ſectionis, quia eſt cõmunis ſectio circuli & ſuperficiei obliquæ pyramidem ſecantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e ꝓducuntur ad periferiam ſectionis. non eſt ergo ſectio illa circulus per circuli diffinitionẽ. Dicemus ergo illã ſectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ, & in colũnis colũnalẽ, eſt tñ illa in 98. huius prius dicta ſectio oxigonia uel elipſis. & qm̃ talis ſectio eſt figuræ oblongæ, patet, ꝙ ipſa habet diametros plurimas oẽs inæquales, & per illud punctũ axis ſecti corporis trãſeuntes ipſam quoq; ſectionẽ per æqualia diuidentes, quorum maxima eſt, quæ tranſit longitudinem ſectiõis, minima uero eſt, quæ pertranſit latitudinem, & eſt ſuper maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propoſitum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ ſuperficierum ſecantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, ſi una æquediſtanter baſi, & alia non æquediſtanter ſecuerit, cõmunis ſectio eſt linea recta tranſiens pyramidem uel columnã orthogonalis ſuper axem, ex quo patet, ꝙ ſiue circuli periferia, ſiue ſectio alia quæcunq; non in eadem ſuperficie, quamcunq; ſecuerit ſectionem, in duobus tantum punctis ipſam interſecabit.

Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d ſecetur ſecundũ punctum axis e, & per duas planas ſuperficies, quarum una ſecet æquediſtanter baſi ut f g h, alia uero non æquediſtanter ut f g k l. Dico, ꝙ cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierum eſt linea tranſiens pyramidem orthogonalis ſuper axem, ut eſt linea f e g, ꝙ enim illæ ſuperficies ſe interſecẽt, patet per hoc, ꝙ aliquæ lineæ in ipſis ꝓductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo ſe interſecant, ut in pũcto e. Quòd enim illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio ſit linea recta, patet per 3. undecimi. ꝙ autẽ illa linea, quæ eſt illarum lineaꝝ cõmunis ſectio, ſit orthogonalis ſuper axem pyramidis, quæ eſt a d, patet ꝑ 14. undecimi, axis a d eſt ꝑpendicularis ſuper baſem pyramidis & ſuper ſuperficiem f g h, qm̃ illæ ſuperficies ſunt ex hypotheſi æquediſtantes, ergo per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in ſuperficie f g h eſt ꝑpendicularis ſuper axem a d. linea uero quæ eſt cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierũ ſecantium, neceſſario in ſuperficie cadit f g h, alioquin non eſſet cõmunis ſectio, palam ergo ꝓpoſitum primum. qm̃ cõmunis ſectio ſuperficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidẽ ſecantium, eſt orthogonalis ſuper axem pyrami

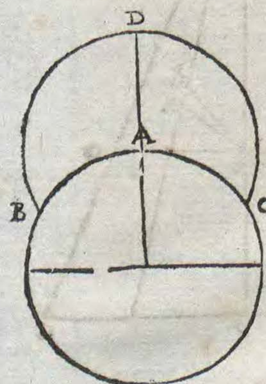


rami

ramidis,& eodem modo demonſtrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam ſi communis ſectio talium ſuperficierum eſt linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui ſunt termini illius lineæ, fiet interſectio illarum ſectionum, ꝗ̃uis in pluribus punctis hoc ſit fieri poſſibile, cum ſe interſecant in eadem plana ſuperficie, patet ergo propoſitum.

CV.

Ex aliquo puncto baſis periferiæ columnæ rotundæ ſemicirculo in ſuperficie conuexa uel concaua columnari circumducto, neceſſe eſt lineam ſemicirculum illum per æqualia diuidentem ad ſuperficiem baſis erectam eſſe.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ baſis columnæ rotundæ ꝙ ſit a, circumducatur ſemicirculus in ſuperficie columnæ concaua uel conuexa, quæ ſit b c d, & eius centrum erit punctum a, ſitq́ ita, ut linea a d diuidat illum ſemicirculum per æqualia in puncto d. Dico ꝙ linea a d eſt erecta ſuper ſuperficiem baſis columnæ, quoniam enim arcus b d eſt æqualis arcui d c, patet, ꝙ angulus d a b eſt æqualis angulo d a c per 26. tertij. eſt igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ, eſt ergo erecta ſuper baſem per 92. huius, patet ergo ꝓpoſitum.

CVI.

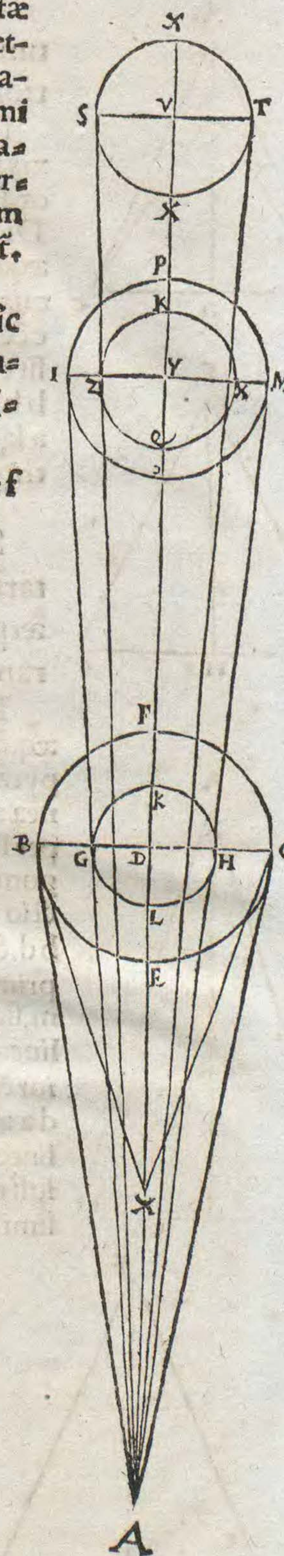
Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiuſdem uel diuerſæ altitudinis inſcribere, ex quo patet inſcriptæ angulum ad baſem, angulo circumſcribentis maiorem eſſe: & ſi inſcripta pyramis ad aliam baſim priori baſi æquediſtantem producatur, anguli productæ ad baſem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunq́ anguli ad baſem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

Eſto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiuſdem altitudinis debet inſcribi, ſit orthogonia, & ſit a b, a c, a e, a f lineis ſuæ longitudinis ſignata, & axis eius ſit a d, abſcindatur itaq́ ſemidiameter baſis quæ eſt d c, ut libuerit, & ſit abſciſa in puncto h, producatur itaq́ linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet́q pyramis a g h i k, cuius axis a d, & ſic poteſt fieri inſcriptio ad q̃dcunq́ punctum lineæ d c, & hoc eſt qđ proponebatur primum. Q̃d ſi diuerſæ altitudinis pyramidem ad baſem commune inſcribere placuerit ſimilem priori datæ, ſignato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod ſit x, producãtur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propoſitum. Similiter erit faciendum, ſi quis inſcribere uoluerit pyramidem ad baſem minorem baſe pyramidis datæ. patet autem ex præmiſſis, cum omnes anguli cuiuſcũq́ pyramidis ad baſem, ſint æquales per 89. huius, quoniã ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli cauſantur. palam, ꝙ quicquid in triangulo cauſante maiorem pyramidem reſpectu trianguli cauſantis minorem pyramidem proueniet, in oĩbus ſimilibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad ſimiles triangulos maioris prouenire neceſſe eſt. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d ſit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam eſt extrinſecus. patet, ꝙ omnes anguli pyramidis a g h i k ad baſem ſunt maiores oĩbus angulis pyramidis a b c e f ad baſem exiſtentibus, & eodem modo poteſt demonſtrari in pyramide inſcripta pyramidi a g h i k, & hoc eſt ſecundum propoſitum. Q̃d ſi linea longitudinis, quæ eſt a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq́ angulus a m n rectus, & ſecundum eum compleatur pyramis a l m o p ſuper axem a n, patet tertium propoſitum, quoniam anguli ꝓductæ pyramidis, qui fiunt ad baſem, erunt maiores angulis ad baſem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis eſt angulo d h a, & angulus d h a maior eſt angulo d c a, ergo angulus n m a maior eſt angulo d c a, omnes ergo anguli

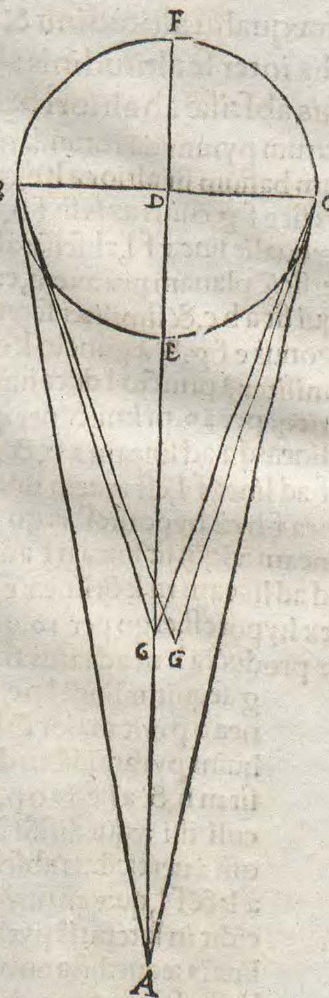
ad baſem pyramidis a l m o p angulis ad baſem pyramidis a b c e f ſunt maiores, quilibet. ſ. ſuo correſpondenti. Eodem autẽ modo demõſtrari poterit, & ſi pyramis inſcripta pyramidi a g h i k, producatur ad baſem dictæ pyramidis priori baſi æquediſtantem, eſt enim idem modus, patetq́ ex prædictis ultimum ꝓpoſitum. ſ. quia quantum anguli ad baſem amplíantur, tantum aguli ad uerticem eiuſdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum ſint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addit̃, neceſſe eſt ut in reliq̃ minuatur, & hoc eſt totũ qđ ꝓponebat̃.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inſcribatur, ſicut ambarum eadem baſi exiſtente diuerſæ ſint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea conſiſtere eſt neceſſe.

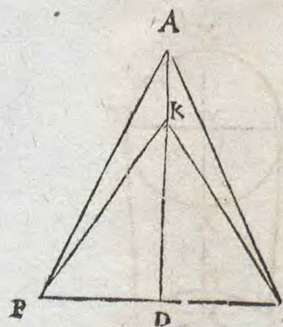


Eſto pyramis data, quæ ſit a b c e f, cuius baſis ſit circulus b c e f & eius centrum d, ſitq́ axis pyramidis a d, & ſit exempli gratia orthogonia, inſcribaturq́ ei per præcedẽtem ad eandẽ baſem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrũ circuli baſis ambarũ pyramidũ, qđ eſt d, & uertex datæ pyramidis, q̃ eſt a, & uertex inſcriptæ pyramidis qui ſit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidẽ patet de punctis a & d, ꝙ autẽ punctum g in eadem ſit linea, ꝓbatur. Si enim non eſt in eadem, ergo ad aliquã partem extra illam lineam declinat, ſit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterã uerſus lineam a c in ſuperficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq́ ꝑ 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiuſdẽ pyramidis ſunt æquales, patet, ꝙ latera g b & g c ſunt æqualia, ſed & b d eſt æqualis ipſi c d, & axis g d cõmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c eſt æqualis angulo g d b uterq́ ergo eſt rectus. Sicut autẽ angulus a d c eſt rectus, ſic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus eſt pars recti, hoc autẽ eſt impoſſibile. patet ergo, cum ubicunq́ extra lineam a d ſignato puncto g, ſemper idem accidit impoſſibile, quoniã punctus g neceſſario erit in linea a d, hoc eſt ꝓpoſitum. Q̃d ſi à puncto g ad baſem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli baſis, ſequitur aliud impoſſibile contra hypotheſim. ſ. ꝙ ad eandem baſim illa pyramis non ſit inſcripta, qđ eſt contra præmiſſa, uel ſequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circũferentiã non ſint æquales, qđ



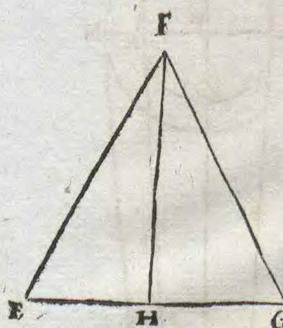
totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.



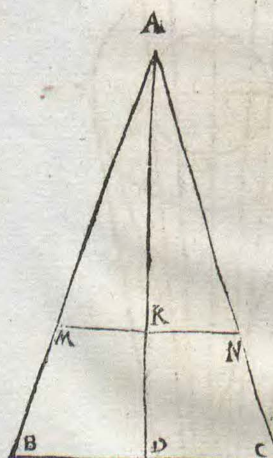
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æqualium basium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintq́ ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico q angulus b a c est minor angulo e f g. Resecet̃ enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq pyramis b c k æqualis e f g, secetq́ superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula, patet ergo ꝓpositum.

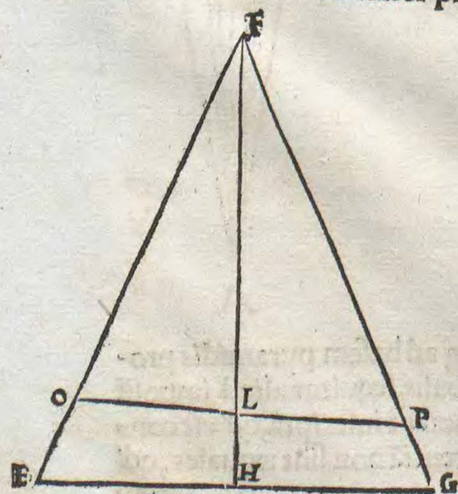


CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ basiũ, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindãtur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorẽ esse.



Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscĩdaturq́ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f. secetur itaq pyramis altior per superficiẽ planam per axem, eritq́ per 90. huius sectio cõmunis trigonus qui sit a b c, & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistanter basi b d. & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistanter basi e h p 31. primi, eritq́ per 29. primi, & per 4. sexti ꝓportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineam a k, & ꝓportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineã f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior q̃ linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est ꝓportio lineæ d a ad lineam a k, q̃ sit linea h f ad lineam f l. est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k q̃ lineæ e h ad lineã o l, sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypotesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior q̃ linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineã l p esse maiorem q̃ sit linea k n, & tota linea o p erit maior q̃ linea m n, circũducãtur itaq per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorũ unius diameter sit m n, & alterius o p, eritq́ o p maior circulo m a, & qa circuli illi æquedistãt basibus pyramidis, patet p 100. huius, q̃m à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq́ penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, q-busdam lineis ꝓductis à trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.



Si

CX.

Si pyramis rotunda sphæram intersecet, nec eius conica superficies à superficie sphæræ intersecetur, cõmunis sectio superficierum sphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius superficies plana secundũ circulum secat sphæram, basisq́ pyramidis superficies plana est, quia circulus, palam, q illa basis sphærã secundum circulum intersecabit, intersecat autẽ pyramis sphæræ superficiẽ secundum totam suam basem, quia superficies eius conuexa conica à superficie sphæræ non intersecatur, ut patet per hypothesim. patet itaq, q cõmunis sectio superficierũ dictarũ, erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq́ illa circumferentia contenta, quæ est circulus, q est basis pyramidis, erit superficies cõmunis. & si aliàs corpusculũ, qd' est pars sphæræ resectum à sphæra per illam superficiẽ, sit corpus uterq dictorũ corporũ cõmune.

CXI.

Si pyramis sphæram intersecet, sit ut circulus basis pyramidis in sphæræ superficie circulo maiori sphæræ æquedistet, diametrum sphæræ super illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est, ex quo manifestum est, diametrum sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui est basis pyramidis, cõmunis est sphæræ, sicut pyramidi, tunc per 68. huius patet ꝓpositum, quia enim circulus, qui est basis pyramidis, æquedistat circulo magno sphæræ, & ij circuli æquedistantes sunt ambo in superficie sphæræ, erit diameter sphæræ centrũ circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens, transit enim orthogonaliter centra amborũ illorum circulorũ, & q̃m à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, s. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter sphæræ, ut præmissum est, patet ex 14. primi, q̃m illæ duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una, diametrum ergo sphæræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam necesse est, & hoc est quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ super periferiam oxigoniæ sectionis productarũ, trans eius superficiem unica est, perpendicularis super secti corporis axem, & ipsa est minima diametrorum sectionis.

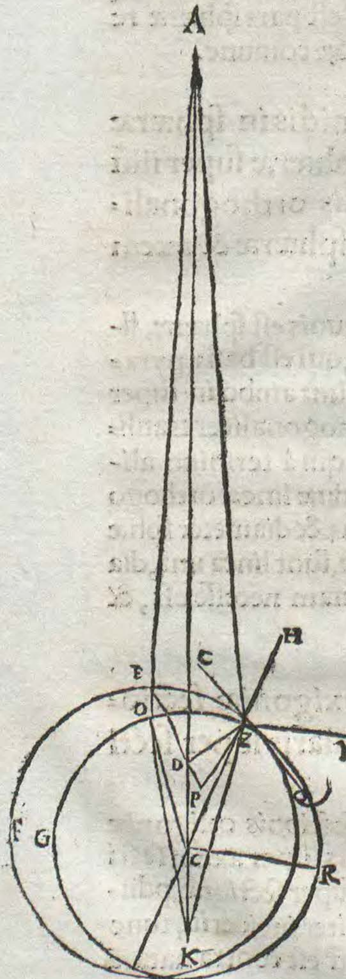
Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis sectio sup̃ficiei ipsius sectionis oxigoniæ & circuli secundũ idem punctum axem secantiũ, est linea orthogonalis super axem secti corporis, in alijs autem omnibus punctis sectionis, perpendiculares super sectionẽ ꝓductæ, oblique incidunt axi, quoniã si aliqua ipsarũ ipsi axi ꝑpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis super superficiẽ sectionis ꝑpendicularis erit, qd' est contra naturã sectionis, patet ergo propositum.

CXIII.

In sectione pyramidali transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in superficie sectionis, ductam super superficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis remotiore à uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionẽ contingentem sub axe pyramidis concurrere est necesse: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k, sitq́ in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quẽ ꝑtranseat sectio pyramidalis quæ sit b f, e z, in qua

etiam ſit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis ꝗ ſit punctus e, contineatq; linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ. Dico ꝙ ſi ducatur à puncto z linea ꝑpendicularis ſuper lineam in illo puncto z, ipſam ſectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, ꝙ illæ duæ perpendiculares concurrẽt ſub axe a c b, ſit enim, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſuper punctum z æquediſtanter baſi, & hoc quidẽ per 100. huius, ſecabit eam ſecundũ circulum, ſit ille circulus g b r z, cuius centrum ſit c, cõmunisq; ſectio huius circuli & ſectionis oxigoniæ ſit diameter ut corda circuli, q̃ eſt g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per ſignata in ſuperficie pyramidis puncta e & z lineæ lõgitudinis pyramidis quæ ſint lineæ a z & a e, & ꝓducatur linea a e, donec ipſa ſit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo ꝙ eſt linea longitudinis, & quia punctus ꝓpinquior eſt uertici pyramidis ꝗ ſit punctus z, cadat ergo linea a c producta in punctũ circuli o, & à puncto dato qui eſt e, ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſupficiem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius concurret cum axe pyramidis qui eſt a c k, concurrat ergo in puncto d, & ſit illa perpendicularis e d, copuletur quoq; linea z d, continens angulũ acutum cum ꝑpendiculari e d, qui ſit angulus z d e, & q̃m linea d z eſt in ſuperficie ſectionis per 1. undecimi, ſicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝑpendicularis ſuper lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, qd' eſt c ſemidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a eſt acutus, patet, ꝙ perpendicularis ſuper lineam a c ducta à puncto o, cadet ſub centro circuli qd' eſt c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & ſit o k æquediſtans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens ſectionẽ in puncto z quæ ſit c q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per 16. tertij, quæ ſit z u, & ducatur diameter circuli quæ ſit b c z, & à centro c ducatur ſemidiameter perpendicularis ſuper diametrum b c z, quæ ſit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur ſuper centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis ſuper axem a c k, q̃m eſt ſemidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a c z ſecantem pyramidem per axem. Sed & linea c r eſt æquediſtans lineæ contingenti circulũ in puncto z, qui eſt y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a c z, linea ergo t q contingẽs ſectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. patet ꝙ linea t q non eſt ꝑpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ a c z, uerum, quia punctus k, qui eſt punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poli factam, in principio eſt polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z ſunt æquales, & axis a k cõmunis, ſed & linea a o eſt æqualis lineæ a z per 89. huius, cum ſint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmiſſa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k ſunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & q̃m angulus a o k eſt rectus, ideoq; linea o k ducta eſt perpendiculariter ſuper lineam a e, ut patet per præmiſſa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z ſit perpendicularis ſuper lineã a z, quæ eſt linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem contingentem pyramidẽ ſecundum lineam a z lineam longitudinis, ſed linea t q eſt in ſuperficie illa contingente, quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingentis, & ſuperficiei ſectionis b f e z, q̃m eſt in ſuperficie contingente pyramidẽ ducta, contingens ſectionem, eſt igitur linea k z perpendicularis ſuper lineam t q per diffinitionẽ lineæ

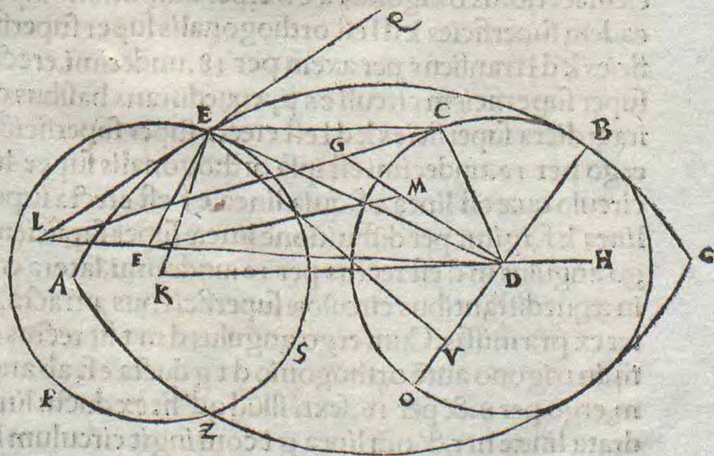


lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. ducatur quoq; à puncto z in ipſa ſuperficie ſectionis per 11. primi, ꝑpendicularis ſuper lineã t q, quæ ſit linea z h. Cum itaq; linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam ꝙ ipſa ſecabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una ſuperficie per 2. undecimi, ſuperficies ergo k z h ſecat ſuperficiem ſectionis ſuper lineã eis ambobus cõmmunẽ, quæ eſt h z, & per 19. huius, & ſecat lineam t q in puncto z, & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam cõmunem ambobus illis ſuperficiebus, q̃ eſt linea h z p. Verum linea d z e eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſupra patet, & ſecatur à linea k e in puncto z, & punctus t eſt ſupra ſuperficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita ſuperficies k z h ſecat ſuperficiẽ d z q ſuper lineam cõmunẽ, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper lineam t q, & eſt linea z h, quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, & ſuper eam eſt perpendicularis linea t q, ut patet ex præmiſſis, & q̃m ſuperficies h z k ſecat ſuperficiẽ d z q, & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, fit ex parte ſemidiametri z c, erit linea quæ eſt cõmunis ſectionis illarum ſuperficierũ, & eſt linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ eſt à puncto z ducta perpendiculariter ſuper lineam ſectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝑpendiculari e d ſub axe a c b, q̃m perpendicularis e d ſecat axem pyramidis, quæ eſt a c k in puncto d, ꝙ autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra ſectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e eſt acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d ſub puncto d, & ſit cõcurſus punctum p, patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in ſectione columnari ſignatorũ ducta perpendicularis ſuper axem columnæ in ipſa ſuperficie ſectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari ſuper axem columnæ continente, ſi ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari ſub axe, & ſub puncto concurſus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit ſectio columnaris quæ a e, b e, in qua ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt b & e, ſitq; columnæ, in cuius ſuperficie cadit illa ſectio, axis linea h d k, & ab altero ſignatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipſa ſuperficie ſectionis linea b d, perpendiculariter ſuper axem incidens puncto d, & ducatur item in ſuperficie ſectionis à reliquo datorum punctorũ qd' eſt e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui ſit e d b, ſitq; linea contingẽs ſectionem in puncto e, quæ ſit exempli cauſa linea l e q. Dico ꝙ perpendicularis à pũcto e ducta ſuper lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d ſub axe b k, & ſub puncto d, q eſt punctus concurſus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius ſuper pũctũ ſectiõis qd' eſt b circulus æquediſtans baſibus columnæ, qui ſit b c o, cuius centrũ ſit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ ſit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d in ipſa circuli ſuperficie. palam ergo, ꝙ ſuperficies h d g cũ ꝑ axem tranſeat, quæ erecta eſt ſuper circuli ſuperficiem, perpendicularis ſuper eandem circuli ſuperficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



 æquedi

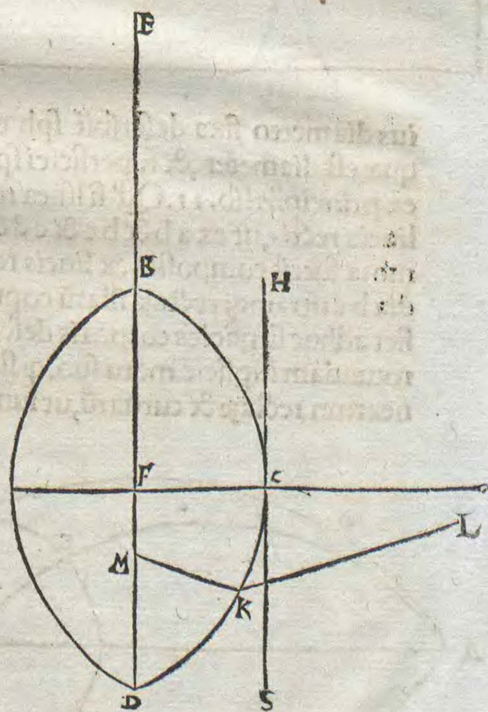
æquediſtans ſuperficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à pun
cto b eſt æquediſtãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs
ſuper punctum b, eſt æquediſtans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b eſt rectus
ex præmiſſis, & angulus contentus ſub linea d b, & ſub linea contingente in puncto b eſt
rectus per 17. tertij, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 15. undecimi, igitur ſuperficies
in qua ſunt lineæ l e & e c, non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g per 24. huius, q̃m ſuperfi-
cies contingens ſectionẽ oxigoniam in puncto b, non eſt æquediſtans ſuperficiei contin
genti eandem ſectionẽ in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q contingens ſectionẽ, & linea
longitudinis quæ eſt e c, angulus enim e d b eſt acutus ex hypotheſi. Superficies ergo h d
g non æquediſtat ſuperficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g p
3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ neceſſario erit contingens circulum b c o, cuius ſu-
perficies, in qua ipſa ducitur columna, ſit contingens. ducta autem linea c d, erit angu-
gulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d eſt ſemidiameter circuli, & linea g t con
tingit circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius ſuper e punctũ ſectionis circulus æquedi
ſtans baſibus columnæ qui ſit e s z p, & centrũ huius circuli ſit punctus axis qui k, & du
catur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ ſecabit ſuperficiẽ e s p, ſecet ergo illam
in puncto f, quia itaq; punctũ d eſt in ſuperficie ſectionis, ut patet ex præmiſſis & ex hy
potheſi, & punctũ l, qđ eſt punctum lineæ contingentis ſectionẽ, eſt in eadem ſuperfi-
cie ſectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l eſt in ſuperficie ſectionis, punctum ergo f
eſt in ſuperficie ſectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e eſt in ambabus ſuperficiebus,
ergo per 1. undecimi linea e f ꝓducta erit in ambabus illis ſuperficiebus, ergo per 19. hu
ius ſecundũ lineam e f ſecans ſe ſuperficies ſectionis & circuli e s z p. ducatur itaq; linea
k f, & à puncto f ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli b c o per 11. unde-
cimi, quæ ſit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmiſſis, & ducatur linea
t m. palam ergo, q̃m linea k d æqualis, & æquediſtans eſt lineæ f m per 25. huius. Sunt
enim lineæ k d & f m ambæ ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem circuli b c o & ſuper ſuper
ficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquediſtant per 32. huius, utraq; enim ipſarũ
æquediſtat ambabus baſibus columnæ per 100. huius, quia itaq; linea f m eſt æqualis &
æquediſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquedi-
ſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit linea f m æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis
quæ eſt e t per 30. primi, quoniã linea t e eſt æqualis & æquediſtans axi k d per 92. huius,
cum ſit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquediſtans lineæ d t, & li
nea e f æqualis & æquediſtãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam ſuperficies k
d l s, quia tranſit axem columnæ, & angulus g d b eſt rectus & orthogonalis ſuper ſuꝑfi
ciem ſectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ ſuper ſuperficiem, &
eadem ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p, q̃m enim illa ſuꝑ-
ficies k d l tranſiens per axem per 18. undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ, ergo &
ſuper ſuperficiem circuli e s p, æquediſtans baſibus c a, eſt eadem ſuperficies k d f, quia
itaq; dicta ſuperficies k d l eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ & circuli e s p,
ergo per 10. undecimi eſt ipſa orthogonalis ſuper lineam cõmunem dictæ ſectioni &
circulo quæ eſt linea e f, quia linea e f eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt
linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuꝑficiem erectæ, angulus e f k eſt rectus, er-
go angulus m d eſt rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neq;
in æquediſtantibus circulorũ ſuperficiebus ꝓtracta, æqualia ſunt & æquediſtantia, ut pa
tet ex præmiſſis. Cum ergo angulus d m t ſit rectus, & angulus g d c ſit rectus per 17. ter
tij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta eſt ab angulo ad baſem ꝑpendicularis quæ t
m, ergo per 8. & per 16. ſexti illud qđ ſit ex ductu lineæ d m in lineã g m, eſt æquale qua-
drata lineæ m t, & q̃m linea g t contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingen
te ducta ad punctum contingentiæ qđ eſt t, palam, quoniam linea l g eſt æquediſtans
axi k d, q̃m enim ſuperficies ſecundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ eſt
l e t g, & ſuperficies ſecans columnã trans axem quæ eſt h d g l ſunt erectæ ſuper baſiũ co
lumnæ ſuperficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com
munis

munis ſectio, quæ eſt in ꝓpoſita linea l g ſuper eaſdem ſuꝑficies baſium, ꝑpendicularis
erit. æquediſtabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquediſtat lineæ f m per 30. pri-
mi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquediſtat baſi l g, patet per 2. ſexti, ꝙ linea f m
ſecat illa latera ꝓportionabiliter, eſt ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, ſicut lineæ
d m ad lineam m g, ergo ꝑmutatim per 16. quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m,
ſicut lineæ f b ad lineam m g, ſed d f maior eſt q̃ linea d m per 19. primi, q̃m in trigono
d m angulus f d m eſt rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l eſt maior q̃ linea m g, er-
go illud qđ ſit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius eſt illo qđ ſit ex ductu lineæ d m
ad lineam m g, ergo & quadratũ lineæ t m eſt æqualis lineæ y f, ut patet ex præmiſſis,
ergo illud qđ ſit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius eſt quadrato lineæ e f, eſt ergo tri
gono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia ſi eſſet rectus cum linea e f, ſit per
pendicularis ſuper lineam d l, eſſet per 8. & 16. ſexti illud qđ ſit ex ducto lineæ d f in line-
am f l æquale quadrato lineæ e f. reſtat ergo ut linea ſit perpendicularis ſuper lineam cõ
tingentem ſectionẽ a e b c, quæ eſt q l, ducta à puncto e, cadat ſub linea e d, non perueni-
et in puncto d, ſit ergo illa ꝑpendicularis linea e u, & quia angulus e d b eſt acutus, & an-
gulus d e b eſt acutus, q̃m angulus u e q eſt rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b pro-
ductæ, concurrent in puncto aliquo ſub axe h k, & ſub concurſu lineæ e d cum linea b d,
qđ eſt euidens, patet ergo ꝓpoſitum. perpendicularis enim ſuper lineam ſectionẽ con
tingentem, eſt ꝑpendicularis ſuper ipſam ſectionem columnarem per diffinitionem fa-
ctam in principio huius libri.

CXV.

**Omnis recta perpendicularis ſuper oxigoniam ſectionem producta, ta-
liter diuidet ſectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum ſit
punctus, à quo ducta contingens æquediſtet ipſi perpendiculari.**

Eſto oxigonia quæ a b c d, quã ꝑpendicularis e b d ſecet in duas partes quæ ſint b c d
& b a d. Dico ꝙ unaquæq; illarũ partium eſt unicus tantum punctus, à quo ducta con-
tingens æquediſtat ꝑpendiculari e b d, quoniã enim
ꝑpendicularis e b d diuidit ſectionẽ, diuidatur eius
pars b d, cadens intra ſectionẽ per æqualia per 10.
primi in puncto f, & ab illo puncto f exigatr per 11.
primi, ꝑpendicularis ſuper lineam b d, quæ ꝓducta
ad periferiam ſectionis in punctũ c ſit f c, & à pũcto
c ducatur ꝑpendicularis ſuper lineam f c quæ ſit g c
h, eritq; linea g c h contingens ſectionẽ, quoniã ad
utranq; partem ꝓducta, non ſecabit illam. palã itaq;
q̃m linea g c h æquediſtat ꝑpendiculari ſuper ſectio
nem quæ eſt e b d per 28. primi. Qđ ſi ab alio aliquo
puncto partis ſectionis quæ b c d, ut à puncto k pro
ducatur linea contingens ſectionẽ quæ ſit k b, patet,
quoniã illa concurret cum linea g c h per 14. huius,
quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad il
lud aliud punctũ k, fient anguli c k l & k c g minores
duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g eſt rectus, & li-
nea k l cum aliqua linea ſecante lineam b d, continet
angulũ rectum, ut forte cum linea k m, quia itaq; an-
guli c k l & k c g ſunt minores duobus rectis, ergo ꝑ
2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum
ꝑpendiculari e b d, ſimiliter quoq; in parte ſectionis
quæ eſt b a d facta deductione, patet ꝓpoſitum.

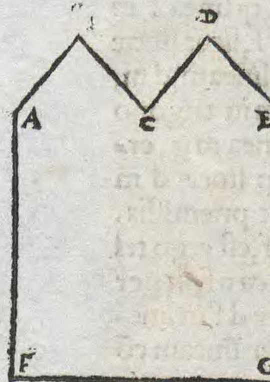


CXVI.

**Omnes oxigoniæ pyramidales ſectiones ampliantur ex parte baſis pyra
midis, qđ non accidit in columnis.**

Hoc

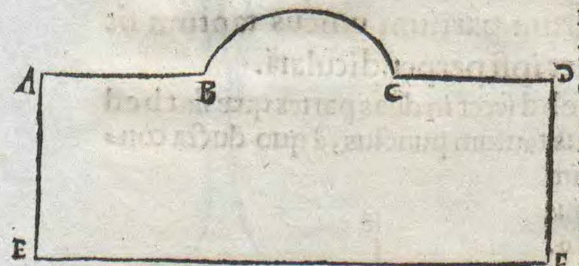
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. ſi enim ſecundũ punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis ſuper ſectionem pyramidalẽ ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineť columna, cuius baſis ſit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit ſuperiorẽ partem pyramidis, & ſic inferior pars ſectionir pyramidalis continebit inferiorẽ partem ſectionis columnaris, & ſuperior pars ſectionis columnaris continebit ſuperiorẽ ſectionis partem pyramidalis. Partes autẽ ſectiõis columnaris ſunt æquales propter æqualitatẽ corporis & angulorum ſuper axem per 92. huius, patet ergo propoſitum.

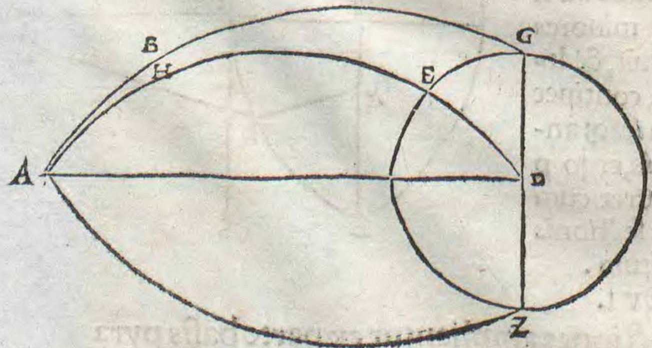


CXVII.

Omnis ſuperficiei planæ ſuper axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota deſcribit ſuperficiem corporis ſibi ſimilẽ, cuius ſuperficiei corporis & ſuperficiei planæ ipſum corpus per axem ſecantis, cõmunis ſectio eſt linea ſimilis motæ lineæ illã ſuperficiẽ cauſante.

Qđ hic ꝓponitur, patet ſatis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum linearũ circa axem aliquã mota deſcribit ſuperficiẽ, cuius omnes lineæ ſunt ſimiles ipſi lineæ motæ, cauſante motu ſuo illam ſuperficiẽ, hoc enim patet in ſuperficie rectangula, quæ uno latere fixo ſuo & alijs tribus motis deſcribit columnã rotundam, cuius ſuperficiẽ & ſuperficiei planæ columnã per axem ſecantis, cõmunis ſectio eſt linea ſimilis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu ſuorum duorũ laterum fixo tertio efficit pyramidẽ rotundam, ut patet ꝑ 90. huius, omnis ſuperficiei planæ ſecantis ipſam pyramidẽ per axem, & ſuꝑficiei conicæ pyramidis, cõmunis ſectio eſt triangulus continẽs lineas ſimiles prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiã in ſemicirculo motu, cuius diametro fixa deſcribiť ſphæra, & omnis ſuꝑficiei planæ ſecantis ſphærã per axem, quæ eſt diameter, & ſuperficiei ſphæricæ cõmunis ſectio eſt circulus, ut patet hæc oĩa ex principijs lib. 11. Qđ ſi linea mota circa axem fixum, quæ ſit f g, fuerit compoſita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel ſi linea mota fuerit compoſita ex lineis rectis & curuis actu, ut ſi a b & c d ſint rectæ, quarum media b c utramq; rectarũ illarũ copulans ſit curua, fiatq; motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc ſuꝑficies corporis deſcribi ſimiles habens lineas ipſis lineis cauſantibus illam rotundam ſuꝑficiẽ motu ſuo. ꝙ ſi linea mota fuerit compoſita eſſentialiter ex natura linearum rectarũ & curuarũ, ut ſunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua ſectio conica, ut ſi ſectionis ꝑabolæ medietas quæ mouetur ſit a b g, cuius axis a d, & ſit linea g d ꝑpendicularis ſuper ipſam axem a d, figuraq; axis a d, & reuoluať a b g, donec redeat ad locum à quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ ſuperficies cõcaua uel conuexa, cuius baſis erit circulus ꝓueniẽs ex motu lineæ rectæ quæ eſt d g, ſitq; ille circulus g e z, & eius centrũ eſt punctũ d, qm̃ punctum g motu ſuo illius circuli periferiã deſcribit, eritq; uertex illius





illius cauſati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ eſt à d ſuꝑficies plana, utcunq; illius ſit poſſibile accidere, & ſecet illius corporis ſuperficiem, palam itaq; per 3. undecimi, qm̃ illius ſuperficiei & ſuperficiei corporis cõmunis eſt linea quæ ſit a h e. Dico ꝙ linea a h e eſt ſectio ꝑabola æqualis & ſimilis ſectiõi a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri ſectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctũ g ꝓuenit ad punctum e, cooperit tota ſuperficies a b g d totam lineã a h e d, & fient ſuꝑficies una, & quoniã ſectio a b g d facit euenire ſuperficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d ſemper ubicunq; reuoluatur ſectio, eſt cõmunis differentia inter ſuperficiem ſibi continuam & inter ſuperficiem planam ſecantẽ. Cũ itaq; ſupponiť ſectio a b g d ſectiõi a h e d, erit cõmunis ſectio inter ſuperficiem ſecantẽ & ſuperficiẽ corporis linea a b g d, ſed & eadem cõmunis ſectio eſt linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d ſibi adinuicem ſuperpoſitæ ſunt linea una, linea ergo a h e eſt periferia ſectionis ꝑabolæ æqualis & ſimilis lineæ a b g, ſuperficies ergo a h e d eſt ſectio ꝑabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ ſunt cõmunes ſectiones ſuperficiei planæ ſecantis corpus per axem a d, & omnis ſuperficiei illius corporis, patet ergo ꝓpoſitum in illis ſectionibus conicis quibuſcunq;. patet etiam eodem modo ꝓpoſitum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc eſt propoſitum principale.

CXVIII.

Omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis, aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis eſt in qualibet ſui parte, aut eſt circulus, aut linea recta. Circulus uero motu ſuo facit ſphæram, quoniã ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu ſuo nõ poteſt cauſare niſi pyramidẽ, cum eſt latus trigoni, uel columnã, cũ eſt latus quadranguli, qm̃ in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, eſt angulus cauſans diuerſitatẽ formæ in ſuperficie figuræ ꝓductæ, non ergo efficit conuexam ſuperficiem uel concauam regularẽ, patet ergo, ꝙ omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis eſt talis, ut proponitur.

CXIX.

Lineam datam ſecundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi ſecundum ꝓportionem duarum datarũ linearũ c d & e f, & à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abſcindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ ſit a g, & à puncto g incipiendo, abſcindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducať linea æquediſtanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaq; ꝓducta ſecabit lineam b per 2. huius. ſecet ergo in puncto k. linea itaq; a b indiuiſa ꝓpoſita erit diuiſa ſecundũ modum diuiſionis lineæ a h diuiſæ, erit enim per 2. ſexti ꝓportio lineæ a k ad lineam k b, ſicut lineæ a g ad lineam g h, ergo ſicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc eſt propoſitum.

CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam ſecundũ datam proportionem partium illarum linearũ ſecante, ab eodem puncto inter eaſdem rectas, quæ prius diuiſam ab eiſdem terminis ſeruata denominatione proportionis, ſecundum eandem proportionem ſecet aliam lineam duci, eſt impoſſibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, ſecet lineam d e in puncto c ſecundũ aliquã datã ꝓportionẽ. Dico ꝙ à puncto a non poteſt duci alia linea ad lineam d c, quæ ipſam ſecet ſecundum eandẽ datam ꝓportionẽ, ita, ut denominato ꝓportionis, ſeruetur ab eiſdem terminis lineæ d e. ſi enim à puncto a lineam aliam duci taliter ſit poſſibile

ſibile, fiat ſuper punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uerſus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq; angulus c d b obtuſus, & ꝓducatur linea d b in continuũ uerſus punctũ a, & à puncto a ducatᷓ linea ꝑpendicularis ſuper lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ ꝓportionem prius datam, quæ eſt lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquediſtans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior q̃ linea h s per 18. primi, angulus itaq; i g h eſt maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h eſt per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h eſt maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h eſt maior q̃ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquediſtans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, ſed linea b c eſt maior q̃ linea k b, ergo linea c b eſt maior q̃ linea h i, ergo c b eſt maior q̃ linea h g, ſed & linea h e maior eſt q̃ linea c e, qm̃ totum maius eſt ſua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, q̃ lineæ g h ad lineam h e, non eſt ergo eadem ꝓportio qđ eſt cõtra hypotheſim, aut ſequitur lineam e c eſſe maiorem q̃ ſit linea e h per 14. quinti, quia totũ eſt impoſſibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h ſit minor q̃ linea d c, & a e ſit maior q̃ c e, per 9. ergo huius concludatᷓ ut prius, non eſt ergo poſſibile à puncto a duci aliam lineam ſecantem lineam d e ſecundum datam ꝓportionem, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter ſecare, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſimilis proportiõi alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Eſto data linea a b, quã ſecundũ modũ ꝓpoſitum debemus diuidere, diuidatur itaq; ſecundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, ꝙ ſit diuiſa in puncto c, & ſit pars eius a c maior q̃ pars eius c b, quia itaq; ꝓpoſitæ ſunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c ſecundũ ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq; diuiſio in puncto d, ita, ut ſit proportio lineæ a d ad lineam d c, ſicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, ꝙ linea a b eſt modo ꝓpoſito diuiſa, eſt enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremarũ ſuarũ partium quæ eſt c b, ſicut reliquæ ſuæ partis extremæ quæ eſt a d ad partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones quæ eſt d c, patet ergo factũ eſſe qđ ꝓponebatur.

CXXII.

Diuiſa linea recta taliter, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarum partium ſit ſimilis portioni partis alterius extremæ ad eam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis ſectionũ æquediſtantes inter ſe, à terminoq; reliquo datæ lineæ producatur linea ſecans illas tres æquediſtantes, erit linea producta ſecundum eandem proportionem diuiſa.

Sit linea diuiſa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b ſit ꝓportio, ſicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui eſt b, & à punctis ſectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquediſtantes quæ ſint h c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ eſt a, ꝓducatur linea ſecans illas æquediſtantes in punctis z h c, quæ ſit a z h c. Dico ꝙ linea a c ſecundũ hanc ꝓportionem cum linea d h ſit æquediſtans lineæ g z ex hypotheſi, erit ex 2. ſexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, ſicut lineæ a g ad lineam d g. & cum linea b c ſit æquediſtans lineæ d h, erit per eandem 2. ſexti, & per 5. proportio lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a c ad lineam c h. Sed ex hypotheſi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ h g ad lineam d g, erit ergo per 11. quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam z h, linea ergo a c quæ producitᷓ à puncto h termino lineæ datæ, ſecat ductas lineas æquediſtãtes b c, d h, g z, & ſecatur ꝑ illas ſecundũ ꝓportionẽ partium diuiſionis lineæ datæ a b, & hoc eſt propoſitum.

CXXIII.

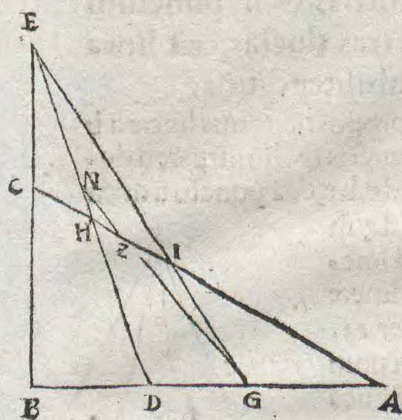
Linea in duobus punctis taliter diuiſa, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſimilis ſit proportioni alterius extremæ partis ad eam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones. ſi ab uno termino unius lineæ, & à punctis ſectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea ſecans illas tres ductas, erit linea producta ſecundum prædictum modum proportionabiliter diuiſa.

Eſto linea ꝓpoſita a b taliter diuiſa in punctis g & d, ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a g ad lineam g d, & à puncto b, & à punctis ſectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e, quæ ſint g e, d e, b e, & à puncto a ducatur linea quæ ſit a c, ſecans illas tres lineas. ſ. g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam z h, ducatur enim à puncto h lineæ æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ ſit q h, palam ergo per 13. huius, qm̃ proportio lineæ a b ad lineam b d, conſtat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q, & lineæ h q ad lineam b d. Sed qm̃ linea q h æquediſtat lineæ a b, erit per 29. primi angulus c q h æqualis angulo c b a, ſed angulus c b a eſt cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c, ergo per 32. primi illa trigona ſunt æquiangula, ergo per 46. ſexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h, ſicut lineæ a c ad lineã c h. ſimiliter quoq; trigona q e h & b e d ſunt ſimilia. eſt ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d, ſicut lineæ h e ad lineã e d. Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13. huius cõponitᷓ ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã e h, & lineæ h e ad lineã e d, ꝓducitᷓ itaq; in directũ linea q h ad lineã g e, quã ſecet in pũcto m, ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13. huius, cõſtat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d, & lineæ h m ad lineã g d. Sed cũ angulus e m h ſit æqualis angulo z g d per 29. primi, erit per 13. primi ꝑ eandem 29. primi angulus h m z æq̃lis angulo z a g, ergo per 15. & 32. primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4. ſexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z, ſicut lineæ a g ad lineam h m, ſed triangulus h e m, ut ſupra patet, ſimilis eſt triangulo g e d, erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g, ſicut lineæ h e ad lineam d e, ergo proportio lineæ a g ad lineam d g conſtat ex ꝓportione a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineã e d. Sed ex hypotheſi eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam b d, quæ lineæ a g ad lineam d g, proportio lineæ a b ad lineam b d conſtat ex proportione lineæ a z ad lineam z h, & lineæ h e ad lineam e d. conſtat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h, & lineæ h e ad lineam e d, ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e. Reſtat, ut ſi eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̃ lineæ a z ad lineam z h, & hoc eſt propoſitum. Non tamẽ oportet, ꝙ lineæ a b & a c ſint eiuſdem ſpeciei proportionis reſpectu ſuarũ partium, qm̃ cum ex præmiſſis lineæ a b ad lineam q h ſit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h, & linea q h ſit maior q̃ linea b d ꝑ 4. ſexti, palam per 8. quinti, qm̃ minor eſt proportio lineæ a b ad lineam b d q̃ ſit linea a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionabiles ſecundũ generalem ſimilitudinẽ proportionis. Eadem quoq; demonſtratio eſt, quæcunq; lineæ ducantur à puncto a, ſecantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas, ut ſupra e, uel ſub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, ſemper enim linea ducta à puncto a, ſecans illas tres lineas, ſecabitur modo dicto, patet ergo propoſitum.

CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuiſisq; ſic ambabus, ut cuiuslibet ipſarum proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſicut alterius extremæ partis ad illam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi producta baſi à punctis diuiſionis unius ducantur lineæ ad puncta diuiſionis alterius, non æquediſtantes adinuicem, neq; baſi, neceſſe eſt productas lineas ambas cõcurrere cum baſe, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuiſa in punctis d & g. ſ. ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq; ſibi angulariter linea a c, eodem modo diuiſa in punctis h z, ita, ut ſit ꝓportio lineæ a c, ad a h, ſicut lineæ a z, ad z h, ſi producatur baſis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis ſectionũ unius ad punctum ſectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq; omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non ſunt æquediſtantes, ex hypotheſi patet, ꝙ neceſſario concurrent, cõcurrant ergo in puncto qđ ſit e, linea quoq; g z neceſſario concurret cum illis. Cum non æquediſtet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, ſic habemus propoſitum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarꝫ concurret, ſit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq; linea e g, ſecabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto ꝗ in puncto z, quoniã in puncto z ſecat ipſam linea n g, ſit illud punctum l, erit ergo per præmiſſa proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypotheſi proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam h z, ergo ꝑ 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, ſicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, ſicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qđ eſt impoſſibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, qm̃ à puncto g productæ ſunt quatuor lineæ ſecantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto ꝗ in puncto e, quod eſt propoſitum. Similiter ſi ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonſtrandũ, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & ſi lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eiſdem in eodem puncto e, patet ergo propoſitum.

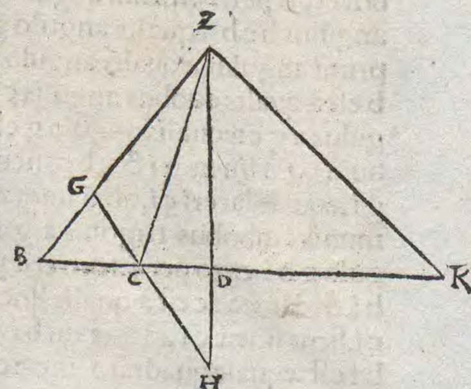


CXXV.

Linea taliter diuiſa, ut ſui totius ad alteram ſuarum extremarũ partium ſit proportio, ſicut alterius ſuæ partis extremæ ad eam ſui partẽ, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi à puncto concurſus linearum à termino, & à duobus punctis ſectionis productarum in puncto concurſus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, neceſſe eſt ipſam ſuper mediam productarum perpendicularem eſſe.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuiſa, ut proponitur, ſitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq; à punctis b c d lineæ nõ æquediſtantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, ſit punctus concurſus z, & lineæ productæ ſint b z, c z, d z, ſitq; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k eſt rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquediſtans lineæ z k quæ ſit c h, quæ producta ſecabit lineã z b per 2. huius, ſecet ergo ipſam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & ſit concurſus punctus h, quia igitur ex hypotheſi eſt ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

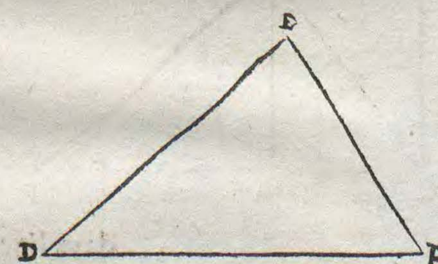
b k ad lineam b c, ſicut lineæ k d ad lineam c d, ſed per 29. primi trigona b z k & b g c ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ eſt lineæ z k ad lineam g c, ergo ꝑ 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, ſicut lineæ k d ad lineam d e. Sed quæ eſt proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem eſt lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. ſexti, quia trigona k d z & c d h ſunt æquiangula, habet itaq; linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionẽ, ergo per 9. quinti linea g c eſt æqualis lineæ c h, ſed per 3. ſexti eſt proportio lineæ g c ad lineam c h, ſicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z e diuidat angulum g z h per æqualia. eſt ergo linea g z æqualis lineæ z h, & quoniã linea g c eſt æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z eſt cõmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterq; ergo ipſorum eſt rectus, ergo per 29. primi k z c eſt rectus, lineæ z k & c k ſunt æquediſtantes, patet ergo propoſitum.

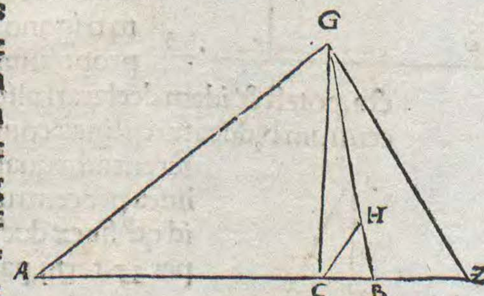


CXXVI.

Diuiſa linea per inæqualia, poſſibile eſt minori ſuæ parti lineã adiungi, ita, ut ſi illud quod fit ex ductu totius lineæ diuiſæ cum adiecta in ipſam adiectam, æquale ſit quadrato eius, quæ conſtat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuiſa per inæqualia in puncto c, ſitq; linea a c maior ꝗ linea b c. Dico ꝙ eſt poſſibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipſi lineæ b c, id efficiat, ut hoc qđ fit ex ductu lineæ compoſitæ ex linea a b, & ex adiecta in ipſam adiectã ſit æquale quadrato lineæ quæ conſtat ex b c parte minore, & ex adiecta, aſſumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ ſit d e, & quæ eſt proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem ſit proportio lineæ d e ad quandã aliam lineam per 3. huius, quæ ſit e f, aſſumaturq; linea d f æqualis lineæ a b, & qm̃ ex lineis d e, e f, d f quæcũq; duæ ſimul iunctæ maiores ſunt tertia, ut patet ex præmiſſis, poſſibile eſt conſtitui triangulũ per 25. primi, conſtituatur ergo & ſit d e f, ſuper terminũ itaq; lineæ a b quæ eſt a, conſtituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui ſit g a b, & reſecetur linea a g ad æqualitatẽ lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f ſit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b ſit æqualis angulo e d f, erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaq; linea g c, & qm̃ proportio lineæ d e ad lineã d f, ſicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, ſicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. ſexti angulus a g b diuiſus eſt per æqualia: palam autẽ, ꝙ angulus g c b eſt acutus, ſi enĩ ſit rectus, tũc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniã ad punctum g duorũ ipſorꝫ anguli ſunt æquales, ergo latera eorꝫ ſunt ꝓportionabilia per 4. ſexti, erit ergo proportio lateris a c, ad c b, ſicut lateris g c ad ſeipſum: æqualis eſt ergo linea a c lineæ c b, quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile. Si uero angulus g c b detur eſſe obtuſus maior angulo g c h, palam per 32. primi, qm̃ angulus g b c eſt minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius eſt latere a g, & quia eſt proportio lineæ l g ad lineã g a, ſicut lineæ b c ad lineã c a, erit per 5. huius ꝑ ꝓportionẽ. ſ. econtrario latus b c maius ꝗ latus a c, qđ eſt contra hypotheſim, palam ergo, qm̃ angulus g b c eſt acutus. ducatᷣ itaq;



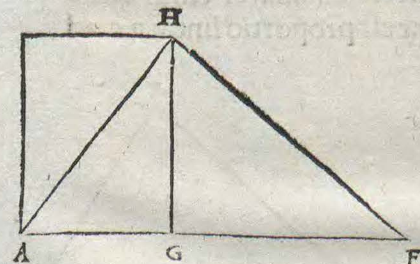


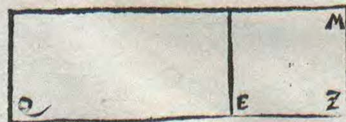
per 31.primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a,secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29.primi angulus g c b æqualis angulo c g a,ergo & angulus c g h,erit ꝗꝗ angulus h c b æqualis angulo g a c.Super punctū itaqꝫ g terminū lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c,ergo & angulo h c b qui sit b g i,& quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g,ut patet ex præmissis,& per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b,& qm̄ angulus g c b est acutus:palam,quia ergo p 14. huius,qm̄ lineæ g i & c b concurrent,sit punctus concursus i,ergo per 6.primi erit latus g i æquale lateri c i,quia itaqꝫ angulus b g i est æqualis angulo g a i,& angulus g i a cō munis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32.primi angulus a g i æqualis angulo g b i,ergo per 4.sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g,sicut lineæ i g ad lineam b i.Sed linea i c est æqualis lineæ g i,ergo per 7.quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i,sicut lineæ c i ad lineam b i,ergo per 16.sexti illud qd̄ fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i,est autē linea b i lineæ b c adiecta,palam ergo ꝓpositū.

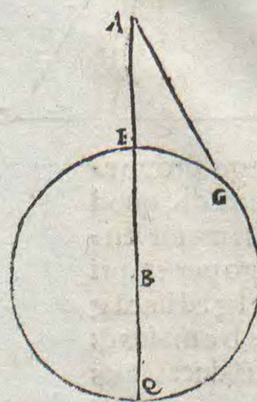
CXXVII.

Propositis duabus lineis,possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere,ita,ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia;Proponantur duæ lineæ q e & a g,dico ꝙ possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandā aliam lineam cuiuscunqꝫ sit quantitatis,ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e,cū adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45.primi,& sit eius quadratū a h,& linea a g producta resecetur in puncto f,ita,ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturqꝫ linea b f,palam,qm̄ triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h,est ergo paralellū a h duplum trigono a h g per 41.primi,& trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1.sexti,hac ergo triangula superficie ꝓposita,& linea q e,possibile est per 18.sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilatere a h f æquum paralellum constituere,qd' addat super cōpletionē datæ lineæ q e superficiem quadratā dato quadrato a h simile, sit ergo constituta,& paralellū sit q m æquale trigono a h f constitutū super lineam q e,addens super completionem datæ lineæ q e quadratū e m simile quadrato a h.palam ergo, ꝙ illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e,cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z,uel eius æqualem lineam z m,est æquale proposito trigono a h f,ergo & eius æquali.s.quadrato lineæ a h,& hoc est propositum,qm̄ lineæ e z est lineæ q e taliter,ut proponitur adiuncta.potest & idem declarari aliter;describat̄ enim circulus,cuius diameter sit q e,& eius centrum b,ducaturqꝫ linea contingens circulū,ut contingit in puncto g per 16.tertij,referent ad æqualitatem lineæ a g,& sit g a,& ab eius termino a ducatur linea per centrum b,secans periferiam circuli in puncto e & q,quia ergo id qd' fit ex ductu lineæ q e in lineam a e,est æquale quadrato lineæ a g per 35.tertij,patet ꝙ lineæ q e est adiecta linea e a,ut proponebatur.







CXXVIII.

Sumpta circuli diametro,& sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri,possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam,extra circulū ducere lineam rectam,quæ à circumferentia circuli extra circulū usqꝫ ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

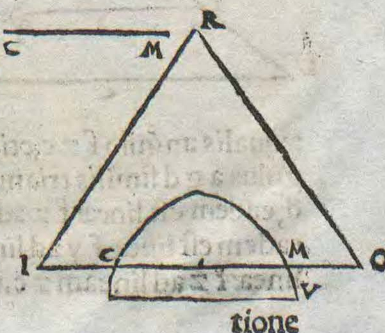
Esto data linea q e,sitqꝫ g b diameter dati circuli quæ sit a b g,& sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiā æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b.Dico ꝙ possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usqꝫ ad eductā diametrū g b,quæ sit æqualis datæ lineæ q e.ducant̄ quoqꝫ duæ lineæ a b & a g,illæ ergo necessario erūt æquales ex hypothesi,qm̄ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b,& adiungatur lineæ q e linea talis,ut illud qd' fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctā æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ,& sit adiuncta e z.Cū ergo id qd̄ fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qd' fit ex ductu lineæ a g in seipsam,erit linea q z maior ꝗ̄ linea a g,& linea e z minor illa,si enim linea e z fuerit maior,uel æqualis lineæ a g,tunc est impossibile,ut id qd̄ fit ex ductu q z in lineam e z,sit æquale quadrato lineæ a g,qm̄ linea q z est maior ꝗ̄ linea e z,ut totum parte.Si autē linea e z sit minor ꝗ̄ linea a g, palā,quoniā linea q z est maior ꝗ̄ linea a g.,ꝑducat̄ ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3.primi,& sit a g e,posito ergo pede circini super punctū a,fiat circulus secundū quantitatē lineæ a g c,qui circulus secabit diametrum b g eductā,secet ergo ipsam in puncto d,& ducatur linea a d,quæ necessario secabit circulū, q̊niā concurrit cum diametro:si enim non secet circulū,contingens erit & æquedistans diametro g b,nunqꝫ concurrrens cum eadem,quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales,& punctum a æqualiter distat ab utrisqꝫ terminis diametri.s.b & g,secet ergo d a circulum a g b in puncto h,& ducatur linea g h, palam ergo,ꝙ cum superficies a b g h sit quadrāgulum super circulum descriptum,ꝙ duo eius anguli oppositi.s.a g b & g h a ualent duos rectos per 21.tertij,sic a g b æqualis est angulo a b g per 6.primi,angulꝰ ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos.Cum itaqꝫ per 13.primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos,palā,quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a,& angulus a h g cōmunis est totali triangulo a d g,& partiali trigono,qui est h a g,restat ergo per 32.primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a,& totalis triangulus d g a æquiangulus triāgulo g h a,ergo per 4.sexti latera ipsorum æquos angulos respiciētia sunt proportionalia,est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g,sicut lateris a g ad latus a h.Illud uero qd' fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16.sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c,per diffinitionē circuli,ergo linea d a est æqualis lineæ q k a,q̊niam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qd' fit ex ductu lineæ d a in lineā h a est æquale quadrato lineæ a g,qd̄ ex præmissis est æquale ei qd' fit ex ductu lineæ q z in lineā e z,ꝑ illud patet,q̊d fit ex ductu lineæ a d ad lineā h a, est æq̄le ei q̊d fit ex ductu lineæ q z in lineā e z,& linea d a est æqualis lineæ q z,relinquit̄ ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z,erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e , q̄ est data linea,est aūt à dato in ꝑiferia circuli pūcto a ad cōcursum diametri b g sic ꝓducta, patet ergo ꝓpositū.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum , & datum punctum sit cuicunqꝫ datæ lineæ,& insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterā coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa;Sit,ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur,quæ sunt f r & c r concurrētes in puncto r,inter quas sit datus punctus m,& sit data linea m c , proponit̄ nouus,ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r,secans illas in puncto o uel l,ita,ut eius pars quæ est l m,sit æqualis datæ lineæ a c,& insuper reliquæ suæ parti quæ est m o , ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandū, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit , & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absqꝫ motu & imaginatione

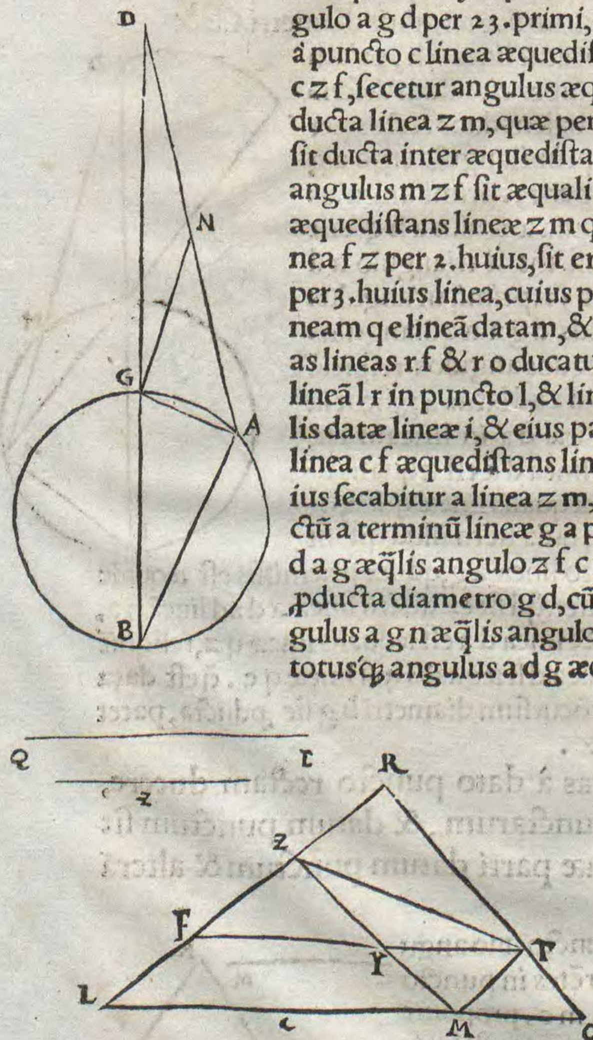


tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imaginet̃ mœchanice quousq; nobis accidat res quæsita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum linearum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

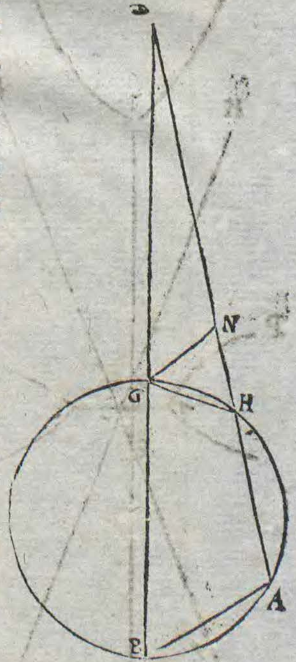
CXXX.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi ꝙ punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo ꝙ punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahat̃ ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o. & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumat̃ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q e lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducat̃ linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi. hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ s, qd' est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p̃ lineã a n d. palã aũt, ꝙ hæc linea cõcurret cum ꝑducta diametro g d, cũ enĩ angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g est æq̃lis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est ꝓportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est ꝓ portio



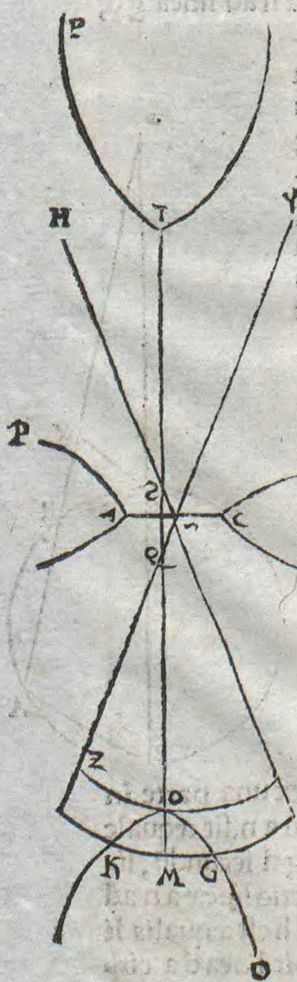
portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m est æquedistans lineæ f l, & linea f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedistãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, qm̃ linea f t est æqualis lineæ l m, quasi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniã linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam, linea ergo c m addita utriq;, adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed linea m o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m est æqualis lineæ t o, restat ergo, ut linea f y sit æqualis lineæ c m, sicut linea c m ex præmissis est æq̃lis lineæ i, est autem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diameter b g ad lineam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquedistat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g d ad n d, ergo p̃ 16. sexti erit id qd' fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id qđ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a est æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi. & id qd' fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qđ fit ex ductu b g in d g p̃ 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, restat id qđ fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ b g in d g, eritq; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundã, sicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã, ostensum est autem supra, ꝙ est proportio lineæ a n ad lineã g d, sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, qd' est propositum, qm̃ ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis, interiacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, ꝙ est contingẽs circulum. Qd' si linea a d non sit contingens, sed secans circulum, aut igitur linea a g est maior q̃ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc linea a g maior q̃ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, secabit circulũ in arcu a g, sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ductam lineã h g, galam itaq;, cum quadrangulũ a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquedistans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis angulo n h g, angulus uero n g d est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo p̃ 16. sexti illud qd' fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato g d. & illud qd' fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud qđ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei qđ fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utrisq; s. quadrato a g ex una parte in illo qđ fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qđ fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei qđ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundũ, sicut b g tertij ad d h quartũ, sed probatum est in præcedentibus, ꝙ proportio lineæ a n ad lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h est æqualis lineæ e q, qd' est ꝓpositum. Si uero linea a g a g sit minor, q̃ linea h a, secabit linea d a circulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,



æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiā circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, q̄m ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circūferentiam circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g cōmunis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineā d n, ergo per 16. sexti illd' quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qd' fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei q fit ex ductu h d in d a. Illud autem qd fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei qd fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qd' fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secūdi, ualet illud qd fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratū g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qd fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineā h d. Sed iam ostensum est supra qd est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est propositum, q̄m à puncto a dato, ducta est linea secans circulum, cuius pars à puncto sectionis usq; ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.

Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nō contingentem ducere ex alia parte, cōmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, q cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam sectionum, & reliquā lineam æqualis suæ parti aliam sectionū, & reliquā lineam interiacenti.



Quod hic proponitur, demōstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autē sectiones ampligoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarū sequit̄ gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambarū diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secēt se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonia quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, q diametri quarumlibet oppositarū ambarū sectionum illarū sint in una linea quæ sit t c, à uertice unius ad uerticē alterius producta, quæ necessario est minima omniū linearum inter illas duas sectiones productarū, & ex ijs declarauit Appollonius illud qd' correlatiue proponitur. s. q si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, q linea t q erit æqualis lineæ c f. & si linea t c pertranseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniū demonstrato, & propter conformitatē portionis sectionum respectu linearum se intersecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

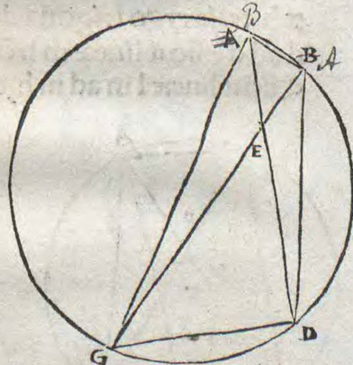
In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini

cini immobili, secundum quantitatē lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquā continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

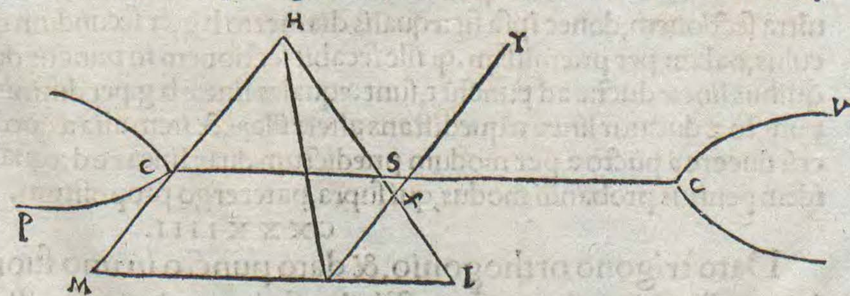
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratiōe: Sint enim ut in præcedēti propositione duæ sectiōes conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices. s. ambarū sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in altero punctorū t uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̄ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulū, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in pūcto c, patet ergo primū propositorū, q si linea t g semidiameter circuli sit maior q̄ linearū minima, sunt oppositas sectiones productarū ut est t c, patet, q̄m illa minima linea inter superficiē sectionis producetur ad periferiā circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies cōmunis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaq; sectio nō erit nisi in duobus tantū punctis g & k, qd' per modū 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

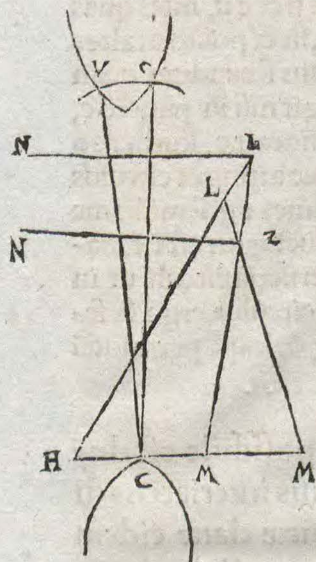
A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrū, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiā, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmisso modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

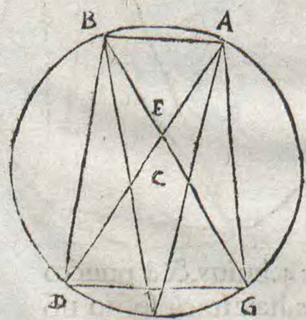


Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & pūctus dat9 i sui circūferētia sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, p̄missō modo possibile inscribi circulo. Dico, q à puncto a possibile est ducere lineā trāseuntē p diametrū b g, cui9 pars interiacēs diametrū b g & circūferentiā sit æq̄lis lineæ datæ q̄ h z, ducant̄ enī in circulo lineæ b a & a g, & sup punctū h lineæ datæ h z, fiat angulus æq̄lis angulo a g b, q sit m h z, ducta linea m b sup idē punctū h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta linea h l, & à pūcto z ducat̄ linea æquedistās lineæ h m q̄ sit z n, q̄ qdē secabit lineā h l. sit ut secet ipsam in pūcto x, & à pūcto z iterū ducat̄ alia linea æquedistās lineæ h l quæ sit z c, secans lineā h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 131. huius. hæc itaq; sectio nō contingit aliquā linearū z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictarū omniū linearū minima ducta à puncto t ad sectioem c u sit linea t c. hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundū semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundū quantitatē lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. Sit ergo nunc primū linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad sectio-



nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, neceſſario ſecabit linea t c illas ambas lineas, quas ſi in puncto x, qui eſt punctus cõmunis ſectionis illarum linearũ ſecauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, ꝙ ſi ipſas in alijs punctis ſecuerit, ſecet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquediſtans ipſi lineæ t c, quæ per 2. huius ſecabit lineas h m & h l, ſicut etiã ſua æquediſtans t c, ſecet ergo eas in punctis l & m, & ſit ipſa linea m z l, ſuper diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui ſit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b ſit rectus ꝑ 30. tertij, ꝙ alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis eſt illis duobus angulis, eſt rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m eſt æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonorũ g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. ſ. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h. ſit aũt punctus in quo linea a d ſecat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b eſt æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmiſſis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, ꝙ angulus d b g eſt æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. ſ. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h ſunt æquiangula, erit per 4. ſexti proportio lineæ b d ad d e, ſicut lineæ m h & h z, oſtenſum eſt autẽ ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ ꝓportio lineæ b g ad d e, ſicut lineæ l m ad h z. Sed ſicut per 131. huius declaratum eſt, patet ꝙ linea q t eſt æqualis lineæ f c, ſed linea t q eſt æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellũ m t q z ſit æquediſtantiũ laterum, ut patet ex præmiſſis. eſt igitur linea m z æqualis lineæ f c, ſed per eandem 34. linea z l eſt æqualis lineæ t h, eſt igiť totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti eſt proportio lineæ t c ad h z, ſicut lineæ l m ad h z, eſt ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, ſicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c ſit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipſi h z datæ lineæ, quod eſt ꝓpoſitum. Si autem linea t c ſit minor diametro b g, producať ultra ſectionem, donec ipſa ſit æqualis diametro b g, & ſecundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmiſſam, ꝙ ille ſecabit ſectionem in punctis duobus, qui ſint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, ſunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquediſtans alteri illarũ, & item alia æquediſtans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui ſupra, patet ergo propoſitum.

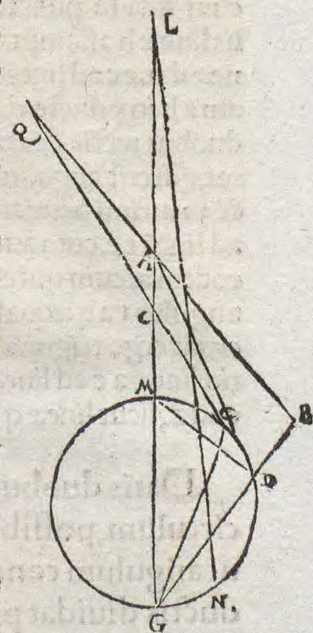


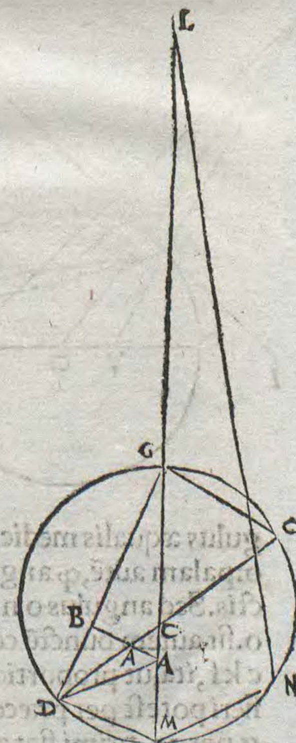


CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno ſuorum laterum angulum rectum continentiũ, poſſibile eſt ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam ſecantẽ baſem, ita, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens punctum ſectionis, & latus in quo non eſt punctus datus, ſe habeat ad partem baſis, quæ eſt in ſectione ad latus, in quo eſt punctus datus, ſicut data linea ad datam lineam.

Eſto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g ſit rectus, & in latere illius b g ſit punctus datus qui ſit d extra angulum aut intra, ſintq; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ à puncto d poſſibile eſt ducere lineam ſecantẽ baſem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ ſecantis interiacens latus a b & baſem a g, ſit eiuſdem proportionis ad partem baſis a g, quæ eſt ab illa linea uſq; ad punctum g, cuius eſt data linea e ad datam lineã z. Sit enim primo pũctus d in ipſo trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ ſit d m, & fiat circulus ſuper tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, ſupertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d eſt æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b ſit maior angulo g a d, ſecetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, ſitq; angulus d m n, quæ autem eſt ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem ſit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineã b, & à puncto qui eſt punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrũ g m quæ ſit n l, ſecans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiã circuli & diametrum quæ eſt c l, ſit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquediſtantes q̃ ſunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, ſi producatur neceſſario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d eſt æqualis angulo g c d, & angulus g m d eſt æqualis angulo g a b per 29. primi: palam, ꝙ angulus g c d eſt æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi eſt æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q eſt æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q ſecat lineã a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli ſunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g ſunt æquianguli, ergo ꝑ 4. ſexti erit proportio lineæ q t ad t g, ſicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmiſſis eſt æqualis angulo t a d, qm̃ enim anguli g m d & t a b ſunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij eſt æqualis angulo n m d, quia angulus n c d eſt æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui eſt contrapoſitus angulo n c d, eſt æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l eſt cõmunis duobus trigonis. ſ. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d ſunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ t a ad lineam t c, ſicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autẽ oſtenſum ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ t q ad lineam t g, ſicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, ſicut lineæ q c ad t g, ſed linea l c eſt æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h eſt ſicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineã t g, ſicut lineæ e ad lineã z, quod eſt propoſitum. Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ eſt b g extra triangulũ producto, ducatur prius à puncto d linea æquediſtans lineæ a b, & ſit d m, & ducatur linea a g donec cõcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus tranſiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter iſtius circuli, & ducatur linea a d, erit quidã angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius ſuper punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



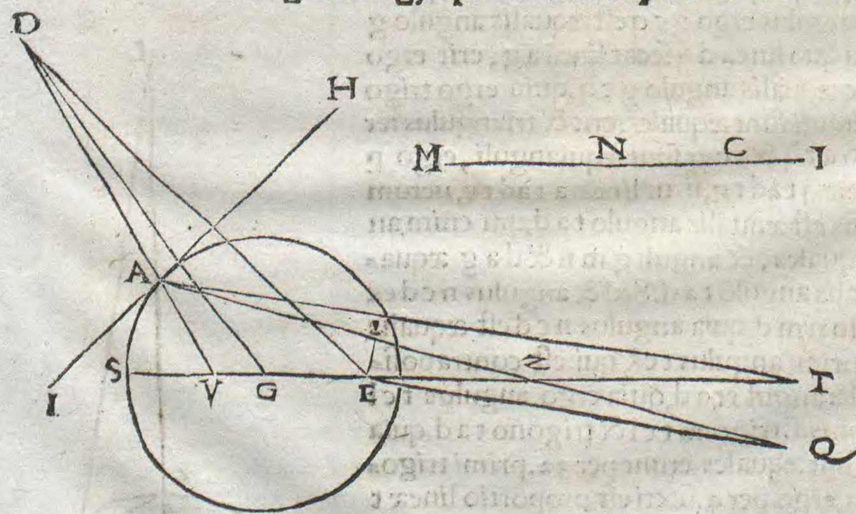


a d per lineam m n qui ſit angulus d m n,& à puncto n,qui ſit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128.uel per 130.huius linea ad eductã diametrum m g, concurrens cum ipſa in puncto l,& ſecans periferiã circuli in puncto c,ita ,ut lineæ c l ſit æqualis lineæ h aſſumptæ ut prius,ſ.ut per 3.huius ſit proportio lineæ a d ad ipſam h, ſicut lineæ datæ e ad lineam datam z,& ducatur linea d c ſecans lineam a g in puncto t,& lineam a b in puncto q.Cum ergo angulus n m d,& angulus n c d per 21.tertij ſunt æquales duobus rectis,& angulus n m d ſit æqualis angulo t a d ex præmiſſis: palam ex 13.primi,q̃m erit angulus t c l æqualis angulo t a d,erunt ergo duo trianguli t c l & t a d ꝑ 15.& 32.primi æquianguli,erit ergo per 4.ſexti,ꝓportio lineæ d a ad lineã c l,ſicut lineæ t a ad lineã t c.cum autem per 26.tertij duo anguli g c d & g m d ſint æquales,q̃m cadũt in eodem arcum qui eſt d g,angulus uero t a q per 29.primi eſt æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g,ſed & anguli q c a & g c t ſunt æquales per 15.primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32.primi,erit ergo per 4.ſexti proportio lineæ a c ad lineã c l,ſicut lineæ q t ad lineã t g,eſt ergo per 11.quinti proportio lineæ e ad z,ſicut lineæ q t ad lineam t g,quod eſt propoſitum.

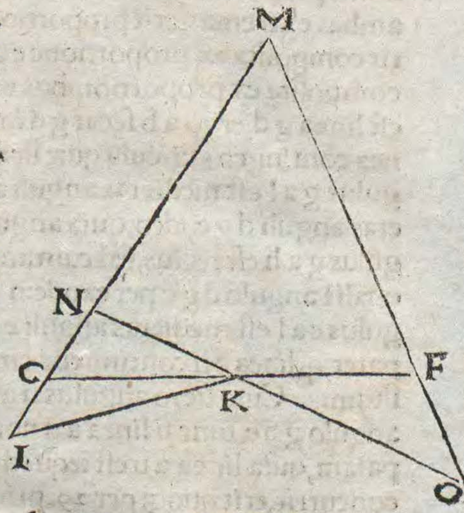
CXXXV.

Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroq; extra circulum,poſſibile eſt inuenire punctum in circumferentia dati circuli ,ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia,linea in illo puncto circulum contingens.

Eſto duo puncta data quæ e & d,quorum unum qui ſit e primũ ſit in circulo,& reliquũ extra illum,& ſit datus circulus,cuius centrum ſit g.Dico ꝙ poſſibile eſt in periferia circuli g inuenire punctum,in quo linea contingens circulum ducta,ſecet angulũ contententum à lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia,ducat̃ enim à puncto e ad centrum g linea e g,& producatur uſq; ad circumferentiã & ſit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmiſſis linea e g minor q̃ linea d g, aſſumatur quoq; linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur,ut ꝓportio lineæ l t ad lineam c m,ſit ſicut lineæ d g ad lineã g c per 119.huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n,à quo ſuper lineã m l ducatur perpendicularis per 11.primi q̃ ſit n o,& ſuper punctũ m per 23.primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuiſa per 9.primi per æqualia,ducaturq; linea m o:palam autẽ,ꝙ angulus i m o erit minor recto,q̃m angulus d g s eſt minor duobus rectis.Sed angulus o n m eſt rectus,igitur per 14.huius linea m o concurret cum linea n o.ſit autem punctũ concurſus o ,à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui ſit c k f,ita,ut proportio lineæ k f ad lineã f m ſit ſicut proportio lineæ e g ad l ineã g s, q̃d fieri poteſt per præcedentẽ.ducatur quoq; linea m k,& ſuper punctũ g terminũ lineæ e g per 23.primi fiat angulus æqualis angulo m f k,per lineã uſq; ad circumferentiã productam,quæ ſit a g,& ſit angulus a g e,& ducantur duæ lineæ a g & a d.Dico ꝙ a eſt q̃ſitus punctus,ducãtur enim lineæ e a.Cum ergo ex præmiſſis angulus m f k ſit æqualis angulo a g e,& proportio lineæ f k ad lineã f m,eſt ſicut proportio lineæ e g ad lineam g s,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m,ſicut lineæ e g ad lineam g a æqua-



æqualem g s,quia ambæ ex centro,erit triangulus a g e ſimilis triãgulo m f k per 6.ſexti igitur angulus f m k eſt æqualis angulo e a g,& angulus a e g æqualis angulo m k f,igit̃ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k,& ſic linea a z quæ neceſſario concurrat cum linea e g,quoniã eſt proportio e g ad a g,ſicut k f ad f.m,& angulus g a z æqualis eſt angulo f m c,fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k,ſicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f,ſic cõcurret linea a z cum linea g e.Sit ergo concurſus in puncto z,& ꝓducatur linea a z uſq; ad punctũ q,donec linea a c ſe habeat ad lineã q z,ſicut linea m c ad c i per 3.huius , erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z,ſicut lineæ d g ad lineã g e,& ducatur linea e q,deinde à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e q,quæ ſit linea a c per 31.primi,& erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29.primi,& quoniã duo anguli z e a & e a c ſunt minores duobus rectis,idem per 29.primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos,concurret linea a c neceſſario cum linea e z per 14.huius.Sit ergo punctus concurſus c,quia uero angulus e a z eſt æqualis angulo n m k,ut ſupra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari ſuper lineã a z ꝑ 4.primi quæ ſit e l,erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32.primi,erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l,& angulus a b e æqualis angulo m n k,q̃a uterq; eſt rectus,ſed etiam angulus a e g eſt ex præmiſſis æqualis angulo m k f. Reſtat ergo per 13.primi,ut angulus l e z ſit æqualis angulo n k c,& angulus e l z rectus eſt æqualis angulo k n c recto,erit ergo per 32.primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13.primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i:palam ergo ex præmiſſis,ꝙ angulus a e g eſt æquiangulus triangulo f m k,& triangulus e a l æquiangulus eſt triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c,& triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c,eſt igitur per 4.ſexti proportio a z ad e z,ſicut m c ad c k,eſt autem proportio q z ad z a,ſicut proportio i c ad c m,ut patet ex præmiſſis,erit ergo per 22.quinti ꝓportio q z ad z e,ſicut i c ad c k,eſt ergo triangulus q z e per 6.ſexti æquiangulus triangulo i c k.Cum ergo triangulus e l z ſit æquiangulus triangulo k n z,erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n,eſt ergo per 4.ſexti proportio e l ad l q, ſicut k n ad n i.& ſimiliter eſt proportio a b ad l e,ſicut m n ad m k,erit ergo per 22.quinti proportio n m ad n i,ſicut a l ad l q,ſed linea n m eſt æqualis n i ex hypotheſi, ergo linea a l eſt æqualis l q,ergo ꝑ 4.primi linea e q erit æqualis e a,& angulus l q e æq̃lis angulo l a e.Sed & angulus e q z ꝑ 29.primi eſt æqualis angulo t a l,angulus ergo e a l eſt æqualis t a l,quia angulus e q z eſt æqualis angulo t a l,& angulus e z q eſt æqualis a z t per 15.primi,igit̃ tertius tertio,eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, eſt ergo ꝑ 4 ſexti proportio q z ad z a,ſicut e z ad z c,& ſicut e q ad a c,eſt autem ex præmiſſis linea e q æqualis lineæ e a,ergo per 7.quinti eſt proportio q z ad z a,ſicut a e ad a t,ſed q z ad z a eſt ex præmiſſis ſicut e g ad g d,igitur per 11.quinti eſt proportio lineæ a e ad a c ſicut e g ad g d. Fiat autem ſuper punctũ a angulus æqualis angulo g a e,qui ſit u a g,ꝓducta linea a u,ſi poſſibile fuerit,uſq; ad lineã g l:palam ergo ex præmiſſis, q̃m angulus g a l eſt medietas anguli u a t,cum enim angulus e a q ex præmiſſis & per 5.primi, ideoq; lineæ a e & e q ſunt æquales,angulus e q c,qui per 29.primi eſt æqualis angulo q a t: patet ꝙ angulus e a l eſt æqualis angulo l a t,ſed angulus g a e eſt æqualis angulo u a g eſt ergo angulus g a l medietas anguli u a t,ſed angulus g a l,cum ſit ex præmiſſis æqualis angulo f m c,qui cõſtitutus eſt æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n.angulus uero u a t eſt æqualis angulo d g u,ſed anguli t a u & t u a ſunt minores duobus rectis arguendo 32. primi,cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t,quia duo anguli t u a,d g b ſunt minores duobus rectis,igitur linea a b concurret cum linea d g per 14.huius. Dico autem,ꝙ concurrent in puncto d,efficiet enim linea u a producta ad li-



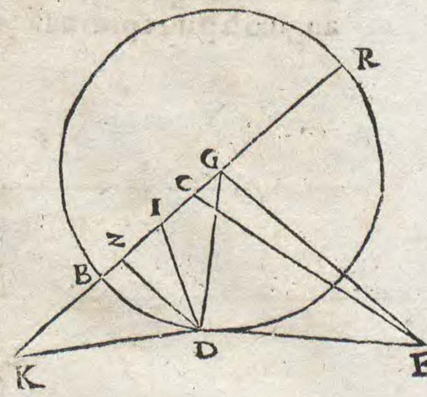
ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a b t, quoniam isti trigoni habent angulum a u g cõmunem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c, sicut u g ad lineã, quã secat a u ex g d, & proportio e a ad a u, est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̃ p 13. huius proportio extremorũ componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d composita ex eisdem proportionibus, quia erit composita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineã quã secat u a ex linea g d, sed est composita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quã secat a b ex g d, est linea g d, ergo a b secat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulũ quæ sit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l est medietas anguli a g b, ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h est medietas anguli e a d, quia patet, q̃ linea a h contingens circulũ diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propositum. Cum uero angulus u a g super punctum a terminũ lineæ g a factus sit æqualis angulo g a e, tunc si linea a u non cadit super lineã e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u est æquedistans lineæ e s, quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni linearũ æquedistantiũ ex hypothesi. Sed iam ostensum est, q̃ angulus t a d est æqualis angulo d g t, sed angulus a t g est æqualis angulo d g t. & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d, a g t p 29. primi sunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipsorum sunt proportionabilia, sed a g est cõmune, æquale sibijpsi, ergo latus a d est æquale lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, q̃ linea quã secat a b ex linea g d sit æqualis lineæ a t, & iam præostensum est, q̃ linea e g est æqualis ipsi a e. est ergo per 7. huius ꝓportio lineæ e g ad lineã quam secat a b ex d g, sicut a e ad a c. Etiam ostensum est, q̃ a e ad a t est sicut e g ad d g, igit̃ linea quã secat a b ex d g est g d. & cum ex præmissis angulus c a d sit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut supra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod est propositum. Eodemq; modo demonstrandum, si ambo puncta e & d data sint extra circulum, patet ergo propositum totum.

CXXXVI.

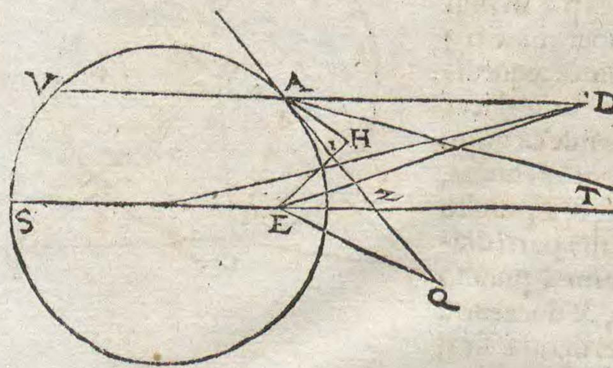
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, q̃ pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrum.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g, & in eo data diameter sit x g b, sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico q̃ possibile est duci à puncto e ad diametrũ x g b lineam secantem circulũ secundum prædictũ modum. ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrũ x g b per 12. primi, quæ sit e c, & sit exempli causa ut cadat illa perpendicularis super semidiametrũ b g, & ducatur linea e g, & assumatur linea q t æqualis lineæ e t, & fiat per 32. tertij super lineã q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadẽs in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b, & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qd' sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiã circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli

culi illius per 1. tertij, & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, secans ipsam in puncto f, & producatur usq; ad p punctũ circũferentiæ, ita, ut eius pars quæ s p sit æqualis medietati lineæ g b semidiametri dati circuli, q̃ fiet per 133. huius, & ducant̃ lineæ p t & t f, & ducatur à puncto p linea p b æquedistans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2. huius, & à puncto u ducatur linea æquedistans lineæ q t, q̃ sit u o, secans diametrum f l in puncto m, & lineã p q in puncto o, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineã p q per 12. primi, quæ sit t n, & à puncto t ducatur linea æquedistans lineæ p q per 31. primi quæ sit t s, & à puncto u ducat̃ perpendicularis super lineam p q, quæ sit u h, deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius. qui sit b g d, ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z. Dico q̃ linea d z est æqualis parti diametri quæ est z g, sicut proponitur, ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d k: palam itaq;, cum ex præmissis diameter f l sit perpendicularis super lineam q t, & super eius æquedistantem o u per 29. primi, linea uero p u sit æquedistans illi diametro, q̃ angulus o u p erit rectus per eandem 29. primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 2. sexti. & per 29. primi, eo q̃ linea q t sibi æquedistans similiter est diuisa, erunt per 4. & per 29. primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4. sexti cum latus f m sit æquale sibijpsi, erit d m æquale m u, & f o æquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32. primi, ideo q̃ angulus p u o est rectus, ut patet ex præmissis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo f p u, ideo, quia ut præmissum est, angulus k o u æqualis est angulo f u o. Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præostensum est, & angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum, est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur &c. est ergo per 6. primi latus f p æquale erit lateri f u, erit ergo f p æquale ipsi f o, sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g u, ergo & ipsi g d per diffinitionẽ circuli, & ita erit per 7. quinti proportio lineæ e c, quæ est æqualis lineæ q t ad lineam g d, sicut lineæ q t ad p o æqualem g d. Sed cum angulus k d g sit rectus p 17. tertij, æqualis est ipsi angulo recto g i d, & angulus i g d est cõmunis, erit ergo p 32. primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ g k ad k d, sed angulus k g d est æqualis angulo q p u, & angulus g d k qui rectus est per 17. tertij, est æqualis angulo recto o u p, erit ergo per 32. primi tertius tertio æqualis, & triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p, est ergo per 4. sexti proportio lineæ b g ad k d, sicut lineæ o p ad o u, & qm̃ ex præmissis est proportio lineæ g d ad d i, sicut lineæ o p ad o u, & quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d, sicut lineæ g d ad d p, ergo per 11. tertij est proportio lineæ g d ad d l, sicut lineæ o p ad o u. Fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t q ad p d, ergo per 22. quinti erit proportio lineæ e c ad d i, sicut lineæ q t ad o u, sed proportio q t ad o u est sicut t f ad f u per 29. primi & per 4. sexti, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29. primi, est enim coalternus illi inter lineas æquedistãtes, q̃ sunt h q & f c. Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15. primi, erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h, ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, sicut s h ad h u, sed linea t u æqualis est lineæ s h per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ t n

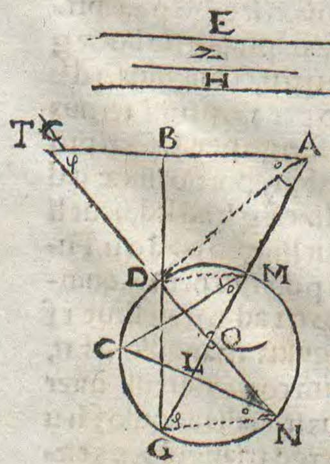


ad lineam h u, sicut lineæ e f ad f u. Sed sicut patuit ex præmissis, quæ est proportio lineæ c k ad f u, eadem est lineæ q t ad u e per 4. sexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o est sicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e c ad d i est sicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u sit rectus, est æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmissis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, est ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, est ergo per 4. sexti ꝓportio lineæ i d ad d g, sicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e sit æqualis angulo e p c ex hypothesi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ e g ad e c, sicut lineæ p t ad n t, est igitur proportio lineæ g e ad g d, sicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, sed & angulus d g e æqualis est angulo u p c ex hypothesi, quia enim angulus q z t est æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x æqualis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit æqualis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo ꝓportio per 4. sexti lineæ d z ad z g, sicut lineæ u f ad f p, sed linea u f est æqualis ipsi f p, ex præmissis igitur linea d z æqualis est ipsi z d, qđ est ꝓpositum. Est autem uniuersalis hæc proportio siue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, sit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam sit æqualis parti diametri quã abscindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt secundum quantitatem angulo k g d, hoc est propositum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoꝗ; aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium, possibile est à dato puncto ducere lineam ad basem ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ se habeat ad inferiorem partem abscisam basis, sicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & sit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ possibile est à puncto d ad basem g a ducere lineam secantem basem a g cum puncto q, & ex alia sui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, sit ut ipsa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquedistans lineæ q a per 31. primi, quæ sit d n, & fiat circulus transiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & qm̃ angulus g d m est rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g est rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, sit quoꝗ; h quædam linea ad quam se habeat linea d a sicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g sit æqualis angulo b a g, secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & sit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiã in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usꝗ; ad circumferentiã quæ sit linea c n, secans diametrũ m g in puncto l taliter, ꝙ linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea q g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q n l æqualis angulo d a q, & angulus n q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi triangulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad n l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaꝗ; t punctus, in quo linea d n cõcurrit cum a b, eritꝗ; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam q g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineã z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, q̊d est ꝓpositũ. Et si cõtingat ꝙ à pũcto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile à pũcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utriusꝗ; ad partẽ quã secet ex base a g sit ꝓportio sicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõstratio. Plures aũt huius lineas ꝗ duas nõ est possibile duci, ut patuit ꝑ 133. hui9, patet ergo ꝓpositũ, & licet hoc qđ hic ꝓponit nõ uideat penitus uniuersale quantũ ad quælibet pũcta data, & q̃uaslibet lineas datas, ad quaꝝ ꝓportionẽ fieri debeat ipsius basis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓposito theoremate nisi modo cõuenienti & possibili in sequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Niuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmisimus, uniuersali actioni sensibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbraꝝ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formaꝝ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus qđ est sui luminis diffusiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit secundã, sicut lux intrans domum per fenestrã, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formaꝝ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunꝗ;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiorem esse luce dis-

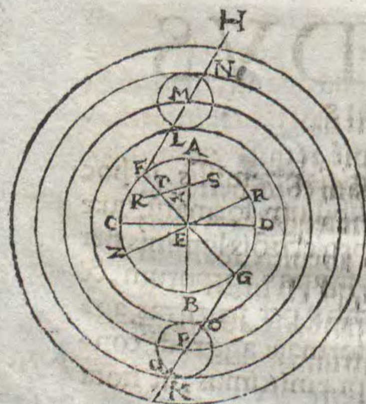
gregata

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare,& longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui,& ad punctum terminari. Item lucem ad omnē positionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illarum coloribus colorari,ut patet de luce transeunte uitrias fenestras,quæ illorū uitrorum coloribus informantur,secum formas illorū colorū super obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil frustra agit,sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMA I.

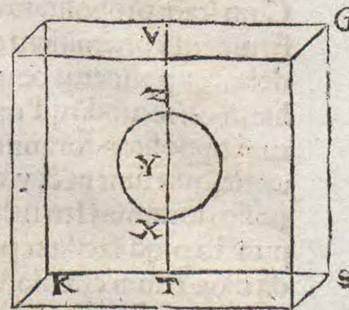
Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum,secundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qđ hic proponitur,nō demonstratione,sed instrumentaliter potest declarari,diuersitas tamen antiquorū ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qđ hic subscribimus,ꝙ regularius huic ꝓposito credimus cōuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundum conuenienter spissum,ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti,uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorū digitorū perpendicularis super basem uasis,& in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare,cuius lōgitudo sit æqualis latitudini trium digitorū,latitudo uero eius sit minor uno digito,& ponatū hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio,& tornetur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis,& adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare qđ est in medio dorsi,fiat rotundum.Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes,quæ sint a b & c d:palam,qm̄ illæ diametri transeunt per centrum circuli fundi ꝙ sit e, deinde signetū in basi oræ istius uasis,qui est circulus a c d,in distantia extremitatis alterius diametrorū productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qđ sit f,& ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e,quæ sit f g,& à duobus terminis istius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinseca superficie oræ uasis,quæ necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi lamine,ideo, ꝙ superficies oræ,in qua perpendiculares istæ producantur, sunt erectæ sup superficiem fundi,ut patet supra. Illæ quoq; perpendiculares sint f h & g k,& in altera istarū linearū ut in f h signentur tria puncta æquedistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei,quæ sint l m n,quorū primū qđ est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatē medietati



grani hordei,& deinde reducatur uas ad tornatoriū,& signentū in ipso tres circuli æquedistantes,transeuntes per illa tria puncta l m n,qui circuli diuident lineam g k,istæ diuisæ lineæ quæ est f h oppositam proportionaliter prius diuisæ per 17.undecimi,sintq; diuisiones lineæ g k puncta o p q,& fient in unoquoq; istorū trium circulorū duo puncta opposita,quæ sunt extremitates alicuius diametri illorū circulorū in puncto diuisionis lineæ f h,qđ est punctum l,opponitur in linea g k puncto o,& fit linea l o diameter circuli æquedistantis circulo a b c d.& similiter linea m p fit diameter alterius circuli, & linea n q fit diameter circuli tertij,diuidatur itaq; medius istorū circulorū in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta,deinde super lineam f h alteram duarum linearū ꝑpendiculariū quæ sunt f h & g k punctū medium qđ est m,ꝑforetur foramen rotundū,& sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiæ circulorū quæ est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos,& medius circulorū diuidet circulum foraminis per æqualia,qm̄ transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulū spissa,& sit eius spissitudo sicut horæ ipsius instrumenti,& eius longitudo sit duorū digitorū sicut & ora uasis,& eius latitudo sit prope hoc, & sit æquedistantiū superficierū,planeturq; adeo,ut cōmunis sectio superficierū suæ latitudinis & spissitudinis sit linea recta,quæ sit e s, diuidaturq; in duo æqualia per 10.primi, & ab

ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quæ sit t u,& hæc,ut patet ex præmissis & per 29.primi,necessario æquedistabit ambabus lineis longitudinis,diuidens superficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ est t u,& à parte lineæ r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuicem secundū quantitatem medietatis grani hordei quæ sint x y z,& à medio istorū punctorū quæ est y perforetur lamina foramine rotundo,sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta ꝑtingat,eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semidiameter uasis fundi quæ est f e,cuius extremitati in hora uasis superstat una linearū ꝑpendiculariū quæ est f h,sitq; punctus diuisionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis sup eādem diametrū quæ sit k t s,deinde ponatur basis paruæ laminæ super hanc lineā,donec linea quæ est differentia cōmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ est r t s, supponitur lineæ isti ꝑpendiculari ductæ super diametrū quæ similiter est r t s,sitq; punctus diuidens lineā laminæ,quæ est cōmunis differentia superficierū latitudinis & profunditatis,qui est punctus t,superpositus puncto t,signato in linea f e semidiametro uasis,deinde consolidatū parua lamina fundo uasis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina,quæ est r u s, directe oppositum foramen l m a,quæ est in uasis ora, & erit linea recta m y,copulans centra istorū foraminum in superficie circuli medij trium circulorū prius signatorū,cuius diameter est linea m p,eritq; linea m y æquedistans diametro uasis quæ est f e,deinde resecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter se secantes,quæ sit pars 4. proxime sequens quartā illam in qua est foramen,cui foramen laminæ opponitur, & est in circulo a c b d,correspondens arcui a d,& planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis,& ducta 4.circuli quæ sit a d,secundū quantitatem circuli horæ diuidatur per 90.grad.& diuidantur grad. in minuta,& isti uasi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipitū regula ænea quadrangula,cuius longitudo sit unius cubiti,& sint 4.superficies ipsam continentis latitudinis duorū digitorū,& adæquatur superficies eius,donec fiant æquales rectangulæ.Deinde in medio puncto longitudinis regulæ, & in medio alicuius illarū superficierū fiat foramen rotundū,cuius amplitudo sit capax corpis,qđ est in dorso instrumenti,& sit foramen perpendiculare super superficiē regulæ transiens ad aliam partem superficiei oppositæ,fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipso instrumentū non leui reuolutiōe,ponaturq; instrumentū super regulam immisso corpore,ꝙ est in eius dorso in foramen regulæ,donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulæ,eritq; longitudo regulæ æqualis diametro instrumenti, fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ, sed longitudinis plusq; unius digiti,quæ consolidentur super extremitates regulæ,ita,ꝙ ipsorū præeminentia super extremitates regulæ sit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ consolidatæ sint sup superficiem regulæ non perforatā,& quia latitudo regulæ est duorū digitorū, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorū,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,sicut in astrolabio, & īmittatū cuspis continens regulā cum instrumento. Deinde assumatur alia regula ænea,cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uero sit æqualis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti,& longitudo eius sit æqualis medietati cubiti,fiatq; hæc regula recta & uera,& eius superficies æquales & æquedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique,donec finis longitudinis eius cōtinuat cum tertio latitudinis angulum acutū,ut facilius ualeat moueri.In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis.Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto sectionis ducatur linea æquedistans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29.primi.Cum itaq; hæc re-



 gula

gula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei fundi inſtrumenti taliter,ut eius ſpiſſitudo ſit orthogonaliter erecta ſuper fundum inſtrumenti,& ſuperficies latitudinis applicetur ſuperficiei fundi ipſius inſtrumenti, tunc eius ſuperior ſuperficies in ſuperficie circuli medij trium circulorum in ora inſtrumenti protractoꝶ, cuius diameter eſt linea m p, ideo,quia ſpiſſitudo regulæ eſt æqualis diametro foraminis,& diameter foraminis quæ eſt n l,eſt æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ planam inſtrumenti,quæ eſt linea m f, cui adiacet linea ſpiſſitudinis regulæ æqualis ipſi. Cum itaqꝫ propoſitam concluſionẽ experimentaliter placuerit declarare,opponatur inſtrumentũ præmiſſum corpori ſolari,uel alteri corpori luminoſo cuicunqꝫ,uel etiam candelæ,& applicetur centrũ foraminis inſtrumenti qđ eſt punctũ m ,oppoſito corporis luminoſi ſecundũ qđ melius fuerit poſſibile,tranſibitqꝫ radius luminoſus centra amborum oppoſitoꝶ foraminũ unius in ora inſtrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia,quæ ſunt m & y,deſcribeturqꝫ circulus luminoſus ex parte horæ inſtrumenti oppoſito foramini l m n directe per diametrũ m p,eritqꝫ centrum illius circuli luminoſi in puncto p.qđ faciliter patere poteſt,ſi à puncto p ad utranqꝫ partem periferiæ circuli medij illoꝶ trium circulorũ,ſecundũ gradus & minuta diuiſi,partes interiacentes luminoſi circuli periferiã computentur,inuenientur enim æquales numeri hinc inde,eſt ergo punctum p centrum illius circuli luminoſi,linea itaqꝫ m p,ſecundũ quã incidit radius, tranſiens per centrũ circuli utriuſqꝫ foraminis,& per centrũ circuli luminoſi,tota eſt in ſuperficie plana circuli medij illorũ trium circuloꝶ,& eſt diameter illius circuli,eſt ergo linea recta.& ſi aliqđ corpus forti colore medio coloratum,ut uiride uel rubeum,ponatur extra foramen oræ inſtrumenti , ita,ut lumen ſolis uel alterius corporis tranſiẽs per illud corpus,poſtmodum incidat foraminibus inſtrumenti,& tranſeat per illa,tunc ut patuit per ultimam præmiſſarum ſuppoſitionũ,circa punctum p in ora inſtrumenti deſcribet circulus luminis colorati illo colore,color ergo mixtũ cum lumine diffudit formã ſuam ſecundũ lineas rectas,ſicut & ipſum lumen:patet ergo,ꝙ radij quorumcunqꝫ luminum & multiplicatiões formaꝶ ſecundũ lineas rectas ꝓtendunt,& hoc eſt ꝓpoſitum.

II.

Lumen non impeditum,per totum ſibi proportionatum medium in inſtanti neceſſarium eſt deferri.

Sit linea ꝓporionata delationi luminis fortioris,ut eſt in lumine ſolis mundi diameter,quæ ſit linea a b c d,& ſit corpus fortiter luminoſum in puncto a.ſi ergo dicatur , ꝙ lumen in tempore defertur per lineam a b c d,& non in inſtanti,ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b,& in minimo tẽpore ſenſibili feretur per minimã partem ſenſibilẽ lineæ a b ,quoniã ſi in tempore ſenſibili feretur per ſpaciũ inſenſibile,contingeret ſpacium ſenſibile ex inſenſibilibus componi,ſicut tempus menſuratũ poſt illud ſpaciũ compoſitũ ex temporibus ſenſibilibus in ſuis partibus feretur,ergo in tempore minimo ſenſibili per minimũ ſpacium ſenſibile,ſed in eodem tempore feretur per idem ſpacium forma luminoſi corporis debilioris ,minus illo corpore fortiori luminoſo,qm̃ minimo ſpacio ſenſibili non eſt aliq̊d ſpaciũ ſenſibile minus , etiã minimo tempore ſenſibili non eſt aliqđ ſenſibile tempus minus,æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius,ꝙ eſt impoſſibile,qm̃ implicantur contradictoria,eſt ergo impoſſibile lumen in tẽpore per ꝓportionatũ ſibi mediũ diffundi.neceſſe eſt ergo ꝙ illa diffuſio fiat in inſtanti, qđ eſt ꝓpoſitum. Ad hoc etiam aliquæ deſeruiunt naturales rationes Ariſtotelis , quas, qui uoluerit percurrat,quia ſufficit nobis hoc unum inconueniens ſecutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoſo ad corpus oppoſitũ, eſt linea naturalis ſenſibilis,latitudinem quandam habens , in qua eſt linea mathematica imaginabiliter aſſumenda.

Lux enim non procedit niſi à corpore,qm̃ non eſt niſi in corpore,unde patet , quia in minima luce,quæ ſumi poteſt,eſt latitudo:qm̃ minimã lucem dicimus,quæ ſi diuidatur,non habet amplius actum lucis,quia non erit uiſibilis,ſed utraqꝫ pars extinguetur, quia

quia neutra pars ei9 erit lux,neqꝫ apparebit ſenſui.Eſt ergo in linea radiali,ſecundũ quã fit diffuſio luminis,aliqua latitudo ꝓpter quã ineſt ei ſenſibilitas,& in medio illius lineæ eſt linea mathematica imaginalis,cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquediſtantes erunt,& qm̃ lux minima ꝓcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare poteſt,neceſſe eſt, ꝙ ꝓceſſus eius ſit ſecundũ lineam mathematicã, quæ eſt in medio lineæ ſenſibilis,& ſecundũ lineas extremas æquediſtãtes lineæ mediæ,neqꝫ cadit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppoſiti,ſed in punctum ſenſibilem correſpondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuiſibilibus,ad quos lineæ mathematicæ ipſius lineæ poſſunt terminari,& ob hoc utemur in demonſtrandis paſſionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in proceſſu.

IIII.

Corpora diafona ſunt apta penetrationi luminis & coloris ſine eſſentiali ſui traſmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent,ut non prohibeant formas lucis & coloris ſe penetrare,attamen non mutantur à lucibus uel coloribus,nec alterantur ab eis alteratione fixa.Sed fit per illa diffuſio lucis & coloris ſecundum lineas rectas per primã huius,quaꝶ aliquæ ſunt æquediſtates,aliquæ ſecantes ſe,& quædã diuerſi ſitus,& omnium iſtarũ lineaꝶ diſtinctio fit per diſtinctũ ſitum corporis luminoſi, à quo fit diffuſio illius lucis uel coloris.Formæ itaqꝫ lucis & coloris extenſæ à coloribus,diuerſis in eodem diafono,extenduntur quælibet ipſaꝶ ſecundũ lineam rectam,& pertranſibunt ad corpora oppoſita.Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores,ſed ſolum penetratur, neqꝫ enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt ſuas formas,neqꝫ tinguntur per luces & colores tinctura fixa,quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris poſt receſſum lucis uel coloris ab ipſaꝶ oppoſitione,nõ ergo tranſmutantur illa corpora eſſentiali tranſmutatione per luces & colores,quod eſt propoſitum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiſcentur adinuicem,ſed penetrant diſtincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ cauſa , ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter diſtinctæ , & ſint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurũ,& opponatur foramini in loco obſcuro aliqđ corpus non diafonũ , Luces itaqꝫ candelaꝶ apparent ſuper illud corpus diſtincte ſecundũ numerũ candelaꝶ, & quælibet illarũ apparet oppoſita uni candelæ ſecundũ lineam rectam tranſeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ,& ſi cooperiatur una candela , deſtruetur unum lumen oppoſitũ illi candelæ tantũ,& diſcooperta candela,reuertitur lumen:palam itaqꝫ, ꝙ luces in medio foraminis,ubi ſe interſecant omnes uel plures in puncto uno, non admiſcentur in eodem puncto,ſed ſunt diſtinctæ per ſui ipſaꝶ eſſentias,& ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur,tunc ſecundũ locoꝶ,quibus incidunt,diuerſitatẽ localiter diſtinguuntur,& qm̃ lux res coloratas pertranſiẽs,illarũ coloribus coloratur,ut ſuppoſitũ eſt: palã, ſi lumen penetrat diſtinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt diſtincti, patet ergo propoſitum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminoſi ad totũ corpus luminoſum, eſt ſicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis ſibi ꝓportionabilẽ.

Sit corpus aliqđ luminoſum a b.Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b,eſt ſicut ꝓportio partis uirtutis q̃ eſt a,ad partem corporis quæ eſt a.Si enim nõ eſt iſtorũ eadem ꝓportio,aut ergo maior aut minor: ſit primũ maior,& ſit uirtus totius corporis a b ſignata per lineam g d,ſitqꝫ g uirtus partis corporis quæ eſt a & d,ſit uirtus partis corporis quæ eſt b:quæ eſt ergo ꝓportio g ad a,eadem eſt d ad b,ergo per 18.quinti erit coniunctim g d ad a b,ſicut g ad a,Si ergo ꝓportio g ad a eſt maior ꝓportione g d ad a b, erit

A B

G D

erit quoqꝫ maior ꝓportio g d ad a b, q̃ g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, non enim potuerint eſſe unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarũ una maior alia, idem quoqꝫ accidit impoſſibile danti, ꝙ minor ſit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ eſt a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor eſt ꝓportio g ad a q̃ g d ad a b, & quæ eſt g ad a, eadem eſt d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ eſt g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo ꝓportio g ad a, ſicut g d ad a b, & hoc eſt ꝓpoſitum, & eſt uniuerſale, niſi forte aliq̃d conferat unio uirtuti, qm̃ uirtus unita ſemper eſt fortior ſe ipſa diuiſa: unde tenet noſtra demonſtratio, quando partes non diuiſæ à toto agunt in ipſo toto non actualiter diſtinctæ, cum enim diſtinctæ ſunt à toto, tunc non ſunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit ſignat potentiã non actum, & de hoc completius in alijs ſermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminoſi intranſmutabilis ſecundum formam uel ſitum in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, eſt ſemper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminoſi uirtus a, & ſit corpus æquale & omogeneũ eidem oppoſitũ b g, & ſit impreſſio uirtutis a in b g corpora ſignata per c. Dico ꝙ a ſemper imprimit in corpus b g impreſſionem c, quæ eſt ſemper æqualis ſibiipſi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoqꝫ imprimit in b g impreſſionem quæ eſt c, q̃nqꝫ uero nõ imprimit c, ſed aliud maius uel minus ipſo c, ut d, tunc cum corpus obiectum ſit omogeneũ & uniforme, erit diuerſitas impreſſionis non à corpore b g patiente, ſed à uirtute a diuerſificata in ſe, hoc autem eſt impoſſibile, cum corpus luminoſum poſitũ ſit intranſmutabile ſecundum formam & ſitum, eſt ergo ipſius actio ſemper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, & hoc eſt ꝓpoſitum.

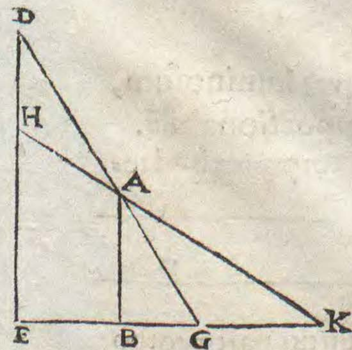
VIII.

Neceſſe eſt terminũ lõgitudinis cuiuslibet umbræ radiũ lumioſum eſſe.

Quod hic ꝓponitur, ſatis patet per præmiſſa principia, quoniam enim per tertiam ſuppoſitionem ſolum in abſentia luminis fit umbra, & ꝑ 4. ſuppoſitionẽ in allatione luminis umbra deficit, tunc neceſſario oportet in tanto ſpacio umbram cauſari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum ſit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea ſit luminoſa, eſt ergo illa linea radius luminoſus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpoſitum.

IX.

A terminis æquediſtantium altitudinum corporis luminoſi altioris, & corporis umbroſi baſſioris productæ lineæ, concurrentes ſunt ſuis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori.



Sit altitudo corporis umbroſi cuiuſcũqꝫ linea a b, & ſit altitudo alia illi æquediſtãs ipſius corporis luminoſi, quæ ſit d e, ſitqꝫ linea d e maior q̃ linea a b, ꝓducanturqꝫ lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquã partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineã g d, ſicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquediſtat lineæ d e ex hypotheſi: palam ergo per 29. primi, qm̃ angulus g b a eſt æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoqꝫ b g a cõmunis eſt ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. ſexti eſt ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, ſicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſi

cut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo eſt ꝓpoſitum, quoniã eodem modo demonſtrari poteſt de lineis g a & g d, & ex hoc patet, qm̃ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori. Eſto enim ꝙ aliq̃d corpus luminoſum ſit in puncto h, cadatqꝫ radius h a in punctum lineæ e g, qđ ſit k, eritqꝫ ꝑ præmiſſum modum proportio e k ad b k, ſicut h e ad a b, ſed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b eſt minor q̃ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k eſt minor q̃ e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k reſpectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, ꝙ umbræ lunares ſemꝑ ſunt lõgiores q̃ umbræ ſolares, & ita de alijs corporibus luminoſis altioribus & baſſioribus quibuſcunqꝫ, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Omnem radium luminoſum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbroſi protenſum, neceſſe eſt eſſe lineam unam rectam.

Remaneat totalis diſpoſitio proximæ præcedentis, & ſit punctus g finis umbræ, qa utiqꝫ, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus eſt radius luminoſus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram eſt linea recta, ut eſt in ꝓpoſita figura linea d a g, ſi enim non eſt recta linea d a g, tunc d a linea ſit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet cauſam impedimenti in progreſſu, & linea a g ſimiliter eſt recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: ſubtendatur illi ergo angulo utcunqꝫ contingat baſis à punctis d & g, & ſit linea d u g recta, & protrahatur uel abſcindatur linea a b, trigonum itaqꝫ e d b g diuiditur per lineã d u æquediſtantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u, ſicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmiſſam eſt ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſicut lineæ d e ad lineam b a, eſt ergo ꝑ 11. quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, qđ eſt contra 8. quinti, & impoſſibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor eſt proportio, uel ſequetur maiorem lineam eſſe æqualem minori ꝑ 9. quinti, hoc autẽ eſt impoſſibile, Oportet ergo ut radius d a g ſit linea una recta, quod eſt propoſitum.

XI.

Omnia corpora denſa non diafona in partem luminoſo corpori aduerſam umbrã proijciũt uſqꝫ ad incidentiã radij per rei denſæ uerticẽ ꝓducti.

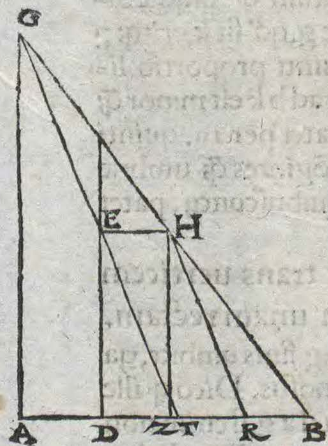
Quia enim in corporibus denſis nõ diafonis natura diafoneitatis & tranſparentiæ eſt impedita per admixtionẽ corporũ opacorꝫ terreorum, ſunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, neceſſe eſt ergo, ut tranſitum luminis impediant, ergo per petitionem in abſentia luminis umbroſitatem efficiunt in ea parte, in qua per ipſas luminis exceſſus impeditur, hoc autem eſt in parte aduerſa corpori luminoſo. Sit autem aliqđ talium umbroſorꝫ corporũ, cuius altitudo ab horizonte ſit a b, & eius uertex a, & ſit corpus luminoſum altius q̃ linea a b, cuius aliquis ſupremus punctus ſit d, radij itaqꝫ in tota linea a b incidentes, impediuntur à tranſitu ꝓpter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus ſuꝑ radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, tranſit ultra corpus a b, in ſua ergo incidentia quæ ſit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propoſitum.

XII.

Aequalium altitudinum corporum umbroſorum, quod fuerit corpori luminoſo ſe altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit ſupremus punctus corporis luminoſi g, ꝙ ſit altius duobus corporibus umbroſis, cuius altitudo à ſuperficie horizontis ſit linea a g, ſintqꝫ duorum corporꝫ umbroſorũ æquales altitudines erectæ ſuꝑ lineam a b, productam in ipſa ſuperficie horizontis quæ

sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remotiore, ducaturq; per verticẽ corporis d e radius g e t, qui erit linea una ꝑ 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico ꝙ umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquedistans lineæ e t ꝑ 31. primi, quæ sit h k: palamq; per 2. primi huius, quoniã linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniã lineæ h b & e t concurrũt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctũ k ꝑ 2. & ꝑ 14. primi huius inter duo pũcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ ꝑ 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed ꝑ 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo linea z t, utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo ꝑ primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniã sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q̃ umbra z h b, q̊niam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, patet ergo propositum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori densi nulla est, eleuatæ uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionẽ 3. in absentia luminis sit umbra, tunc patet, ꝙ si lineã mathematicam naturalis corporis sup̃ficiei infixam, accidit luminoso corpori ꝑpendiculariter offerri, non impedietur, nisi unita linea radialis à transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad sup̃ficiem illius corporis, nulla uero aliarum lineaꝝ radialiũ impeditur ꝓpter obiectũ illius lineæ; aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ꝑpendiculari ipsis obiecta in uno puncto cõcurrere, qđ est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autẽ radius non sit aliud q̃ linea luminosa, ut patet per diffinitionem, palam, ꝙ radius ad modũ lineæ incidit sup̃ficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundũ punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionẽ, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundũ punctum, palam ꝙ non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunq; sub linea ponatur densa sup̃ficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra proijcitur linearis, eo, ꝙ intra quælibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semꝑ punctualis in concursu sui cum superficie corporis densi, quia ibi solũ cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunq; figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi, infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentẽ, ad q̊dlibet enim punctũ lineæ terminantis quãcunq; datam superficiẽ corpori luminoso ꝑpendiculariter oppositam, contingit ducere lineam ꝑpendiculariter oppositam corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarum lineaꝝ sup̃ficie ꝓposita existente infixa corpori denso, nulla est, ergo neq; umbra totius superficiei fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum lineaꝝ ꝑ præcedentẽ ꝓpositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uidentũ lineam constituere, apparet ergo umbrã superficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & q̊niam sup̃ficies circulares ex suis diametris ex alijs ꝑpendiculariter super corpus luminosum ꝓductis, non accipiunt nisi puncta umbraꝝ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitũ rectæ lineæ ipsarũ umbra linearis recta, non enim causantũ umbræ à figura quorũlibet obiectaꝝ, nisi secundũ ꝙ transitus luminis impeditur, cuiuscunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ꝓposita superficies, umbra apparens semꝑ erit superficialis, uidebitur autem linearis ꝓpter præmissas causas, patet ergo propositum.

XV.

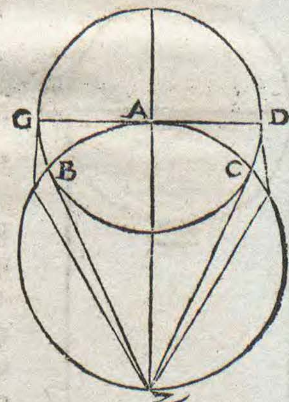
Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis contraposita sibi superficie, perpendiculariter corpori luminoso opposito, infixi corpori denso, umbra nulla est, eleuati uero est corporalis, uidetur aũt superficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior sup̃ficie illius eiusdẽ corporis contraposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctũ, ut est in pyramide, ꝙ infigatur sup̃ficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso, dico ꝙ uerum est qđ ꝓponebat. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basi, & aduersæ corpori luminoso, patet, q̃m radij luminosi ex omni parte secundũ lineas longitudinis perueniunt ad basem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, si illud corpus sit pyramidale, uel si basis sit maior sibi contraposita sup̃ficie aduersi corporis luminosi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret, si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi, tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existente, si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra superficialis; superficies enim secantes corpus, & ꝑpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituunt linearem per præmissam, & quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uero tales cõiunctæ superficiem constituunt, palam, omnis corporis sic dispositi umbram superficialẽ apparere, erit autẽ illa umbra necessario corporalis, quoniã erit dimensionata dimensionibus corporis, qđ potest declarari ut prius, patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ, qui d g, cuius centrum sit punctum a, & diameter g d, & q̃m lumen ad omnem differentiã positiõis se diffundit, sicut patet ꝑ 6. suppositionẽ, sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundit sup̃ circulum d g, ducaturq; linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli, & secundũ diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico ꝙ radij z e & z b sunt contingentes sphæram, uel aliud aliorum corpoꝝ, & ꝙ nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qđ est punctum a, ad puncta sectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo ꝑ 30. tertij, q̊niam duo anguli z e a & z b a sunt recti, ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d, ꝓductæ ergo non secabunt circulum g d: sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, ꝙ aliqui longiores radij duci possunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b, ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius q̃ ꝑueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem, qđ est impossibile, & hoc quidem nõ solum demõstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo ꝓpositum.

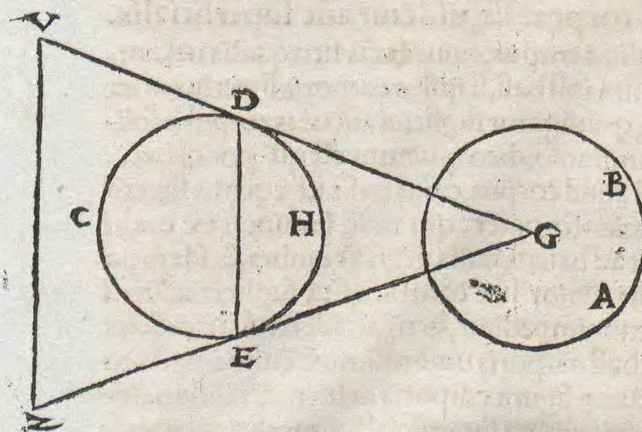


XVII.

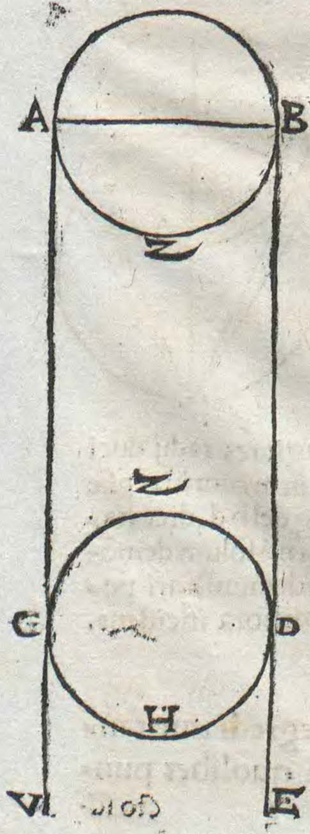
Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantum à centro corporis luminosi, ex quo patet, ꝙ necesse est à quolibet pun-

cto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur ꝙ radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq́ꝫ corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines



corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati super quã cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars supra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ꝑs contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistãtes: sunt itaqꝫ per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cõmunis ambobus trigonis, est ergo ꝑ 4. sexti ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z, sed linea z g est maior q̃ linea e g, ergo linea u z est maior q̃ linea d e, umbra ergo corpoꝝ omniũ cuiuscunqꝫ sint ꝓportionis ipsarũ diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmẽtantur secundũ modum q̃ elongãtur ultra corpus umbrosum, cuius contrariũ notũ est sensui. Vnde fuit suppositũ in principio aliquã umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est ꝓpositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollariũ, quoniã à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundũ qđ huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, pater ergo propositum.



XVIII.

Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequereẽ euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & ꝓducanẽ à corpꝫ luminosi duo radij lõgiores, q per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æq̃distantes ex hypothesi, pars q̃qꝫ illuminata super quã cadit lumẽ sit g z d, & pars suꝑ quã cadit umbra sit g h d, umbra ergo cõtineẽ à duabus lineis e g & d u, quæ sint æq̃distãtes. Si ergo unicuiqꝫ corpori illuminãdo correspõdeat æqualis sibi pars corporis illuminãtis, tũc enĩ solũ secundũ lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nõ augebitur umbra, neqꝫ minuetur, sed ꝓtendetur super in infinitum, qđ est contra suppositionem, habet enim aliqua umbraꝝ terminũ acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est ꝓpositum.

XIX.

Oĩs punctus corporis luminosi eam partẽ corporis umbrosi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas possibile est

le est produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neqꝫ est possibile, ut ab una parte illumineẽ, & non ab alia, non tamẽ ab uno puncto corporis luminosi ad q̃dlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qđ contingat linea d g suꝑ punctum a per 16. tertij, sitq́ꝫ corpus illuminatum concauũ arcus e b, & secet ipsa linea d g super duo puncta z & h. Dico ꝙ possibile est omnẽ arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi, q̃m, ut patet, possibile est, ut ab omni pũcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile ꝑ 15. tertij, q̃m inter lineam g d contingẽtem circulum a b aliquã lineam rectam intercipi est possibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctoꝝ illorum arcuũ ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut linea u a secat circulũ a b in puncto t priusqꝫ ꝑueniat ad punctum a, & similiter est de oĩbus lineis à quocunqꝫ puncto arcuum u h & z e ad punctũ a ꝓductis, omnes enim secãt circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusqꝫ ꝑueniant ad punctum a: radius itaqꝫ exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quibus ad eosdem arcus rectæ possunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunqꝫ corporibus illuminantis, q̃m si corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ possint ab uno puncto illuminari, non illuminãtur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia cõuexa, possunt ab uno puncto luminosi corꝑis illuminari, patet ergo ꝓpositũ & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositã superficiẽ duci potest, unica tantum linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

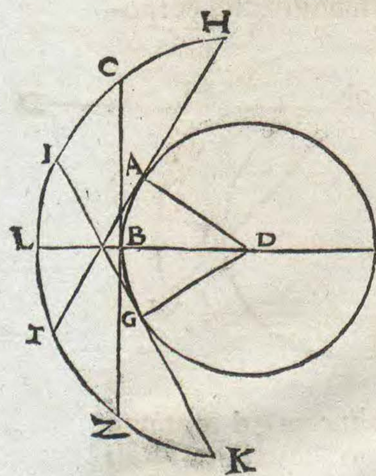
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundũ omnem lineã ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qđ autem unica tantũ lineaꝝ ab aliquo uno puncto corporis luminosi ꝓductarũ ad superficiem unam corporis oppositi sit perpẽdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidũt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundũ pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pũcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidã instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctũ m, & diffusio in ipso in partem oppositã oræ instrumenti secundum circulũ, cuius centrum est punctũ p, erit circulus p maior circulo m, qđ sensibiliter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumẽti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo ꝓpositum.

XXI.

Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen

incidit, plus illuminatur, q̃ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodq; umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

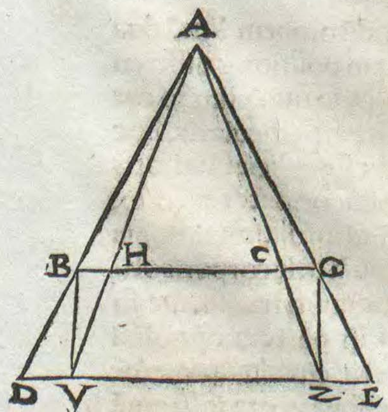
Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitq; arcus sui concauitatate respiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, sitq; corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducatẽ quoq; linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritq; hæc ꝑpendicularis super r lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæq; igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterq; arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusq; arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaq; l illuminatẽ à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cõmunis illuminationi trium punctorũ a b g, arcus uero c i est cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctorũ a & b, arcus quoq; z t est similiter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctorũ l & g, q̃m est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineã ꝑpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i est æqualis, q̃m à totidẽ punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorũ uero amborũ illuminatio maior est illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritq; semper ꝓportio excessus illuminationis secundũ numerum punctorũ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaq; ex ijs, q̃m semper id qđ est ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namq; plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corporũ quocunq;, exemplificauimus autem istũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpositum.



XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatũ sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaq; corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitq; linea b g ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̃ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur q̃ corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q̃ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaq; lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpns b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primã sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniã basis b g est maior base h t, plus itaq; luminis diffusum est in trigono a b g, q̃ in trigono a h t, in quolibet enim istorum triangulorũ puncto est lumen æqualiter diffusum



diffusum. Lumẽ ergo incidẽs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat q̃ corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, ꝓportio enim uirtutis luminis incidẽtis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionẽ suam in corpus u z per 8. quinti, q̃m ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionẽ suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientẽ ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionẽ factã in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ ꝑueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaq; ꝓpinquius corpori luminoso fortius illuminatur q̃ remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

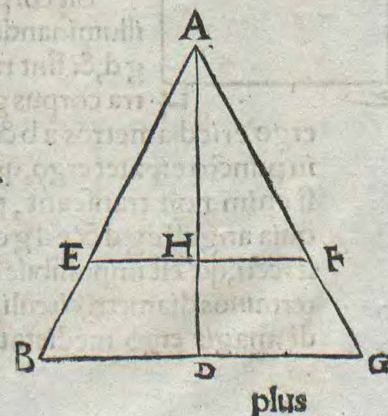
Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi q̃ puncto propinquiori.

Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cẽtrum d, & ducatur ꝑpendicularis d g, in qua signentẽ duo puncta g remotior, & h ꝓpinquior. Dico ꝙ puncto remotiori qui est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi q̃ ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctũ h, erunt itaq; per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingãt itaq; radij incidentes puncto g in pũctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærã in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, q̃m puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaq; punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctũ uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniã punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quã per æqualia diuidit arcus a c b, & punctũ h illuminabitẽ à superficie corporis luminosi, quã per æqualia diuidit arcus e c k tamẽ, ꝓpter radiorum fortitudinẽ quæ sequũtur ipsorũ breuitatẽ fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs q̃ punctũ g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorũ multorũ oblique incidentiũ & debilium, sed in puncto propinquiori fortificabitẽ lux ex breuitate radij secundum quã à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.

XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat q̃ spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerã fortius illuminat q̃ domum uel cameram maiorẽ, potest tamẽ idem figuraliter demõstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnũ, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaq; spacium totum b g secũdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaq; à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaq; linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniãt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f q̃ in spacio b g, fortiores ergo fiunt cū sint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt q̃ in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, q̃ spacium maius illo, & hoc est propositum.

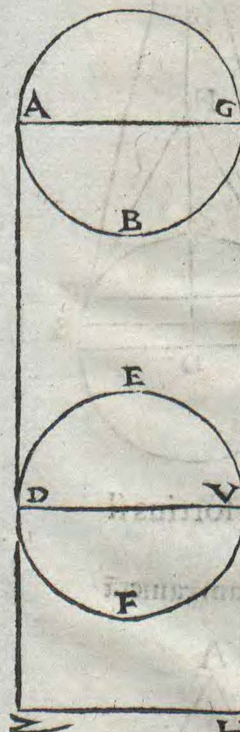
XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi, alicui diametro illius corporis æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens sup̄ficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrum sit punctum c. Dico ꝙ linea a b æquedistat alicui diametrorū corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c terminū lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ sit d c a, ꝑducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet ꝙ ipsa est pars diametri sphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet ꝙ ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est ꝓpositum.

XXVI.

Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illumimatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa.



Esto corporis illuminātis diammeter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandū sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico ꝙ d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaq; diameter a g est æqualis & æquedistans diametro d u ꝑ hypothesim & per præmissam, palam ꝙ radij a d & d u sunt æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum ꝓtracti nunq̃ concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaq; arcus d f u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propositum.

XXVII.

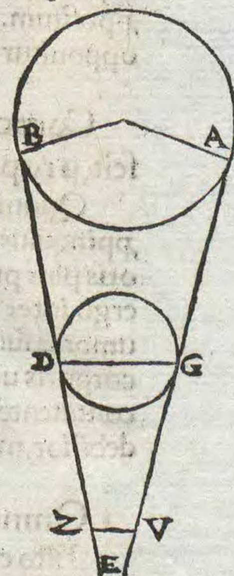
Diametro corporis luminosi sphærici existente maiore diametro corporis sphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, necessarium ergo erit diametros a b & g d esse æquales, qđ est contra hypothesim, concurrunt itaq; in puncto e: patet ergo, ꝙ radij a g & b d non trauseunt terminos diametri circuli g & d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, qđ est impossibile & contra 32. primi, palam ꝙ radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphærici corpo-

corporis continet umbram, patet ꝙ basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.

XXVIII.

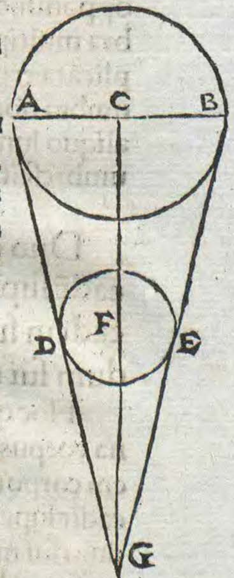
Diametro corporis luminosi sphærici existente minore diametro corporis illuminandi sphærici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corꝑe illuminato in infinitū ꝓtēsa.



Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaq; radij g a & d b ultra corpus luminosum g d ꝑ præmissam diametrorū portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrū corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, quia si sic erunt ut in præmissa per 15. tertij trigoni a b e duo anguli recti, qđ est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ꝓtensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere sit impossibile, patet ꝙ umbra extendetur in infinitū, & hoc est qđ proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.

XXIX.

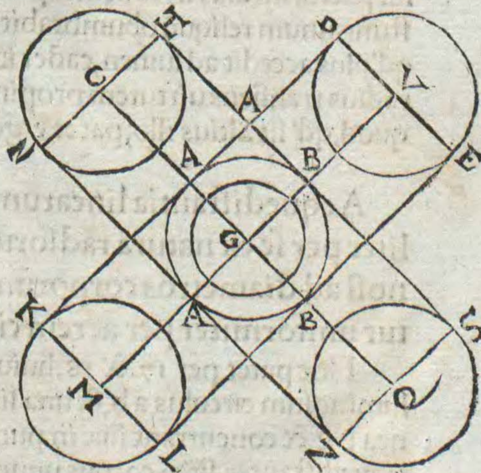
Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus umbrosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.



Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitq; pūctum in medio umbræ qđ sit g. & copuletur linea e f g, cadet itaq; linea f g in medio umbræ, superficies itaq; erecta super medium umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



Sit corpus super qđ cadit lumen qđ continetur à circulo a b, cuius centrū est g, & sit unum corporū luminosorū cōtentum à circulo d e, cuius centrū aliud corpus luminosum contentum à circulo z b, cuius centrum est t, uidebit̃ itaq; umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit per lineā u g m, secabit ergo per æqualia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qđ est pūctum g. Similiter q̃q; superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cōtentæ sub lineis a n & u s secundum punctū medium ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram ꝑ duo æqualia, & qm̄ superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per

 æqua-

æqualia ſunt diuiſæ, patet ꝙ ſecundum ipſas numerantur etiam & umbræ, patet ergo ꝓpoſitum. Vniuerſaliter enim tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

XXXI.

Corporis umbroſi remotioris à corpore luminoſo umbra minus umbreſcit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbroſum corpori luminoſo ꝓpinquius illuminatur fortius corpore plus diſtante, patet ꝙ umbra corporis ꝓpinquioris plus priuat luminis, radij quoqꝫ ipſam terminantes ſunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbreſcit, quoniã radij terminantes illas umbras ſunt plus luminoſi, ꝓpter qđ etiam plus apparent umbræ in præſentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoſo umbra minus priuat luminis, radij quoqꝫ continentes ipſam umbrã ſunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbreſcit, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbreſcit.

Eſto enim, ut ſit unũ corpus umbroſum obiectũ pluribus corporibus luminoſis, palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponunt luminoſis corporibus. Si itaqꝫ accidat, ut umbræ ſe interſecent, dico ꝙ umbra multiplicata plus umbreſcit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, ſed remanet ſimpliciter umbra, ergo illa ſimplex profunditur aliquo lumine qđ ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbreſcit, q̃m plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ꝓpoſitum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ ſecundum ſui medium in eadẽ ſuperficie erecta, ſuper corpus luminoſum conſiſtere neceſſe eſt: & ſi in eadem ſuperficie propinqua adinuicem conſiſtunt, unum reliquum ſecundum ſui medium obumbrabit.

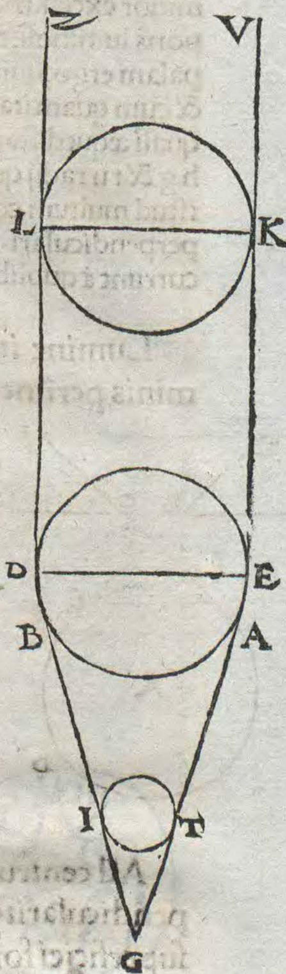
Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim ſuperficies plana corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidens, erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, & ipſa erigitur ſuper medium umbræ rei umbroſæ, umbra uero cadit ſuper lumen corporis obumbrati, ergo oportet ꝙ illud corpus obumbratũ ſecundum ſui medium ſit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, ex hoc patet ſecunda pars præſentis theorematis, q̃m ſi duo corpora ꝓpinqua adinuicem ſecundũ ſui partes medias in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem illuminoſi corporis conſiſtunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit ꝓpinquũ illi qđ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qđ eſt ꝓpinquius lumini, ut quando idẽ radius tranſiens uirtutem propinquioris, tranſit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, qđ ſit altius illo, patet ergo propoſitum.

XXXIIII.

Aequediſtantia linearum radialium, uel ipſarum concurſus non eſt totaliter per ſe ex natura radiorum, ſed ex proportione diametri corporis luminoſi ad diametros corporum umbroſorum, ex quo patet, ꝙ lumen diffunditur uniformiter per aërem circumſtantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & poteſt ſic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminoſum circulus a b, & una linearũ radialiũ ab ipſa egredientiũ ſit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, ſit tunc una linea e u, & alia h z, & ſint e u & h z æquediſtantes, ſitqꝫ corpus unum, cuius diameter ſit minor diametro corporis luminoſi ſuper qđ cadit lumen poſitum inter duo a g & b g ſe contingentes, cuius maior circulus

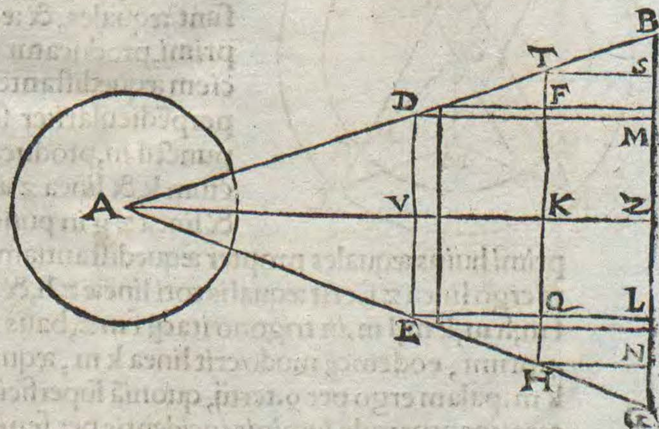
ſit t i, & contingat ipſum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoſo, ſuper qđ cadit lumen, ſit poſitum inter duas lineas æquediſtãtes e u & u z, illud corpus cõtingentes, cuius diameter ſit k l, contingaturqꝫ à linea e u in puncto k, & à linea b z in puncto l, umbra itaqꝫ ꝓueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & ſit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, ꝗ ſunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis l g & t g, & ſupficie corporis t i, quæ eſt à parte g, umbra ergo finitur apud punctũ g, umbra uero corporis k l ꝓtenſa inter lineas æquediſtantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminatͬ ad aliqđ punctũ, quoniã illæ lineæ cõtingentes umbram in infinitũ protractæ, non cõcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipſis prius cõtenta ſecundum diuerſitatẽ ꝓportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrũ corporis b a, & ex hoc patet, ꝙ radij per ſe non ſunt lineæ, neqꝫ regulares, neqꝫ irregulares, neqꝫ æquediſtantes, neqꝫ concurrentes, ſed accidit eis lineatio per reſpectũ ad corpora in quibus incidunt, & æquediſtantia & concurſus accidunt eis ꝑ proportionẽ diametrorũ corporum umbroſorũ ad diametros corporis luminoſi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totũ aërem circumſtantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo poſſibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctũ corporis luminoſi, illuminetur à lumine corporis luminoſi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝓpoſitum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

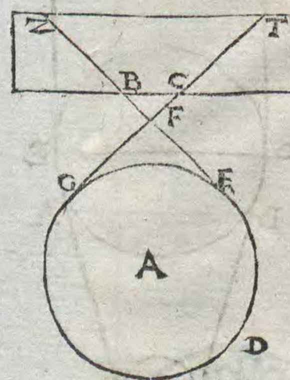
Eſto ut à puncto medio corporis luminoſi qđ ſit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoqꝫ baſis b g, & ducatur linea d e ſecans trigonum a b g, erit medium ſui lateris a g æquediſtanter baſi b g per 10. & 31. primi, ꝓtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter ſup baſim b g per 12. primi, quæ ſecet lineam d e in puncto u, diuidaturqꝫ linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducaturqꝫ linea h t, linea ergo h t erit æquediſtans baſi g l per 2. ſexti, ſecabit ergo lineam u z per 2. primi huius, ſit punctus ſectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares ſuper baſem b g, quæ ſint e l, d m, h n, t s, ſecabit quoqꝫ perpendicularis e l lineam h t, ſit punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, ꝙ linea h t eſt maior ꝗ̃ linea d e, quia itaqꝫ trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. ſexti latera ipſorũ ꝓportionabilia, quia ergo ut patet ſupra linea a e eſt maior ꝗ̃ linea e h, erit ergo linea e u maior ꝗ̃ linea h q. Sed linea h t eſt maior ꝗ̃ linea e d, ut præoſtenſum eſt, ergo per 9. primi huius maior eſt proportio lineæ e b ad lineam e d, ꝗ̃ lineæ q h ad lineam h t, eſt enim ꝓportio lineæ e u ad lineã e d, ſicut lineæ h k ad lineam h t per 4. ſexti, & per 16. & 18. quinti, ſed linea h q eſt pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor eſt ꝓportio h q ad h t ꝗ̃ h k & h t, minor eſt ergo proportio lineæ h q ad h t ꝗ̃ e u, eodemqꝫ modo demonſtrandum, ꝙ lineæ g n ad lineã g b



minor eſt proportio ꝗ̃ lineæ h q ad lineam h t: exceſſus itaq; baſis g b ſuper baſem h t eſt
minor exceſſu baſis h t ſuper baſem d e: & quanto baſes ſunt remotiores à puncto a cor-
poris luminoſi, tanto exceſſus remotiorũ baſium ſuper baſes uiciniores plus minuũtur,
palam ergo, quia in remotiori diſtantia radij quaſi ad æquediſtantiam plus procedunt:
& cum quantitas exceſſus baſium ſit quantitatis non ſenſibilis, tunc lineæ radiales erunt
quaſi æquediſtantes, quoniã enim linea b g ſenſibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt
h g & t u radij quaſi æquediſtantes ſecundum ſenſum, & hoc eſt propoſitum: & forte ad
iſtud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ ſemper ut poteſt approximat ſuæ
perpendiculari, ꝑpter qđ radij omnium punctorũ totius corporis luminoſi ſemper con
currunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & ſic conſtituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per feneſtram ſuper corpus oppoſitũ ſolidum, erit lu-minis perimeter amplior perimetro feneſtræ.



Eſto corpus luminoſum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & ſit
diameter feneſtræ b c, ſit'q; linea t z in ſuꝑficie corꝑis ſolidi oppoſita lu-
mini cui incidit radius, producanť q̃q; lineæ radiales tangẽtes periferiã
feneſtræ, quæ ſint e b g c, hæ itaq; lineæ ſecabunt ſe in aliqua parte me-
dij, ſit punctus cõmunis ſectionis f, & hæ lineæ productæ incidant ſup-
ficiei corporis oppoſiti lumini, cadat'q; linea e b in punctum z, & linea
g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z eſt maius latere b
t, quoniam trigonum f c z maius eſt trigono b c f, & quoniã per omne
punctum periferiæ feneſtræ ſic incidunt radij ſe ſecantes, ideo, ꝙ à quoli
bet puncto corporis luminoſi in totam feneſtram fit miſſio luminis per
10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori ſolido
oppoſito feneſtræ, eſt maior perimetro feneſtræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminoſi per-pendiculariter incidente, lumen in ſuperficie denſi corporis æquediſtante ſuperficiei foraminis eſt uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e ſit æquediſtans ſuperficies ſolidi cor-
poris f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ a b g d cir-



culi, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, ſit centrũ corporis lu
minoſi, dico quod lumen incidens ſuperficiei f h k l, eſt uere
circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes
lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam
ſunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8
primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad ſuperfi-
ciem æquediſtantẽ circulo foraminis, quæ eſt f h k l, incidet'q;
perpẽdiculariter ſuper illã per 14. undecimi, ſit ut incidat in
punctũ m, producatur'q; linea z b ad ſuperficiẽ f h k l in pun
ctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h,
& linea z g in punctum l, erũt'q; lineæ a f, k b, d h, g l per 25.
primi huius æquales propter æquediſtantiam ſuperficierum & æqualitatẽ angulorũ, to
ta ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanť quoq; lineæ
f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, baſis f m erit æqualis baſi h m trigoni h m z per
4. primi, eodem'q; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ
k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã ſuperficies f h k l, eſt circularis, & ipſa eſt ad quam
terminantur radij luminis incidentis per feneſtrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis
eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoſo oblique incidente ſu-

perfi-

perficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem feneſtræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Eſto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui ſit ſuperficies æquediſtans h m k l,
& ſit f centrum corporis luminoſi, ſit'q; primo ut linea f e oblique cadat ſuper ſuperficiẽ
a b c d, hæc itaq; producta incidet ſuperficiei h m k l ſimiliter oblique propter æquedi-
ſtantiam ſuperficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & du
catur linea a e b diameter circuli: ſit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi an
gulus b e f obtuſus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a,
per 13. ſecũdi, & quadratũ lineæ b f, eſt maius quadrato lineæ f e,
& quadrato lineæ b e ꝑ 12. ſecũdi, quadratũ uero lineæ b e, æqua
le eſt quadrato lineæ a e, quia ſunt æquales ſemidiametri, &
quadratũ lineæ f e, eſt cõmune, patet quod quadratum lineæ f b
eſt maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b eſt maior quàm linea
k a, productis'q; lineis f a & f b ad ſuperficiem h m k l, ſi linea f a
incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b ma-
ior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatis'q; lineis l g, m g
ad pũctum g, cui incidit radius tranſiens centrũ foraminis fene-
ſtræ, erit quoq; per 2. ſexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g
ad lineam b e, ſicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illa
rum proportio eſt ad inuicem, ſicut lineæ g f ad lineam f e, eſt er-
go per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, ſicut lineæ b e
ad lineam e a, ſed linea b e eſt æqualis lineæ e a, ergo linea l g eſt
æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter ſuper a b diametrum orthogonaliter, &
continentur lineæ f e, f d, producantur'q; ad ſuperficiem h m k l in puncta h & k, & duca
tur linea h g k, & quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ f e & a b, ſola eſt erecta ſuper cir
culum feneſtræ, quoniã omnes aliæ ſuperficies in quibus eſt linea f e, incidunt illi ſuperfi
ciei oblique, ſic enim accipimus lineã a b, erit ergo ſuperficies a f b erecta ſuper ſuperfi-
ciem circuli feneſtræ, palam ergo quia angulus f e d eſt æqualis angulo f e c, eſt ergo ꝑ 4.
primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqua
lis lineæ f k, ſed & f g, eſt communis, quia linea h k eſt perpendicularis ſuper lineam m l,
& ſuper lineã f g, palam ꝑ 4. undecimi, ꝙ linea h g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in
qua ſunt lineæ f g & m g, ergo ꝑ 18. undecimi, erit ſuꝑficies h m k l erecta ſuꝑ ſuperficiẽ
f m g, ergo & ſuperficies f m g eſt erecta ſuper ſuperficiem h m k l, imaginetur ergo à pun
cto g tertio axis, quæ eſt f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius
erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta ſuper illum circulum & ipſa eſt obli
qua ſuper ſuperficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l ſectio pyrami-
dalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie f m l erecta ſuper ſuperficiem h m k l, patet
ergo propoſitum. Et ſi ſuperficies feneſtræ circularis ſit baſis pyramidalis illuminatiõis
ita quod centrũ corporis luminoſi ſit polus circuli feneſtræ, & axis erectus ſit ſuꝑ ſuper-
ficiẽ feneſtræ, ſuꝑficies uero ſolidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædiſtãs
ſuperficiei feneſtræ, adhuc erit figura luminis ſectio pyramidalis, qđ eſt præmiſſo modo
demonſtrandũ, ducta enim ꝑ 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, ꝗ eſt f l ſuꝑ
ficie æquediſtante ſuperficiei feneſtræ, patet ꝑ 100. primi huius quod illa ſuperficies ſe-
cabit pyramidem illuminationis ſecundũ circulum quæ ſit l p q, ergo ſuperficies h m k l
ſecat ipſam ſecundũ pyramidalem ſectionem, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto
luminoſi corporis procedentes ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam
ſenſibilem plus accedunt, patet ꝙ anguli radij ſecundum foraminum angularum diſpo-
ſitionem ipſis angulis incidentes ſe applicant æquediſtantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius ſuperficiei foraminis incidentis, retrahūt ergo ſe ab angularitate,& ſic lumē ſuperficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſuper omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitā ſuperficiem duci poteſt: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipſi in quolibet puncto ſe interſecent,& radij inferiorū punctorū corporis luminoſi in punctis linearum feneſtræ alio radio ſuperiorū punctorum ſecant & ultra ꝓtenduntur,& ſic lumen hoc feneſtram pertranſiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, ſi ſolum ab uno puncto luminoſi corporis egrederentur radij feneſtram penetrantes. patet ergo propoſitum.

XL.

Radio luminoſo medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumē ſuperficiei corporis æquediſtantis ſuperficiei foraminis incidens, eſt quadratum ad circularitatē aliquam accedens.

Sit centrū corꝑis luminoſi e,& foramē quadratū ſit a b c d, cuius puncto in eo qui ſit f incidat perpendiculariter radius e f, ſit hæc ſuperficies corporis denſi æquediſtāti ſuperficiei foraminis quæ eſt g h k l, dico quod lumē incidens illi ſuperficiei erit figuræ quadratæ: ſiunt eñ duæ pyramides unam uerticem habentes pūctum e, quarum maioris baſis eſt g h k l, minoris uero baſis eſt a b c d,& earum baſes ſunt æquediſtantes, ſunt ergo ſimiles per 99. primi huius, quia ergo baſis a b c d, ex hypotheſi eſt quadrata, patet quod & baſis g h k l eſt quadrata,& eſt hoc propoſitum primū quoniam uero ꝑ 35. huius radij longiores ad aliquā æquediſtantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compreſſionē radiorū, uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearum terminantiū feneſtræ, ut diximus in præmiſſa, patet ergo propoſitum.

XLI.

Per mediū quadrati foraminis radio oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis.

Eſto ut in præmiſſa centrū corporis luminoſi punctū e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pūcto qui ſit f, oblique incidat radius e f, ſitq̃ ſuꝑficies corporis denſi ſubſtrati illi foramini quæ g h k l, cui ſimiliter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in ſubſtrata ſuperficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidis illuminationis, ſed ſolum ſecantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, ſiue earum ſuperficies æquediſtāt ſiue non æquediſtant, ſunt figuræ altera parte longiores, quoniā illæ figuræ quæ ſecundum illa puncta quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus aliquæ incidūt pyramides, ſunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, ſecundū illa pūcta axi incidentes ſunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ꝓpoſitum primū,& qm̄ ut patet per 35. huius radij longiores quaſi ad aliquam æquediſtantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, ſicut & in duabus præmiſſis declaratum eſt,& hoc eſt propoſitum.

XLII.

Per medium ſecūdi diafoni denſioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiē obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpoſitionis probati plus experientiæ inſtrumentorum innititur, quàm alteri demonſtrationū, cum ergo quis experiri uoluerit modū fractionis radiorū luminoſorum in medio ſecundi diafoni denſioris primo, ut in aqua quæ eſt denſior aëre, aſſumat uas

uas rectarum orarum qualiſcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non maior diametro inſtrumēti, ut faciendū præmiſimus in prima huius, & planentur oræ illius uaſis donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana, & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratū uiſibile numiſma uel tres picta diuerſi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum ꝑpendiculariter ꝓiecerit ſuper medium numiſmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipſorū ſitum & partium ordinationem eo modo quo ſunt ſecundum ſe ordinata ſi in aëre uiderentur, conſideret ergo experimentator illum ſui corporis ſitū, ſiue ſit ſtans ſiue ſedens, & ſui diſtantiam à baſe, & ſitum ipſius uaſis, & omnia circūſtantia: ponatur itaq; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol, & ſiſtatur uas taliter ut ſuperficies circūferentiæ uaſis ſit æquediſtans horizonti, hoc aūt patet perpēdi ex hoc, ſi ſuperficies aquæ ſit æquediſtās periferiæ uaſis. Deinde imponať inſtrumentū in hoc uas, ita quod pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtentes ſuperponať oræ uaſis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inſtrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet centrū inſtrumenti, & reuoluať inſtrumentū in circuitu uaſis donec oræ ſuper aquam obumbrent alias ſub aquam, & tunc retenta regula cū altera manuū reuoluatur inſtrumentum cū reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumen ſolis pertranſeat foramen l m n, quod eſt in ora inſtrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad ſuperficiem aquæ, quia lumen pertranſiens foramen rotundū ampliatur ſemper per 36. huius. Siſtatur quoq; taliter inſtrumentū, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis quod eſt x y z, ſitū habeat æqualē, & tunc experimētator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundū omnem ſitū & modum quo prius aſpexit numiſma inſpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inſtrumenti, cuius ora eſt abſciſa, quæ eſt a d, inuenietq; lumen pertranſiens ex duabus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illorū circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorū, ex quo patet quod mediū punctum huius luminis cadit in aliquod punctū medij circūferentiæ circuli illorum trium circulorū, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutū in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter, & tunc inſpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppoſitæ, per undecimā huius diuides eū per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & eius quæ eſt intra aquā, & uniuerſaliter ſecūdū quā ꝓportionē acus periferiā foraminis ut corda aſcindit, ſecundum eandē ꝓportionē umbra acus periferiam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eſt in medio lucis intra aquam exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ eſt in centro foraminis ſuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ ſunt centra amborum foraminū tranſeuntes, & huius linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorū, et eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, tamē ſit æquediſtans diametro circuli in baſe inſtrumenti exiſtentis quæ eſt f e g punctus ergo qui eſt in medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ exiſtentis, eſt in ſuperficie huius medij circuli, ſed & punctus p in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erūt in ſuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod ſi lux quæ eſt in ſuperficie aquæ non fuerit manifeſta, mittatur regula minor in aquam, & ſuperficies eius in aqua ſignata eſt linea diuidens ſuperficiē eius latitudinis ꝑ æqualia ſuꝑficiei, applicetur aquæ, ut fiat una ſuperficies cū illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumenti, palam ergo ex præmiſſis in prima huius, quia linea, quæ eſt in ſuꝑficie regulæ in ſuꝑficie medij circuli m & y centrum duorū

duorum foraminum tranſeuntis,apparebitꝗ lux,quæ eſt in ſuperficie aquæ ſuper ſuperficiem regulæ,& medium luminis lucis ſuper lineam,quæ eſt in medio regulæ, & ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris,obumbrabitur linea , quæ eſt in medio regulæ, & ſi acumen acus ponat̃ ſuper centrũ foraminis , cadet umbra acuminis acus in medio lucis,quæ eſt ſuper regulam,& ablata acu redibit lumen , ſic ergo apparebit, lumen cadens ſuper ſuperficiem aquæ apparitione manifeſta,& patebit quod lux incidens centro foraminis ſuperioris, ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centrum duorũ foraminum ,& quoniam ſuperficies aquæ tranſit centrum inſtrumenti,& ſuperficies regulæ eſt una cũ ſuperficie aquæ,ſuperficies itaꝗ regulæ tranſibit centrum inſtrumenti, erit ergo remotio,cẽtri lucis à centro inſtrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti,erit ergo centrum lucis,quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli,reuoluatur ergo regula, donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrum inſtrumenti,& pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia ſit in centro luminis, quod eſt intra aquam,acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij & lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ,& erit illa linea ſemidiameter medij circuli , immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipſius ſit in pũcto anguli regulæ.Secabit quoꝗ umbra acus lucem ,quæ eſt intra aquã ,eritꝗ umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ eſt in medio lucis,et ſic fixo acumine acus ,moueatur acus,umbra acus mutabit ſitum ad uniuerſas partes lucis,umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis,ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis:idẽ quoꝗ accidit in quocũꝗ puncto lineæ,quæ eſt in ſuperficie regulæ poſitum ſuper acumen acus , ex quo patet quod lux exiſtens in aliquo puncto lucis intra aquam,ꝓcedit à puncto ſibi ſimili in luce quæ eſt in ſuperficie aquæ , & quod à medio puncto lucis quæ ſuper aquam ad medium punctũ lucis inter aquam ꝓtenditur radius ſecundum lineam rectam,quæ eſt medium regulæ : ex quo patet , quod tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per primam undecimi,& hoc eſt quod circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare .

XLIII.

In medio ſecũdi diafoni,quod eſt denſius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diafoni ſecundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ꝓpoſitum theorema poteſt declarari.Oppoſito enim foramine ſuperiori ipſius inſtrumenti oblique ipſi corpori ſolari, ita, ut radius oblique incidat ad oram inſtrumenti oppoſitã foramini,& pertractato per modum quo in præmiſſa centro lucis,quæ eſt intra aquam ,ſignetur illud per puncturã ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumenti,& inuenietur illud centrũ non in linea g k ꝑpendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſito lineæ f h,in qua eſt foramen oræ inſtrumenti , ſed declinabit ab illa linea ad partem in qua eſt ſol,eritꝗ inter hoc centrũ lucis & punctum p, qđ eſt cõmunis differentia lineæ g k , perpẽdicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti,& circũferentiæ circuli medij tranſeuntis per m & y centra foraminũ diſtantia ſenſibili ,mutatur itaꝗ regula in aquã,& applicetur ſuperficiei laminæ,ita,ꝙ terminus latior regulæ ſit ſupra diametrũ laminæ,& moueatur regula quouſꝗ acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quo ad ſenſum,erit itaꝗ centrũ lucis,qđ eſt intra aquam & inter acumen regulæ,& lineã g k perpendicularẽ ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti,patet ergo ex hoc,ꝙ hæc refractio eſt ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ . Hæc ita inuento ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatorꝫ circulorũ ſuper punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ ſignum fixum per ferri duri puncturã: & quia patuit per præmiſſam, ꝙ inſtrumento directe ſoli oppoſito & radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente ,lux quæ ꝓuenit ad centrũ lucis , quæ eſt intra aquam,eſt lux extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum,quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquediſtantis ſuperficiei baſis in-

ſtrumenti,& eſt diameter illius,ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti , tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineã g k perpendicularem ſuper diametrum f g,in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qñ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam,tunc patet quod lux oſtenſa â medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit̃ ad medium lucis, quæ eſt intra aquam,ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis ꝑ centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo,declaratum eſt autem per primã huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis , quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis,quæ eſt intra aquã,eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiẽ aquæ,qđ eſt ꝓpoſitũ.

XLIIII.

Per mediũ ſecũdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cẽtro corpis luminoſi ſuꝑ ſuperficiẽ corporis obiecti penetrat irrefractus.

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitũ theorema poteſt declarari, aſſumant̃ eñ uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtũ longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumẽti , & fiant planæ ſuperficies eorũ æquales & æquediſtãtes, & latera ipſorũ ſint recta & multum poliantur ,deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum,quæ eſt f g , ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k,& producatur illa linea in utranꝗ partem ſuperficiei circuli baſis,& ſit z e x, ponatur itaꝗ unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ,quæ eſt z e x,taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ,& inter centrũ inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti,quæ eſt f g , per mediũ ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti , applicetur itaꝗ uitrũ baſi inſtrumẽti formi applicatiõe per bitumen firmum,taliter tamen quod poſſit auferri quãdo placuerit,deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum,ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri , & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa.Deinde tertium uitrum applicetur ſecũdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterũ ſecũdi uitri,& applicet̃ baſi inſtrumẽti,& ſic fiat de pluribus uitris quouſꝗ perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti aut prope, ſcilicet uerſus pũctum t,cum itaꝗ intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum,palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti,quæ eſt f g,tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti,& altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g,unaquaꝗ enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierũ uitrorum ꝑpendicularium ſuꝑ diametrum baſis inſtrumẽti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à cẽtro foraminis ſuꝑ ſuperficiem baſis inſtrumenti,linea ergo q̃ tranſit centra amborũ foraminũ tranſibit centra ſuperficierum uitrorũ perpendiculariũ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti:accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formã præmiſimus,& erigatur ſuper oram inſtrumẽti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli , ſecabitꝗ linea recta tranſiens ꝑ centra amborum foraminum , & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter,& tranſibit ad punctum g,tunc itaꝗ ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuũ aqua , & ponatur in ſole directæ oppoſitũ centro ſolis,ut accipiat radiũ ꝑpendicularem , hoc aũt poteſt fieri,ſi moueat̃ inſtrumentũ quouſꝗ lux ſolis tranſeat ꝑ ambo foramina,& fiat apud ſecundũ foramen lux æqualis,& aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro , & uidebit̃ lux

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiē ipsius regulæ, &
illud umbrosũ q̄d circũdat lucē in sup̄ficie regulæ, obumbrabit̄ ꝑ umbrā oræ instrumē
ti, eritq́ꝫ centrũ uisus ipsius aspiciētis sup̄ lineā quæ est in superficie regulæ, deinde acus
subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpēdicularis sup̄
centrũ foraminis, cadetq́ꝫ tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in linea
quæ est in superficie regulæ, tunc itaqꝫ signetur punctus illius umbræ cũ incausto subti
liter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup̄ centrũ infe
rioris foraminis, cadetq́ꝫ iterũ umbra extremitatis acus sup̄ punctum signatum in sup̄-
ficie regulæ. Ablata quoqꝫ acu lux reuertitur: ex quo patet, q̄m lux quæ est super punctũ
quod est in superficie regulæ transit ꝑ cētra amborũ foraminũ, deinde cũ incausto signe
tur nota nigra in pũcto in medio superficiei uitri ex parte regulæ, potest aũt ille pũctus
inueniri ꝑ 40. primi huius, q̄m ille punctus est cōmunis sectio duorũ diametrorũ super
ficiei uitri, & tũc intuens lucem quæ est super regulā inueniet umbrā puncti, quæ est in
medio uitri, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc q̄m lux quæ trā
sit per centra duorũ foraminũ, transit per punctũ quod est in medio uitri. Deinde euel-
latur uitrum primũ, quod est super centrũ instrumenti punctũ e, & in superficie secũdi
uitri signetur punctũ medium, ut prius factũ est in superficie uitri primi, & cōponatur
instrumentũ secũdo, & moueatur quousqꝫ lux transeat per duo foramina, peruenietq́ꝫ
lux transiens per centra duorũ foraminũ ad centrũ lucis, quod est in superficie regulæ,
patet itaqꝫ ex hoc quod lux pertransiens centra duorũ foraminũ transit per punctum
quod est in medio superficiei secũdi uitri, & quod lux quæ transit per centra duorꝫ fora-
minũ in prima experimentatione, transit & per punctũ qđ est in medio secundi uitri.
Extrahatur itaqꝫ secundũ uitrũ & opponatur tertiũ, & sic de cæteris usqꝫ ad ultimũ,
& patet uniuersaliter ꝙ lux transiens per centra duorũ foraminũ perueniens ad superfi
ciem regulæ, transit etiā per centra superficierũ uitrorũ omniũ positorũ sup̄ superficiē
laminæ, & sunt omnia centra superficierũ uitrorũ omniũ in una linea recta cōtinuante
centra duorũ foraminũ: lux itaqꝫ pertransiens centra foraminũ tam in corpore uitri q̄
extra corpus in aëre, extēditur secundũ lineam rectā cōtinuantem centra duorum fora
minũ, & est illa linea m p, ꝑpendicularis super superficies omniũ uitrorũ oppositas fora
mini per 14. undecimi, illa enim linea m p, est æquedistans lineæ f g, diametro laminæ
quæ est perpēdicularis super superficiē uitrorꝫ, cum sit perpēdicularis sup̄ differentiā cō
munem superficiei uitri, & superficiei laminæ, & si om̄ibus uitris uel ipsorũ aliquo præ
misso modo super fundum instrumenti disposito infundatur aqua uasi usqꝫ ad conca-
uum superficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis semp̄
penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorꝫ perpendiculariũ adiu-
uetur per cubicā figurā uitri, accipiatur medietas sphæræ uitreæ claræ uel cristallinæ,
cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctũ c & centrũ laminæ qđ est
punctũ e, & inueniatur centrũ basis eius super quod signetur linea subtilis cũ incausto.
Deinde ex hac linea ex ꝑte cētri sphæræ separetur linea æqualis lineæ l m, diametro fo
raminis oræ instrumēti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum
foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē
huius lineæ separatæ à diametro ꝓducatur perpendicularis ad utrāqꝫ partē superficiei
sphæricæ, qđ potest fieri per undecimā primi, & secetur sphæra uitrea secũdũ illā lineā
planeturq́ꝫ superficies uitri secti donec sit penitus æqualis, fiatq́ꝫ ꝑpendiculariter ere-
cta super superficiem planā hemisphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit
mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiei erectæ, & superficiei ba
sis sphæræ linea recta, super quā erit perpēdicularis linea prius à cētro sphæræ ꝓducta
ergo etiā erit perpēdicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q̄ est
cōmunis sectio fiat signũ cũ incausto, deinde uitrũ illud politũ optime super hanc super-
ficiē sectā ponat̄ super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat
foramina, & mediũ lineæ quæ est cōmunis sectio duarꝫ superficierꝫ planarũ uitri, appli-
cetur centro laminæ, & figatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis

super

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitrorꝫ cubitorũ, ita ꝙ
superficies regulæ in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & ꝓpe illud: de-
inde imponitur instrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in sole uacuũ aquæ, & mo
ueatur instrumentũ donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq́ꝫ lux sup̄ superficiē
regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrũ superioris forami
nis, cadetq́ꝫ umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ablato quoqꝫ stilo reuertetur
lumē ad locum suũ. Idem quoqꝫ accidit ponēti extremitatē acus super centrũ foraminis
secũdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrũ sphæræ uitreæ, cadetq́ꝫ umbra ex-
tremitatis acus super centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trāsiens ꝑ centra duorũ forami-
nũ trāsit & per centrũ sphæræ uitreæ, & per mediũ superficiei lucis quæ est in cōuexo ui
tri, patet etiā ex his qđ lux transiens in corpus uitri extēditur secundũ rectitudinē lineæ
transeũtis per cētra duorũ foraminũ, & est illa linea semidiameter sphæræ. Nam ꝑpen
dicularis exiens à centro basis uitri ad laminā, est æqualis diametro foraminis & lineæ
exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiē laminæ, & quoniā hæ duæ
perpendiculares cadũt super diametrum laminæ, palam qđ linea transiens per centra
duorꝫ foraminũ cũ extendit̄ in rectitudinē peruenit ad centrũ sphæræ uitreæ, est ergo in
illa linea diameter huiꝰ sphæræ uitreæ, est ergo ꝑpendicularis sup̄ superficiē huius sphæ
ræ ꝑ 72. primi huius, q̄m enim trāsit centrũ sphæræ, patet quod ipsa est perpēdicularis
super cōuexam superficiē sphæræ, sicut superius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaqꝫ
regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentũ secũdo in uas
ut prius, & moueatur q̄usqꝫ lux transeat per duo foramina. Inuenieturq́ꝫ lux super oram
instrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod est differentia cōmunis inter cir
cũferentiam circuli medij, & lineā g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in ex
tremitate diametri circuli medij, quæ est in p, transeuntis per centra duorꝫ foraminum
m & y, ex quo patet, q̄m lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓce
densq́ꝫ in corpus aëris, extenditur secundũ lineā, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ
enim linea recta transiens centra amborꝫ foraminũ perpēdicularis sit super superficiē
uitri, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiē aëris tangentis ui
tri superficiē. Itaqꝫ si uasi infundatur aqua remanente uitro in sua positione donec aqua
superfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis super extremitatē diametri cir-
culi medij, & si sphæra media transuertatur, ita ut conuexũ eius situetur ad secundũ fo
ramen, & plana superficies ad centrũ instrumēti, scilicet punctũ e, siue aqua superfundat̄
siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, q̄m semp̄ radius tran
siens per cētra amborꝫ foraminũ, transibit & per centrũ sphæræ. Ex his omnibus ꝑ uitra
cubica & sphærica, patet qđ suũ mediũ secundi diafoni fuerit densius uel rarius, dũ tamē
linea per quā extenditur radius fuerit perpendicularis sup̄ superficiem secũdi corporis,
quod lux extēditur in secũdo corpore secundũ rectitudinē lineæ, per quā extēdebatur in
corpore primo, patet ergo ꝓpositum, corpus enim uitri est densioris diafonitatis quâm
corpus aêris, & etiam quâm corpus aquæ.

XLV.

In medio secundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum
oblique incidentium à posteriore superficie secundi diafoni à perpendicu-
lari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur est cōformiter prioribus per instrumentalem experientiā
declarandũ. Assumatur em̄ illud uitrum sphæricũ, quo iam in præcedēti ꝓximo theore
mate usi sumus, & ponatur super lineā instrumenti, ita qđ superficies plana ipsius respi-
ciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ est ī ipso sit super centrũ laminæ, & linea
quæ est cōmunis sectio superficierũ planarꝫ uitri, cadat oblique super diametrũ laminæ
quacũqꝫ obliqua ratione, palam ergo q̄m linea transiens cētra duorꝫ foraminũ obliqua
est super superficiē planā uitri, cōiungatur itaqꝫ uitrũ laminæ instrumenti secundũ hũc
sitũ firmiter, & ponat̄ instrumentũ in uas, & uas in sole, moueaturq́ꝫ instrumentũ donec
lux transeat per duo foramina, cadetq́ꝫ lux in interiori oræ instrumenti, & centrũ lucis

 erit in

erit in circunſerentia medij circuli,ſed extra illum punctũ p, qui eſt cõmunis differen-
tia circũferentie medij circuli,& lineæ ſtanti in ora inſtrumenti quæ eſt g k, & erit decli
natio eius ad partẽ in qua eſt ſol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco
refractionis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã uitri,& qm̃ hæc lux extenditur in aëre ſecundum
rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duoꝝ foraminũ,ut patet per primã huius, &
hæc linea in hoc ſitu ꝑuenit ad centrũ ſphæræ uitreæ,& eſt obliqua ſupˈ ſuperficiẽ ſphæ-
ræ planã, palã ergo quia terminatio extenſiõis illius lucis,& eſt in centro uitri,extendiť
ergo lux in corpus uitri ſecundũ lineã rectã exeuntẽ à cẽtro ſphæræ ad circũfererentiã,
quæ linea cũ ſit diameter per 72.primi huius,quoniã ipſa eſt perpẽdicularis ſuper ſphæ-
ricam ſuperficiẽ uitri,ergo & ſuper cõcauam ſuperficiẽ aëris continentis ſphærã uitri,
non ergo refringitur in aëre ſecundo,ſicut neq; in primo,ſed neq; reflectitur in corpore
uitri,nec in cõuexo ipſius,refringitur ergo apud centrũ uitri,quia fuit obliqua ſuper ſu
perficiẽ eius planã,in qua eſt centrũ uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud
qđ eſt, etiã ſuperius declaratũ, ſed qm̃ lux ſi fuerit extẽſa in corꝑe ſubtiliori oblique in
cidens ſuperficiei corporis groſſioris, refringetur ab ipſo,& erit eius refractio ad par-
tem perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſphæricã corporis groſſioris,ſicut per 43. huius
patuit, fiat refractio ex aëre ad aquã,erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeuntis
à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ aquæ,& nõ peruenit refractio ad perpendicularẽ,qđ
ſi uitrũ ecõuerſo ſituetur,ſcilicet ut ſuperficies eius ſphærica & cõuexa reſpiciat ſuperius
foramẽ,& punctũ mediũ lineæ, quæ eſt cõmunis differentia ſuperficierũ planarũ, quod
eſt centrum ſphæræ uitreæ ſit ſuper centrũ inſtrumenti,cadatq; hæc linea oblique ſuper
diametrum laminæ,ducaturq; in ipſa ſuperficie laminæ à cẽtro laminæ linea perpendi
cularis ſuper lineã,quæ eſt cõmunis ſectio illarum planarũ ſuperficierũ,quæ neceſſario
erit perpendicularis ſuper ſuperficiem planã uitri erectam ſuper ſuperficiẽ laminæ,po-
natur itaq; inſtrumentũ in uaſe ſine aqua,& moueatur quouſq; lux pertranſeat duo fo-
ramina, cadetq; centrũ lucis in circũferentia medij circuli extra punctum p,quod eſt dif
ferentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k,perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ du-
ctæ in ora inſtrumenti quod punctum p,eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt
m p,erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua eſt perpendicularis educta à
loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri,hæc aũt lux extenditur in uitro ſecun-
dum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, quoniã illa linea
cum per centrum ſphæræ uitreæ tranſeat eſt in illa diameter ſphæræ uitreæ, ſit itaq; re-
fractio lucis apud centrum ſphæræ uitreæ,quoniam lux tranſiens centra amborum fo-
raminum ſit oblique ſuper ſuperficiem planam uitri,& ſuper ſuperficiem aëris contin-
gentis uitrum,& ſi aqua infundatur uaſi quouſq; ſuperemineat centro inſtrumenti,ca-
det adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem ſui diame-
tri oblique ad partem contrariam illi parti ſuper quam cadit perpendicularis, & quo-
niam aër eſt ſubtilior quàm aqua, & aqua ſubtilior uitro, maior fiet diſtantia,circuli lu
cis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod ſi uitrum pona-
tur aliter in ſuperficie laminæ,ſcilicet ut linea quæ eſt communis differentia duarũ ſu-
perficierum planarum ipſius uitri ſit ſuper laminam perpendiculariter diametrum la-
minæ ſecantem,non tamen ſit eius medius punctus,qui eſt centrum uitreæ ſphæræ ſu-
per centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina,& figura regulæ ſubtilis
ſuper ſuperficiem laminæ erecta ſuper oram eius, in quo eſt linea ex parte uitri, & ter-
minus regulæ ſecet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea tranſiens
per centra foraminum duorum non tranſit per centrum ſphæræ, ſed per illud pũctum
ſuperficiei planæ ipſius uitri, & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem per 72. pri-
mi huius, ponatur itaq; inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole, & moueatur inſtrumen-
tum quouſque lux tranſeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux dire-
cte ſuper ſuperficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ eſt in ſuperficie
regulæ, ſed declinabit oblique extra lineam, quæ tranſit per centra duorum forami-
num ad partem in qua eſt centrum uitri, hoc eſt ad partem contrariam perpendicula-
ris ex-

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam,e-
ritq; linea pertranſiens centra duorũ foraminum perpendicularis ſuper ſuperficiem ui-
tri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea eſt æquediſtans lineæ f g diametro
laminæ,quæ ex hypotheſi,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri. Si ergo
lux tranſiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur ſecundũ rectitudinẽ ad pla-
nam inter ſuperficiem,palam ꝙ tunc extenderetur ſecundum rectitudinem in aëre. Sed
centrũ lucis,quæ eſt in regula,cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ,patet ꝙ lux nõ
extenditur in eius rectitudinẽ ad ſuperficiẽ planam uitri,eſt ergo lux refracta,ſed nõ re-
fringitur in aëre,neq; in corpore uitri. Refringiť itaq; apud ſphæricã ſuperficiẽ uitri,in
cidit enim oblique ſuper ſphæricam ſuꝑficiẽ, qm̃ linea tranſiens centra duoꝝ foraminũ
non tranſit per centrum uitri,& hæc lux egrediens à plana ſuperficie uitri, qm̃ oblique
aëri incidit,plus refringitur. Qđ ſi uitrum econtrario diſponitur,ut eius ſuperficies pla
na apponatur foramini primo ſic,ꝙ cõmunis differentia ſit ſuper lineam ſecantẽ diame
trum laminæ perpendiculariter,& medius punctus illius lineæ ſit extra centrum lami-
næ. Tunc ergo linea pertranſiens centra duoꝝ foraminũ non tranſit per centrum uitri,
ſed per alium punctũ illius planæ ſuperficiei,& eſt perpendicularis ſuper illam ſuperfi-
ciem,moueať itaq; inſtrumentũ in ſole,donec lux tranſeat per ambo foramina, cadetq;
centrum lucis,quæ cadit in interiori parte oræ ipſius inſtrumenti in periferia medij cir
culi extra punctũ p,qđ eſt extremitas diametri medij circuli,quæ eſt linea m p, ſed decli
nabit ad partem in qua eſt centrũ uitreæ ſphæræ,& linea quæ egreditur à centro huius
ſphæræ in imaginatione ad locum refractionis,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ hu-
ius ſphæræ,eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſuperficiẽ ſphæ
ræ uitreæ. Hæc itaq; refractio eſt ad partem contrariã illi,in qua eſt perpendicularis exi
ens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſphæram. Lux uero tranſiens
centra duorũ foraminũ pertranſit corpus uitri recte,cum ſit perpẽdicularis ſuper ſuper-
ficiem planam uitri,ſed non eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ conuexam, cum nõ trãſit
centrum ſphæræ,ergo etiam non eſt hæc lux ꝑpendicularis ſuper ſuꝑficiem aëris conti-
nentis conuexum uitri,& quia hæc lux refracta inuenitur,refrangitur ergo apud conue
xam ſuperficiem ſphæræ uitreæ,ꝙ ſi aqua tunc infundetur uaſi infra centrum laminæ,
inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua eſt centrũ uitri;hoc autẽ eſt ad partẽ con
trariam illi,in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis,quæ extenditur in cor-
pore aëris perpendicularis ſuper concauam ipſius aëris ſuperficiem conuexi uitri con-
tinentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana ſuperficie cõſi ſtere eſt neceſſe.

Sed & id qđ nunc proponitur,poteſt experimentaliter declarari,qm̃ enim omnibus
diſpoſitis, ut eſt in 43. huius, lux incidens centro lucis,quæ eſt in ſuꝑficie aquæ,& à cen-
tro lucis exiſtentis ſuper ſuperficiem aquæ,qđ eſt centrum medij circuli incidens centro
lucis intra aquam exiſtentis, ꝙ eſt in circumferentia circuli medij,tranſit per centra am-
borum foraminũ,quæ ſimiliter ſunt in ſuperficie medij circuli,palam,qm̃ linea ſecundũ
quã lumen incidit ſuperficiei aquæ per medium aërem,& ſecundũ quã refringitur in a-
quæ medio,ſunt in eadem ſuperficie,qm̃ utraq; ipſaꝝ eſt in ſuperficie medij circuli triũ
aſſignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio ſolari, quando radi-
us tranſiens ſolaris per centra foraminum,fuerit obliquus ſuper aquæ ſuperficiem, non
qñ fuerit ꝑpendicularis,& propter obliquitatem ſitus inſtrumẽti à centro ſphæræ aquæ
nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ,niſi ſol fuerit per-
pendiculariter ſuper zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum exiſten-
te,ſatis euidens eſt hæc experimentatio omni tempore,patet ergo id qđ proponitur,&
hanc ſuperficiẽ dicimus ſuperficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmiſſis
propoſitionibus,quoniã omnis lux pertranſit quacunq; corpora diafona ſecundũ lineas
rectas:& q̃diu lineæ ſunt ꝑpendiculares ſuper ſuperficies corpoꝝ, quæcunq; etiã diuer-
ſæ ſint diafoneitatis,ſemper extendiť ſecundũ rectitudinẽ eiuſdem lineæ,& non refrin-

 gitur

gitur. In corpore uero diuersæ diafoneitatis omnis lux superficiei secundi corporis oblique incidens, refringitur secundum lineas rectas alias ab illis, secundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ semper erunt in eadem superficie plana, imaginate secare utrunq; illorum corporꝫ, & hæc superficies in spectione instrumenti est medius circulus trium circuloꝝ signatorū in interiore parte oræ instrumenti, cuius diameter est linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius, refringet̃ ad partem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ est ꝑpendicularis super superficiem grossioris secundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ super superficiem corporis secundi, scilicet subtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio secundi diafoni densioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ super secundi diafoni superficiem, & in medio secundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qđ de particularibus experientijs hactenus instrumentaliter probatum est, naturali demonstratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt secundum lineas ꝑpendiculares, sunt fortiores, q̃m coadunant̃ uirtute uniuersali cœlesti secundum lineam rectam breuissimā, omni subiecto corpori influente. Impulsiones ꝓiectionū factaꝝ ꝑpendiculariter sunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & similiter percussiones, quæ fiunt perpendiculariter, sunt omnibus obliquis percussionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores sunt illæ quæ plus accedūt ad ꝑpendicularitatē, quia itaq; omnis corporis densitas impedit transitū luminis, necesse est lumen imaginari repelli à transitu per resistentiā corporis densi, & plus per resistentiam corporis densioris: & per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitatē actiuam, quæ est lumen, intelligimus quendā motum motionis luminis per medium corpoꝝ resistentium, quæ secundū plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, non ꝙ in transmutatione locali ipsius luminis sit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodē instrumenti secundū diuersitatē medioꝝ se plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertransiens corpus diafonum, motu uelocissimo & insensibili pertransit, sic tamen, ꝙ per magis diafona uelocior fit motus q̃ per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus resistit penetrationi lucis secundū qđ est participans diafonitatē plus uel minus, grossities enim corpoꝝ resistens est semꝑ luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransiret corpus aliqđ diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano grossiori, tunc corpus grossius resistit luci uehementius, q̃ prius corpus rarius resistebat, necesse est ergo ꝙ ꝓpter resistentiam illius corporis densioris motus lucis transmutetur: & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partē cōtrariam refringetur, quia uero nō resistit fortiter, ideo lumen nō redibit in partē ad quā mouebatur. Si uero resistentia fuerit debilis ꝓpter maiorē raritatē corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariā partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quā inceperat, sed mutabitur in situ: cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacunq; diuersæ diafoneitatis, non mutabitur, sed directe omnia penetrabit, q̃m perpendicularis fortior est omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diafono grossiori lux incidit, oblique extenditur secundū lineam rectam approximantē ad perpendicularē, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diafoni grossi ꝓductam super superficiē corporis grossioris, ideo, quia facillimus motuum est secundū lineam perpendicularē. Si ergo radius lucis inciderit super lineam perpendicularē, transibit recte ꝓpter fortitudinē motus super perpendicularē. Et si radius inciderit oblique, tunc non poterit transire ꝓpter debilitatē motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquā, per quā facilior sit transitus, q̃ per illam partem, ad quā per lineam incidentiæ mouebatur: facilior autē motuū, & plus adiutus cœlesti influentia

tia est super lineam perpendicularem: qđ enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij q̃ plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiē, palam itaq; secundum rationē præmissam fortitudinis perpendiculariū, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, q̃m radius incidens secundū lineam a b penetrat perpendiculariter totū corpus b e f. Radius uero incidens secundū lineam a c, si directe trāseat corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corpoꝝ a b e & b e f, qđ est contra hypothesim: linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandē lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, ꝙ difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̄ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, frustra ergo incidebat, natura autē frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris q̃ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinē actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam q̃ prius, & quia formarum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinē omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit secundū lineam a c, quia sic dispositio diafonoꝝ corporum secundū resistentiam ad receptionē luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nō ad ꝑpendicularē c g, quoniā illa refractio non fit ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam q̃ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partē contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secūdi diafoni densioris, quæ est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniā enim transitus perpēdicularis est fortissimus & facillimus motuū, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebit̃ ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniā illi motui resistit̃ ꝓpter grossiciē medij, & etiam ꝓpter naturā alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctū b, semper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundū lineā c l propinquiorē perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctū q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctū h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cū æquedistante eius linea c g in puncto c. Cū uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resistentiæ,



tiæ,erit motus eius uelocior & magis ſui diffuſiuus, & quoniam reſiſtentia medij denſioris impellit ſuper lucem obliquam,ut coadunetur ad ꝑpendiculare lineam à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem illius corporis productam,quæ eſt c g : patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa reſiſtentia erit minor ꝙ̃ prima,fit ergo motus lucis ad partem à qua per reſiſtentiam repellebatur motus maior,mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita,ꝙ angulus g c k ſit maior angulo a c h,fit tamen ſemper motus lucis a c in reflectione à corpore ſecundo rarioris diafoni ꝙ̃ primũ inter lineas c g & c e,quoniam cum angulus g c e ſit rectus,angulus g c k nunq̃ poteſt fieri rectus,patet ergo propoſitum.

XLVIII.

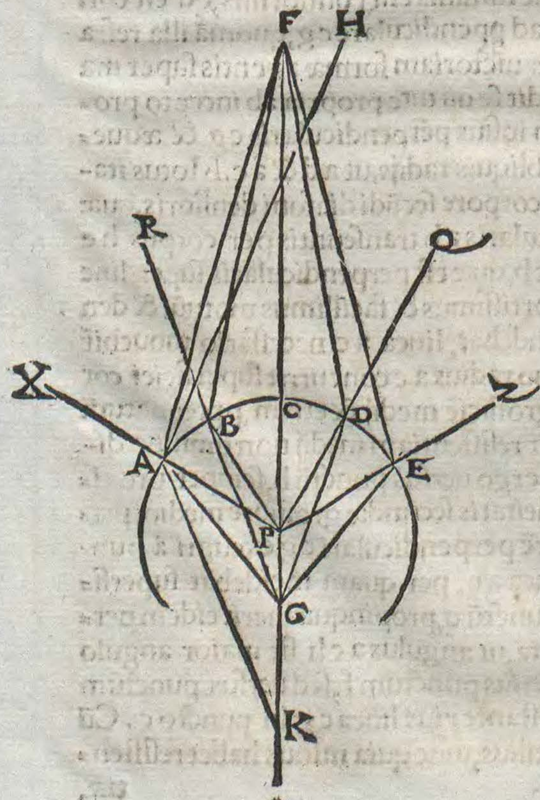
A ſuperficie plana corporis diafoni omniũ radiorũ illi ſuꝑficiei incidentiũ,non eſt poſſibile fieri refractionẽ ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim,ut patet per præmiſſas,in omni corpore diafono ſemper fit refractio uel ad ipſas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni,à qua fit refractio,uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunq; hoc contingat,patet,cum illæ perpendiculares ſuper planam ſuperficiẽ ſunt æquediſtantes per 6. undecimi,qm̃ ſiue ad ipſas ꝑpendiculares,ſiue ab ipſis fiat refractio,nõ eſt poſſibile,ut omniũ radiorũ illi planæ ſuperficiei incidente,refractio fiat ad punctũ unum,patet ergo propoſitum.

XLIX.

Nulla refractio tranſmutat ſitum partium formæ refractæ,ſed ſolum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim,ut patet per 47.huius,omnis refractio fit in medio ſecundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in denſiori uero ad ꝑpendicularẽ,palam ꝙ ſemper dexter radius remanet dexter,& ſiniſter ſiniſter,& ſimiliter de alijs differentijs poſitis.Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur,ſed ſemper permanent,modo ſuo autẽ à perpendiculari fit fractio,augetur forma ſecundũ dilatationẽ. Et cum ad perpendicularem fit refractio,minuitur,qm̃ anguli ipſam continentes,anguſtantur,patet ergo ꝓpoſitũ.



L.

In omni ſimili ſuperficie eiuſdẽ diafoni radij ſecundum æquales angulos incidentes,ſecundum æquales angulos refringuntur : & ſi maiores ſunt anguli incidentiæ, maiores ſunt anguli refractionũ,& ſi minores, minores.

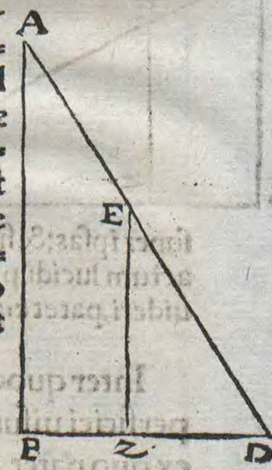
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte ſuperficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à ſuperficie ſphærica,& alia à plana,ſiue à parte diſpoſitionis diafonorũ,quoniã alia fit refractio à rariori diafono,alia à denſiori,ut patet per plures ꝓpoſitiones libri huius, ſiue attendatur à parte angulorũ incidentiæ, patet ſemper ꝙ angulis incidentiæ exiſtẽtibus æqualibus,ſecundũ modum ꝓpoſitionũ nulla ſubeſt cauſa diuerſitatis modi refractionis,fiet ergo ſemper refractio ſecundũ angulos æquales,& hoc eſt ꝓpoſitum primũ. Et eſt huius exemplũ,ut ſi uni corpori ſphærico diafono denſiori ipſo aëre medio,in cuius ſuperficie

ſit circulus a b c d e,cuius centrum ſit p,& à puncto f corporis luminoſi incidant lineæ radiales,quæ ſint a f,b f,c f,d f,e f,incidatq; radius f c perpendiculariter,& alij oblique:patet ꝙ omnes radij incidentes oblique in ſuperficie illius corporis diafoni,refringentur per 47.huius.Sit ergo exempli cauſa & breuitatis figurationis & denominationis linearum,ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g,& ducantur perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis lineæ,quæ ſint p d q & p b z & p a x & p e x.Dico ꝙ ſi angulus incidentiæ,qui eſt f d q,ſit æqualis angulo f b r,ꝙ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmiſſam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum.Similiter quoq; dico,ꝙ ſi angulus f d q ſit maior angulo f a x,ꝙ angulus p d g erit maior angulo p a g,fiat enim ſuper punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23.primi,qui ſit angulus h a x,refringaturq; radius h a in puncto a,concurretq; cum linea f g in puncto b,eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g:eſt autem angulus p a k maior angulo p a g,nõ enim eſt æqualis,quoniam tunc ex præmiſſis ſequeretur angulos incidentiæ eſſe æquales,qđ eſt contra hypotheſim,ſunt enim ſuppoſiti eſſe inæquales,ſed neq; minor,quoniã ſic fieret refractio irregularis,& eſt contra 43 & 45.huius,eſt ergo maior,ergo & angulus p d g eſt maior p a g.Idem quoq; poteſt demonſtri facilius,ut ſi angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij,utpote ſi arcus a c & c e aſſumantur æquales,tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmiſſam æquales:angulus uero p d g minor eſt angulo p e g, ꝙ patet,etiam ſi anguli refractionis ponantur eſſe æquales. De hac autem materia hic ſummarie loquimur,quoniam ipſam in 10 huius libro,ubi locum proprium habet perfectius perſequemur,patet ergo propoſitum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta ſit cognoſcere ſole apparente.

Sit data altitudo a b,quam proponimus,quanta ſit cognoſcere ſole apparente : & ſi illa altitudo eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis,ducatur in illa ſuperficie linea b d perpendicularis ſuper terminum altitudinis a b,qui ſit b, & incidat radius ſolaris per uerticem a b,qui ſit a,ipſi puncto d,& ſit a d,ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipſius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquediſtanter altitudini a b,ut ſi z e ſit baculus notæ quantitatis,erit ergo trigonus d z e per 29.primi æquiangulus trigono a b d,ergo per 4.ſexti,uel per 9.huius erit proportio d z ad z e,ſicut d b ad b a, ſed d z ad z e proportio eſt nota,quoniam cum z e ſit aſſumpta nota,poteſt & linea umbræ ſuæ quæ eſt z d modica menſuratione fieri nota,ergo d b ad b a proportio eſt nota,ſed d b poteſt menſurando fieri nota,ergo & a b erit nota,quod eſt propoſitum,ut ſi linea a b ſit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad menſuranda ſpacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

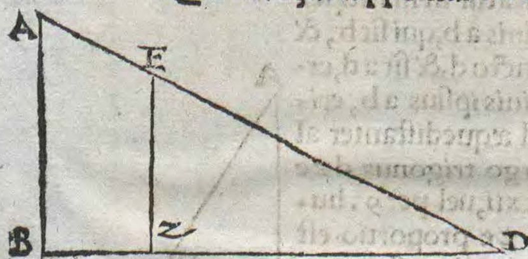
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cōsequentia intendimus declarare. Volentes autē formarū naturaliū actiones sub triplici uidendi modo prosequi, s. illo qui fit per simplicem uisionē, & eo qui per reflexionē & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionē ꝓpriā organi uisiui. Supponimus aūt hæc quæ sequunt̄ in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item ꝙ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hyposthasis colorū, alia uero per accidēs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cōtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dēsitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed alijs sensibus cōprehenduntur. Item petimus lucē fortē ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundū situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itē ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itē ꝙ color nō est motiuus uisus nisi secundū actū lucidi. Item sine contactu uisionē nō fieri, sicut nec aliquā actionē naturalē. Item uirtutē uisiuā finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

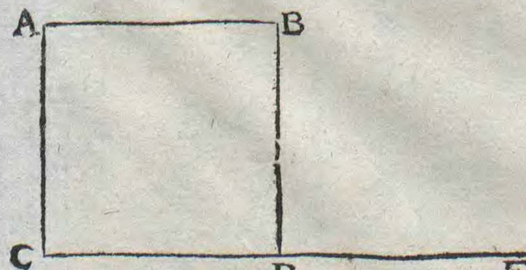
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cū sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior q̃ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formā coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarū rerum apud uisum per alternationē lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet ꝙ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.



II.

Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, semper necesse est inter quodlibet punctū superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ secundū quodcunq; propositū modum ꝓduci possunt, fit uisio, nisi forte ꝓpter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cū aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionē, reuertetur sensus, quoniā ab alijs partibus q̃ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliū ad puncta superficiei uisus, patet ergo ꝓpositum.



III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico ꝙ non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet ꝙ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundū ipsas ꝑpendiculares uident̄, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus est omnibus cōmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiē uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̄m linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior q̃ linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatē superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana, sed neq; alterius figuræ q̃ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine q̃ sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

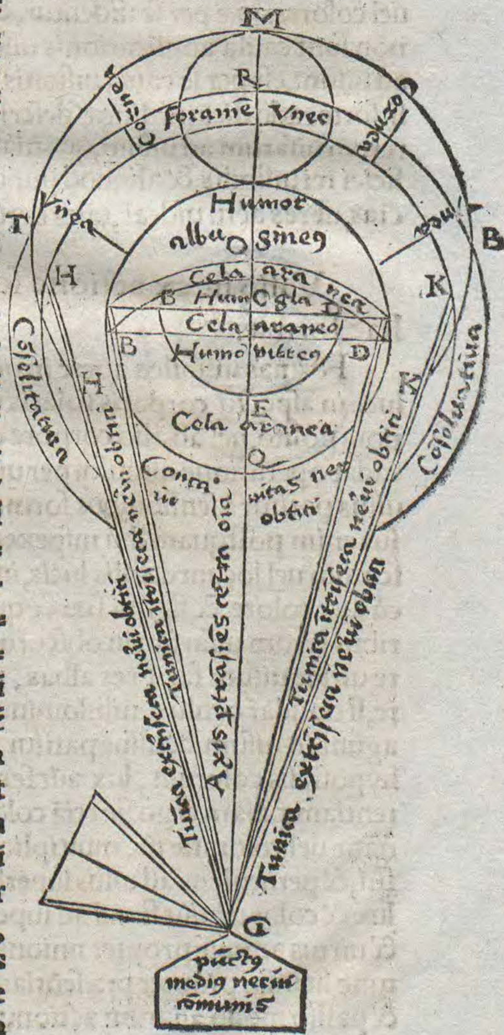
Oculus est organū uirtutis uisiuæ sphæricū ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organū negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, ꝙ aūt sit sphæricus, necessariū est per præcedentē ꝓpositoinē, & etiā ex eo ꝙ est naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratū. Qd̄ autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiū cura edocuit. Primus itaq; humorū istoꝝ cristallinus uel glacialis, qui ꝓprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estq; sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarū uisibiliū, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrū, à qua parte totus oculus recipit nutrimentū, ꝙ anteq; ꝑfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendit̄ nutriri, nondū plene in formis substātialibus & accidētalibus, & eidē assimilatū necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicit̄ alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustro, & quia in omni qd̄ nutritur, semꝑ purū ab impuro separatur, illud qd̄ ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniēs, separat̄ ad partē oppositā parti nutrimēta li, hoc est, ad anterius cristallini humoris ꝓfluit, & est diafonū, quoquo mō assimilatū humori cristallino, nondū tn̄ suæ ꝑfectæ consistentiæ in densitate, eo ꝙ est suꝑfluū nutrimenti corꝑis densioris, patet ꝙ necessario est diafonū liquidū, unde uocatus est humor albugineus, q̄a simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enī hu-

mor alb9, clar9, tenuis, diafon9, & habet humorẽ ad ptẽ anteriorẽ, sicut & uitreũ humorẽ ad partẽ posteriorẽ pro custodia humoris cristallini, ne ab extrĩsecis occasiõibus uel intrĩsecis citi9 patiat̃, & cadat ab officio organi uisiui naturæ sagacitas deputauit. Cõtinet aũt primũ duos hũores, s. cristallinũ & uitreũ, tela ualde tenuis & subtilis separãs eos ab albugineo, & circũdans ambos eos, cuius etiam telæ aliqua pars descendens per medium separat cristallinũ â uitreo & hæc tela ꝓpter sui subtilitatem tela aranea nominatur. Cum aũt humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessariũ fuit ipsum per aliquod solidũ pro oculi custodia retineri, circũdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa solida forti, non multũ diafona, quæ sui densitate melius retineat, & sui caliditate humorem albugineum temperet, ne cristallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni uisibiliũ formarũ, & quia ꝓpter eius tunicæ densitatẽ & uiscositatẽ formæ uisibiles ad humorem cristallinũ undiꝙ tali tunica circundata non ꝑuenissent, ideo in anteriori parte oculi, ubi est locus receptionis formarũ uisibilium, natura hanc tunicam intercidit, factumꝙ est foramen rotundũ, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi descriptibilis intra illã sphærã, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, & est hoc foramen ideo rotundũ, ut sit magis apta susceptioni omniũ formarũ pertransiẽs usꝙ ad eiusdẽ tunicæ concauũ, & ob hoc hic tunica dicta est unea, quia assimilabit̃ unæ in aspectu, & est hæc tunica plurimũ nigra, sæpe tñ uiridis, & q̃nꝙ glauca, & corpus illius tunicæ est tenue densum non rarum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ, & ut non impediatur operatio uirtutis uisiuæ, necessarium fuit naturæ foramini uneæ subponere uelamen diafonũ solidum ad modũ cornu albi clari, dictaꝙ est hæc tunica cornea, ubi uero coniungit̃ hæc tunica alijs partibus corporis circũpositis oculo, ibi cessat diafonitas, fitꝙ alterius dispositionis tunica solidior ꝙ cornea non diafona, ipsa tamen cornea complens sphæram unam, quæ est sphæra totius oculi, & illius sphæræ posterior pars nõ diafona, sed carnosa fit alia tunica, & hæc dicit̃ cõiunctiua uel consolidatiua, qm̃ cõiungit oculũ, & cõsolidat ipsum cũ partib9 corpis uicini, erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9, se ad inuicẽ cõsequẽtes, & oĩa ista sunt diafona ꝓpter meliorẽ formarũ uisibiliũ receptionẽ. A substãtia cerebri ꝓdeũt humores & tunicæ oculi, qm̃ ex anteriori parte cerebri â duabus ptibus ipsius crescũt duo nerui optici. i. cõcaui cõsimiles habentes duas tunicas ortas â duabus telis cerebri, & ꝓcedunt ij nerui ad mediũ anterioriores partis cerebri, ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ꝓcessu iterũ diuidit̃ in duos neruos obticos cõsimiles & æquales, q transmutatis suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt ꝓcedẽtes ad cõuexa duorũ ossiũ cõcauorũ cõtinentiũ oculos, qm̃ in medijs istorũ duorũ ossiũ cõcauorũ sunt duo foramina æq̃liter ꝑforata, q̃ dicunt̃ foramina giratiõis neruorũ cõcauorũ. & qm̃ illa duo foramina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illorũ foraminũ dicitur centrũ illius foraminis, illi ergo nerui intrant ista duo foramina, & exeũt ad cõcauitatẽ duorũ ossiũ p̃dictorũ, & illic dilatãtur & ampliãtur, & efficit̃ extremitas cuiusꝙ ipsorũ quasi instrumẽtũ ponẽdi uinũ in doleis, hoc est admodũ pyramidis rotũdæ cõcauæ, & q̃libet oculorũ cõponit̃ sup̱ unã extremitatẽ istius nerui, & cõsolidatur cũ ipso: cõsimiliter & â tunicis istorũ neruorũ oriunt̃ tunicæ oculorũ, nã tunica cornea orit̃ ex tunica extrinseca duarũ tunicarũ istius nerui, & tunica unea oritur ex tunica intrinseca duarũ tunicarũ duorũ neruorũ, intra istã tunicã uneã ordiat̃ humor cristallinus sup̱ extremitatẽ cõcauitatis nerui medi ante uitreo humore, q ambo ex medullari substãtia cerebri oriunt̃, & int̃ humores istos & tunicã uneã ex subtilissimis filis tunicæ uneæ texit̃ tela aranea, quã alij uocant tunicã retiã, q̃a est cõtexta ad modũ retis. Sphæricæ se intersecãt humores & tunicæ oculi, quia eñi tunica unea nõ ꝑuenit intra oculũ ad cõplementũ sphæræ, cũ sicut præmissum est, in anteriori sui parte sit foramẽ rotundũ, qđ tegit̃ â cornea tunica, sphæra ergo tunicæ corneæ necessario secabit sphærã uneæ, & cõis sectio suarũ sup̱ficierũ sphæricarũ est circũferẽtia illi9 foramĩs, & est linea circularis p̱ 79. primi hui9, in anteriori q̃ꝙ hũoris cristallini ꝓpter meliorẽ formarũ receptionẽ est cõpressio sup̱ficialis p̱ua minoris curuitatis, ꝙ sit sup̱ficies cornea cõtinẽs illã: sp̱icitas. n. sup̱ficiei hũoris cristallini assimilat̃ cõpressiõi sup̱

perfi

ꝑficiei lẽticulæ, ut patet ex cõsiderãtibus anathomiã oculi, sup̱ficies ergo anterior ipsi9 est portio sup̱ficiei maioris sphæræ ꝙ sit sphæra unea continens ipsam, & hæc compressio æqualiter deflectitur ad oppositum foraminis, quod est in anteriori parte uneæ, quia situs eius ab eo est consimilis, sicut autem foramen rotundum, quod est in anteriori parte uneæ, est directæ oppositum extremitati concauitatis nerui super quẽ collocatur oculus, si etiã in parte posteriore cõcauitatis uneæ est foramen rotundum, quod est sup̱ extremitatem concauitatis nerui, & foramen, quod est in anteriori uneæ, est oppositũ foramini concauitatis nerui, quoniam neruuus opticus intersecat tunicam coniunctiuã & uneam, & penetrat omnes tunicas oculi usꝙ ad sphæram cristallinam, quæ pyramidẽ nerui intersecat, sicut & humor uitreus, q̃ in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur, itaꝙ communis sectio pyramidis nerui optici, & sphæræ cristallinæ, est circulus p̱ 109. primi huius, sphæra itaꝙ glacialis est composita in extremitate concauitatis nerui optici, & in foramine posteriori uneæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium sphæræ glacialis, & est neruus ille concauus deferens in se spiritum uisibilem â cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias instrumenti, & est in intersectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uisiua sentiens & dijudicans omne uisibile, & consolidatur unea cum glaciali in circulo continente foramẽ rotundum in posteriori uneæ. Intersecant quoꝙ se sphæræ istæ duæ, scilicet glacialis & uitrea necessario, cum conuexum unius obuiet cõuexo alterius, sicut eñ sunt diuersæ naturæ & diafonitatis, sic sunt portiones diuersarũ sphærarum se secantium, communis itaꝙ sectio illarum sphærarum est circulus p̱ 79. primi huius. Idem ergo circulus est basis pyramidis nerui optici, & intersectionis eiusdem pyramidis, & sphæræ cristallinæ, & consolidationis uneæ sphæræ cum sphæra cristallina, & forte intersectionis earundem sphærarum. Corpus uero cõsolidatiue cõtinet partem pyramidalem nerui, quæ est intra foramẽ ossis per quod transit neruus, & intra circunferentiam sphæræ glacialis, & continet sphæram uneam. Ex his itaꝙ patet humorem glacialem proprie esse organum uirtutis uisiuæ, nam huius solius diafonitas est receptibilis formarũ uisibiliũ, & est in medio omniũ & humorũ & tunicarum collocatus, & si alij cuicunꝙ tunicæ uel humori accidat lesio saluo glaciali humore, semper auxilio medicinæ recipit oculus curationẽ, & sanatur ac restituitur uisus: Ipsa uero corrupta, corrumpitur uisus totus sine spe restitutionis per auxilium curæ medicinalis: est itaꝙ humor cristallinus uel glacialis principaliter uirtutis uisiuæ organum, propter quod est ante diligentius conseruatũ, & cõstituit natura duos oculos ꝓpter perfectionem bonitatis uisionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi sphæricæ se intersecant, & patet declaratio diffinitionis propositæ oculi secũdum omniũ eorum experientiã qui de ipsius anathomia hactenus scripserunt. Hæc autẽ omnia, quæ scilicet de cõpositione oculi, in hac quarta propositione huius tertij libri nostræ perspectiuæ sunt præmissa, nunc summatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ est talis. Sit enim centrũ oculi punctũ a, & superficies conuexa ipsius glacialis arcus b c d, & superficies cõuexa ipsius uitreæ arcus b c d, & tela aranea cooperiens glacialem anterius sit arcus b e d, tela quoꝙ araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



sit linea

sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipsam uitreã posterius sit b q d; exterior quoq; tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoq; uneæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus sit corpus b l d o, superficiesq́; intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaq; est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra cõiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut â uisu aliquid corporeum exiens impleat totũ spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nõ sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactũ uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios ꝑ se esse causam uisionis, nisi forte radij dicãtur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideať, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum â corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur â sensibilibus formis, retinet enim quandoq; in se fortes earũ impressiões: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locũ obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce colore, & figura sua & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudať oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aũt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiã colores diffundi: cum itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicať lumẽ uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscẽs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agẽtium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet passi

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo punctorum rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unũ superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit aũt actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formarũ uisibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ superposita foramini uneæ, quæ primo aëri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uneæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisiuo imprimi non potest: forma itaq; uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usq; ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem uisiuam ex foramine, quod est in anteriori uneæ, & peruenit ad glacialem, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut â formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patiatur â formis uisibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentiæ corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hãc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoq; ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cõmune centrum propositarum sphærarum. Si enim detur quod centrum sphæræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares super superficiem sphæræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphæræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerũ uisibiliũ obliquatas, & declinantur â suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidẽtes medio secundi diafoni densioris secundũ lineas non perpendiculares huius refringunť ad perpendicularẽ, ut patet per 47. secũdi. Substantia uero humorũ & tunicarum oculi densior est aëre circunstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractio alia quàm in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestũ est enim, quod lineæ obliquæ incidentes sũꝑficiei uisus magis obliquãtur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium comprehendit

prehendit glacialẽ secundũ eius situm, & figuram quam habuit extra uisum, hoc autem
est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionẽ, quod glacialis cõprehendit
formas rerum uisibilium secundum situm & figuram quæ habent in rebus extra. Est er
go necessarium quod lineæ quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, sint per
pendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis super-
ficies sphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linea
rum imaginatarum produci à quolibet puncto superficiei rei uisæ perpendiculariter sup
superficiem oculi, cõcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares
super superficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniã superficies corneæ anterius
complet oculi superficiem sphæricam, & fit cum illa una superficies sphærica, patet, qm̃
centrum oculi est centrum corneæ per diffinitionem sphæræ, patet itaq; quoniam cen-
trum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ sunt idem centrum, quia ergo cen-
trum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneæ, & centrũ sphæræ gla-
cialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constãte,
conuenientius naturæ est ut centrũ glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris cor
neæ, ita quod centrum omniũ superficierum oppositarum foramen uneæ sit unum pun
ctum cõmune, & superficies concaua corneæ sphæræ fiat æquedistans eius superficiei
conuexæ, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad su
perficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebi
tur bonitas uisionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum
toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneæ æquedistans
est superficiei extrinsecæ ipsius, cũ ipsarum ambarum sit idem centrum, humor uero al
bugineus secundum eius conuexum cõtingit concauum corneæ, ut præmissum est per
experientiam anathomizantiũ in 4. huius tertij per 79. primi huius, superficies cõuexa
humoris albuginei erit pars superficiei sphæricæ secundum eius cõuexum superficiem
concauam sphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam con
uexæ superficiei humoris albuginei & concauæ superficiei corneæ est idem centrum,
& hoc est propositum.

VIII.

Sphæram uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad
anterius oculi plus accedere, cẽtrum uero oculi amplius profundari: ex quo
patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorũ anterioris par-
tis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, sphæra cornea secundum eius
superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphæræ ipsius,
& totus oculus sit sphæra maior quàm sphæra unea, quoniam intra se continet maxi-
mum circulum sphæræ uneæ, patet per diffinitionem sphærarum se intrinsecus interse
cantium, quod superficies sphæræ corneæ, est maior superficie sphæræ uneæ, palã itaq;
ex diffinitione sphæræ maioris, quæ semidiameter corneæ est maior semidiametro u-
neæ, & quia superficies intrinseca corneæ supposita foramini uneæ, est superficies cõca
ua sphærica æquedistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, eo quod tota cornea est æ-
qualis spissitudinis, ut ostensum est in præcedenti, ideo quod centrum superficiei intrin
secæ corneæ, idẽ est cum centro superficiei manifestæ conuexæ eiusdem corneæ, sed su-
perficies concaua corneæ cecat superficiem sphæræ uneæ super circunferentiã forami-
nis, quod est in anteriori parte uneæ, ut præmissum est in 4. huius, & declaratum p 80.
primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphæræ continentis sphæram uneam ne
cesse est remotius esse in profundo quàm centrum sphæræ uneæ, patet ergo, qm̃ sphærã
uneam necesse est toti oculo ecentricam esse, centrumq; eius ad anterius oculi plus ac-
cedere, centrũ uero oculi amplius profundari, quod est principale propositũ, & ex hoc e-
tiam patet correlariũ, qa cũ sphæra uneæ non sit in medio cõsolidantiæ sed anterius ad
partem superficiei manifestæ oculi, & cũ superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphæ
ræ maioris, palam ut præmissum est, quia centrum eius erit remotius in ꝓfundo centro

uneæ, manifestũ uero oculi est superficies ipsius corneæ extrinseca conuexa, cui æqui
distat eiusdem superficies intrinseca concaua, centrũ ergo tam superficiei concaue quã
superficiei conuexæ ipsius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrũ uneæ, & quia
superficies concaua corneæ cõtingit superficiem humoris albuginei, qui est in anterio
ri foraminis uneæ, & superponitur ei, patet ex præmissa, & per 70. primi huius, quoniã
superficies cõuexa humoris albuginei est superficies sphærica, cuius centrũ est centrũ su
perficiei sibi suppositæ, superficies ergo cõuexa corneæ, & superficies cõcaua ipsius, &
superficies cõuexa humoris albuginei attingens cõcauum corneæ, cũ sint supficies sphæ
ricæ æquedistantiũ sphærarũ, palam p 73. primi huius, quia centrũ ipsarũ omniũ est u-
nus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia superficies anterioris glaci
alis est sphærica cũ cẽtricato totali oculo per præcedentẽ, & etiam quia superficies sphæ
ræ glacialis conuexa secat superficiem sphæræ uneæ intrinsecus, patet per 84. primi hu
ius, cum superficies glacialis sit portio sphæræ maioris quàm superficies sphæræ uneæ,
quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ
centris omnium tunicarum & humorũ oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem
aëris extrinsecam respicientes amplius eleuatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circu
li sectionis uneæ, & medium cõcauitatis nerui obtici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneæ, sed li
nea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmissa figura oculi in 4. huius
est linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cõmunis earũ sectionis per 82.
primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, secundũ cuius periferiã
illæ sphæræ se intersecant: superficies enim concaua corneæ, & superficies conuexa u-
neæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se secundum periferiam foraminis uneæ, ut
patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea ꝓducta peruenit ad
duo media duarum superficierum corneæ inter se æquedistantium suppositarũ illi fora-
mini uneæ, cuius foraminis periferia est circunferentia circuli sectionis, & quoniam fo-
ramen quod est in anteriori uneæ est directe oppositum foramini, quod est in posterio-
ri uneæ, quod est extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam ea-
dem linea producta medium concauitatis nerui obtici necessario penetrabit, & hoc est
centrum circuli basis pyramidis obtici concaui, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrũ
circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum unea necessario
pertinget, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex præmissis in 4. huius, quoniã sphæra glacialis intersecat ĩtrinsecus sphæ
ram uneam, linea ergo per centra istarum sphærarum transiens, quæ est linea a n, p 82.
primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli cõmunis sectionis ipsarũ. Iste
uero circulus sectionis, aut est circulus distinguens finẽ consolidationis harum sphæra
rum ad inuicem, aut æquædistans ei, superficies enim quæ est in anteriori parte glacia
lis opposita est foramini, quod est in anteriori parte uneæ, & situs eius ab eo est situs
cõsimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo istius supficiei, qui est circulus sectiõis inter
duas superficies sphæræ glacialis & uneæ, aut est ipse circulus consolidationis istarum
sphærarum cum unea, aut æquedistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superfi-
cies, glacialis. s. sphæræ & uitreæ, fuerit ipse circulus cõsolidatiõis ipsarũ cũ unea, Iste er
go circulus, est circulus sectiõis inter superficiẽ glacialis & uneæ, & tũc ut prius per 82.
primi, patet ꝓpositũ, qđ si circulus sectiõis inter superficiẽ sphæræ glacialis & supficiẽ
sphæræ uitreæ, nõ fuerit ipse circulus consolidationis sphærarũ cristallinæ, & uitreæ cũ
sphæra unea, sed fuerit æquedistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc su-
perficies sphæræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

forma naturalis ſuæ ſphæræ extenditur, ſecabit ſphæram uneæ ſuper circulum æquediſtantem iſti circulo ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iſte circulus æqualem habet ſitum â circunferentia ſphæræ uneæ, & quia iſte circulus eſt æquediſtans circulo conſolidationis, erit neceſſario circulus ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uneam, aut ipſe circulus conſolidationis, aut æquediſtans ei, quod ſi circulus iſte fuerit ipſe circulus conſolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea tranſiens per centrum glacialis, & per centrum uneæ, tranſibit perpendiculariter per centrum iſtius circuli, eo quod iſte circulus eſt circulus ſectionis inter duas illas ſuperficies ſphæricas. Sed ſi iſte circulus fuerit æquediſtans circulo conſolidationis, & eſt æquediſtans circulo ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uneæ, eſt ergo cum circulo ſectiōis inter ſuperficiem glacialis & uitreæ, in ſuperficie una ſphærica, quæ eſt ſuperficies glacialis, & eſt æquediſtans circulo dictæ ſectionis. Sed ſi in aliqua ſphæra duo circuli fuerint æquediſtantes, linea tranſiens perpendiculariter centrum unius, neceſſario tranſibit perpendicularit̃ centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ tranſit per centrum uneæ & per centrum glacialis, tranſit per centrum circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea ſecundum omnes diſpoſitiones ſphærarum & illorum circulorum, eſt ergo illa linea erecta ſuper ſuperficiem illius circuli per 66. primi huius, quod eſt propoſitum. Sunt tamen neceſſario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam ſi ſint diuerſi circuli, & æquediſtantes eidem, propoſita omnibus occurrunt, ſecundum eundem enim circulum ſecant ſe glacialis & uitrea, & ambæ illæ ſecant uneam, & conſolidantur ſecundum eundem circulum cum illa, & eſt ille circulus baſis concauitatis nerui optici, & ſic ille unus circulus obtinet officiū 4. circulorū.

XI.

Sphæram uitream neceſſe eſt ſphæræ glaciali ecentricam eſſe, centrūq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim ſuperficies ſphæræ glacialis, & ſuperficies ſphæræ uitreæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe, centrum ergo ſuperficiei anterioris regulæ manifeſti oculi, eſt remotius in profundo quâm centrum ſuperficiei, poſterioris per 84. primi huius, poſterior uero harum duarum eſt ſuperficies ipſius uitreæ, ut præoſtēſum eſt in 4. huius, patet ergo propoſitum.

XII.

Lineam tranſeuntem centrum glacialis & uneæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici neceſſarium eſt tranſire.

Quia linea recta tranſiens centrum ſphæræ glacialis & uneæ, quæ in præmiſſa figura oculi eſt linea a n, producta ſuper cētrum circuli conſolidationis glacialis, cum uneæ perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli cōſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem eſt circulus interſectionis glacialis cum uitrea aut æquediſtans ei, quocunq; uero iſtorum modorū exiſtente, ſemper erit prædicta linea perpendicularis ſuper circulum ſectionis ſphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipſa trāſit per centrum ſphæræ uitreæ, quia ergo linea iſta tranſit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipſa neceſſario centrum circuli cōſolidationis perpendiculariter tranſibit: extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici ſuper quē componitur oculus, quoniam circulus conſolidatiōis eſt baſis, & extremitates cōcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero oſtenſum eſt ſupra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea centrum circuli ſectionis uneæ, & medium concauitatis nerui optici neceſſario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici ſuper eandem ſuperficiem plures perpendiculares non poſſunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli ſectionis ſphæræ uneæ & glacialis, & centrum uneæ & centrum oculi, & ſphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli conſolidationis eſt tranſiens, patet itaq; ex præmiſſis, quod una & eadem linea eſt, q a f, tranſit per medium cōcauitatis nerui optici per duo media omniū tunicarum oppoſitarum foramini uneæ, et eſt

& eſt ipſa per 74. primi huius, perpendicularis ſup ſuperficies omniū tunicarum oppoſitarū foramini uneæ, & eſt perpendicularis ſup ſuperficiem foraminis uneæ, & eſt ꝑpendicularis ſup ſupficiem oculi conſolidationis, & extēditur in medio concauitatis nerui obtici ſup quod cōponitur oculus, & ipſa eſt axis totius oculi quæ in propoſita figuratione eſt linea g a f.

XIII.

Viſus nō comprehendit res uiſas niſi corpore medio diafono exiſtente.

Quia eñ, ut patet per 9. ſexti huius, uiſio nō eſt niſi ex actione formæ uiſibilis uenientis à re uiſa ad uiſum, formæ uero nō extendunt̃ niſi in corpibus diafonis conſimilis diafonitatis, in quibus ſit lucis & formarū extenſio ſecundum lineas rectas, ut patet ꝑ primam ſecūdi huius, cū ergo lineas ꝓductas à reb9 uiſilibus ad uiſum nō abſcindit aliqđ corpus mediū non diafonū, tunc perueniunt formæ ad uiſum, & uiſio complet̃, quod ſi aliquod corpus nō diafonū interuenerit, impedit̃ multiplicatio formæ ad uiſum, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Non fit uiſio corpore uiſibili exiſtente ſimilis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uiſibile ſit diafonum, tunc non eſt coloratum, nec eſt habens formam lucis, ſed ſolum lucidi, ergo non uidetur, quoniā ut patet per 4. ſecundi huius, lux nō figitur in corporibus diafonis taliter ut ipſas tingat, uel quod eis præſtet actum uiſibilis, cum ergo diafonitas corpori uiſibili fuerit ſimilis diafonitati aëris, tunc erit eius diſpoſitio ſicut diſpoſitio aëris, & non apprehenditur à uiſu, ſicut nec aër, & ſimiliter eſt de alio medio quocunq;: nullum enim taliū uidetur, cum diafonitas rei uiſæ non fuerit ſpiſſior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uiſum fuerit diafonum, ſed minus quàm medium: ſicuti criſtallus reſpectu aëris: tūc res uiſa quoniam habet aliquam colorem reſpectu ſuæ ſpiſſitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur ſuper ipſum figetur in ipſo aliqua fixione, ſcilicet ſecundum id quod eſt in ipſa de ſpiſſitudine, & tranſibit in eo ſecundum ſuam diafonitatem, & eſt in eo forma in aëre ſecundum colorem & lucem quæ ſunt in ſua ſuperficie, & illa forma cum peruenerit ad uiſum operabitur in uiſum, & ſentiet uiſus rem uiſam, patet ergo propoſitum.

XV.

Inter uiſibile & oculi ſuperficiem diſtantiam mediam neceſſariū eſt eſſe.

Non enim apprehendit uiſus rem uiſibilem, niſi quādo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aūt non eſt niſi per mediam diſtantiam, quando ergo uiſibile fuerit ſuppoſitum uiſui ſine medio, tunc ipſum non uidetur, res enim per ſe luminoſæ non poſſunt immediate ſuperficiei uiſus applicari, talia enim ſunt, ut ſtellæ & ignis, quæ uiſui immediate non poſſunt applicari, quoniam ex eorum applicatione ſequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminoſa ſi uiſui applicentur, illa ſine lumine non uidebūtur, relinquitur ergo media diſtantia inter illa corpora, & inter ſuperficiem ipſius uiſus, in qua ſe diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uiſibilibus ipſi uiſui immediate applicatis, tunc corpus oculi ſecundū ſitum ſuū prohibetur â uiſuali operatione, quia enim uiſio non fit, niſi ex parte oppoſita foramini uneæ, ut patet per 4. huius, ſi ergo uiſus comprehēdat rem uiſibilem per immediatam applicationem, non comprehēdit illam niſi ſecundū partem applicatā foramini uneæ, & non comprehendet reſiduum rei uiſæ, & ſi imaginetur res uiſa moueri ſuper oculi ſuperficiem quouſq; uiſus totam illam rem contingat, nō propter hoc erit iudicium ꝑ uiſum, ſed potius per tactū, nec enim ſic aget in uiſum forma uiſibilis, quæ eſt forma multiplicata extra rem ſenſibilem, ſed res ipſa, non ergo erit uiſio niſi inter uiſibile & oculi ſuperficiem ſit aliqua media diſtantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Viſio non fit ſine dolore & paſſione à ſubſtantia oculi abijciente, ex quo patet uiſum oportere conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut complete exerceat uiſionem.

Quoniam enim glacialis recipit formā lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem,erit neceſſario illa operatio non ſine dolore,quamuis quandoq; non ſentiat
ille dolor,ut cum non eſt ualde fortis,luces uero fortes anguſtiant uiſum , & lædunt i-
pſum manifeſte,ut patet in luce ſolis,uel in luce reflexa à corporibus politis ad uiſum,&
quia operatio omnis lucis in uiſum eſt ex uno genere non diuerſificata ſecundum ma-
gis & minus,& maior operatio cuiuslibet lucis in uiſum eſt ex genere doloris, & non di
uerſificatur in hoc ſecundum magis & minus,ſic etiã quod quãdoq; latet dolor ipſum
ſenſum ,ſemꝑ tñ illa paſſio quantumcunq; inſenſibilis abijcit à ſubſtantia oculi, ex hoc
ergo patet,quod oportet uiſum conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc,ut cõ
plete exerceat uiſionem,quoniam ſemper comprehenſio uiſibilium ab uiſu eſt ſecundũ
fortitudinem uiſus,quia ſenſus uiſus oculorum diuerſificatur ſecundum uigorem & de-
bilitatem ipſorum,humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus,& ſicci mi-
nus,& hæc uoluimus declarare.

XVII.

Viſio diſtincta fit ſolum ſecundum perpendiculares lineas à punctis rei
uiſæ ad oculi ſuperficiem productas,ex quo patet omnem formã uiſam ſic
ordinari in oculi ſuperficie,ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ.

Licet enim ut oſtenſum eſt in 6. huius,tota forma rei uiſibilis agat in uiſum , & in
quodlibet punctum ſuperficiei uiſus,quia tamen per 20.primi huius,forma tantũ unius
puncti totius ſuperficiei rei uiſæ oppoſitæ uiſui perpendiculariter incidet uni puncto
ſuperficiei uiſus,& formæ omnium punctorum reſiduorum ſuperficiei rei uiſæ ueniunt
ad illud idem punctum ſuperficiei uiſus ſuꝑ lineas declinantes ꝑ 13.undecimi.& in quo
libet puncto ſuperficiei uiſus tranſeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum,quæ
ſunt in ſuperficiebus omniũ uiſibilium oppoſitorũ uiſui in illo tempore , quoniã ſuppo-
ſitum eſt in principio huius,uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere, ſola uero forma pũcti,
quæ perpendiculariter incidit illi puncto ſuperficiei uiſus per 47.ſecundi huius, tranſit
recte ꝑ diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi:formæ uero omniũ alioꝝ punctorum refrin
guntur,& tranſeunt per diafonitatẽ tunicaꝝ uiſus ſecundũ lineas declinantes ſuꝑ ſuꝑ-
ficiem uiſus,& etiã ex quolibet pũcto ſuꝑficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis
ſuper ſuperficiẽ uiſus,qm̃ cum ſphæræ glacialis & totius oculi ſit idem centrũ, ut patet ꝑ
7.huius,quæcũq; linea fuerit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ unius,& ſuper alterius ſuꝑ-
ficiem perpendicularis erit ꝑ 74.primi huius.ſicut aũt ex eodem pũcto ſuperficiei ſphæ-
ræ glacialis ſecundum ponentes radios egredi à uiſu , exeũt lineæ infinitæ ad ſuperficiẽ
uiſus,quæ ſunt declinantes ſuper ſuperficiem uiſus, ſic à puncto aliquo ſuperficiei glacia
lis,ex quo erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus,& pertranſit foramini uneæ , exeũt
lineæ aliæ infinitæ tranſeuntes in foramen uneæ,& q̊d perueniẽtes ad ſuperficiẽ uiſus de
clinantes,& ſicut radij imaginati egredi à uiſibus quando fuerunt imaginati refringi ſe-
cundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47.ſecũdi huius,
peruenerint ad diuerſa loca & ad puncta diuerſa in ſuperficiebus rerum uiſibiliũ oppoſi
tarũ uiſui in uno tempore,& nulla iſtaꝝ linearũ occurrunt puncto,quod eſt apud extre-
mitatem perpendicularis , ſic etiã ſecundũ nos ponentes radios non egredi ſed formas
diffundi ad uiſum formæ punctorum uiſibilium,quæ ſunt apud extremitates harum li-
nearum extenduntur ſecundum rectitudinem harum linearum,& perueniunt ad ſuper-
ficiem uiſus,& per eandem 47.ſecundi huius, refringuntur ad idem punctũ ſuperficiei
glacialis :ſolus autem punctus qui eſt apud extremitatem perpendicularis non refrin-
gitur , ſed ſemper extenditur ſecundum rectitudinem perpendicularis, & pertranſit ad
illum punctum glacialis :ſi itaq; glacialis ſecundũ lineas non perpendiculares ſentiat,
tunc puncta q̃ ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ nunq; ordinabunt in ſenſu ſecundũ modũ
ordinis ſui in ſuperficie rei uiſæ,quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ
ex multis formis diuerſis, & ex coloribus diuerſis , & non diſtinguetur aliquid in illis,
ſed ſi glacialis ſecundum lineas perpendiculares tantum ſentient,tũc diſtinguentur in
ea puncti q̃ ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ,nec erit differẽtia ſitus & ordinatiõis formaꝝ
uiſibiliũ in ſuꝑficie glacialis & in rebus uiſibilibus,q̃ ſunt extra:qm̃ aũt ſecũdũ ſuppoſiti
onem

onẽ noſtrã formæ uiſibiliũ perueniunt ad uiſum ſub figuris quas habent in rebus extra,
patet ꝙ ſecundũ ſolas perpendiculares lineas fit uiſio,tunc enim ſolum forma uiſa ſic or
dinatur in oculi ſuperficie ,ſicut eſt ordinatũ in ſuperficie rei uiſæ,patet ergo propoſitũ.
Omnes itaq; lineæ diffuſionis quarũcunq; uiſarũ formaꝝ,quæ ſunt perpendiculares ſuꝑ
ſuperficies tunicaꝝ uiſus,continẽt in pyramide,cuius uertex eſt centrũ uiſus,& cuius
baſis eſt circulus foraminis uneæ,uel pars ſuperficiei illius circuli,& quanto magis ex-
tenditur hæc pyramis,& remouetur à uiſu,tanto magis amplificatur, & omnes formæ
rerum cadentiũ intra illam pyramidem,extendũtur in rectitudinem lineaꝝ radialiũ , &
pertranſeunt tunicas oculoꝝ refractæ & hanc pyramidem:formæ uero rerum uiſibiliũ,
quæ ſunt extra hanc pyramidem,nunq; incidunt per aliquã illarum lineaꝝ perpendicu-
larium,ſed forte accidit ipſas extendi per lineas rectas,quæ ſunt inter ipſas & ſuperficiẽ
uiſus oppoſitam foramini uneæ,& illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarũ ui-
ſus,& non perueniunt ordinate ad uirtutem uiſiuam,unde non fit diſtincta uiſio ſecun-
dum illas,ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri , ſed indiſtincte
in concurſu.ſ.ipſaꝝ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem ra-
dialem productis. Dicimus autem nũc ſuperficiem uiſus illam partem ſuperficiei oculi,
quæ eſt oppoſita ſuperficiei foraminis uneæ. ꝙ aũt uiſus cõprehẽdat q̃nq; illa quæ ſunt
extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel ſtipulæ ſub
tilis poſitæ in poſtremo oculi , ut inter palpebras uel in parte lacrimali quieſcente uiſu
uidebitur,cum tñ illa extremitas ſit extra pyramidẽ radialem. Similiter quoq; in eiſ-
dem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem,quæ ualde
ſubtilis eſt,qm̃ pyramidalitas eius eſt ampla,unde nihil ſui prouenit ad loca quæ circũ
dant oculũ,uidebitur tamẽ ſuperficies ipſius indicis uel alterius digiti .Forma itaq; iſto
rum uiſibiliũ peruenit ad ſuperficiem uiſus per lineas obliquas,quæ ſunt extra pyrami-
dem radialẽ,patet ergo ꝙ formæ rerum taliter ſituataꝝ reſpectu pyramidis radialis per
ueniunt ad ſuperficiẽ uiſus per refractionẽ factam in ſuperficie uiſus ab aëre,qui eſt rari
oris diafoni,q̃ ſint tunicæ ipſius uiſus. ꝙ aũt refractio fiat in ſuperficie ipſius uiſus for-
marũ oblique uiſui incidentiũ,patet etiam in illis,quoꝝ formæ niſi prohiberentur,cade
rent intra pyramidẽ radialem:ſi enim acus uel aliqua res ſubtilis minuta directe oppo-
ſita foramini uneæ interponatur uiſui & parieti albo,uidebitur tñ forma totius parietis,
cũ ſecundũ ueritatem formæ partis parietis directe oppoſitæ acui & uiſui, directe non
perueniat ad ſuperficiẽ ipſius uiſus,peruenit aũt, ut patet,qm̃ uidetur:palam ergo , qm̃
peruenit per refractionẽ factam in ſuperficie ipſius uiſus,omnia aũt hæc uidentur indi-
ſtincte ,unde reductis ipſis intra pyramidẽ radialem,& ablato quolibet corpore inter-
poſito,uidebuntur illaꝝ formæ diſtincte & perfectius q̃ prius:fit ergo uiſio diſtincta ſo-
lum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas , in
diſtincta uero uiſio fit per lineas non perpendiculares,& ita uiſio indiſtincta coadiuuat
diſtinctam.

XVIII.

Omnium formarum uiſibilium diſtincta uiſio fit ſecundum pyramidẽ,
cuius uertex eſt in centro oculi,baſis uero in ſuperficie rei uiſæ,ex quo patet,
omne quod uidetur ſub angulo uideri.

Cum per 6.huius omnis uiſio fiat ex actione formæ uiſibilis in uiſum , & quælibet
pars formæ uiſibilis & punctus ſe multiplicat per mediũ extrinſecũ ad oculi ſuperficiem
totam,& tota ſuperficies rei uiſæ ad unum punctũ oculi,quia tñ oculoꝝ tunicæ ſunt al-
terius diafonitatis q̃ aër extrinſecus , ſolæ illæ lineæ formaꝝ à ſuꝑficie rei uiſibilis ad ſu
perficiẽ oculi productæ,quæ protractæ centrũ oculi penetrant,cũ ſint perpendiculares
ſuper ſuꝑficiem oculi,non refringũtur in medio diafoni ipſius corneæ,ut patet per 73.
primi huius,& per 47.ſecundi huius,& per præmiſſam.aliæ uero lineæ omnes refringũ
tur,quia incidunt oblique,unde non fit uiſio ſecundũ illas,qm̃ aũt ſola glacialis proprie
eſt organũ uiſus,& non ſuperficies oculi,quæ eſt pars ſphæræ corneæ,oportet neceſſa-
rio ut lineæ,per quas debet fieri uiſio,perueniant ad glacialẽ,& quia non eſt poſſibile,ut

 uiſus

uisus comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando apprehendit formã unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto suæ superficiei, qm̃ ut in præmissa ostensum est omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto superficiei uisus uenientẽ ad se: & cũ centrũ oculi & centrũ sphæræ glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctũ, necesse est ꝙ omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uisibiliũ super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq́ quidẽ diametri in superficiebus tunicarum oculi ꝑpendiculares super ipsas tunicas oculi, eritq́ quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis transit per puuctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiẽ corneæ superpositã illi puncto glaciali, quæ sit perpendicularis super superficiẽ rei uisæ, qm̃ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphæram unam una tantũ perpendicularis duci potest, unde cũ superficies rei uisæ fuerit æquedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis sup superficiẽ uisus & super superficiẽ rei uisæ: aliæ uero lineæ omnes sunt oblique super superficiem rei uisæ, quãuis productæ ad centrũ uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad superficiẽ uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctũ, super quẽ nõ occurrit ei aliqua formarum punctorũ aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet puncto superficie rei uisibilis ad centrũ oculi lineis, palam, qm̃ istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi superficiem sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctũ qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, qm̃ omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficie rei uisæ, erit enim forma cuiuscũq; puncti superficiei rei uisæ extensa secundũ rectitudinẽ lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrũ uisus, & omnes tunicarum oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, qm̃ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidẽ quasi æquedistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glaciali, & uertex ubi prius & bases illarũ pyramidũ fiunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uidetur sub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarum uisuũ ad locum girationis concaui nerui, super quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qđ est in anteriori uneæ, & per centrũ ipsius uneæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, qm̃ uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam, & ꝙ ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet ꝑ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primũ membrũ sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrũ sentiens non sentit foramen, nisi qñ pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis sensibilis respectu totius oculi, qm̃ uirtutes sensus sunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde sunt secundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totũ membrũ sentiens, tunc nõ sentit membrũ actio-

actionem quã agit forma rei uisibilis in illa parte, ꝓpter paruitatem ipsius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amborum neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & dijudicans omne uisibile, ꝓpter qđ in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet ꝙ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili uniretur uirtuti sentienti, quæ est iu cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formarum uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ in superficie rei uisæ, & ex suppositione huius res uisa secundũ situm, figuram & ordinem suarum partiũ uidetur, necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo, qm̃ secundũ modũ ordinationis quo est recepta in superficie glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorũ duorum corporũ glacialis. s. humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per præmissam, uisio non completur nisi postq; ordinatio formæ, quæ recipitur in superficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, situs aũt partiũ formæ secundũ suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruũ cõmunẽ nisi per extensionem eius in concauo nerui, sup quam componitur sphæra glacialis, qa aliter est ipsam impossibile peruenire: forma uero non potest extendi à sup̃ficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis secundũ extensionẽ linearũ rectarum, & conseruare situs suarum partiũ secundũ suũ esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteq; ꝑueniat ad centrũ oculi, qm̃ si nõ sit mediũ alterius diafoni cõmunis, istæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi, & efficietur quasi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi est ante locũ unionis neruorum otpicorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ si illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarũ intersectio in centro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundũ positionem & situm priori pyramidis modo cõtrario se habebunt. conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter, ut illud qđ est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrũ apud sensum, & econtrario, & superius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem nisi solũ unum punctũ quod est in extremitate axis pyramidis: omnes ergo res secundũ modum suo naturali situi contrariũ uidẽtur, quod est contra suppositiõem, & manifeste contra id qđ accidit in sensu, patet ergo ꝙ necessarium est, ꝙ isti humores sint diuersæ diafonitatis, qđ est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse, humoremq́ uitreũ & spiritũ uisibilẽ eiusdẽ quasi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in præmissã ostensum est, ꝙ necessarium est ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erũt necessario formæ conuersæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus ſitus partium formæ, refractio uero
cum ſolũ fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47. ſecundi huius, pa-
lam, quia non tranſmutat ſitum partiũ, ſed ſolum auget uel minuit figuram per 49. ſe-
cundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ ſecundũ rectitudinem, tota
eſt unius diafoni, refractio uero non fit niſi medio alterius diafoni: palam, quia non po-
teſt fieri refractio formaꝝ niſi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti o-
ſtenſum eſt, diuerſæ eſt diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor neceſſario ante-
cedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipſum priusꝙ perueniãt ad ipſum
centrũ oculi, qđ eſt idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro
illo fieret concurſus omnium lineaꝝ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ ſunt
omnes ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, accideret quoqꝫ illis formis ulterius
progredientibus tranſmutatio ſecundũ ſitum per 91. primi huius, ut præmiſſum eſt, &
qa hoc eſt impoſſibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrũ glacialis, ꝙuis ita-
qꝫ glacialis, in qua eſt principiũ ſenſus, indigeat lineis radialibus extenſis ſecundũ recti-
tudinem, eo ꝙ impoſſibile eſt, ut forma rei uiſæ ſit ordinata in ſuperficie uiſus ꝓpter ma
gnitudinem rei uiſæ, & per unitatem ſuperficiei corporis uiſus niſi per iſtas lineas, per
quas completur cõprehenſio rei uiſæ ſecundũ ſuum eſſe: peruentus tñ formaꝝ ad ulti-
mum ſentiens non indiget tantũ extenſione formaꝝ ſecundũ rectitudinẽ iſtarũ lineaꝝ,
qm̃ receptio formaꝝ in membro ſentiente non eſt omnino ſimilis receptioni formaꝝ in
corpore diafono, membrũ enim ſentiens recipit iſtas formas ꝓpter ſuam diafonitatem,
& ſentit eas ꝓpter eius uirtutem ſenſibilẽ, & ſic recipit formas ſecundũ receptionem ſen
ſus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad repreſentandũ ipſas uiſui, non
aũt ad ſentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formaꝝ in humore uitreo ſecundũ lineas re-
fractas, eſt ꝓpter diuerſitatẽ ſuæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝓpter qualitatem re-
ceptionis ſenſibilis, quæ non eſt completa in humore glaciali, ſed & corpus ſubtile, qđ
eſt in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, qđ corpus nominat
ſpiritus uiſibilis, qm̃ in ipſo primo diſcurrunt ſpiritus uiſibiles, neceſſe eſt diafonum eſſe,
qm̃ formæ rerum uiſibiliũ quando perueniũt in corpus humoris uitrei, extendit ſenſus
ab illo in corpus ſentiens extenſum in concauo nerui continuati inter uiſum & anterius
cerebri, & ſecundũ extenſionẽ ſenſus extendunt formæ ordinate ſecundũ ſuam diſpoſi-
tionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiũ corporis ſentientis formas, & ordinatio uirtutis
ſentientis æqualiter eſt neceſſario in corpore uitreo, & in omni corpore ſubtili extenſo
in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ ſuperficiei uitreæ, ex-
tenditur directe, & non alteratur eius ſitus in concauitate nerui in quo extendit corpus
ſentiens, & erunt formæ omniũ punctoꝝ conſimilis ordinationis adinuicem: corpus ita-
qꝫ ſentiens qđ eſt in concauo nerui, erit neceſſario diafonũ ꝓpter receptionem formaꝝ
uiſibiliũ, eritqꝫ diafonitas eius quaſi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obli-
quant, uel fiant monſtruoſæ formæ apud ꝑuentũ eaꝝ ad ultimã ſuperficiẽ uitrei uicinan
tẽ qđ corꝑi eſt in cõcauo nerui, pertranſeũt ergo formæ in iſto corpore ſubtili ratione
diafonitatis, & apparent uirtuti ſenſitiuæ ratione ſpiſſitudinis eiuſdem corporis. Senti-
ens itaqꝫ ultimũ qđ eſt in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis hu
ius & colorẽ ex eius coloratione, qm̃ horũ formæ tranſeunt & figuræ in ipſo: fit aũt re-
fractio formaꝝ apud humorẽ uitreũ tam ꝓpter diuerſitatẽ qualitatis receptiõis ſenſus,
ꝙꝓpter diuerſitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et ſi diafonitas ſuorũ corpo
rum eſſet conſimilis, eſſet forma extenſa in corpore uitreo ſecundũ rectitudinẽ lineaꝝ ra
dialiũ ꝓpter conſimilitudinẽ diafonitatis, & eſſet refracta ꝓpter diuerſitatem qualitatis
ſenſus inter hæc duo corpora, & ſic fient formæ aut monſtruoſa, aut eſſent duæ formæ,
qñ uero ꝓpter diafonitatis diuerſitatem fit refractio, & diuerſitas qualitatis ſenſus affir
mat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma poſt obliquationẽ refractionis,
forma una ordinata ſecundũ ſuaꝝ partiũ ſitum figuram & ordinem, quã habet forma
in re extra, & uirtus ſenſitiua ſentit formam rei uiſæ ex toto corpore ſentiente, extenſo à
ſuꝑficie uiſus primo ſentientis & ſenſibiles formas recipientis uſqꝫ ad concauũ nerui cõ
munis

munis, qđ eſt ultimũ corpus ſentiens, quoniã in ipſo conſtituta eſt uirtus ſenſitiua, ſunt
itaqꝫ humor uitreus & corpus qđ eſt in cõcauitate nerui eiuſdẽ quaſi diafonitatis, qa in
ter ipſa nõ fit refractio aliqua ſenſibilis diuerſa, ſed regulariter per unitatẽ uirtutis ſen-
ſitiuæ ad unitatẽ ſimplicis extenſionis formæ poſt refractionem in ſuperficie uitreæ, &
qm̃ in ĳs ambobus corporibus fit progreſſio formarũ ultra centrum oculi, patet ꝙ illa
refractio facta eſt à perpendiculari erecta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem glaci-
lis, utrũqꝫ ergo illarum corporum eſt plus diafonum corpore ipſius glacialis per 45. uel
47. ſecundi huius, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis ſectiõis ſphæræ glacialis & uitreæ, neceſſe eſt planã
eſſe, aut ꝑtẽ ſphæræ maioris, ꝙ ſit ſphæra glacialis & ecẽtricã ſuꝑficiei oculi.

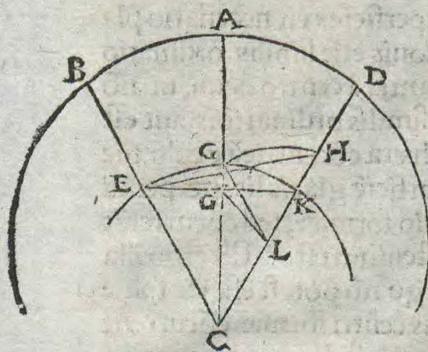
Iſtarum ſphæraꝝ glacialis. ſ. & uitreæ cõmunis ſectiõis ſuperficies eſt neceſſario pla
na, aut talis qualis ꝓponitur, qm̃ oportet ſuperficiẽ huius ſectionis eſſe ſimilis ordinatio
nis, itaqꝫ eius extremitates ordinent in cõſimili & eadem diſtantia à centro oculi, ut nõ
appareant formæ mõſtruoſæ per refractionẽ: ſuperficies cõſimilis ordinatiõis, aut eſt
plana, aut eſt ſphærica, hæc aũt ſuperficies nõ poteſt eſſe ex ſphæra cõcentrica oculo, tũc
enim erunt lineæ radiales quæ ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis, perpendi
culares etiã ſuper ipſam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formaꝝ, ſed cõcurrerẽt
in centro, & fierent formæ mõſtruoſæ, ſicut per præmiſſam oſtenſum eſt. Eſt ergo illa
ſuperficies, ſi fuerit pars ſphæræ, neceſſario ecentrica oculo, ergo nõ poteſt eſſe ex ſphæ
ra minore ꝙ ſit ſphæra ecentrica oculo, qm̃ ratione diuerſitatis centri formæ cõcurrent
ante peruentũ ſuũ ad centrum oculi, minoris enim ſphæræ minor eſt diameter quantum
eſt de natura ſphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem ſphæræ uitreæ ſuper glacialẽ
quæ oſtenſa in præmiſſa, refringerent formæ ab ipſa perpendiculari per 97. ſecundi hu-
ius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero ſphæræ minoris in ſuperficie cõ-
munis ſectionis frangerentur ad perpendicularẽ, ſic ergo efficerentur formæ monſtruo
ſæ, qm̃ ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione ſuæ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæ
ricã, quæ perpendiculares ſemper tranſeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecteren
tur à perpendiculari: iſta ergo ſuperficies eſt aut plana aut ſphærica, utpote pars ſphæ-
ræ alicuius bonæ quantitatis, ita ꝙ ſphæricitas eius cõueniat ordinationi ſecundũ pro-
portionẽ refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes
ergo formæ peruenientes in ſuperficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis ſecun-
dum rectitudinẽ lineaꝝ radialium quouſqꝫ peruenerint ad iſtã ſuperficiẽ, tunc reflectun
tur apud ipſam ſecundũ lineas conſimilis ordinatiõis ſecantes lineas radiales: forma ita
qꝫ perueniens in aliqđ punctũ ſuperficiei glacialis, ſemper extenditur ſuper eandem in-
cidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus, & ad idem punctũ loci nerui cõmu-
nis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõſimilis ſitus in reſpectu duorũ neruoꝝ extẽdun
tur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, neceſſe eſt ſolam axem tranſeuntẽ
per centrũ foraminis uneæ ſuper ſuperficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, &
ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe.

Axis enim hic, ſi non fuerit perpendicularis, ſed declinans ſuper aliquã iſtaꝝ ſuperfi
cierum, accidet diuerſificatio ordinationis formaꝝ peruenientiũ ad illam ſuperficiẽ, &
mutabuntur diſpoſitiones illarũ formaꝝ propter declinationẽ axis, ſolum enim cũ axis
fuerit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem glacialis, perueniet forma rei uiſæ in ſuperficiẽ
glacialis ordinata ſecundũ ordinẽ partium ſuperficiei rei uiſæ, & perueniet forma pun-
cti, quod eſt apud extremitatẽ axis in ſuperficie rei uiſæ, ad punctũ qđ eſt ſuper axem
in ſuperficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis eſt perpendicularis ſu-
per ſuperficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes ſuperficies planæ exe-
untes ab axe, & ſecantes ſuperficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares ſuper iſtã ſuperficiẽ,

& quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiē glacialem, quæ eſt cōmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana aut ſphærica, & centrum eius nō eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiē, & nō eſt perpendicularis ſuper ipſam, nō exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiē, niſi una tm̄ ſuperficies, illa. ſ. quæ tranſit ꝑ inæqualitatē maximam anguloꝝ, quæ patet per 29. primi huius, & omnes ſupficies reſiduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duæ ſuperficies uel plures exeuntes ab axe, ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiē, cū illæ ſuperficies de neceſſitate ſe interſecent, & ſua cōmunis differentia ſit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiē: datum autē fuit ꝙ eſſet declinans, ſit itaqꝫ centrum oculi punctum c, in ſuperficie quoqꝫ oculi, ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquediſtat ſuperficiei ipſius oculi, ſit linea b a d, & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialē ſit linea e g f, ſitq́ꝫ axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo ſuperficiē a b c d exeuntem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialē trāſeuntē per centrū oculi, qđ eſt c, & hæc ſuperficies erecta ſit etiam ſuper ſuperficiē humoris uitrei, quæ eſt e g f, ſitq́ꝫ cōmunis ſectio huius ſuperficiei erectæ a b c d, cum ipſa ſuperficie glaciali linea b a d, & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à puncto a, qđ ſit terminus axis pyramidis uiſualis, & ſit cōmunis ſectio eius cum ſit humoris uitrei linea e f: exeunt quoqꝫ duæ lineæ à centro c, quæ ſint c b & c b, erūt ergo iſtæ duæ lineæ c b & c d, & cū axe c a in ſuperficie cōmuni perpēdiculari ſuper ſuperficiē e g f per primā undecimi, qm̄ omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie, eruntq́ꝫ ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d æquales, ꝙ patet per 8. primi, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendant̄ cordæ b a & d a, ſint quoqꝫ lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt cōis ſectio dictæ ſuperficiei erectæ & ſuperficiei uitreæ ſuper duo puncta e & f, ſecetq́ꝫ axis c a eandē lineā e f ſuper punctū g. Si ergo ſupficies, q̄ eſt cōis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, eſt plana, & differentia cōis, quæ eſt e g f, linea erecta, & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiē uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiē e g f, tunc neceſſario erit axis c a declinans ſuper lineā e f, erūt ergo anguli e g c & f g c inæquales, qm̄ linea à puncto g ꝑpēdiculariter ꝓducta ſuper lineā e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cū linea e f. Cū itaqꝫ anguli e g c & f g c ſint īæquales, angulus ꝗ̄qꝫ c g f ſit exempli cauſa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales, erūt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, eſt enim linea e f breuior ꝙ̄ linea e c: ſi enim illæ lineæ ſint æquales, cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c cōmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qđ eſt cōtra datum, cū axis a c ſit declinans ſuper lineā e f, ſit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmiſſis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l ſuper lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitum angulo recto in triangulo h l g, eſt maius latere g l, ergo per 19. eiuſdem primi erit linea g h maior ꝙ̄ linea g f: cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g l f recto, palam ꝙ angulus g f h eſt obtuſus, eſt ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ eſt æqualis lineæ g h, maior ꝙ̄ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g, & iſta duo puncta e & f ſunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis. ſ. b & d, quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe: pūcta itaqꝫ æqualiter diſtātia ab axe in ſupficie glaciali, inæq̄liter diſtāt à pūcto axis incidētis ſupficiei uitreæ, ꝙ cū ita ſit, palā, q̄a cū forma ꝑuenerit à ſupficie glaciali ad ſupficiē hūoris uitrei, erit ordinatio formæ nō ſcđm eſſe qđ habet in ſupficie glaciali, nō ſecūdū ſuū eſſe ī ſupficie rei uiſæ: qn̄ ergo axis fuerit declinās ſup ſupficiē planā, q̄ eſt cōis ſectio ſupficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̄ eſt differētia cōis cuiuslibet ſupficiei exeū



tis ab axe erecte ſuper ſuperficiem uitreæ & ſuperficiei ipſius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterqꝫ in una tantum ſuperficie, quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntē per decliuitatē axis, qm̄ huius tantū ſuperficiei cōis differētia cōtinebit cū axe angulos rectos: & cū duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrū glacialis æquales, erūt duæ partes differentiæ cōis, quæ eſt in ſupficie uitrei, inæquales: formæ ergo ſecundū iſta puncta q̄ ſunt in extremitatibus iſtaꝝ differentiaꝝ ꝑuenientes ad ſuperficiē uitreæ, erūt diuerſæ diſtātiæ à pūcto axis qđ eſt in iſta ſupficie, ſed q̄a puncta iſtarū lineaꝝ in ſupficie glaciali æqualiter diſtāt à pūcto axis, in eadē ſupficie uidebunt̄ formæ nō ſecundū ſuā ordinationē in ſupficie glaciali & in rei uiſæ ſupficie. Similiter ꝗ̄qꝫ demonſtrandū ſi ſupficies uitreæ fuerit ſphærica, & fuerit axis declinās ſuper ipſam, tunc enī axis nō tranſibit per centrū uitreæ, & cū trāſibit per centꝝ glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quoꝝ diſtātia à pūcto axis in ſuperficie glaciali eſt æqualis, cōtinent cū axe apud centrū glacialis angulos æquales, & quia centrū glacialis nō eſt centrū uitreæ, ut patet per 11. huius, diſtinguēt iſtæ lineæ ex ſupficie uitreæ arcus inæquales. Cū enim linea e c, ut prædictū eſt, ſit maior ꝙ̄ linea e f, ſit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, ſuper quā deſcripta portio oculi e g f quæ ſit g h, erit æqualis portiōi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g eſt æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior ꝙ̄ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ eſt e g æqualis lineæ g h, erit maior ꝙ̄ linea g f recta, arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cōtinentes cū axe angulos rectos & exeuntes cū linea a c, in eadem ſuperficie diſtinguūt ex ſuperficie uitreæ duos arcus æquales, niſi duæ tantum lineæ, quæ ſunt in ſuperficie, ſecante orthogonaliter ſuperficiē erectā ſup ſuperficiē uitreæ. cū ergo axis fuerit declinās ſup ſuperficiē uitreæ, formæ peruenientes ad ſupficiē uitreæ, erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreæ plana ſiue ſphærica: cū uero axis fuerit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiē uitrei, erit perpēdicularis ſuper oēs differētias quarūcunqꝫ ſuperficieꝝ planarū ductaꝝ per lineā a c, & ſupficiei ipſius uitreæ, & erūt q̄libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali ꝙ eſt unus punctus axis, cōtinentes cū axe angulos æquales, & diſtinguentes ex differētia cōi, quæ eſt in ſuperficie uitreæ duas partes æq̄les, ſiue ſit ſuperficies illa plana ſiue ſphærica, & cōprehenduntur formæ à ſenſu ſecundū ſuā ordinationē in ſuperficie glaciali & in ſuperficie rei uiſæ, & q̄a talis eſt comprehēſio formaꝝ, ut patet ex ſuppoſitiōe, palā, q̄a ſemꝑ axis pyramidis uiſualis eſt perpēdicularis ſup ſuperficiē hūoris uitrei anteriorē & poſteriorē, qm̄ eadē eſt cauſa & eodē modo demōſtrādū: oēs uero aliæ lineæ erūt declinātes ſuper has ſupficies, qm̄ ꝓcedunt ac ſi ſecare poſſint axem ſup centrū glacialis, & nulla ipſaꝝ trāſit per centrū uitreæ ſi fuerit ſphærica, niſi axis tm̄ per 72. primi huius, qm̄ ſola illa eſt perpēdicularis ſuper ipſam, patet ergo ꝓpoſitū.

XXV.

Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſſibili, non eſt poſſibile ſitū ſuarum partium mutari.

Oſtenſum eſt in 4. huius foramen eſſe in concauo oſſis, per qđ tranſit neruus opticus, ſed inter hoc foramen oſſis & inter circūferentiā glacialis coniunctā cū unea, eſt ſpacium aliquantulū, & neruus opticus extenditur in illo ſpacio ex fine foraminis uſqꝫ ad circumferentiā glacialis ſecundum pyramidalitatē, & amplificatur quouſqꝫ perueniat ad circumferentiā ſphæræ glacialis cum qua conſolidatur. Cū ergo iſte neruus declinat̄, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipſius oſſis, & quoniā concauitas oſſis continet totum oculū, declinato ſic neruo, & oculus mouebitur ſecundū totum in iſta cōcauitate, conſolidatiua enim quæ conſolidatur cum eo, ꝙ eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motū oculi non eſt niſi à poſteriore totius oculi, non eſt ergo poſſibile ſitum partium oculi mutari, qm̄ ut per 7. huius patuit, centrū ſupficieꝝ tunicarū uiſus oppoſitaꝝ foramini uneæ ut corneæ, eſt idē cū centro oculi, ſicut ergo cū mouebit̄ oculus nō mutabit̄ centrū oculi, qm̄

li, quoniam sphæra aliqua aliqualiter mota, non propter hoc mutatur situs centri, sic nec centrũ superficieꝝ tunicaꝝ oppositarũ foramini uneæ mutat̃, ergo nec̨ situs tunicaꝝ oculi mutat̃, quia enim linea transiẽs per centra omniũ tunicaꝝ & humorũ oculi, transit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius: & linea quæ transit orthogonaliter per centrũ circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit uerticẽ pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur, necesse est moto oculo secũdũ se totũ partes eius nullo modo mutari, q̃m linea quæ transit per centra illoꝝ partiũ, transit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9. huius, ex quo patet, ꝙ partes oculi nullo modo mutant̃. Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiẽ circuli consolidationis est semper declinatio cõsimilis, partes ergo oculi secundũ suũ situm nõ mutantur, & hoc est ꝓpositũ, & q̃m oculi ambo sunt cõsimilis dispositiõis in suis tunicis & partibus, & in figuris suarũ tunicaꝝ, & in situ cuiuslibet tunicarũ respectu totius oculi, patet ꝙ nõ est diuersitas inter illos quo ad hoc qđ ꝓponit̃ de suarũ partium situs mutationẽ ipsis oculis motis, situs enim linearũ ambaꝝ trãseuntiũ per centra tunicaꝝ uisus in utroc̨ oculoꝝ est semꝑ situs consimilis in oĩbus dispositionibus oculoꝝ, patet itac̨ illud qđ ꝓponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim situs partiũ oculi non mutatur in utroc̨ oculoꝝ, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis, motus uero nerui partialis procedit â puncto nerui cõmunis, quoniã semper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliqđ fixum: motus itac̨ nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amboꝝ oculorũ, in quo est uirtus animæ sentiẽtis & mouentis, & q̃m illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principiũ, quo primo mouet est corpus naturale secundũ sui formã naturalẽ indiuisibile: palam ꝙ mouendo unum oculũ mouet & alterum, nec enim est maior ratio qua unum oculũ moueat, q̃ qua alterũ: uno itac̨ oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouet̃, ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indiuisibili incipiunt, sic ad unum diuisibilem terminenter, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uisibus uno uisibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides, quarum cõmunis basis est superficies rei uisæ, & axis cuiuslibet transit per centrũ foraminis uneæ, & per centrum sui uisus.

Q̃m enim, ut patet per 17. hui9, situs partiũ superficiei rei uisæ peruenit ad supficiẽ utriusc̨ uisus, & in illa figurat̃ secundũ lineas ꝑpẽdiculares ab omnibus punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiem productas, quarum omniũ concursus secundũ puncta suarum incidentiũ respicit centrum oculi cuius superficiei incidit, & demum post refractionem quælibet illarũ figuraꝝ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis, ambarum itac̨ illaꝝ formarũ concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itac̨ centra duorum uisuum sunt duo, palam, quia in uisione eiusdem rei â duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusc̨ pyramidis ab utroc̨ oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uneæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directe opponitur uni uisui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi, & quoniam ambo uisus æqualiter mouent̃ ad aliquid uidendũ, per præmissam patet, ꝙ semper in uisione unius rei mediũ punctũ superficiei uisus oculi opponit̃ medio puncto superficiei rei uisæ, uel ꝓpinquo illi, medium aũt punctũ superficiei uisus uel oculi est centrũ foraminis uneæ per 4. huius: forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisæ uel puncti ꝓpinqui illi, per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ sui uisus, & hoc est ꝓpositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictũ est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimũ, quod est uirtus sensitiua, comprehendens sensibilia, cuius uirtutis oculus est instrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius nerui situs â duobus oculis est situs consimilis, demum completur uisio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uisa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harũ formarum comprehendit ultimũ sentiens formam rei uisæ, & sic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, nisi forte per aliquam occasionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciẽs mutauerit sitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorũ ab una re uisa est situs consimilis, perueneriit forma ab una re uisa in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diuersatur situs oculorum ab illa re uisa, & sic perueniunt duæ formæ illius rei uisæ diuersi situs, sed hoc non inest uisui naturaliter, sed solum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturæ: quando itac̨ situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus uisibus unius rei unam formam accidit uideri, quod est propositum. Duæ ergo formæ uisi puncti infiguntur in duobus medijs duarum supficierum amborũ uisuum, & quilibet punctus alius formæ uisæ infigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus uisibus. Deinde duæ formæ uisæ ꝑueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundũ quas fit uisio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ sunt in duobus punctis consimilis positionis â duobus uisibus peruenient ad idem punctum punctorum circunstantium, punctum qui est in axe communi, sic ergo duæ formæ totius rei uisæ superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic uisum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ superficiebus uisuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere est necesse.

Quoniam enim quælibet axium transit per centrũ foraminis uneæ ad centrum uisus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphæræ uneæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uneæ centrum circuli sectiõis uneæ, & medium punctum concauitatis nerui necessario penetrabit per 9. huius, palã ergo cũ perpendicularis semper maneat inconfracta per 47. secundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem superficiebus uisuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cõmunis est tantũ unus, palam quia axes amborum uisuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

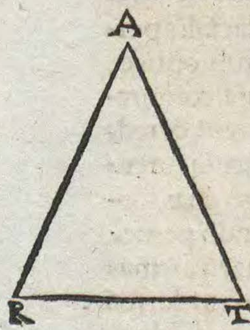
XXX.

Si â terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem æquales esse, ex quo patet quod liniæ illæ productæ sunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, sitq̨ medius punctus nerui communis a, & constituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t est æqualis angulo a t r, cum enim positio duorum neruoꝝ

 in respectu

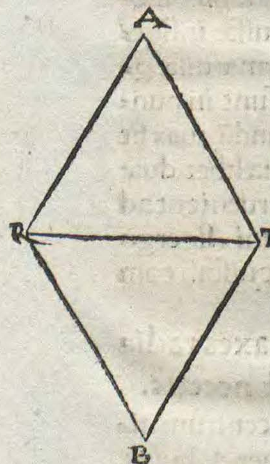
in reſpectu concauitatis nerui communis ſit poſitio conſimilis, quia concauitatis nerui unius eſt omnino ſimilis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius eſt ſimile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis eſt axi nerui alterius, ſed per eandem 4. huius, poſitio duorum neruorum in reſpectu duorum foraminum eſt poſitio conſimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam poſitio duarum linearum r a & t a apud lineam r t eſt poſitio conſimilis, hoc autẽ eſt impoſſibile, niſi anguli a r t & a t r ſint æquales, quoniam ad inæqualitatem iſtorum angulorum ſequitur inæqualitas poſitionis medij axis ipſorum neruorum concauorum, & ex conſequenti ipſorum neruorum, ſunt ergo illi anguli ad baſem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ ſunt æquales, ſcilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propoſitum.



XXXI.

Vno puncto rei uiſæ ſuperficiebus amborũ uiſuũ perpendiculariter incidente, neceſſe eſt axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertranſit centrum foraminis uneæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam ſecundum motũ oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus ſunt ſemper idem ſemidiametri oculorum, qui ſcilicet ab ipſorũ centris ad centra foraminum uneæ protenduntur, partes aũt ſuperiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, ſemper manent ſecundũ modum unum, cũ itaq; aliæ partes illorũ axium ſemper ſint immobiles, & alij ſemper mobiles, cum per ipſas unus punctus uidet̃, patet per primã undecimi, quoniam illæ lineæ non ſunt linea una, utpote ſi forma puncti b, uideatur ſecundum ambos axes b r & t r, & ſicut factum eſt in præmiſſa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui ſit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nõ ſunt linea una, eius enim partem in ſublimi, partem in plano accideret eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo quoniam angulariter cõiunguntur, quod eſt propoſitum, & licet axes præmiſſo modo refringãtur, formatio tamen pyramidũ uiſualium fit ac ſi axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uiſui aliqua diuerſitas ex illo.

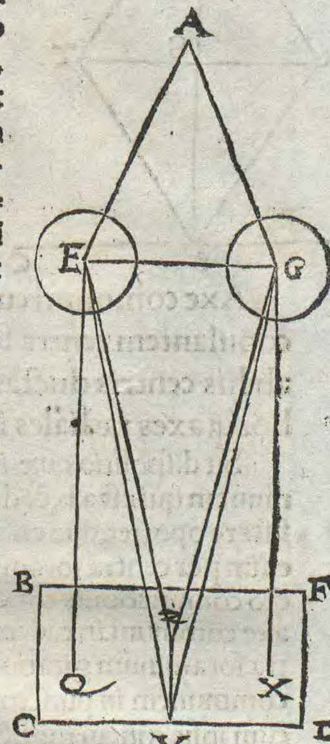


XXXII.

Neceſſe eſt axes pyramidum uiſualium amborum uiſuum tranſeuntes per centra foraminum uneæ ſemper coniungi in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ etiam motis uiſibus per ſuperficiem rei uiſæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uiſam, tunc uterq; uiſus erit in oppoſitione illius rei uiſæ per ſecundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uiſum directione æquali propter uiſuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uiſuum e & g, & ſit medius punctus nerui communis pũctus a, & ſuperficies rei uiſæ b c d f, quæ ſit exẽpli cauſa æquediſtans lineæ, centra uiſuum conuertenti quæ ſit e g, palam ergo quoniam à cẽtris uiſuum perpendiculares ſuper ipſam ſuperficiem b c d f, productæ ſunt æquediſtantes per 6. undecimi, quæ ſint e q & g x. In hac itaq; ſuperficie b c d f, ſignetur punctus qui ſit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus ſuis diſpoſitionibus, ſi alter uiſus fuerit motus ad uidendum punctũ u, ſtatim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uiſualiũ tranſeuntes per centra foraminum uneæ coniunguntur in pũcto u, una ipſarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, ſit illud pũctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorũ terminos linea

linea z u producatur, & quoniam axes ſic protenſi à duobus uiſibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, ſicut neq; concurrunt ſi ſuper perpẽdiculares lineas, quæ ſunt e q & g x, fiat uiſio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uiſibus, ſed tantum uno, alter ergo oculorũ mouetur ſuperflue, cum unus oculorum ſecũdum ſui axem oĩa puncta lineæ z u, poſſit interceptiliter tranſcurrere: cõſtituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uiſiõis et complemẽtum eius, ut ipſorum uirtus unica ſit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uiſuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u, ſequitur uel naturam ſuperfluere, uel ipſam modo debiliori quo poteſt operari, quorum uterq; eſt impoſſibile. Natura enim nihil agit fruſtra, nec deficit in neceſſarijs, ut patet per ſuppoſitionẽ, accidit autem hoc impoſſibile ſi axes ſolum incidant diuerſis punctis ſuperficiei uiſibilis, impoſſibile aũt nunquam accideret, ſi incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uiſuum ſemper eſt neceſſe, quoniam operatio amborũ uiſuum eſt uniformis, cum igitur uiſus fuerit motus ſuper rem uiſam, tunc uterq; uiſus mouebitur ſuper illud, & axes cõgregati in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ, moto uno ambo mouebũtur ſimul ad aliud unum punctum ſuper ſuperficiem illius rei uiſæ, ambo enim oculi ſunt æquales in omnibus ſuis diſpoſitionibus, & eſt ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, neceſſe eſt uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & paſſio oculorum ſemper eſt æqualis & conſimilis, & ſi alter uiſuum motus fuerit ad aliquid uidendum, ſtatim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & ſi alter uiſuũ quieſcat reliquus quieſcet. Impoſſibile eſt enim alterum uiſuum moueri, & alterũ quieſcere, niſi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & ſicut etiam declaratum eſt per 18. huius, ſuperficiem rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc poſitio puncti in quo ambo axes ſunt coniuncti eſt poſitio conſimilis, quia eſt oppoſitus duobus medijs amborum uiſuũ, palam ergo propoſitum, dicemusq; punctum concurſus amborum axium in ſuperficie rei uiſæ punctum coniunctionis.

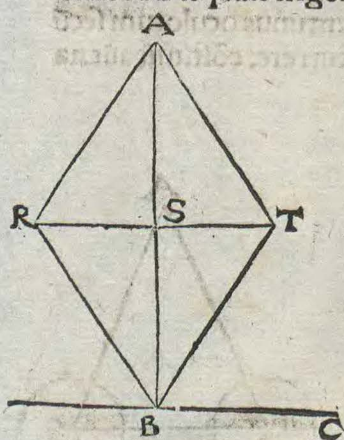


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, neceſſe eſt productam ſuper diuiſam perpendicularem eſſe, & eam puncto uiſo cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuiſa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmiſſam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonſtretur, ſint oĩa diſpoſita ut in 30. huius, & ſit linea r t, diuiſa per æqualia in puncto s, ſitq; uiſibile aliquod oppoſitum ambobus uiſibus q̃d ſit b t, in cuius puncto medio, quod ſit b, concurrant per præcedentem ipſi axes radiales, quæ ſint r b & t b, & producatur à puncto a, quod eſt medius punctus concauitatis nerui ad punctum ſcilicet linea a s, dico quod linea a s, eſt perpendicularis ſuper lineam r t, quoniam enim angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r eſt æqualis lineæ a t. Sed linea a s, eſt æqualis ſibi ipſi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, ſunt æqui angula, angulus ergo a s t eſt æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s eſt perpendicularis ſuper lineam r t, producatur item linea a s, uſq; ad punctum coniunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum parciale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniā tota linea a b, cuiusq; puncto uiso incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem commumem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatū neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoq; ab ipso communi axe.



XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem amboŝq; axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

Sit dispositio quæ in proxima, dico q̄d linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie cōsistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeūt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cōnectens centra foraminum girationis neruoꝝ, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, secant lineas r t & a b, in pūctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundū undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pūcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuū æquales esse, superficiebusq; amborū uisuū nec nō superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

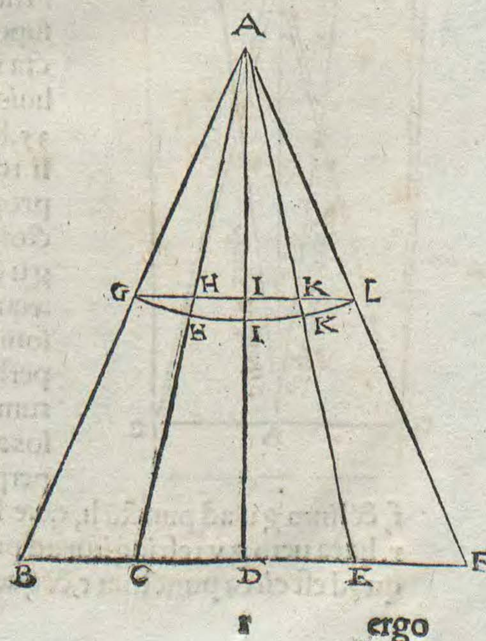
Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundū totū non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producātur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum em̄ lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindātur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedistat

stat lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis est angulo b t r, quoniā linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p̄ præmissam, patet ergo quoniā axes radiales superficiebus uisuum æqualiter incidunt & secundū angulos æquales, & si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorū ordinatiōe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nō fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea quæ est inter duo centra oculoꝝ, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extēsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliâs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisuum, & uniformē receptionem formarū q̄dlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculū, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ omēs sensibiliter sunt æquales, eodē quoq; modo demōstrari potest, quia anguli qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo ꝑpositū.

XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarū plus uicinarum axi refractio fit secundum angulos minores: remotiorū uero secundum angulos maiores: æqualiter uero distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a secūdum minorem angulum refringūtur, & lineæ b a & f a, secundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes iste lineæ concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: sit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea c a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, est rectus per præcedētem, palam per 32. primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. primi, linea a g est maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & similiter angulus b g h c angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i,

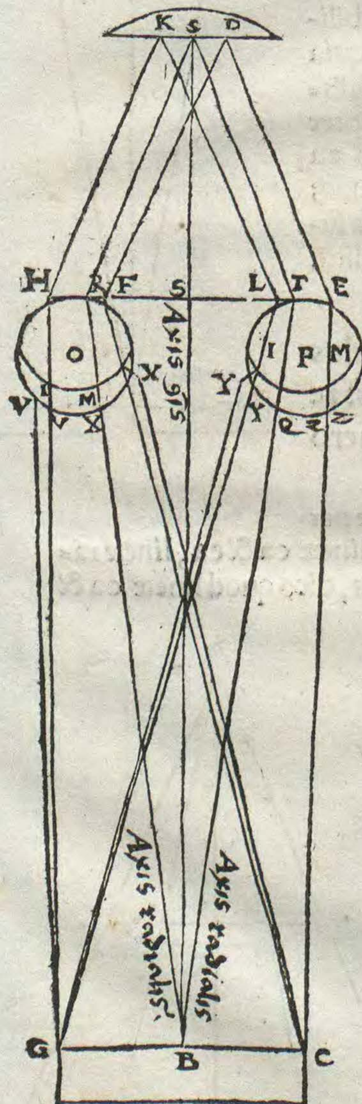


ergo per penultimã secundi huius angulus refractionis lineæ c h est minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur secundum minorem angulum quàm linea g b, & similiter est de linijs e k & f l, & quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa liniæ a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreæ, qui sunt c h i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, sit linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunstantium puncta quæ superficiebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signeturq; in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraq; parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte pũcti q, duo puncta y & z, sitq; superficies rei uisæ opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidantq; axes radiales qui sunt r b & t b, cũ axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omniũ trium axium, protrahãturq; à punctis u & x, superficiei uisus cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisæ duæ lineæ rectæ, quæ sint u g & x c, & à pũctis y & z, superficiei uisus cuius centrum est p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pũctorum superficiei rei uisæ quæ sunt g & c, quæ in sup̃ficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, nõ perueniunt ad medium punctum nerui communis quod est a, sed circunstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta c & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut pũctus qui est dexter, ad punctum b, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei uisæ sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pũcto a, & sic de alijs differẽtijs positionũ, qđ est sursum ad pũctũ b sit sursum ad pũctũ a, & qđ est deorsum punctũ b, deorsum fiat ad punctũ a, producatur enim in utroq; oculorum linea l m, recta uel curua, distinguens superficiẽ uitreæ à superficie glacialis, & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorum alterum est necessarium p 23. huius, semper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̃ & eadẽ de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo quia propter conformitatem uisuum & æqualem distantiã punctorum g & c, à puncto b, ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z, esse æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, sunt æquales, sed & figuræ oculorum sunt penitus similes, et diafonitas est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractio, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & secundum angulos æquales, quilibet ergo ipsarum refringitur æqualiter à perpendiculari, sit ergo ut linea t x refringatur ad punctũ f, & linea g u ad punctũ h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctũ r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pũctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundũ lineas rectos bre-

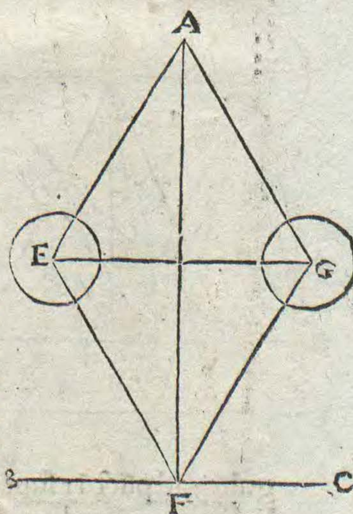


uissimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nerui communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quæ habent in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uisæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pũcto a quod sit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uisæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorũ distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uisibus ambobus sunt æquales, & anguli incidentiæ sunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales per præmissam, palam quia linea u l, quæ est formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ est formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. similiter quoq; demonstrandum de quibuslibet duobus punctis superficie rei uisæ, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formæ punctorum rei uisæ æqualiter circunstantium, puncta quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter pertingunt, & seruatur figura & dispositio totius superficiei rei uisæ in partibus suis, & in remotione à puncto quod est in axe secundum modum distantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in superficie rei uisæ secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum uisuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cõmunis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma; lineæ quoq; obliquæ superficiebus uisuum incidentes, quæ in superficie ipsius uisus refringuntur, ad eandem ordinationẽ formæ possunt peruenire, patet ergo ꝓpositũ.

XXXVIII.

Necesse est ambos axes radiales cum axe cõmuni concurrentes in superficie rei uisæ cum linea æquedistante lineæ connectenti centra oculorũ uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.

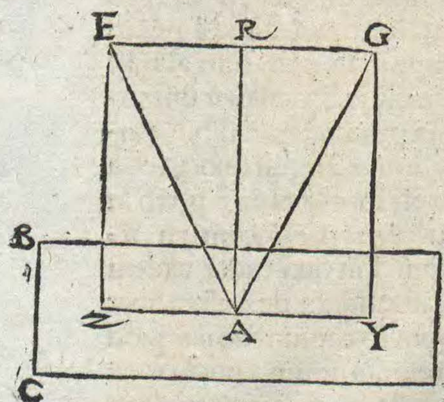
Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantiæ modicæ ab inuicem, & axis semp̃ in quolibet oculo una tantũ linea transiens per centrum foraminis ueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius; sit ergo ut lineæ b f c æquedistat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, sitq; medius pũctus nerui communis qui a, & sit ut forma puncti superficiei rei uisæ quod sit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorũ quæ sunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod sit punctus medius nerui communis, & sic axis communis qui a f, incidens superficiei rei uisæ in pũcto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & pũcta per 34. huius, erecta est super superficiem rei uisæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorũ lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui est æquedistans, ergo & lineæ uel superficiei illi æquedistanti p̃ 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est æqualis angulo a f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorũ ab axe & linea b c, quæ est communis sectio rei uisæ, & superficiei axium inter se hinc inde æquale, axes ergo radiales incidũt sup̃ficiei rei uisæ secundũ angulos æquales, & hoc est propositũ, quoniam angulus e f b fit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquedistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquedistante protrahere.

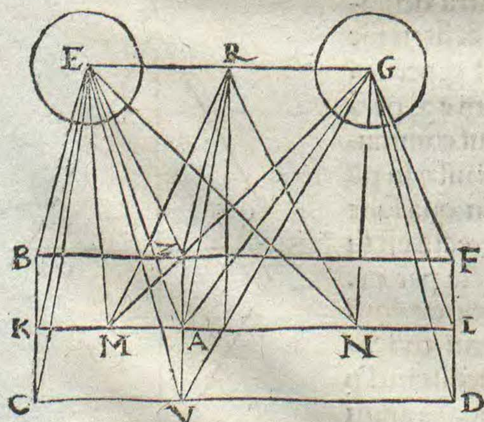
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, ſitq; ſuperficies rei uiſæ b c d f, à cuius puncto dato quod ſit a, linea æquædiſtans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, per 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ ſint axes uiſuales concurrentes in puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis eſt axi g a, per 35. huius, & linea e r eſt æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis ſuper lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uiſuum e & g ducantur æquediſtantes lineæ r a, per 31. primi, quæ ſint lineæ e z & g y, hæ ergo inter ſe ſunt æquales & æquediſtantes per 25. primi huius, & ſunt in eadem ſuperficie per primam primi huius, & quia communis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei rei uiſæ tranſit per punctum a, & eſt per 33. primi æquediſtans lineæ e g, palam quod ipſa linea z a y, eſt linea quæ quæritur, eſt ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis neceſſario ſunt æquales.

Verbi gratia ſint ut ſupra in proxima præcedente centra duorum uiſuum puncta e & g, & ſuperficiei rei uiſæ ſint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq; partem producatur linea una quæ ſit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; à centris uiſuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico quod lineæ e u & g u, ſunt æquales inter ſe, & lineæ e z & g z, æquales inter ſe, quoniam enim axes uiſuum æquales ſunt per 35. huius, palam quod axis e a eſt æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipſorum eſt rectus ex hypotheſi: ſed linea a u, linea eſt communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi baſis e u æqualis baſi g u, & ſimiliter erit baſis e z æqualis baſi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo eſt quod proponitur. Poteſt et hæc aliter demonſtrari, ducatur enim à puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, in quo concurrunt axes, linea æquediſtãs lineæ e g, quæ eſt inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ ſit linea k l, eritq; illa linea k l, in ſuperficie rei uiſæ, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis ſuper lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pũcto a, linea orthogonaliter ſuper lineam e g, quæ ſit linea a r, lineæ e g per æqualia in pũcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, quoniam enim axes e a & g a, ſunt æquales, erũt anguli ad baſem æquales, et linea r a cõmunis ambobus trigonis e a r, angulíq; ad pũctũ r ſunt æquales, quia erecti, erit ergo per 32. primi, & per 4. ſexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis ſuper lineam k a l, & quoniam per 34. huius lineæ e a, g a & r a ſunt in eadem ſuperficie, & linea z a eſt perpendicularis ſuper lineas e a & g a, ut patet ex hypotheſi, ergo per 4. undecimi linea z a eſt perpendicularis erecta ſuper illam ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ e a, g a, r a, ergo & ſuper lineam r a. Item per 4. undecimi linea k a erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiẽ r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ ſuper ſuperficiẽ erit linea e r perpendicularis ſuper lineã r z, quia ergo duorum triangulorum e r z & g r z anguli ſunt æquales, quia erecti, & linea e r æqualis eſt lineæ r g, & latus r z cõmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonſtrandũ, patet ergo propoſitum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus, ad idem punctũ lineæ cũ ambobus axibus angulos obliquos facientis, neceſſario ſunt inæquales.

Sit omnimoda diſpoſitio ut ſupra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uiſibus ad idem punctũ extra lineam u z, quæ ſola cum ambobus axibus facit rectos, ſemper ſunt inæquales, ſignentur enim in lineam k l ut oportet, ſecante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, diſtantia quæ fuit m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dico quod lineæ e m & g m ſunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctũ m linea quæ ſit r m, quoniam ergo angulus e r a eſt rectus, ut patuit in præmiſſa, palam, quia angulus e r m eſt minor recto, angulus ergo g r m eſt maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m eſt commune, & linea e r æqualis eſt lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & ſimiliter eſt de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandũ, patet ergo propoſitum. Iſta tamen inæqualitas illarum linearum minus eſt ſenſibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniũctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquediſtantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uiſibus productæ, neceſſario ſunt æquales, & æquales cũ illis lineis angulos cõtinentes.

Sit omnis diſpoſitio ut ſupra in duabus præmiſſis, & ſint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter diſtantia à puncto a, quod ſit punctũ coniunctiõis axium, ita quod linea m a ſit æqualis a n. Dico quod protractæ lineæ ab alterius uiſibus ut e n & g m & e m & g n ſunt æquales: cũ enim axis e a eſt æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui eſt angulus e a m, æqualis eſt angulo incidentiæ axis g a, qui eſt angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n ſunt recti, anguli quoq; r a e & r a g ſunt æquales, ut hæc patent ex prædemonſtratis in præmiſſis duabus propoſitionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: ſed & axes e a & g a ſunt æquales, & linea m a æqualis eſt lineæ n a ex hypotheſi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi baſis e m æqualis eſt baſi g n. Et ſimiliter demõſtrari poteſt in omnibus alijs punctis ſimilibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut ſic nominantur, & ut ab alternis uiſibus ad puncta æqualiter à puncto a diſtantia producuntur, neceſſario ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quocunq; etiam alijs lineis modo ſimili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarũ fit certa cõprehenſio à uiſu, magis autem ſecundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uueæ tranſeuntem.

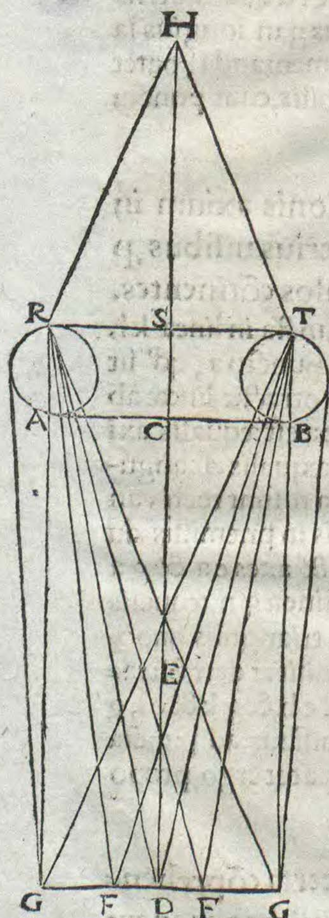
Solus enim huius axis extendit ſecundũ rectitudinem quouſq; perueniat ad locũ girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uiſæ oppoſitæ medio ſuperficiei uiſus, peruenit ad glacialẽ & uitreum ſecundũ extenſionem uſq; ad locum girationis nerui concaui: formæ uero quæ ueniunt ſecundũ lineas alias obliquantur, & quia diſpoſitio formarum obliquatarum nõ eſt ſicut diſpoſitio formarũ extenſarum recte, quoniam obliquatio neceſſario ipſas alterat aliqua alteratiõe in certitudine comprehenſionis: punctus ergo formæ perueniens ad locũ girationis concaui nerui, qui

ui, qui extenditur ſecundū rectitudinē axis, eſt magis uerificatus omnibus punctis for-
marum, & quia obliquatio linearū uicinarꝫ axi eſt minor, & remotiorꝫ maior, eo ꝙ an-
guli qui fiunt ex lineis ſuper quas ueniunt formæ, & ex ꝑpendicularibus ſuper axem ꝓ-
ductis in ſuperficie obliquationis linearū uicinarꝫ axi, ſunt acutiores, & remotiorꝫ mi-
nus acuti, ut patet per 36. huius: formæ uero, quarū obliquatio eſt minor, magis manife
ſtantur, ꝙ̄ formæ quarū obliquatio eſt maior: punctus ergo, qui eſt ſuper axem, perueni
ens ad locum girationis nerui concaui, eſt manifeſtior omnibus alijs punctis, & certio-
ris comprehenſiōis, & qđ eſt propinquius illi, eſt manifeſtius remotiore ab illo: & ſimili
ter eſt de forma perueniente in neruum cōmunem, ex quo comprehēdit uirtus ſenſitiua
formas rerum, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

**Puncto coniunctionis in axe cōmuni exiſtente, certiſſima fit uiſio, pro-
pinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.**

Sit linea connectens centra foraminū uneæ quæ a b, & ſit linea c e axis cōmunis, pū-
ctus quoꝗ coniunctionis in ipſa linea c e ſit d, in quo cōcurrant axes a d & b d, & ſit me-
dius punctus concauitatis nerui cōmunis punctū h. Dico ꝙ pun-
cto d exiſtente in linea c e, tunc certiſſima fit uiſio: formæ enim uiſæ
peruenientes ad ſuperficiē uiſus, ſunt tunc magis cōſimiles, eo ꝙ a-
xibus cadentibus in centra foraminū uneæ, quæ ſunt ſignata ꝑ pun
cta a & b, formæ punctorꝫ circumſtantiū punctū d diſtincte, & conſi
militer incidunt circa illa centra, & qm̄ axis cōmunis qui eſt e c diui
dit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. pri-
mi, ideo quia linea cōnectens centra foraminum uneæ, eſt æquedi-
ſtans lineæ r t, cōnectenti centra foraminū girationis neruorū con
cauorū, ut patet ex præmiſſis, & per 4. huius: unde per 31. huius pa-
tet, ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineā a b, & eſt perpendicularis ſu
per illam, eſt ergo palam per 4. primi, qm̄ axis a d eſt æqualis axi b
d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, ſed per 30. huius anguli h a
c & h b c ſunt æquales, & qm̄ axis cōmunis, qui eſt e c, pertingit ad
h punctū mediū cōcauitatis nerui cōmunis, ad qđ formæ à pūctis
a & b diffundunt: palam per 26. primi, qm̄ anguli c h a & c h b ſunt
æquales. Idem quoꝗ accidit in omnibus punctis quibus incidunt li
neæ radiales ipſis axibus a d & b d ꝓpinque, quæ ſunt æquales quaſi
ad ſenſum, ut patet per 40. huius: hæ enim lineæ radiales quaſi æqua
liter incidunt punctis æqualibus ſuperficiei nerui cōmunis per 37.
huius. Formæ itaꝗ punctorꝫ taliter uiſorū ſunt magis cōſimiles, un
de fit tunc uiſio certior. Sed cū punctus coniunctionis fuerit modi-
cū extra cōmunē axem, ut in puncto f, ſiue remotio illa ſit ad partē
ſiniſtrā uel dextram, ſurſum uel deorſum, ſiue ad alias utcunꝗ, tunc
ad hæc duæ formæ quæ infigunt̄ duobus uiſibus, non multum ha-
bent diuerſitatis: unde punctū formæ, cui duo axes infiguntur ipſi
puncto h, medio. ſ. puncto cōcauitatis nerui incidente, reſidua pun-
cta formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus ipſis uiſibus in



cidentes, in concauitate nerui cōmunis circa punctū h uniuntur, non tamē ſecundū per
fectionem prioris diſpoſitionis: uidetur itaꝗ & tunc res certa uiſione, non tñ in gradu
certitudinis prioris: cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem
axem, qui eſt c e, ut in puncto g, ad quācunꝗ differentiam poſitionis hæc contingat, tūc
ad hæc punctus rei uiſæ, in quo duo axes concurrūt, infigetur ipſi puncto h. Sed formæ
reſiduorꝫ punctorū illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient diſpoſitionē
prioribus duabus ſimilem, neꝗ erit illorum punctorum uiſio bene uerificata, ſed rema-
net minus certa, patet ergo propoſitum.

Omne

XLV.

**Omne uiſum in puncto coniunctionis duorū axium uiſualium certius ui
detur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & ſecundū remotionē ab axibus
gradus certitudinis decreſcit, ex quo patet, ꝙ puncta ſuꝑficiei rei uiſæ æqua
liter diſtantia à puncto coniunctionis, ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur.**

Quoniā enim, ut patet per 43. huius, ſecundū omnes lineas cuiuslibet pyramidis ra-
dialis ſit certa cōprehēſio formæ uiſibilis à uiſu, magis aūt ſecundū lineas axi uiciniores,
& maxime per axem centrū foraminis uneæ tranſeuntem: in puncto aūt coniunctionis
concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata ſit fortior ſui medi
etate, ꝙ in puncto coniūctionis certior fit uiſio ſecundū totam ſuperficiem rei uiſæ, quæ
eſt baſis ambarꝫ pyramidū uiſionis, & ſecundū proportionē dupli ad duplū, quæ eſt ſim-
pli ad ſimplū, ſecundū lineas uero radiales quæ ſunt propinque axibus fit minus certa ui
ſio ꝙ̄ per axes, quoniā formæ punctorꝫ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, non perue
niunt directe ad mediū cōmunis nerui, unde non fit adeo perfectū de illis iudiciū, ut de
formis peruenientibus per ipſos axes: ſecundū remotionē uero illarū linearꝫ ab axibus
gradus certitudinis uiſionis decreſcit, quia cum partes ſuperficiei rei uiſæ quibus axes
incidunt, & partes illis proxime manifeſtius uideantur per 43. huius ſecundū partes re
motiores illius ſuperficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radi
alis, eſt debiliſſima certitudo uiſionis, & ſecundū alias partes medias fit media diſpoſitio
certitudinis, ſecundū qđ plus accedunt axibus, uel ſecundū ꝙ ab illis plus remouentur,
palam ergo ꝓpoſitum, & per hoc patet corollariū, qm̄ in punctis ſuꝑficiei rei uiſæ æqua
liter à puncto coniunctionis diſtantibus eadem eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & in
de, quoniam illarum formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus, & ex conſequenti in ſuꝑ
ficie nerui cōmunis ſemper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

**Omne uiſum in quo concurrunt duo axes uiſuales, uel radij illis propin-
qui, uidetur ſemper unum.**

Quoniā enim formæ per axes radiales peruenientes ad uiſum æqualiter incidunt
uiſibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum
concauitatis nerui, concurrūt ergo ambæ illæ formæ ad punctū unum, & una ipſarum
ſupponit̄ alteri, & fiunt forma una, & qm̄ omnia uiſa nobis aſſueta ſemꝑ ſunt oppoſita
ambobus uiſibus, & ambo uiſus aſpiciūt ad qđlibet illorū uiſibiliū, propter qđ duo axes
duorꝫ uiſuū ſemper cōcurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32. huius, & poſitio
radiorꝫ reſiduorū qui circūincidūt cōmuni puncto ipſorꝫ eſt poſitio cōſimilis per 37. hu-
ius, maxime qñ non differūt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter
hoc ergo quodlibet uiſorū aſſuetorꝫ uidet̄ ambobus uiſibus unum, & qa ut ꝓmiſſum eſt,
patet per 37. huius, qm̄ omnes formæ punctorꝫ æqualiter circūſtantiū puncta, quæ ſuꝑ
ficiebus uiſuū incidūt ſecundū axes radiales ad puncta æqualiter circūſtantia mediū pun
ctum nerui cōis conſimiliter pertingūt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uiſualibus,
quia nō multū oblique incidunt uiſibus, ideo nō multū oblique refringunt̄, qm̄ ipſarꝫ re-
fractio eſt ſecundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniūt ad conca-
uitatem nerui, & contingūt ergo ſe circa medium punctū concauitatis nerui, & ſuppo-
nuntur ſibi adinuicem, fiuntꝗ forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

**Omne uiſum in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium
comprehenditur ſemper unum.**

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehenſionis, & axis uiſualis uni-
cus unam tantum formā regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui cōmu-
nis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad ali-
quā partē nerui diſtinctā ſecundū partē uel ſecundū remotionē, patet ergo ꝓpoſitum.

Nullū

XLVIII.

Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim siue aliqd' uisum existat in axe communi, siue extra illam, semper punctum eius cui incidũt axes uisuales certius uidetur, ꝗ puncta quibus incidũt radij ꝓpinqui, & illa puncta certius uidentur, ꝗ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet ꝙ nullũ uisum totum simul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius cõmuniter per oẽs tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi trãscursa fuerint, tũc solum æqualiter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendet̃ tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis, tũc ergo tota res æqualiter uidebit̃: nullus aũt motus est in instanti, sed solũ in tempore, palam ergo, ꝙ nullũ uisoꝝ simul totum æqualiter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totũ simul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ oppositæ uisui, â quibus lineæ rectæ possunt ꝓduci ad uisum, simul multiplicant̃ ad uisum, ꝗuis secundũ diuersitatẽ anguloꝝ diuersimode secundũ diuersas partes uideant̃: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorũ æqualius uident̃, ꝗ corpora diametroꝝ maiorũ: remotiores enim partes â puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, ꝗ si fuerit plurium colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehendunt̃ per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpositũ.

XLIX.

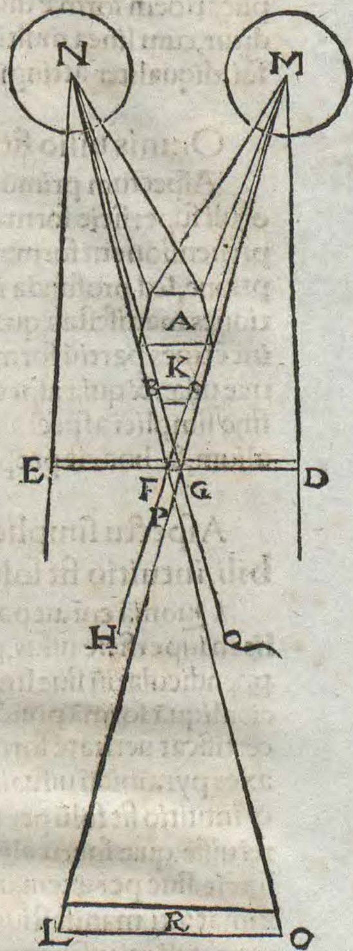
Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

Quãuis enim uisus quandoqꝫ eodẽ tempore opponat̃ multis uisibilibus diuersi coloris, inter quãlibet quarũ & uisum produci, possunt lineæ rectæ in aëre cõtinuato medio inter eas & uisum, perueniantqꝫ formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisis ad superficiẽ uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsaꝝ ad quãlibet partem superficiei uisus ꝓpter earũ directam oppositionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic ĩ tota sup̃ficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiẽ uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit distincta uisio nisi solum secundũ perpendiculares lineas â punctis rei uisæ ad oculi superficiẽ productas, & secundũ hæc distinguunt̃ formæ secundũ distinctionẽ partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiẽ uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tñ comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundũ suũ esse, & figuram ordinatã in sui superficie secundũ ordinem quã habet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarũ rerum uisarũ præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua superficie alias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suũ esse, & sentire situs eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud qd' uidet secundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli ueæ ipsi centro uisus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt secundũ alia puncta superficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorũ enim omniũ axes sunt longiores, etiã si ab eadem distantia ꝓcedant: aspiciens itaqꝫ qñ fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorẽ illis quæ sunt â parte laterum illius medij, & qd' est propinquius medio & manifestius, & qd' est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibile plura simul æqualiter uideri, qm̃ impossibile est axem pyramidis radialis transeuntẽ per centrũ ueæ simul pluribus punctis nedũ sup̃ficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

L.

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoqꝫ secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuũ, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus ꝗ sit res uisa, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitqꝫ punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilqꝫ eius capiat̃ per interpositionẽ rei uisæ quæ est b c, sit aũt uisibile e d remotius ꝗ sit ipsum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita ꝙ lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ sit f g: lineæ uero m p & n p intersecantes se in pũcto p ꝓtractæ contingẽt periferiã corp̃is, in q̃ est punctũ r in pũctis l & o, sit uero a q̃ddam uisum ꝓximũ uisui cadens inter axes m k & n k, dico qñ uisus cõprehendit in eadẽ hora in simul formas uisibiliũ q̃ sunt b c & c d & r, qđ qñ ꝗ impedit̃ secundũ aliq̃d uisio ipsius e d, qm̃ impedit̃ secundũ sui partẽ quæ est f g, quæ cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis qđ est b c, patet ꝙ forma illius partis nõ p̃ueniet ad uisum, neqꝫ seruabit̃ in neruo cõi: forma uero uisibilis remotioris ꝙ est l o, in quo est punctũ r, qm̃ ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, suis terminis l & o incidũt, patet ꝙ p̃ueniet ad uisum, nõ impediente uisibili b c, qa tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebit̃ inordinate secũdũ sitũ earũdem partiũ ipsius formæ, q̃ sibi directe nõ supponent̃, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundũ remotionem â puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis, ꝓpter diuersitatẽ incidẽtiæ ipsaꝝ lineaꝝ, per quas adueniũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars tñ uniuersi, quæ attẽdit̃ secundũ dextrã uel sinistrã, sursum uel deorsum p̃tiũ ipsius formæ nõ mutatur, uisum enĩ b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, qñ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uisi b c sit in duobus locis duaꝝ uisuũ consimilis positionis, & forma uisi ꝙ est l o diuersificabitur secundũ situm partiũ suæ formæ, & secundũ remotionẽ inæqualẽ â puncto medio nerui cõmunis, qm̃ est magna diuersitas in angulis reflexionis suaꝝ partialiũ formaꝝ, sicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiũ suo ordine disponent̃, ut sunt in re, & res uidebitur una, ꝙ nõ accidit in forma uisi. s. ipsius a, ꝙ propinquius uisui est, si ipsum paruæ fuerit quantitatis, & nõ sit in illorũ corpoꝝ positione differentia sensui, ita ꝙ corpus a cadat inter axes m k & n k, qñ itaqꝫ ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituũtur illarũ rerum uisarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotiõe â pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt consimilis positionis in remotione â duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiso uero a, ꝙ est proximũ uisibibus, qm̃ ipsum cadit inter axes m k & n k, & est ꝓpinquius uisui, quia enĩ figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amboꝝ uisuũ diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, qm̃ forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundũ respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes



uiſuales incidũt, ordinatur. Sic ergo uiſu exiſtente fixo interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotiorꝝ quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur, ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſorꝝ, in ſimul tũc formæ omniũ uiſibiliũ cõprehẽdenť ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe, & comprehendenť ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ: huius aũt rei totius ratio eſt hæc, quia certitudo uiſionis fit ſecundũ axes, & uiſio fit per multiplicatiõem formæ uiſibilis in uiſum, quæ uero nunq̃ tunc per corpus interpoſitũ impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam uiſui aliqualiter attingit, & hoc eſt quod uolebamus.

LI.

NB

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ, uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum, quo primo ſimpliciter recipitur in oculi ſuperficie forma rei uiſæ: intuitionem uero dicimus illũ actum, quo uiſus ueram cõprehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit, non contentus ſimplici receptione, ſed profunda indagine: uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit intentiones manifeſtas, quæ ſunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui, & certificat omnes diſpoſitiões illius formæ uiſæ, & quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione, q̃uis intuitio non poteſt eſſe ſine ſimplici aſpectu, patet ꝙ omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſibili, intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.

Quoniã enĩ, ut patet ꝑ præmiſſam, aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibilis in ſuperficie uiſus, palam ꝙ ipſa fit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ, quælibet enim ꝑpendiculariũ ſiue lineaꝝ radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17. huius, adducit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus: quia uero intuitio certificat ueritatẽ formaꝝ cõprehenſarũ, certificatio uero oĩm formaꝝ uiſibiliũ plꝰ fit ꝑ axes pyramidũ uiſualiũ, q̃ per aliquã aliarũ lineaꝝ illius pyramidis per 43. huius, patet ꝙ intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud qđ opponitur medio uiſus ex illa re uiſa fuerit, ſiue per axem uiſualem aut prope illum, tunc erit ipſum qđ eſt in axe, uel ꝙ approximat axi, manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ: ſi itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ, mouebit ambos uiſus, donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorũ, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, tunc ſentiens comprehendet totam formam cõprehẽſione qualicũq; per 43. huius, & partem quæ eſt apud extremũ axis comprehendet uera comprehenſione, deinde mutatis axibus ad aliud punctũ, tunc idem punctum uerius cõprehendeť, & tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehenſio totius formæ, & etiã illorꝝ punctorꝝ q̃bus prius axes incidebãt, & ita ſcđm numerũ punctorꝝ q̃bus incidũt axes, numeratur cõprehẽſio totius formæ, ſemper tñ punctus, cui axes incidũt, certius alijs pũctis cõprehendeť. Sic ergo intuens ꝑ motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ, & inſuꝑ reiterat frequentationẽ cõprehenſionis totius formæ ſcđm numerũ punctorꝝ q̃bus incidũt ipſi axes, apparet ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non certificabitur forma rei uiſæ, niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ, nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in re uiſa, apparent uiſui niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut radialium linearum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ, & etiam ſi res fuerit infimæ

infimæ paruitatis, & non fuerit oppoſita uiſui, nõ intuebitur illam uiſus intuitione perfecta, niſi donec moto uiſu axis radialis tranſiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei, ſic ergo fit ſolum intuitio ſecundum axis pyramidis radialis incidentiam, q̃uis aſpectus ſimplex fiat ſecundũ omnes lineas radiales totius pyramidis uiſualis, patet ergo propoſitum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipſius oculi ſemper manet fixus in ſuo ſitu, quoniã ille motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis.

Motus enim axis ſuper partes rei uiſæ non eſt per girationem axis à loco centri ipſius uiſus, & per motum eius per ſe ſuper partes rei uiſæ, patet enim per 24. & 12. huius, ꝙ linea axis extenditur recte uſq; ad locum girationis nerui, ſuper quem componitur oculus, & ꝙ ſitus eius à uiſu non mutatur, ſed cum totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ, & medium oculi, in quo eſt ſenſus uiſiuus, opponitur cuilibet partium rei uiſæ, tũc axis tranſit per quamlibet partium rei uiſæ, & ſecundum iſtum modum tota forma cuiuslibet partis rei uiſæ extenditur ad uiſum ſemper ſecundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco ſuo reſpectu omnium partium & tunicarum oculi, ſed cum girabitur axis in concauo oſſis cum motu totius oculi, & cum uiſus uoluerit intueri rem uiſam, & inceperit intueri in extremitatem rei uiſæ, & tunc extremum axis ſuper extremitatem rei uiſæ, eritq; in diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſuperficiei uiſus, declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem ſuper quã eſt axis, quoniam forma eius erit in medio uiſus & in loco axis, eritq; reſiduũ formæ obliquũ ad aliam partem ab axe: & cum uiſus poſt illam diſpoſitionem mouebiť ſuper aliquã diametrũ rei uiſæ, trãsferť axis ad partẽ ſequentẽ illã partẽ rei uiſæ, & erit forma primæ partis declinans ad locũ aliũ oppoſitũ loco ad quẽ moueť axis, & nõ ceſſabit forma declinare q̃diu moueť axis ſuꝑ illã diametrũ, q̊uſq; axis ꝑueniat ad ultimũ illius diametri rei uiſæ, q̃ eſt pars alteriꝰ rei uiſæ, & ſic erit forma totiꝰ rei uiſæ in iſta diſpoſitiõe obliqua uiſui & puncto oppoſito ipſi axi, etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuerſis incidente, præterq̃ ultima pars & extrema ipſius rei uiſæ quæ remanebit ſuꝑ axem, & in medio uiſus & axis, in iſto toto motu erit fixꝰ in ſuo ſitu q̃tũ ad trãſitum uniformẽ omnium tunicarum oculi, patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunq̃ fit baſis anguli quem reſpicit ſuperficies rei uiſæ, neq; ſemper ſecat angulum quẽ reſpicit aliqua diametrorũ rei uiſæ.

Quia enim iam oſtenſum eſt in præcedente theoremate, ꝙ axis in toto motu oculi ad intuendum ſemper manet fixus: ſi ergo axis fieret baſis angulo quẽ reſpicit ſuperficies rei uiſæ, oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes, & moueri axem, hoc autem nõ eſſet poſſibile, niſi quoniam axis moueretur per ſe toto oculo quieſcente, & quia hoc eſt impoſſibile per præcedentem, totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius, & moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur: incidente enim axe radiali diuerſis punctis ſuꝑficiei rei uiſæ, licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem baſis ſit. Variato tamen axe, cauſatur ſemper noua pyramis, quamuis uideatur ſemper una, ideo quia motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis: per hunc itaq; motũ comprehendit uiſus quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſæ uiſui medio in puncto ſcilicet axis, & per hunc modum mouetur forma rei uiſæ ad ipſam ſuperficiem uiſus, & mutatur pars ſuperficiei uiſus in qua prius fuit forma, quoniam forma rei uiſæ apud motum axis erit in una parte ſuperficiei uiſus poſt aliam partem ſuperficiei uiſus, quotiens enim comprehenderit uirtus ſentiens partem rei uiſæ, quæ eſt apud extremum axis, totiens comprehendet cum hoc totam ſuperficiem rei uiſæ, & comprehendet totam illam partem ſuperficiei uiſus, in qua ꝑuenit forma totius rei uiſæ, quæ ſemper eſt alia & alia, quãdiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uiſæ non terminantiũ ipſam

 diame-

diametrum,tunc axis diuidit angulum,cui in centro uiſus ſubtenditur illa diameter,ſed
cum incidit ipſi termino diameter,tunc ipſe axis fit una linearum continentium illũ an-
gulum,nõ ergo ſecat ſemper illũ angulũ,quod eſt propoſitum.

LV.

Neceſſe eſt omnem uiſionem quæ fit aſpectu ſimplici fieri in inſtanti.

Si enim fiat aſpectus ſimplex in tempore,quantumcunq; paruum ſit illud tempus,
erit ipſum pars magni temporis ,& quoniam non datur uiſio fieri in tempore niſi per
diſtantiam uiſibilis ab ipſo uiſu ,palam tunc', ꝙ ſecundum ſpacium diſtantiæ uiſibilis
à uiſu multiplicabitur & tempus,producatur itaq; linea a b c d,& ſit uiſus ad punctum a
& aliqđ uiſibile ſit apud punctum b. Cum itaq;,ut dictum & declaratum eſt in 6.huius,
forma puncti b multiplicatur ad uiſum,ſi hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte im
perceptibili,ſit aliud uiſibile in puncto c,& ſit ſpacium a c multiplex ſpacio a b,erit ergo
tempus,in quo forma puncti c multiplicatur ad uiſum a multiplex tempori,in quo for-
ma puncti b multiplicatur ad uiſum a,& ſi hoc tempus nondũ ſit ſenſibile,ſicut in ulteri-
ori puncto uiſibile d remotiori à uiſu à,ꝗ eſt ipſum c,ſitq; ſpacium d a multiplex ſpacij
c a,ergo erit ipſum magis multiplex ſpacij b a:forma itaq; puncti d multiplicabiť ad ui
ſum a in tempore multiplici tempori,in quo peruenit ad uiſum forma puncti c, ſed in
pertranſitu formæ puncti d per ipſum ſpacium a d non requiriť in ipſa operatione uiſi-
ua plus temporis,ꝗ in ſpacio a b:apertis enim oculis æque cito uidentur remota & pro
pinqua,neq; enim eſt ſenſibilis differentia temporis,quo mouetur res proxima,aut ali-
qua ſtellarum fixarum,cuius ferè diſtantia eſt ſecundum mundi ſemidiametrum , quæ
eſt maxima linearum naturalium entium:impoſſibile eſt ergo uiſionem,quæ fit aſpectu
ſimplici,fieri in tempore,ſed neceſſe eſt omnem huius uiſionem, quantum ad aſpectum
ſimplicem,fieri in inſtanti & ſubito,eius itaq; principium non differt ab eius fine , &
hoc eſt propoſitum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri eſt neceſſe,tempusq; intuitionis intentionum uiſibilium diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim,ut patuit in 51.huius,intuitio ſit actus uirtutis uiſiuæ,quo uiſus ueram
comprehenſionem formæ rei uiſæ diligenter perſpiciẽdo perquirit,& ſemper in ipſa in-
tuitione axes radiales per omnia puncta ſuperficiei rei uiſæ moueanť,ut declaratum eſt
per 52.huius:cum ergo omnis motus ſenſibilis fiat in tempore ſenſibili,ideo,quia ut ali-
bi declarauimus,tempus eſt proportionale motui,palam, quia omnium intuitionũ in
tempore ſenſibili fieri eſt neceſſe: tempus quoq; intuitionis diuerſatur ſecundum di-
uerſas intuitiones formaꝝ uiſibilium eorum ,quæ quis intuetur,cuius exemplũ eſt ,ut ſi
uiſus comprehendat animal longũ multoꝝ paruorũ pedũ,qđ moueatur,tunc primo per
modicam intuitionem comprehendit motũ eius,& per motum comprehendit ipſum eſ-
ſe animal,deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipſum eſſe multo-
rum pedum,ex comprehenſione diſtantiæ inter pedes,non tñ cognoſcit numerũ ipſoꝝ
pedũ,& deinde diligentius intuens cognoſcet numerũ pedum pluri intuitione & maio-
ris temporis conatu:cõprehenſio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore,& cõpre
henſio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori,in quo cognitũ eſt
ipſum eſſe animal:numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illoꝝ temporũ,
oportet enĩ uiſum intueri quemlibet illoꝝ pedũ,& numerare illos,erit aũt quãtitas tẽpo
ris intuitiõis pedũ ſcđm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ,& hoc etiã patet ꝑ di
uerſitatẽ aliaꝝ uiſibiliũ intẽtionũ:tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uiſibiliũ formaꝝ,quo-
rũ una eſt numerus,diuerſať ſecundũ diuerſitatẽ intẽtionũ formaꝝ intuitarũ,patet ergo
propoſitum.

LVII.

Viſus non poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ primo aſpectu ſimplici,ſed poſt diligentem intuitionem.

Cum eñ formæ uiſibilium ſint cõpoſitæ ex multis intentionibus particularibus,qui
buſdam illarum exiſtentibus groſſis,primo aſpectui ſe offerentibus,quibuſdã uero ſub-
tilibus ualde,ut ſunt lineatiões minutæ & colores minutatim diſperſi,& ſimilia quæ pri
mo aſpectui qui eſt inſtantiuus per 55.huius, ſtatim ſe offerre non poſſunt , unde indi-
gent tempore ut uideantur , poſt diligentem ergo intuitum uidebuntur,& non prius:
uiſus enim nõ comprehendit ueram formam rei uiſæ niſi per comprehenſionem omniũ
intentionum particularium quæ ſunt in illa forma , patet ergo quod forma rei uiſæ in
qua ſubtiles ſunt intentiones,non comprehenditur à uiſu ſecundũ ueritatem ſui eſſe pri-
mo aſpectu,ſed poſt intuitionem diligentem,& quoniam etiam in formis in quibus nõ
ſunt ſubtiles intentiones,uiſus illarum carentium à primo aſpectu dijudicare nõ poteſt,
ideo etiam tunc eſt opus intuitione,nec enim poteſt certificare ueritatẽ formæ niſi poſt
diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uiſæ:palã itaq; quia uiſus nũ-
quam poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ in primo aſpectu, ſed ſolum poſt
diligentem intuitionem,& hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas ſenſibiles in anima remanentes.

Cum enim uiſus comprehendit aliquam rem uiſam,& fuerit certificata forma eius
apud ſentientem,tunc forma illius rei uiſæ remanet in anima,& figuratur in imaginatio
ne ipſius uidentis,ut in naturalibus animæ paſſionibus declaratum eſt, & ſi terminabi
tur comprehenſio rei uiſæ,tũc eſt forma eius magis fixa in anima quâm forma rei ſemel
uiſæ,quia uiſus raro comprehendit perfectæ rem rei ſemel uiſam,ſed ſemper ex iteratio
ne uiſionis peruenit forma denuo ad animã,& renouatur forma prius uiſa apud animã,
& ſi aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum eſt reſtauratur , & ſi prius
uiſum non eſt recuperatur : anima aũt,per formam ſecundam rememoratur formæ pri
mæ,& cum pluries iteratur euentus eiuſdem intentionis ſuper animam,erit anima ma
gis rememorans illam intẽtionem , & ſic erit illa forma magis fixa in anima ſed & ma-
gis certificata,quia in prima uiſione,in qua forma rei uiſæ uenit ad animam,forte ani-
ma nõ comprehendet omnes intentiones quæ ſunt in illa forma , neq; certificabit ipſas,
& cum forma redierit ſecundo, cõprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non
comprehendit,& quanto magis forma iterabitur ſuper animam , tanto magis manife-
ſtabitur ex ea quod prius non apparebat,& cum anima comprehenderit intentiones ſub
tiliores formarum,magis certificabitur ſibi eſſe totius formæ,patet ergo ex his, quia in-
tuitus repetiti erunt certiores,ut proponitur.

LIX.

Nullum uiſibilium comprehenditur ſolo ſenſu uiſus niſi ſolum luces & colores.

Sola enim hæc cum ſint per ſe uiſibilia,ſicut in ſuppoſitionibus huius libri præmiſ-
ſum eſt, patet quod ipſa ſunt priora omnibus alijs uiſibilibus,unde ipſa ſine alijs offerũ
tur uiſui,ut ſine ſitu figura et magnitudine et ſimilibus,alia uero nõ offeruntur uiſui ſine
illis,uiſibili enim actu lucem non participiante impoſſibile eſt aliud uideri , ut patet per
primam huius,circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ niſi ſo-
la ſenſatio uiſionis,lux enim quæ eſt in corpore illuminato comprehenditur à uiſu ſecũ
dum ſuum eſſe per ſe ex ipſo ſenſu,lux uero et color quæ ſunt in corpore colorato et illu
minato comprehenduntur à uiſu ſimul , et admixta comprehenditur aut utrunq; illorũ
in ſolo ſenſu uiſus,lux enim prima comprehenditur à uiſu ex illuminatiõe corporis ſen
tientis quod eſt de ſubſtantia oculi ,et color ex alteratione formæ eiuſdem corporis ſen
tientis et eius coloratione cum admixtione lucis,quæ eſt hypoſtaſis coloris: ſicut enim
ſentiens comprehẽdit in peruentu formæ lucis primæ ſolam lucem , ſic in peruentu for-
mæ coloris comprehendit lucem coloratam,ergo hæc duo comprehenduntur ſolo ſen-
ſu uiſus ſine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuiſibilium, quoniam illa quaſi plúria à pluribus ſenſibus ſentiuntur, et ſine aliqua ipſo
rum ſolo ſenſu uiſus ſentiãtur, & non alijs ſenſibus particularibus hoc accidit, uel ex iſto
rum aliqua participatione, uel iſtorum priuatione, ſicut eſt in diaſonitate & opacitate,
tenebris & umbra, in quibus neceſſaria eſt ratio cõferens hinc inde, quæ non eſt neceſſa
ria in comprehenſione lucis & coloris, patet ergo propoſitum.

LX.

**Omne uiſibile aut comprehenditur à uiſu ſolo ſimpliciter, aut cum ratio
ne & diſtinctione.**

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per ſe ſimpliciter comprehẽdit
ſolus uiſus, ſunt tamen plura aliorũ quæ de numero uiſibilium ſunt ſuppoſita, quæ uiſus
quidem comprehendit non tamen ſimpliciter per ſe ipſum, ſed alijs actionibus animæ
accedentibus, & ſunt plura talia uiſibilia, quorum comprehenſio non eſt puro ſenſu
uiſus, quoniam uiſus quando comprehendit duo indiuidua eiuſdem ſupficiei et formæ
eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod ſunt ſimilia,
ſed ſimilitudo duarum formarum non eſt ipſæ formæ ambæ neq; una ipſarum, ſed neq;
forma tertia propria conſimilitudini, ſed eſt conuenientia illarũ duarum formarum in
aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ ſimilitudo niſi ex operatione unius
ipſarum ad alteram, non fit ergo ſimilitudinis comprehenſio per ſolũ uiſum, ſed ex po-
tentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuerſas formas uiſas
ad inuicem comperantem, et etiam quando uiſus uidet duos colores albos, quorũ unus
eſt albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum eſt fortioris albedi
nis, comprehendet ergo ſimilitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuerſita-
tem illorum in fortitudine & debilitate: diſtinctio uero inter illas duas albedines nõ eſt
ipſe ſenſus albedinis, quoniam ſenſus albedinis eſt ex albatione ſuperficiei uiſus, quæ
fit ab utroq; albedine, diſtinctio autem illarum albedinum fit propter diuerſitatẽ actio
nis illarum duarum albedinum in ipſum uiſum, non eſt ergo illa diſtinctio â ſolo ſenſu,
ſed eſt ab alia uirtute animæ, quam dicimus diſtinctiuam; & ſimiliter eſt, de compara-
tione & diſtinctione aliarum ſenſibilium formarum; nihil enim illorum accipitur ſolo ui
ſu, ſed ratione & uirtute diſtinctiua coadiuuantibus; uiſus enim per ſe non habet uirtu
tem diſtinguendi, ſed uirtus diſtinctiua animæ diſtinguit omnia illa mediante uiſu, pa-
tet ergo propoſitum.

LXI.

**Ex intentionibus formarum indiuidualium ſæpius intuitarum remanet
in anima fixio, & certificatio formæ uniuerſalis exiſtens uiſui principiũ co-
gnoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei.**

Quia enim quodlibet uiſibilium indiuidualium habet formam & figuram, in qui-
bus conueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei, quæ diuerſantur ſolum intentionibus
particularibus cõprehenſis p ſenſum uiſus, & forte erit in omibus illis indiuiduis color
unius modi, ut quaſi uniuerſaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & ſi-
milibus, in qbus eſt uniformitas coloris conueniens toti ſpeciei uelut in pluribus, quia
iam uidimus coruum album & urſum album, ſi itaq; forma & figura & color & omnes
intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui ſpeciei, eſt forma uniuerſalis
totius ſpeciei, & uiſus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium il
lorum intentionẽ, quæ conueniunt illi ſpeciei, tunc anima iudicabit illud particulare ui
ſum eſſe indiuiduum illius ſpeciei, non tamen propter hoc cognoſcet unum indiuiduũ
ab alio indiuiduo eiuſdem ſpeciei diſtinctum, donec comprehendit etiam intentiones
particulares p quas diuerſantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipſa
uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uiſorum indiuiduorum ipſi uiſui occur-
rente per intuitionem indiuiduorum illius ſpeciei, cuius forma eſt apud animam, itera
bitur à uiſu intuitio illius formæ uniuerſalis quæ eſt illius ſpeciei, cũ diuerſitate forma-
particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuerſalis per intuitionem alterius
indiuidui

indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quieſcet, ex
diuerſitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uiſum cũ formis uniuerſalibus
apud intuitionem, comprehendet anima diuerſitatem indiuiduorum eiuſdem ſpeciei, et
per conuenientiã accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis cõprehendet, quod for-
ma in qua conueniunt omĩa indiuidua illius ſpeciei eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ.
Sic remanet ergo in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua, & eſt illa
forma uiſui principium cognoſcendũ omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad il-
lud quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatũ & de intentiõibus par-
ticularibus ſenſibilibus quibuſcunq;, patet ergo propoſitum.

LXII.

**Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intui
tionem, aut per intuitionem cnm ſcientia præcedente.**

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehendũtur uiſibilia ex-
tranea, ut quando uiſus comprehendit rem uiſam quam antea non perceperit nec in ſe
nec in ſua ſpecie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes diſpoſitiones & for
mam eius ueram, non tamen cognoſcit formam eius, quia ipſam antea non percepit,
uel non recolit; ſic ergo comprehendetur illa forma uera comprehenſione per ſolam in
tuitionem, comprehenſio aũt uera formarũ uiſibilium alia ab alia quæ fit per ſolam in-
tuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quãdo uiſus com-
prehendit formam alicuius rei uiſæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ in
tentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu
illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam
formã eius, quæ eſt ſciẽtia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formã uniuerſalẽ quam
comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionem formæ in anima per rememora-
tionem illius rei uiſæ ſpecialiter, & deinde intuens intentiones reſiduas quæ ſunt in illa
re uiſa, certificabit particulare formam illius ipſi uiſo indiuiduo appropriatam, & ſi fue
rit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uiſum comprehenſæ, tunc cogno
ſcet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uiſa comprehenditur uera compre-
henſione, niſi aliquo iſtorum modorum, patet ergo propoſitum.

LXIII.

**Comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum
rationis conferentis.**

Eſt enim cognitio comprehenſio ſimilitudinis duarum formarum ſcilicet formæ
quam comprehendit uiſus apud cognitionem, quando ſentit ſe cognoſcere rem quam
uidet, & formæ quieſcentis in anima prius comprehenſæ, unde non fit uiſualis cognitio
niſi per rememorationẽ, quoniã ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & præ
ſens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam: ſemper itaq; fit cognitio ex aſſimilatio
ne formæ quieſcentis in anima ad formam poſtea uiſam extra, ſiue forma quieſcens ſit
forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi, uiſus itaq; comprehendit multas res p cogni-
tionem, cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equum eſſe equum, & Socratem eſſe
Socratẽ, & cognoſcit alia ſibi aſſueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit,
& cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quã-
titates omniũ rerum ſibi conſuetarum, quæ non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59. huius,
nec tamen cognoſcit uiſus omne quod uidit prius, niſi quando fuerit rememorans for-
mæ prius uiſæ, non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationem
formã præſentis rei uiſæ formæ prius uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem, nunquam
enim poteſt fieri cognitio niſi per comparationem formæ quieſcentis in anima ad for-
mam uiſam extra, ſic ergo patet, quoniam comprehenſio uiſualis per cognitionem ſem
per fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

**Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt
neceſſe**

neceſſe, ſed in minori quàm ſit tempus comprehẽſionis per ſolã intuitionẽ.

Quoniã eñ ſicut in p̃cedente ꝓpoſitione præmiſſum eſt, oĩs uiſualis cognitio fit ꝑ intuitionẽ & formam in anima quieſcentem rememoratam & applicatam formæ, nũc per diligentem intuitum perſpectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uiſæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per diſcurſum animæ per formas quas apud ſe habet in imaginatione, quæ ſi quærenti animæ ſtatim occurreret, non eſſet rememoratio ſed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, ſcilicet intuitio & rememoratio, uel ipſorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽſio uiſualis cognoſcitiua fit neceſſario in tempore, ſed in minori quam ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem, quoniam intuitiones exiſtentes in anima præſentis memoriæ non indigent ut cognoſcantur omnes intentiones quæ ſunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, ſed ſufficit in comprehenſione eorum comprehenſio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, eſt ſignans ſuper illàs formas, ut quãdo uiſus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, ſtatim comprehendit quod ſit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ ſuæ faciei uel partium aliarum, ex comprehenſione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uiſibile ſit homo ſine indigentia cõprehenſionis partium aliarũ, quas comprehendit ſolum per cognitionẽ præcedentem ex formis reſidentibus in anima, per comprehenſionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris groſſiciẽ aut arcuitatem ſuperciliorum aut ſimilibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & ſimiliter cognoſcet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & ſcriptor ex quorundam comprehenſione linearum cognoſcit om̃es partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehenſio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõſideratione omniũ partium rei uiſæ, & omnium intentionem quæ ſunt in ea, cõprehenſio uero per cognitionẽ fit per conſiderationẽ ſolum quarundam intentionũ quæ ſunt in illa forma, palam quod uiſio quæ eſt per cognitionẽ eſt in minori tempore, quâm ſit uiſio per ſolam intuitionẽ, & propter hoc uiſus cõprehendit uiſibilia aſſueta uelociter in paruo tempore quaſi latente ſenſum, & maximæ illa quæ à ſui primordio cognoſcere cõſueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perſeuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Viſio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehenſionem.

Quoniam enim uiſio per cognitionem præcedentem non eſt niſi circa totalitatem & uniuerſitatem rei uiſæ ſuperficialiter & in groſſo & per quædam exteriora ſigna illius rei uiſæ, & uirtus diſtinctiua comprehendit intentiones particulares quæ ſunt in illa re uiſa ſecundum modum quo cognouit res uiſas ex prima forma illius rei uiſæ in anima exiſtente, ſed omnes particulares intentiones uiſibiliũ, quæ ſunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uiſus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uiſæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifeſta nec cõprehenſibilis à uiſu primo aſpectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote ſi in homine mundæ faciei prius cognito accidat poſtmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ ſit manifeſta, cum enim poſtea longo tẽpore uiſo illo homine non cognoſcet ipſum uidens ſecundam formam ſui quam prius memoriter ſeruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, niſi poſt intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius ſecundũ ſuũ eſſe: & ſimiliter eſt ſi macula ſemper in facie ipſius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uiſui multũ manifeſta, tũc eñ licet habeat uidẽs apud ſe formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipſam illius facie maculatæ, & nõ cognoſcet ipſum niſi poſt multã aliarũ intentio

intentionum particularium intuitionem, & ſimiliter eſt in alijs indiuiduis uiſibilium & intentionibus diuerſis ipſorum. In omnibus enim ipſis uiſio per cognitionẽ præcedentẽ per modicã intuitionẽ nõ efficit certã formæ rei comprehenſionẽ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXVI.

Nullius entium quidditas per ſe eſt uiſibilis, ſed per accidens mediantibus intentionibus ſenſibilius quæ per ſe uidentur.

Quoniã enim ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, uiſio non completur niſi apud peruentum formarũ uiſibilium ad animã, quæ omnes ſunt de genere accidentis, ut patet per ipſarũ ſingulari enumeratione, palam cũ nullius ſubſtantiæ quidditas ſit de genere accidentis, quod nulla ipſarum per ſe eſt uiſibilis, per accidens aũt quidditas ſubſtantiarum corporalium ꝑcipitur à uiſu, ſcilicet per comprehenſionẽ ſuarũ intentionũ uiſibiliũ q̃ per ſe uidentẽ, ſic ergo quidditas ſubſtantiæ non fit niſi per cognitionẽ intrinſecam animæ, quæ fit ex cõparatione formæ unius poſterius cõprehenſæ, ad formã aliã prius cõprehenſam quieſcentẽ in imaginatiõe: cõprehenſio ergo quidditatis ſubſtãtiæ uiſæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius ſubſtantiæ, nõ eſt niſi ex cõprehenſiõe aſſimilationis formæ rei uiſæ ad aliquã formarũ uniuerſaliũ quieſcentiũ in aĩa & fixarũ in imaginatione quam uiſus ante cõprehenderat, & quia uirtus diſtinctiua quæ eſt in anima, per quã anima rerũ differentias dijudicat, ut hominẽ nõ eſſe canẽ, & ecõuerſo, naturaliter aſſimilat ipſas formas uiſibiliũ nouiter ſcilicet uiſas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cũ ergo uiſus cõprehenderit aliquã rẽ uiſam, ſtatim uirtus diſtinctiua quærit eius ſimile in formis exiſtentibus in imaginatione, & illa inuẽta cognoſcit per illã rem uiſam, & cõprehendit quidditatẽ eius, & ſi non inuenerit ex formis quieſcentibus in anima formã ſimilẽ formæ illius rei uiſæ, nõ cognoſcet illã rem uiſam, neq; cõprehẽdet quidditatẽ eius: ſic ergo nulla quidditas alicuius ſubſtantiæ comprehenditur per ſe à uiſu, ſed per accidens ut ꝓponitur. Si eñ aliquã taliũ quidditatũ ꝑ ſe cõprehenderetur à uiſu, ergo & om̃is quidditas cuiuslibet uiſibilis ſubſtantiæ eſſet cõprehẽſibilis à uiſu, ſicut patet in lucibus & coloribus, & ſubſtãtiæ quantũ ad ſenſum & ſenſibile oppoſitione exiſtẽtes indiuiſibiles ꝑ ſuas quidditates uiderẽtur, qđ non eſt uerũ, oportet eñ ut corpus uiſibile ſit alicuius quãtitatis reſpectu ſuꝑficiei uiſus, ad hoc ut ipſum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oĩbus alijs quorumcũq; entiũ quidditatibꝰ, ſempꝫ eñ quidditas cuiuslibet cõpoſiti cõpoſita eſt, et eius cõpoſitionẽ uiſus ꝑ ſe cõprehendere nõ poteſt, & ſi uiſus aliquã quidditatẽ, ut eſt quidditas, cognoſceret, tunc uiſus omnẽ quidditatem cognoſceret, quarũ multæ tamẽ ſunt inuiſibiles, cũ om̃es ipſæ ſint per ſe intelligibiles & cum hoc ſit impoſſibile, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Primum quod comprehẽdit uirtus diſtinctiua ex intenſionibus appropriatis formæ uiſibili eſt quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color ſint per ſe ipſa & primo uiſibilia, ipſorum tamẽ quidditates & differẽtiæ eſſentiales ſolo ſenſu uiſus comprehẽdi nõ poſſunt, quidditas enim lucis non cõprehenditur ſolum ꝑ uiſum, niſi cooperante uirtute animæ quæ eſt cognoſcitiua, qm̃ uiſus cognoſcit lumẽ ſolis, & diſtinguit inter ipſum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factã & per formã in anima reſeruatã, ſimiliter etiã quidditas coloris non comprehenditur à uirtute diſtinctiua niſi per cognitionem quãdo color rei uiſæ fuerit ex coloribus aſſuetis. Illa autem cognitio diſtinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uiſi ad formas ſimiles illi colori prius cõprehenſas, nõ enim poteſt uiſus comprehendere colorem rubeum & quod ſit rubeus, niſi quia cognoſcit ipſum, quia in ipſa anima uidentis permanſit forma eius ut prius uiſa: ſi enim uiſus nunquam colorem rubeum antea uidiſſet, nunc ipſum uiſum cognoſcere non poſſet, ſed ipſum coloribus illi ꝓpinquius ſibi cognitis aſſimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus diſtinctiua comprehendit diuerſitatem lucis ſuper res uiſas & diuerſitatem coloris, comprehendit etiam diuerſitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uiſus ſit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primũ quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & ꝑ se debetur uisiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur ꝑ se & primo operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis quorũ præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cõprehensio coloris in eo quod est color, est prior cõprehẽsione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cõprehensio omniũ uisibiliũ in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarũ specialiũ quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguũtur aũt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ fit non ꝑ solũ sensum uisus sed ꝑ cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquã uidit, tunc comprehendet quod est color, & tamẽ nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum eñ aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽsio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primũ uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisu præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nõ arguit per cõpositionem & ordinationem propositionum ad formã syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorũ in actuali intellectu ꝓpositionũ uniuersaliũ & per se manifestarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionẽ, quæ immediate sequit̃ ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehensio quæ fit per rationem & distinctionẽ fiat per argumentũ, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat ꝑ uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem

in instanti comprehensio. Distinctio eñ & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diafonus, per quẽ uirtus sensitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum; omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cõmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam; & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actũ distinctionis & actũ primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumẽ in uno instanti se multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium fiunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cõprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensionẽ quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediũ, quia itaq; cõprehensio quidditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore; uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi ꝑ intuitionem, quoniam si color nõ fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tẽpore sensibili, nõ cõprehendit uisus quidditatẽ colorꝝ, unde in rebus uelociter motis nõ distinguit̃ quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunt̃ oẽs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehensionẽ quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet ꝙ comprehensio quantitatis oĩm formarꝝ uisibiliũ nõ fit nisi in tẽpore. Si eñ uisus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur solo sensu uisus, nisi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus aliorꝝ uisibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ distinctione & cognitione; oĩm itaq; intentionum uisibiliũ quidditatũ cõprehensio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc ꝓponebat̃.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones speciales quàm indiuiduales.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cōuenientia propria formæ hominis cō prehendit ipsum esse hominem, quamuis non cōprehendat lineationē suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uisæ non cōprehendetur nisi ex comprehensione intentionū particulariū illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui omnium aut quarundam, sed comprehēsio formæ partialis est in minori tēpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatē, patet quod indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones speciales & indiuiduales quorundā uisibiliū assuetorū minori tēpore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus cōprehendūtur.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilatur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uisus comprehēdit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utraque istorum in magna remotione, quoniam uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cōprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motū etiā possit cōprehendere quod indiuiduum equi sit animal, & per numerū quatuor pedū comprehendit ipsum esse bestiā, non tñ ꝓpter hoc cōprehendet ipsum esse equum, quoniam intentiones equinæ quæ sunt à spacio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedū, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaque uisus non cōprehendit aliquā intentionū propriarū equo, nō comprehendet illud esse equū, quia itaque tempus in quo comprehendit uisus erectionē corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehēdit formā equi cū intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extēsio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cōprehensio speciei equi, quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tñ unum ipsorum secūdum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosæ hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiā intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehēdit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur: & uniuersaliter quidditates omniū specierum quæ possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur, & similiter etiam est de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud aūt indiuiduum, quod assimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solum ex comprehēsione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ.

Quāuis em̄ ordo puræ mathesis sit in hoc, ut ꝑ quantitatē angulorum sciatꝰ quātitas partium superficierum sphærarū illis angulis subtensarū, eo q̄d sicut centrū est principiū cōstitutionis totius sphæræ, sic ꝑtes angulorum 8. solidorum, q sunt circa centrū sphæræ, ut circa quodlibet

q̄dlibet uniuersi ꝑtiū sit principiū distinctiuū oīs ꝑtis sup̄ficiei sphæræ ꝑ 87. primi huiꝰ, tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturaliū rerū cōditione permiscetur, uirtus sensitiua ex comprehēsione partis superficiei uisus, in qua figuratꝰ forma rei uisæ, comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatē anguli, quā in centro uisus respicit superficies præfata: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam sup̄ficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionē lucis & coloris, qui per se accidūt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta, & quando cōprehendit quantitatē illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciūt illæ partes, & comprehendit quantitates eorum apud centrū uisus secundū quantitatē partiū superficiei uisus illis angulis subtensarū: anguli aūt tunc non certificantur nisi per motū uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciū, cuius uisus magnitudinē uult scire: patet ergo propositū: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, quoniam peruenit intersectio axiū uisualium ad mediū punctū nerui cōmunis, ut in præcedentiū theorematū pluribus patuit, partes tamē superficiei uisus ipsius informantur secundū modū quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignū, quoniam nos in sequētibus utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cōcurrant, quia secundum hoc oīs uisio informatꝰ.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Ractauimus in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aūt restat, ut in hoc quarto libro ꝓsequamur ꝓprietates omniū uisibiliū, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorū tantū duo. s. lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidētur nisi ꝓpter luces & colores, ut patet in singulis ipsorū, & quoniam in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus, ideo nūc alia 20. uisibilia restant ꝑtractanda: hæc itaque omnia, passiones quoque & deceptiones, quæ accidūt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurremus, unicuique ipsorum suæ uisionis modū & in se & in suis ꝑtibus præmittentes, deceptiones quoque quæ in ipso uel tantū uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum studio subiūgemus: quæ aūt præmittimus sunt ista.

Forma dicitꝰ directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est ꝑpendicularis incidens ipsi centro foraminis uneæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua ꝓducta recta dicto modo non est ꝑpendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis ꝑpendiculariter incidit secundū aliquod eius punctum. Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullū sui punctū ꝑpendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis ꝑpendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementū directionis in oppositione uisus est, cum axis ꝑpendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ꝑpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ ꝓpinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione. Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quā & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cōtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuscunque rotundæ uel lateratæ. Petimus aūt hæc. Sub eleuatioribus radijs uisa eleuatiora apparere, sub decliuioribus uero decliuiora, & similiꝰ sub dexterioribus radijs uisa dexteriora

riora apparere, ſub ſiniſterioribus uero ſiniſteriora. Item ſub pluribus angulis uiſa ꝑ
ſpicatius uideri. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æque ueloces eſſe. Item
omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMA I.

**Ex intemperata proportione circumſtantiarũ formarũ uiſibilium ad ui
ſum fit deceptio in uiſu, non ſolum ſecundum ſe, ſed ſecundum uirtutem ani
mæ diſtinctiuam.**

Ex his quæ declarata ſunt in libro tertio patet 8. eſſe neceſſaria ad perfectam opera
tionem uiſus, quæ ſunt lux, diſpoſitiones, uiſibilia & uiſum, per 1. tertij huius. Item diſtan
tia uiſibilis à uiſu per 15. tertij huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2. tertij hu-
ius, uel ſitus reſpectu axis cõmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis ꝑ 19.
tertij huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per
13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item
ſanitas uiſus per 16. tertij huius: quodlibet aũt iſtorũ latitudinem habet ꝓportionatã ad
rem uiſam: lux enim habet latitudinẽ, qm̃ lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non
educit uiſibilia in actũ agendi in uiſum, unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles
minutæ non uident̃ in luce debili, ſed eſt ibi latitudo in ijs lucibus, quæ eſt magnitudini
corporis ꝓportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinẽ
habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plene comprehendit̃, & ab alia non ple-
ne, & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis il
lius, & ſecundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpacij ſecundũ quã
ipſum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directio
ne oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ ſunt
in ipſo, quæ in parua declinatione corporis uiderent̃, & eſt ibi inter illas declinationes
latitudo. Similiter corpus paruũ ſitum extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ
& occultatũ, & idem corpus ſitum circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ
ſitus reſpectu axis cõmunis habet latitudinẽ, qm̃ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad cor-
poris magnitudinẽ & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ:
ſi enim partes rei uiſæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uiſæ, occultabũtur
uiſui: & ſi fuerint ꝓportiõales totali uiſæ magnitudini, ſit tñ corpus totale modicum, ad
huc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus
uiſu, licet ꝓportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ ꝓportiona-
ta debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoq;
habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde a-
cutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ acci
deret maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, qm̃ forte color ꝑpter reflectionẽ uehe-
mentem luminis impediret uiſum, quæ reflectio fieret ꝑpter magnam corporis ſolidita
tem: & ſi color fuerit obſcurus, tũc forte accidet minus ſolidũ debilius uideri colore eius
obſcuro exiſtente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per
fumos nõ fit uiſio rerum minutarũ, ſed forte groſſarũ, ſicut ſi per ipſa uideret̃ carta nõ ſcri
ptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia cor-
pus ſubito uiſum pertranſiens, non comprehendit̃ à uiſu, & quandoq; motus trochi non
uidetur, quia eſt uelociſſimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinẽ
habet, in qbuſdã enĩ ĩfirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcõdant̃, in minori ſpacio ꝑ
cipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vni-
uerſaliter ergo, quilibet iſtorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in
rei ueritate, eſt egreſſus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia
ſe alterutrũ reſpiciunt̃, ſcd̃m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̃dlibet ipſorum
ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat diſpoſitonem, quorum pertractationẽ re-
linquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

Impoſ-

II.

**Impoſſibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam com-
prehendere.**

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibiliũ, quæ ſunt corporales: omnes autẽ
formæ corꝑales ſunt cõpoſitæ ex multis intentiõibus uiſibilibus particularibus prædi-
ctis, ſicut magnitudo non eſt ſine figura, & figura non eſt ſine ſitu, & hæc omnia nõ ſunt
ſine colore, & color non eſt ſine luce, & lux nõ diffunditur niſi in corpore: uiſus itaq; nõ
comprehendit aliquã iſtarũ partium intentionem, niſi ex cõprehenſione formarũ uiſibi-
liũ cõpoſitarũ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet ſimul comprehen
dit uiſus, & qm̃ nulla intentionũ per ſe ſola complet aliquã formarũ corporaliũ ſenſibili-
um: palam ꝙ impoſſibile eſt uiſum cõprehendere aliquam illarũ intentionũ ſolam per
ſe, ſed ſemper ſunt plures illarũ intentionũ ſimul in forma ſenſibili congregatæ: uiſus er
go cõprehendit ſimul ſemper multas intentiones particulares, quæ ſolũ diſtinguũtur au
xilio uirtutis diſtinctiuæ per imaginationẽ, & ſic demum uiſus comprehendit intentio
nem particularium quamlibet diſtinctam, quod eſt propoſitum.

III.

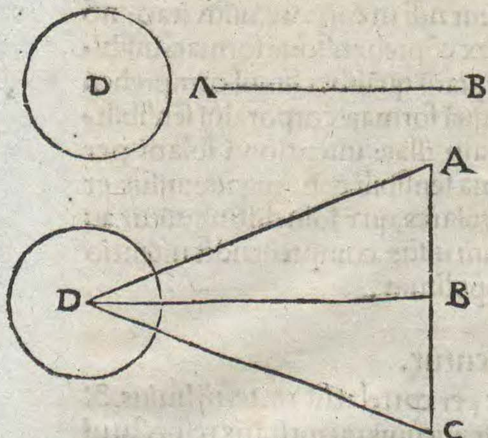
Non ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur ſub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, &
etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu ui
ſus ad hoc ut actu uideat̃, palam ergo, ꝙ ſub angulo contingentiæ, qui eſt indiuiſibilis ꝑ
15. tertij huius, non erit poſſibile aliquã rem uideri, omnis enim angulus ſub quo poteſt
fieri uiſio, eſt diuiſibilis ꝑ axem pyramidis radialis ſuꝑficiei ipſius uiſus ꝑpẽdiculariter in
cidẽtem, eo ꝙ omnis uiſio fit per pyramidẽ uiſualem, cuius baſis ſuperficies rei uiſæ per
18. tertij huius, uel ad minus ille angulus eſt ſub illa axe, & ſub alia linea longitudinis ra
dialis pyramidis contentus, ut declaratum eſt in 54. tertij huius, eſt ergo rectilineus, eſt
ergo diuiſibilis per 9. primi, & qm̃ maximus angulorũ, ſub quo fit uiſio, eſt quaſi rectus,
ideo ꝙ diametrũ foraminis uneæ quæ ſubtenditur illi angulo in centro uiſus, eſt quaſi æ-
qualis lateri cubi inſcriptibilis ſphæræ uneæ, uel lateri quadrati ĩſcriptibilis circulo ma
gno illius ſphæræ, ut oſtendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri ſemper ſubtendit̃ angu-
lus rectus per ultimã ſexti, qm̃ eius corda eſt quarta circuli. Si ergo uiſio fieret ac ſi li-
neæ radiales in centro uneæ concurrent, tunc maximus angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſ-
ſet quaſi angulus rectus ſolidus, ita ꝙ pyramis uiſualis maxima fieret rectangula, & ſe
midiameter baſis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aũt uiſio ac ſi lineæ concurrant
in centro uiſus, ut patet per ultimã tertij huius: centrũ uero uiſus eſt remotius in profun
do q̃ centrũ uneæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſt minor
recto, ſed non multũ minor, quia illorũ centrorũ ſphæræ ſcilicet uneæ & oculi, nõ eſt ma-
gna diſtantia, & fit axis maximæ pyramidis uiſualis maior ſemidiametro baſis eius, ſed
non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̃ ſi aliquis ſtet in campo plano e-
rectus, & aperiat oculũ ut amplius poteſt, tunc uidebit quaſi quartam circuli maioris
ſphæræ cœleſtis per zenith capitis tranſeuntis, & per anguli huius diuiſionem fit uiſio
partium illius, & omniũ rerum illis angulis ſubtenſarũ, quouſq; perueniat̃ ad angulum
minimũ, qui ſi diuideretur, non fieret uiſio ſecundũ illum, licet enim omnis angulus re-
ctilineus mathematicus ſit in infinitũ diuiſibilis, in angulis tñ naturalibus, ſcd̃m quorũ
diſpoſitiõem fit paſſio operationis ſenſibilis, oportet ut ſit ſtatus in diuiſione, quando mi
nus ſenſibile illo non erit, neq; ergo erit uiſio ſenſibilis ſecundũ illum, ſed omnis uiſio eſt
ſenſibilis, cum ſit actio ſenſitiua, nulla ergo uiſio erit ſecundũ angulũ minorem illo, non
ergo ſub quocunq; angulo res ſenſibiles udent̃, & hoc intelligendum eſt ſecundum li-
neas radiales perpendiculariter ſuperficiebus uiſuum incidentes non oblique, ſecundum
quas obliquas fit incerta uiſio, & confuſio formarũ rerum uiſibiliũ in uiſu, ut oſtẽdimus
in 17. tertij huius, patet ergo propoſitum.

Forma

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter ſuperficiei uiſus oppoſitæ non uidetur, quoniã per ipſam ſolum fit diſtinctio punctualis, oppoſitæ uero uiſui ſecundum longitudinem ſecundum ſui formam propriam uidetur.



Eſto ut uiſui, cuius centrum ſit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ ſit aliqua ſenſibilis, utpote corpus longum inſenſibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet ſit columna rotunda, uel laterata, baſis tamen eius à uiſu percipi non poteſt, dico ꝙ tale corpus taliter diſpoſitum nõ uidetur, eſt enim angulus in centro uiſus, cui ſubtendit̃ baſis eius diametri penitus inſenſibilis, ſecundũ qđ non poteſt fieri uiſio per præmiſſam, in formis tamẽ alijs uiſis fiet per incidentiã formæ huiuſmodi corꝑis aliqua diſtinctio punctualis inſenſibilis, qm̃ forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, ſe formis punctoꝝ circũſtantium aliarũ formaꝝ immiſcebit, & cũ non ſit de genere illorũ, neceſſario aliquã faciet diſtinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum ſenſibiliter diſtinguant̃, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, oppoſita uero linea uiſui ſecundũ longitudinẽ ſiue ſit poſitio directa uel obliqua, ſemper ipſa ſecundũ ſui formam ꝓpriam uidebitur, qm̃ tota eius longitudo ſub angulo uno, & partes eius ſub angulis ſenſibilibus peruenient ad uiſum, ut ſi linea a b c opponatur uiſui d ſecundum ſui longitudinẽ, & ſit diſtantia conueniens, tunc ipſa tota uidebitur ſub angulo a d c, & pars eius a b ſub angulo a d b, & pars eius b c ſub angulo b d c, & ſiue ſit recta uel curua, uel irregularis, ſemper aliqua longitudo ſecundũ latitudinem deſcribetur in oculi ſuperficie, ſecundũ ꝙ eſt in ipſa linea, & per longitudinẽ ſenſibilem & latitudinem non ſenſatam uirtus diſtinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ ſunt ut quidam pili, patet ergo propoſitum.

V.

Superficiei oppoſitæ uiſui taliter, ut imaginata protrahi ſecet oculum per eius centrum una tantum linea, oppoſitæ uero uiſui ſecundum latitudinem forma propria uidetur.

Oppoſita enim uiſui ſuperficie, quacunqꝫ ſuperficie per mediũ quo ꝓponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident ſuperficiei uiſus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã diſtinctionẽ in uiſu per præcedentem, & oĩa illa puncta ſecundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius ſuꝑficiei ſic diſpoſitæ una tm̃ linea uidet̃, oppoſita uero linea ſuperficie ſecundũ ſui longitudinẽ uiſui forma cuiuslibet ſuæ lineæ uidet̃ ſecundũ ſui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ: tota ergo ſuperficies ſecundũ ſui formã ꝓpriã uidet̃, qm̃ ſemꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, ſiue illa ſuperficies ſit plana ſiue cõcaua, uel conuexa, qa nõ eſt differentia in illis quantũ ad ꝓpoſitam paſſionẽ, patet ergo propoſitum.

VI.

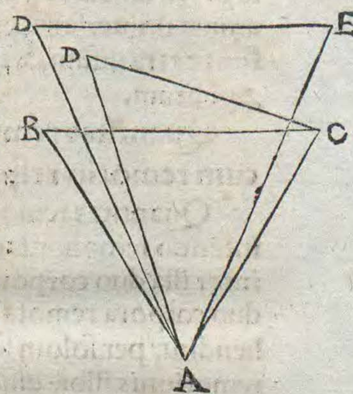
Corporũ uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu cõprehendunt̃.

Quia enim à ſolo uiſu corpora uidentur, ſecundũ ꝙ formæ ipſorum uiſui ſe offerũt, & in eius ſuperficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uiſibus non offeruntur, ſed ſolum ea quibus ſecundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uiſus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt eſt diſpoſitio ſuꝑficialis corpoꝝ, ergo uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu comprehenduntur, & ſi una ſit corporis ſuperficies, ſiue ſit illud corpus ſphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur ſuperficies, & ſi plures ſint corporis unius ſuperficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum ſuperficierũ & columnaꝝ rotundarum, & pyramidũ & portionum ſphærarũ quarũcunqꝫ, ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur, ac ſi nõ eſſet corpus, ſed quædam ſuperficies ſic extenſa, ſine corporis medij incluſione, patet ergo ꝓpoſitum, quia itaqꝫ paſſio in lineis uiſui accidens, deſcendit in ſuperficierũ uiſionem, & paſſio in ſuꝑficiebus uiſui accidẽs deſcendit in corporũ uiſionẽ, ſola uero corpora per ſe uideantur, quia ſolum corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia, & ſuperficies & lineæ in illis ſunt imaginabilia. Parcendum nobis eſt, ſi uiſuales paſſiones corporum proponimus per modum paſſionũ uiſualium ſuperficierũ uel linearum, quia ꝙ uiſibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini ſolum æſtimamus accidere, & ꝙ ſuperficiebus accidit, corporum longitudini ſimul cum latitudine neceſſarium eſt euenire, unde ſecundũ iſtoꝝ conuenientiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

VII.

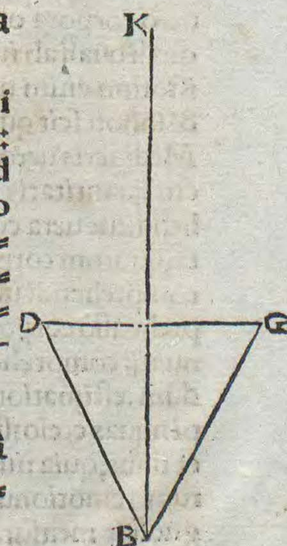
Omnium æqualiũ uiſibilium qđ à propinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidet̃: qđ uero à remotiori, ſub minori.



Sint duæ magnirudines æquales b c & d e, ſitqꝫ centrum uiſus a, ſitqꝫ b c propinquior uiſui a q̃ ipſa d e, dico ꝙ b e c uidetur ſub maiori angulo q̃ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam ꝙ non æquediſtant per diffinitionem æquediſtantium linearũ, ſed neqꝫ concurrent in aliquo alio pũcto q̃ in a, quia ſic duæ rectæ lineæ ſuperficiẽ includerẽt, qđ eſt impoſſibile, nunq̃ ergo concurrent alibi q̃ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, ſemper ibunt in diſtantiam, ergo nunq̃ tangunt lineam d e, nec erit uiſio aliquoꝝ punctorũ lineæ d e ſecundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit ſecundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ ſint lineæ a d & a e, ſiue ergo magnitudines b c & d e æquediſtent ſiue non, ducta à puncto d æquediſtante & æquali ipſi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e ſunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angul9 partialis d a e eſt minor totali angulo b a c, patet id qđ ꝓponebat̃: & ſimiliter demõſtrãdũ eſt, ſi lineaꝝ b c & c d æqualiũ ſit idem terminus, qui eſt c, uel ſi ſint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit ꝙ prius, totũ tamẽ qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis, eſt longior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi, unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſificantur, patet ergo ꝓpoſitum.

VIII.

Vnumquodqꝫ uiſorum longitudinem habet ſpacij, ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato, dico ꝙ illa res quæ eſt g d in ulteriori ſpacio nõ uidebitur: ſit enim poſitum g d in ſpacio ulteriori, in quo ſit punctus k, ſi igitur g d uidetur in puncto k, neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri q̃ ſub illo minimo, qui eſt uiſui determinatus: nec enim ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uiſum tam diu poteſt diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur niſi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propoſitum.

IX.

Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora eſt priuatio contactus propter aliqđ ſpacium inter illa duo corpora exiſtens: non comprehenditur ergo remotio per ſe à uiſu, ſed auxilio uirtutis cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ cognoſcentis utrũq; extremorũ corpoꝝ & diſtinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehenſio nõ in tempore, ſed in inſtanti, quieſcunt enim in anima intentiones ſenſibiles, per quas cõprehendiť remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aĩa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formaꝝ illarũ pluries in uiſu factã, nõ indiget uirtus diſtinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehenſionẽ illaꝝ intentionũ, ſed ſtatim cõprehendit remotionẽ ſimul cũ rei cõprehenſione ꝓpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res oppoſita uiſui ſtatim uidetur, & ſtatim clauſis oculis uel re ablata ab oppoſitione non uidetur, concludit ratio ꝙ illud quod accidit eſſe in uiſu apud aliquem certum ſitum, & non manet poſt eius ablationem, non eſt fixum intra uiſum, & quoniam forma ipſius per quam uidetur, non eſt intra uiſum, eſt ergo ab extrinſeco à corpore ſcilicet exiſtente extra uiſum, non contingens uiſum, eſt ergo inter uiſum & illam rem uiſam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, ſed ſtatim ſimul cum ſimplici aſpectu uiſionis, quoniam ex frequentia uiſionis cum hac argumentatione quieſcit in anima uniuerſalis ꝓpoſitio, quã etiã aĩa nõ ꝑcipit apud ſe q̃eſcentẽ, & eſt ꝙ oĩa uiſibilia ſunt extra uiſum, & ꝙ inter quãlibet rem uiſam & ipſum uiſum eſt remotio, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuerſa eſt ab intentione remotionis in eo ꝙ eſt remotio, q̃m intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquoꝝ duorũ corpoꝝ ꝓpter ſpaciũ inter illa duo corpora exiſtens, ſed quantitas remotionis eſt quantitas ſpacij inter illa duo corpora remota exiſtens: nulla itaq; quantitas remotionis omniũ uiſibiliũ comprehenditur per ſolum ſenſum uiſus etiam cum auxilio uirtutis diſtinctiuæ, niſi quantitas remotionis illoꝝ uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio eſt mediocris, tunc enim cum uiſus comprehendit corpora ordinata & continuata reſpicientia remotiones aliquorum corpoꝝ, & certificat menſuras illorum corporum, conſequenter quoq; certificat remotionis menſurã per menſuras illorũ corporũ & per quãtitates ſpaciorũ, quæ ſunt inter extremitates eoꝝ: ſpaciũ enĩ qđ eſt inter duas extremitates uiſus & corporis reſpicit remotionẽ quæ eſt inter uiſum & rem illam uiſam. Vnde cũ uiſus apprehenderit menſurã illius ſpacij comprehendet etiã menſuram remotionis rei uiſæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo ſpacio exiſtentia & uere cõprehenſa, & cum remotio eſt mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ ſunt in aliqua linea quaſi recta diſpoſita, inæquali quaſi ab inuicem diſtantia, ut ſunt arbores, montes, uel altæ turres, & ſimilia: per iſtorum enim numerationem cũ ipſorum diſtantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innoteſcit quantitas remotionis eius ꝙ ſecundum illam lineam à uiſibus eſt remotũ. Mediocris uero remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas rei ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis: ſolum itaq; illorum corporum remotio à uiſu cõprehenditur uera comprehenſione, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & ſpaciorum ipſa interiacentiũ quantitas & menſura à uiſu poteſt comprehendi uera comprehenſione, & cum remotio eſt mediocris, unde ſiue deficiat cõprehenſio corporum continuatoꝝ & ordinatorum, ſiue deficiat mediocritas remotiõis, nunq; comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehenſione, ſed ſolum ſecundum æſtimationẽ: unde uidens nubes in loco non montuoſo, æſtimabit nubes ualde ꝓpinquas cœlo: ſi autem nubes uideantur ſuper cacumina montium, uel ſub illis, tunc ſciet uiſus, quia nubes ſunt propinquæ terræ: cum ergo uiſus comprehendit uiſibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu, tunc uirtus diſtinctiua cognoſcit menſuras remotionis eorum ſecundum æſtimationem, non ſecundum rectitu-

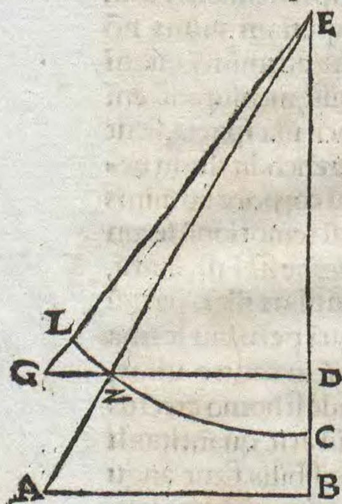
ctitudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus prius comprehẽſis à uiſu: quando itaq; uiſus comprehendit aliquam rem uiſam remotam, ſtatim uirtus diſtinctiua comprehendit remotionem eius & menſuram remotionis eius ſecundũ qđ poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æſtimationem, & ſtatim remotio illius rei habebit in anima menſuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata reſpicientia remotiones uiſibiliũ, ſunt ut plurimũ partes terræ & uiſibilia aſſueta, quæ ſemper uel frequentius comprehenduntˀ à uiſu, ut q̃ ſunt ſuper terræ ſuperficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, ſicut etiam interiacet illa & corpus hominis aſpicientis: corpus aũt terræ interiacens illa corpora, menſuratˀ à uiſu ꝑ numerũ pedum, quoniam pes eſt minima menſura conſueta hominibus ad menſurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas menſuranť partes terræ remotæ per uim diſtinctiuam animæ, propter frequentationẽ comprehenſionis ſimiliũ partiũ illi parti terræ, quaꝝ partiũ menſura quieſcit in anima, ita, ꝙ etiam anima nõ percipit illaꝝ partiũ quietem apud ſe ipſam, peruenit aũt hæc menſura ad animã, quoniam quãtitas ſpaciaꝝ quæ ſunt apud pedes hominũ cõprehenduntˀ à uiſu, menſuranť enĩ etiam ſine intentione per pedes hominũ, q̃n frequenter ambulant ſuper illa ſpacia, ſicut etiam menſurãtur per extenſiones brachioꝝ, & uirtus diſtinctiua cõprehendit iſtam ueram menſurationẽ, & certificat ex ea quãtitates partiũ continuataꝝ cũ corpore hominis uidentis: & hoc quieſcens in anima eſt principiũ menſurationis omniũ remotionũ ſecundũ æſtimationẽ: cũ enim uiſus cõprehendit ſuper quantitatẽ partiũ terræ ſibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protenſaꝝ ab extremitatibus illaꝝ partiũ terræ ad uiſum, & quantitas partis ſuperficiei membri ſentientis, ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ, & per conſequẽs quantitates anguloꝝ peruenientiũ in centro uiſus, quos reſpiciũt illæ partes ſuperficieꝝ uiſus per ultimã tertij huius: unde ſi homo erectus aſpexerit terrã quæ eſt ante pedes eius, tunc longitudo lineaꝝ radialiũ erit quantitas lineæ erectionis, & ſuperducta ſuperiori palpebra uiſui, erit quaſi indiuiſibilis, ſicut angulus cõtingentiæ, ille angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, & cũ ꝓſpexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primi, & eleuata ſuperiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas ſpacij uiſi ad quantitatem ſemidiametri mundi acceſſerit, & quantitas anguli peruenit quaſi ad rectum angulum, quoniam illi angulo ſubtendetur quarta circuli magni ipſius ſphæræ cœleſtis uiſæ. Cum itaq; hæ intentiões linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehenſionis quantitatũ remotionum quarũcunq;, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æſtimanť partibus æqualibus correſpondere, & utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compoſitionis, & coadiuuat in hoc quantitas anguloꝝ & augmentatio ipſorũ in longiori quantitate reſpectu breuioris: & ſimiliter eſt in ꝓportione lineaꝝ lõgitudinis radialiũ quã per ſe ſentit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ, ꝑpendens ꝙ omne totũ eſt maius ſua parte, hoc itaq; modo comprehẽdit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uiſaꝝ ſcđm lineas diſtantiaꝝ ſuarũ abinuicẽ & à uiſu, ſicut etiã uiſus q̃nq; per uirtutẽ diſtinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquoꝝ corporũ eleuatoꝝ ſuꝑ ſuperficiẽ terræ, ſicut turriũ, parietum & montiũ, maxime cũ remotio fuerit mediocris, uel etiã altitudo. Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima, tũc partes paruæ, q̃ ſunt in ultimo ſpacij, nõ cõprehendũtur à uiſu, nec diſtinguũtur per uirtutẽ diſtinctiuã, q̃m parua quantitas in remotione maxima latet uiſum, nõ enim facit angulũ ſenſibilẽ apud centrũ uiſus, ꝓpter qđ quantitas illorũ nõ certificať per 3. huius. Nihil itaq; ex quãtitatibus remotionũ uiſibiliũ certificatur, niſi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris diſtantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio poteſt certificari, niſi cum uiſus aſſimilat remotionẽ rei uiſæ remotioni ſibi ſimili ex remotionibus aſſuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uiſu, eſt remotio apud cuius ultimũ non latet uiſum pars habens proportionem ſenſibilem ad totam remotionem, & cum uidens ſcit quantitatem anguli ſecundũ quã uidet remotionem certam cognitã ſibi, tũc ſecundũ exceſſum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulũ notum uirtus diſtinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo secũdũ quantitatẽ anguli & quantitatẽ ipsius remotionis, & etiam certificat̃ remotio per motũ uisus super corpus respiciens remotiones extremorũ alicuius superficiei aut spacij generaliter, aut forma rei uisæ cũ forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cõmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illã diiudicat modo dicto, patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, quàm maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem.

Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines, quæ a b & g d, sitq́ centrum uisus punctum e, & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq́ illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq́ ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq́ taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorũ perueniant ad uisum: cum itaq́ puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam quòd oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet quòd linea e a secat angulũ g e d, ergo per 29. primi huius ipsa secabit basem g d, sitq́ punctus, in quo linea a e intersecat lineã g d, pũctus z, & centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatẽ semidiametri e z, qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea .s. e b ex hypothesi, & linea e g per 21. primi, secet ergo lineã e g in puncto l, & lineam e b in puncto c, sitq́ ille arcus i z t, quia itaq́ trigonũ e g z est maius sectore e z i, & trigonũ e z d minus sectore e z t, ergo per 9. primi huius trigonũ e z g maiorem habet proportionem ad trigonũ e z d, quàm sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, quàm sectoris e i t ad sectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior quàm proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, quòd patet per primam sexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, quàm anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo quòd maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, quàm anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim quòd in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.



XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisiuæ est causa, sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliquationis.

Aequalitas enim remotiõis extremorũ lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta, ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distent à cẽtro uisus, quod est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypothesi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaq́ linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionẽ eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ, & per 38. 3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fuerit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremorũ eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuã, quando uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui spacij obliquationẽ pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionẽ magnitudinis basis eius propter obliquationẽ, & nõ cõuenit secũdũ assimilationẽ quantitas magnitudinis obliquæ uisui oppositæ quãtitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tũc quando cõparatio fuerit ad angulũ solum, sed si fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uisum & extrema rei uisæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionũ mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ proportionẽ habens sensibilẽ ad totam rem uisam, tota itaq́ res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione, & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius quando fuerit directe uisui opposita, patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi periferiæ terræ cohærere, distantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cõcauam superficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cõprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certã remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc solum comprehẽditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ cohærere. Distãtia uero periferiæ horizõtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizõtis. Quia licet secundum diuersitatẽ illã, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrũ mundi, apparet tamen sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentit inter uisum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorũ sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior distãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidẽtis, & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa, propter hoc quod uisus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo propositum.

XIIII.

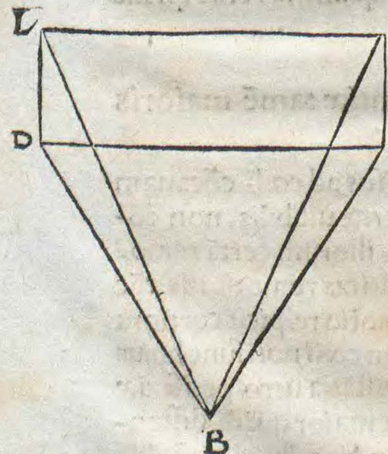
Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cõsequenti cõprehẽsio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est cõprehensio quantitatis uel magnitudinis spacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cõprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cõprehensione quantitatis remotionis, quando omnia hæc simul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruẽtu formarũ secundũ lineas perpẽdiculares super superficiẽ oculi incidentiũ ad ipsum uisum: cũ ergo uisus senserit formã sic aduenientẽ, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uisæ: locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensiõe situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum: cũ itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partẽ membri sentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cõprehendet statim locũ rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.

Sit centrũ uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet q̃d ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorũ punctis eadẽ est demõstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipsorum partibus uariatis secũdum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad



modum certitudinis uisionis: ponatur itaq; g d & k l, æquedistare & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, q̃m si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranseunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uidetur per suppositionẽ præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.

Visioni

XVI.

Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotiõis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarumrerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotiõe ab inuicem, tamẽ eñ si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimũ distent inter se, uidebuntur tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicẽ, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimũ à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiæ à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideãtur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nõ multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis intemperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nõ accideret error talis. Ex intẽperantia etiam dispositionis quantitatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multũ certam, quorũ unũ sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intẽperata quoq; soliditate corporũ accidit error uisui in remotiõis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehendetur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aër nubilosus, sicut accidit plærũq; in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundũ ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aëris nõ comprehenditur quãtitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, fitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperãtia etiã tẽporis fit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, q̃d statim uisui subripiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tẽpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nõ plene comprehendit: & sic ex breuitate tẽporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponãtur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationẽ, & quia apud

fortes

fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quod corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis. Aeſtimabit uiſus debilis illud quod eſt certius eſſe propinquius, & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & ſic fit error in remotione ex uiſus debilitate, & etiã quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarum, ſicut etiam à ſpeculis cum ab uno uiſu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter groſſitudinẽ aëris extrinſecam uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit ĩ remotione ex intemperata diſpoſitione circunſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis, patet itaq; propoſitum.

XVII.

Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei & anguli ſolidi qui fit in centro uiſus.

Pars enim ſuperficiei uiſus ad quam peruenit forma rei uiſæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18.3. huius, fit rei obiectæ uiſio, quod eſt apud centrum uiſus ſemper menſuratur, quamuis uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus eſt per ſe cauſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius partis ſuperficiei oculi ad totam ſphæricam ſuperficiem oculi, ſicut illius anguli ad octo angulos rectos ſolidos per 87. primi huius, cũ em̃ pyramidis radialis baſis ſemper ſit in ſuperficie rei uiſæ per 18. tertij huius, ſecatur tamẽ ipſa pyramis quaſi æquediſtanter ſuæ baſi per ſuperficiem ipſius uiſus, & ſic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis reſectæ per ipſam ſuperficiem oculi. Magnitudo itaq; partis ſuperficiei uiſus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem ſuperficiei uiſus, ſunt ambo radix comprehenſionis magnitudinis rei uiſæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars ſuperficiei uiſus diuerſificentur ſecundum diuerſitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit ſtrictior, & quaſi una pyramidũ radialium, quæ eſt rei uiſæ remotioris, inſcribitur pyramidi radiali quæ eſt rei uiſæ propinquioris: angulus ergo in centro uiſus fit acutior, & pars ſuperficiei uiſus correſpondens illi angulo fit minor, & quãto plus approxima tres uiſui, tanto plus ampliatr̃ magnitudo: ſemper tñ magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis præmiſſæ ſuperficiei uiſus, & anguli illius ſolidi qui fit in centro uiſus, patet ergo propoſitũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽſæ à uiſu ſecundum oppoſitionem ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium & partium illarum ſuperficierum, nec non ſuorum terminorum & ſpaciorum inter uiſibilia diſtinctorum.

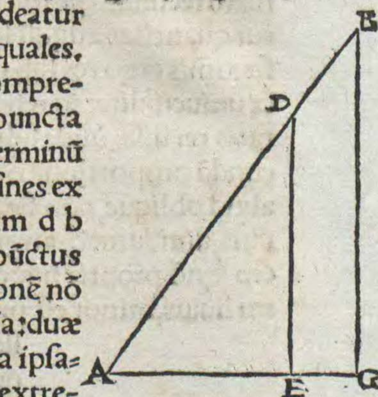
Quantitas enim totius corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu, quoniam uiſus non comprehendit totam ſuperficiem corporis, ſed ſolum illud quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis aut ex ſuperficiebus eius, quamuis corpus ſit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem ſuperficiei uiſus duci poſſunt lineæ rectæ per ſecundam 3. huius: ſic ergo uiſus comprehendit ſolam rei ſuperficiem, & ſi uiſus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, ſed tantum figuram corporeitatis: quod ſi fortaſſe corpus fuerit motum aut uiſus motus, ita quod uiſus comprehendet totam corporis ſuperficiem, tũc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uiſa ſit apud uiſionem, & ſimiliter eſt de partibus corporis: quantitates ergo quas uiſus comprehẽdit per oppoſitionem, nõ ſunt niſi quantitates ſuperficierum & linearum terminantiũ illas ſupficies uel ipſas menſurantiũ

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & ipſarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantia inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficiei uiſus non coloratarum colore uiſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficiei uiſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uiſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uiſa ſub eodem angulo, quorum diſtantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

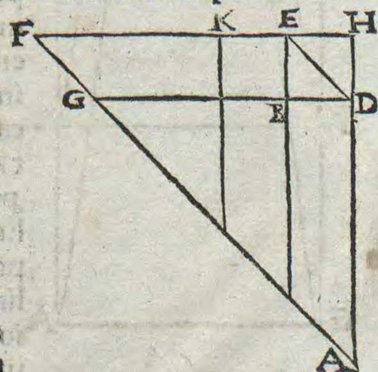
Sit uiſus centrum punctum a, & ſit res uiſa linea b g, ſintq; lineæ ſecũdum quas puncta g & b, perueniunt ad uiſum g a & b a, uidetr̃ itaq; linea b g ſub angulo g a b, ſitq; alia res quæ eſt d e cadens inter eaſdem lineas g a & b a, ita ut ipſa uideatur ſub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uiſu, quia enim uiſus a, comprehendit duo puncta d & b, ſuper lineam unam quæ eſt a b, & duo puncta e & g ſuper lineam unam quod eſt a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, ſed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, eſſe aliquam, apparet uiſui punctus d ſuper punctum b, & pũctus e ſuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri ſuppoſitionẽ nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa ſunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, qm̃ ſecũdũ iudiciũ uiſus una ipſarum aliam cooperit, neq; extremitates unius ſuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de ſub nubibus, uel in horis crepuſcularibus, ſi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri ſub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipſius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uiſu, patet itaq; propoſitum.



XX.

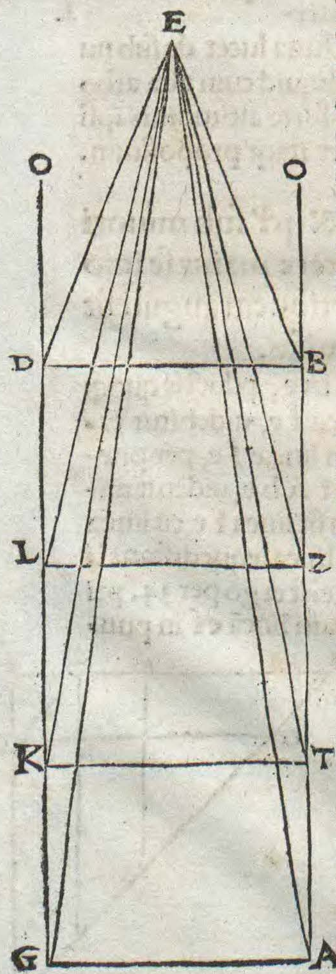
Omne quod ſub maiori angulo uidetur, maius uidetr̃, & qđ ſub minori minus: ex quo patet qđ idẽ ſub maiori angulo uiſum apparere maius ſe ipſo ſub minori angulo uiſo, & uniuerſaliter ſecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel ſub eadem obliquitate uiſæ.

Eſto centrum uiſus in pũcto a, & ſit res quæ f e uiſa ſub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipſas linea g b æquediſtanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b ſub angulo f a e, quam forte accidet uideri eſſe æqualem lineæ f e, per præmiſſam, ut ſi lineas g f & b e, non contingat uideri, ſed uiſis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eſt ſecundum ueritatem per 4. ſexti, linea g b minor quàm ſit linea f e, cũ linea a g ſit minor quàm linea a f, ex hypotheſi: ducatur itaq; à puncto e linea æquediſtans lineæ a g per 31. primi, quæ ſecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq; linea a d, ſecans protractam lineã e f in puncto h, eritq; linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eſt maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eſt pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uiſus partẽ à toto diiudicat, ꝙ ergo ſub minori angulo uidetur, minus uidetr̃, ſed & quãdoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteſt uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eſt æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiſſis: quod ergo ſub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur ſub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uiſualis qui eſt f a e, ſecundum quam uidetur res remotior, quæ eſt f e, minor & acutior eſt quàm conus pyramidis



x g a d, &

g a d, & quoniā ſuperficies oculi ſecat ambas iſtas pyramides, cū ipſarum ambarum conus ſit quaſi in cētro oculi per 18. tertij huius, neceſſe eſt ergo baſem pyramidis abſciſæ à pyramide f a e minorem eſſe baſe pyramidis abſciſæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cū illæ duæ abſciſæ pyramides æqualis ſint altitudinis, quoniā linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad ſuperficiem oculi extrinſecā, eſt axis ambarū illarum pyramidū abſciſarum, pars ergo ſuperficiei uiſus ibi figurata ꝑ formā rei uiſæ quæ eſt g d, eſt maior quàm pars eiuſdem ſuperficiei figurata per formam rei q̃ eſt f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam ſecundum quantitatem illarum partium ſuperficiei ipſius uiſus uirtus ſenſitiua comprehēdet angulū quē lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correſpondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correſpondet angulus minor, quoniam ſecundū qđ forma rei uiſæ recipitur in ſuperficie organi uiſui, ſecundū hoc accipitur quantitas anguli ſub quo fit uiſio, & ſecūdū hoc idē etiā fit iudiciū quantitatis rei uiſæ: omīs ergo res ſub maiori angulo uiſa maior uidetur ſe ipſa uiſa ſub angulo minori, & uniuerſaliter in rebus directe uiſis ſecundū excrementū anguli fit excrementū quantitatis rei uiſæ, unde ſub duplo angulo uiſum duplum uidetur, & ſub triplo triplū, & ſic ſecundū proportionē neruoꝝ. In oblique tn̄ uiſis, uel in his quorū unū uidetur directe, & aliud oblique, non ſic. Si enim trigonū a e f ſit orthogoniū, ita ut eius angulus a e f ſit rectus, diuidaturqꝫ angulus f a e per æqualia, producta linea a k, ſecante lineam f e in pūcto k, nō propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pūcto k, q̄m ut patet per 35. primi huius, minor eſt proportio anguli f a k ad angulū k a e, quàm lineæ f k ad lineā k e, & ſic ſecūdum ꝓportionē anguli ad angulū, nō ſemper fit proportio quātitatis uiſæ ad quantitatē uiſam, neqꝫ em̄ talia uiſa ſecundū eandem uidenť diſpoſitionē & ſitū reſpectu ipſi9 uiſus. In cōformibus aūt uiſibilibus ſecundū diſtantia & ſitum & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circūſtantiā uidendi, quæ patent ꝑ primā huius, ſemꝑ ſecundū ꝓportionē anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uiſæ, unde etiā illud qđ ſub minimo angulo uidetur, minimū uidetur, & q̄d ſub nullo uel inſenſibili angulo peruenit ad uiſus ſuperficiē, nullo modo uidetur, ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpoſitū.

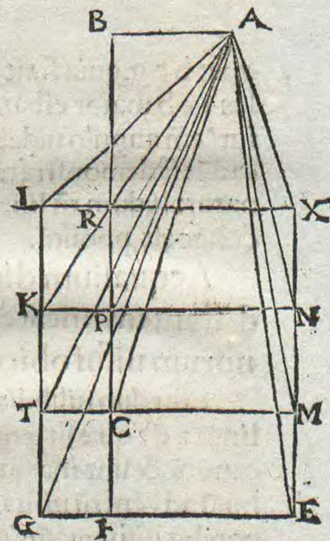


XXI.

Paralellæ lineæ ſecūdum remotiores à uiſu ꝑtes quaſi concurrere uidentur, nunqꝫ tn̄ uidebuntur concurrentes.

Vniuerſale eſt qđ proponitur uiſui quocūqꝫ modo ſe habente ad illas lineas paralellas, ſiue em̄ uiſus ſit in illarū ſuperficie ſiue ſupra illam ſiue ſub illa, ſemper eadem paſſio uiſui accidit, ſit ergo primo uiſus in illa ſuperficie, & ſint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primā 3. huius, neceſſario erunt in eadem ſuperficie, ſit ergo in ipſarū ſuperficie uiſus qui ſit e, uel ꝓpe illam, dico qđ ſuperficiei interiacētis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars ſui propinquior uiſui apparebit latior quàm pars eius à uiſu remotior, & ita lineæ a b & g d, quaſi concurrere uidebūtur: ſignētur enim puncta æquediſtanter, & ſimiliter in lineis a b & g d, quæ ſint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oēs erūt æquediſtantes ex hypotheſi, & ꝑ 33. primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & q̄m ergo angulus b e d maior eſt angulo z e l, ſicut totum parte, quod patet ꝑ 34. primi huius, palā ꝑ præmiſſam, qa maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodē modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorqꝫ uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia ſic diminuuntur in uiſu lineæ latitudinis, palam qđ ſuꝑficies interiacens lineas minor uidebitur

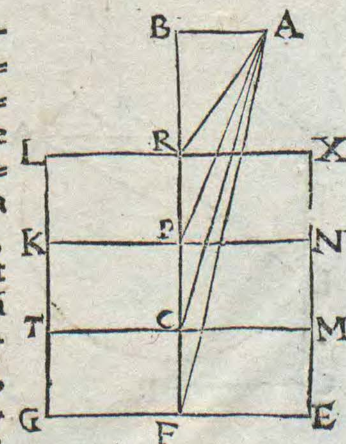
uidebitur, lineæ ergo a b & g d quaſi concurrere uidebuntur, nunquā tn̄ uidebuntur cōcurrētes, quia ſemꝑ lineæ latitudinis ſub aliquo angulo uidentur, cui in termino uiſiōis ſubtenditur baſis cuiuſcūqꝫ fuerit paruitatis, nunquā ergo uidebūtur cōcurrentes, ſi nota uiſui quæ ſit a, paralellæ ſubiaceant, quæ ſint lineæ l g & x e, ita qđ uiſus ſit erectus ſuper ſuperficiē horizontis, & lineæ illæ ſint in ſuperficie ipſius horizontis, adhuc illæ lineæ ſecundū remotiores à uiſu partes quaſi cōcurrere uidebūtur, dimittatur em̄ à uiſu a, ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiē horizontis ꝑ 11. undecimi, quæ ſit a b, ſintqꝫ ut prius lineæ h e, k n, t m, paralellæ, dico q̄m adhuc inæqualis latitudinis apparet ſuperficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearū remotiores à uiſu quaſi cōcurrere uidentur, ducať em̄ linea à puncto b, perpendiculariter ſuper lineā x l quæ ſint b r, erūtqꝫ lineæ b r & l x, in eadē ſuperficie per ſecundā 11. & producatur linea b r ſuper lineam g e in punctum f, ſecetqꝫ lineā k n in puncto p, & lineā m in puncto t, & ducātur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, ſimiliter ducantur lineæ a r, a p, a t, q̄m itaqꝫ angulus a b r, eſt rectus, palamqꝫ ſuperficies a b c, erecta eſt ſuꝑ ſuperficiē l x, e g, & earū cōmunis ſectio eſt linea b f, per 19. primi huius, q̄m illa linea b f, eſt in ambabus illis ſuperficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta eſt in ſuperficie a b c, & ſimiliter lineæ a p & a t, palā per diffinitionē, q̄m anguli a r x & a p u & a c m, ſunt recti, & ita illi trigoni qui ſunt a b r, & a b p, & a b c, ſunt orthogonij, ſi linea p n eſt æqualis lineæ r x, ex hypotheſi, & per 34. primi, qa uero angulus a b r eſt rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p eſt obtuſus, linea ergo a p maior eſt quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior eſt angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̄ꝫ linea p n, per præmiſſam, ſimiliterqꝫ maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem eſt demōſtratio, eſt enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiū: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebiť maior quàm tota linea k n, eodēqꝫ modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m ſuperficiei, ergo l x g e, partes remotiores uiſui uidebuntur ſtrictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quaſi concurrere, non tamē uidebuntur unquā concurrentes, quia ſemper ſub angulo aliquo uidebuntur, & eodē penitus modo demonſtrādum ſi lineæ paralellæ uiſæ ſint uiſu ſuperiores, ut ſi uiſu inferius exiſtente lineæ ipſæ paralellæ ſint in aliqua ſuꝑficie ſuper uiſum, ut accidit in tectis domuum, & ſimilibus uiſu exiſtente inferius, patet ergo propoſitum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicē æquediſtātibus obiectis uiſui diſtātia remotiorū minor uiſui apparet.

Eſto ut in præmiſſa uiſus, cuius centrum ſit a, erectus in aêre ſecundū erectionem uidentis, in ſuperficie quoqꝫ horizontis ſubiaceant uiſui lineæ æquales & æquediſtantes, & ſecundū æqualē diſtantiam ab inuicem diſtantes, quæ ſint l x, k n, t m, g e, hoc ordine poſitæ ut linea b e ſit uiſui ꝓpinquior, aliæ uero ſuæ nominationis ordine ſint remotiores à uiſu, dico quod linearū k n & t m, diſtantia minor uidebitur quàm linearū l x & k n, cum em̄ iſtæ lineæ ſint æquales & æquediſtātes, quæ ſunt l x, k n, & t m, copulatis ipſarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis ſuper ſuperficiē l x, g e, & facta demōſtratione ut in illa, ſequatur angulum r a p eſſe maiorē angulo p a c, facilius tn̄ patet hoc per 35. primi huius, q̄m in trigono orthogonio a b f, partes æquales ſunt abſciſæ ab uno laterū rectum angulū continentiū, quæ r p & p c, & e f, eſt ergo angulus r a p maior angulo p a c, ꝑ 10. quinti, linea ergo r p ꝑ 20. huius, uidebiť maior q̄ꝫ linea p c, et linea p t maior q̄ꝫ linea e f, Remotior ergo iſtaꝝ diſtantiarū quæ ſunt r p, & p c, et e f, minor ap

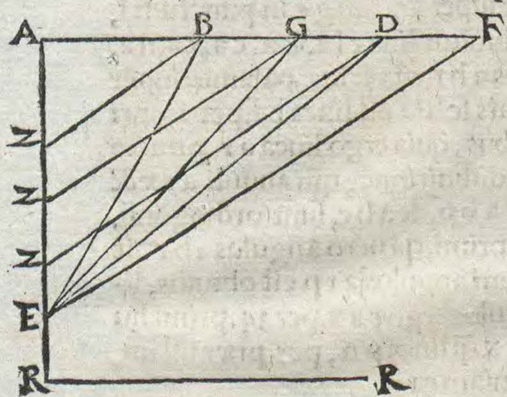


paret uiſui per 20.huius,& hoc eſt ꝓpoſitũ. Et uniuerſaliter in omni uiſus diſpoſitione ad datas paralellas poteſt hoc idem ut in præcedenti demonſtrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiuſdẽ uiſibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquediſtantis remotior à uiſu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, ſintq́ꝫ æquales partes eiuſdẽ uiſibilis ſup lineã æquediſtantẽ lineæ r t collocatæ, quæ ſint a b, b g, g d, d f, trahaturq́ꝫ perpendicularis a e, in qua ſit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b ꝙ̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, ſit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̊d per

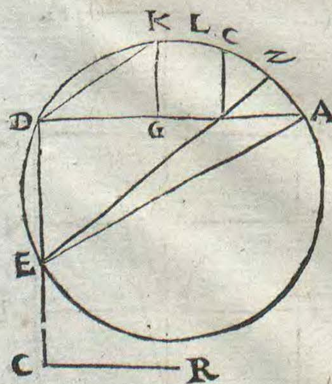


penultimã primi palã eſt, manifeſtũ eſt ergo, qm̃ pˢ a b, eſt ꝓpinquior uiſui oĩbus illis partibus quæ ſunt b g & g d, d f, ducantur em̃ lineæ p quas accedunt formæ punctoꝝ ad uiſum quæ ſunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31.primi, linea b z æquediſtãs lineæ g e, quia igĩ in trigono a e g, linea b z æquediſtat lateri e g, palã per ſecundã ſexti, qm̃ eſt ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, ſicut lineæ a b ad lineã b g, ſed linea a b æqualis eſt lineæ b g, ex hypotheſi, ergo linea a z eſt æqualis lineæ z e, ſed p penultimã primi linea z b eſt maior quàm linea z a, ergo linea b z eſt maior ꝙ̃ linea z e, angulus ergo z e b p 18.primi, maior eſt angulo z b e, ſed angulus z b e, per 29.primi, æqualis eſt angulo b e g, quia ſunt coalterni inter lineas æquediſtãtes, quæ ſunt z b & e g, ergo angulus a e b maior eſt angulo b e g, ergo p 20.huius, maius uidebitur a b quàm b g, ſub maiori em̃ angulo uidebitur. Similiter quoqꝫ ducta à puncto g linea æquediſtãte lineæ e d, eadẽ eſt demonſtratio. Idem quoqꝫ accidit ſi lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ ſunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipſas imaginata æquediſtet lineæ g e uel g f, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

XXIIII.

Aequalium diuerſorũ uiſibiliũ ſecundum eandem rectam lineam æquediſtantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uiſui obiectorũ, quod propinquius eſt uiſui apparet maius.

Sint duo uiſibilia diſcontinuata diuerſa, ſed æqualia a b & g d, oppoſita uiſui ſecũdũ lineã a d, quæ ſit æquædiſtans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝝ cõcauorũ, & ſint inæqualiter diſtãtes à cẽtro uiſus qđ ſit e, ducãturq́ꝫ lineæ à terminis uiſibiliũ ad centrũ uiſus, quæ ſint e d & e a, & ſit linea e a maior ꝙ̃ linea d e, dico qđ g d apparebit uiſui maius ꝙ̃ a b, ꝓducantur em̃ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, deſcribatur circulus p 5.quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis ſup a d, p 11.primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã ſit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquediſtãs lineæ g k, erit ergo p 29.



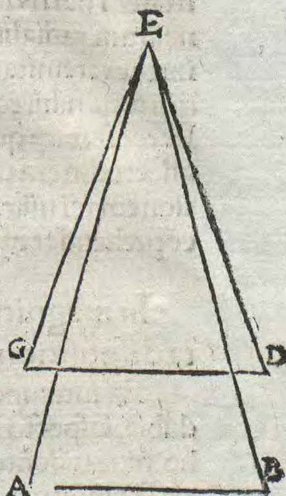
primi linea b c, ꝑpendicularis ſuper lineã a d, ſecetq́ꝫ periferiã circuli in pũcto t, quia itaqꝫ à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ꝑtes ſunt reſectæ quæ ſunt a b & g d, qm̃ illæ ſunt æquales ex hypotheſi, & à pũctis ſectionũ ſunt duæ lineæ ꝑpendiculares ſup lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ ſunt g k & b c, erit ergo p 45.primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, ſed & linea a b eſt æq̃lis lineæ g d, ex hypotheſi, & angulus a b c æqualis eſt angulo k g d, q̃a uterqꝫ rectus, ergo corda k d æqualis eſt cordæ c a, p 4.primi, ergo p 27.tertij, arcus d k æqualis eſt arcui c a, ſed arcus c a eſt maior arcu z a, ergo & arcus k d maior eſt arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior eſt arcus l d arcu z a, ſed in arcũ z a cadit angulus

a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo p ultimã ſexti angulus l e d maior eſt angulo z e a, ſed ſub angulo a e z, uidebitur linea a b, & ſub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uiſui linea g d, quàm linea a b, per 20.huius, quod eſt propoſitum.

XXV.

Aequaliũ & æquediſtantiũ magnitudinũ inæqualiter à uiſu diſtantiũ ꝓpinquior ſemp maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter ſuis diſtãtijs uidetur.

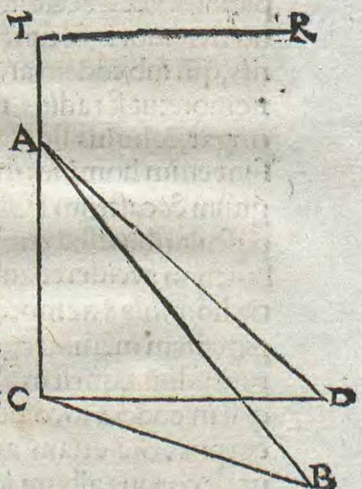
Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo, cuius centrũ ſit e, ſitq́ꝫ uiſui propinquior g d ꝙ̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d ꝙ̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́ꝫ g d ſub angulo g e d, qui eſt minor angulo a e b, ut parte ſua per 34.primi huius, patet ergo per 20.quia linea g d uidebitur maior ꝙ̃ linea a b, & hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrũ uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis: ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris ſecundũ apparentiam ad a b minorem, ſecundũ apparentiã ſit ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorẽ, qm̃ ut patet per 11.huius maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiæ minorẽ, ꝙ̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d eſt maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior ꝙ̃ linea a b, ut diximus in 20.huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter ſuis diſtantijs, quoniam diſtantiarum maior eſt proportio, & hoc eſt propoſitum.



XXVI.

Omẽ uiſibile obliquatũ à uiſu minus uidetur ſe ipſo ſecundum proximum ſui terminũ directe uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, ſitq́ꝫ centrum uiſus a, & ſit uiſibile obliquatũ à uiſu b c, ducanturq́ꝫ lineæ a b & a c, & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducat̃ linea e d, æqualis lineæ c d, & æquediſtans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri poteſt per 39.tertij huius, illa ergo directe uiſui opponetur per ſuppoſitionẽ, ducat̃ quoqꝫ linea a d, & quoniam per a huius linea c d ſub maiori angulo uidetur ꝙ̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uidet̃ linea c b obliquata ꝙ̃ ſua æqualis, quæ eſt linea c d directe uiſui oppoſita ſecundum proximũ terminũ ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c, & hoc eſt propoſitum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu niſi auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſſis, anguli qui formantur in centro uiſus, & partes ſuperficierũ uiſus, ſecundũ quas fit cõprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundũ approximationẽ & remotionem eiuſdẽ rei, & ſecundũ eandem directionem uel obliquationẽ ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales. Virtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatẽ ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulũ uel ſolum remotionem, qm̃ neutrũ illorũ per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulũ & remotionẽ ſimul: quãtitates ergo ueræ ipſoꝝ uiſibilium nõ cõprehendentur niſi per diſtinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit ſimul, & erit ipſius baſis pyramidis radialis, quæ per 18.tertij huius, eſt ſuperficies rei uiſæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Cõſideratio uero uirtutis diſtinctiuæ ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti cum cõſideratione remotiõis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nõ eſt autem in illa cõſideratione uirtutis diſtinctiuæ inter remotiõem rei uiſæ à ſuperficie uiſus & remotionem eius à centro uiſus diuerſitas ſenſibilis: cum itacꝫ uiſus cõprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter ſibi incidentes, tunc uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatem extenſiõis, ſecundũ quantitatẽ extenſiõis iſtarum lineaꝶ à centro uiſus uſcꝫ ad terminos rei uiſæ, & quomodo cũ hoc cõprehenderit quantitatẽ remotiõis rei uiſæ per 10. huius, tunc imaginabit̃ quantitatẽ lõgitudinũ iſtarum lineaꝶ & quantitatẽ ſpacioꝶ, quæ ſunt inter ipſarũ extremitates, quæ ſpacia ſunt diametri rei ipſius uiſæ, qm̃ ergo uirtus diſtinctiua imaginabit̃ quantitatẽ anguli, & quantitatem partis ſuperficiei uiſus correſpondentis illi angulo, & quantitatẽ lõgitudinis linearum radialiũ, & quantitatẽ ſitus ipſorũ adinuicem, & quantitatẽ ſpacioꝶ quæ ſunt inter extremitates eorũ, tunc ipſa cõprehendet quantitatẽ rei uiſæ ſecundũ ſuum eſſe, qm̃ tunc nihil eorũ, quibus cõprehenditur magnitudo rei uiſæ, remanet incõprehẽſum. Hæc eſt itacꝫ qualitas cõprehenſionis magnitudinis rerum uiſarũ, & fit plurimũ ꝓpter aſſuetudinem uiſus indiſtinctæ remotionis uiſibiliũ, qui quando ſenſerit formã & remotionem rei uiſæ, ſtatim imaginabitur quantitatẽ loci & quantitatẽ remotionis, & ex ijs cõprehendet magnitudinẽ rei uiſæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata enim lucis diſpoſitione, ut de nocte uel in crepuſculis cum lux eſt dubia, inſpecto homine & uiſo nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominẽ uidentem diſtantia inter hominẽ & nemus aut parietẽ uiſum, quãuis illa diſtantia ſecundũ ueritatem ſit plurima, tunc uidebit̃ propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & ſi accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebũtur homo & nemus aut paries eiuſdẽ altitudinis, qm̃ ſub eodem angulo uidẽtur, & forſitan homo uidebitur maioris altitudinis ipſo nemore: ut ſi radius tranſiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinẽ nõ pertingat, & huius ſimile accidit iuxta ciuitatẽ Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uiſi ſunt enim homines ibi in crepuſculis altiores nemore illo alto, & uiſus eſt lupus iuxta lignum & caſtrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipſi nemori, ſed hoc accidit in horis crepuſcularibus: ſed cum lux eſt dubia, & æſtimata ſunt illa uiſa fuiſſe fantaſmata à uidentibus: non accideret autẽ aliquid talium luce exiſtente in temperamento, qm̃ tunc diſtantia hominis à nemore diſcerneretur, & altitudo uniuſcuiuſcꝫ ſecundũ terminũ ipſius apparentem mẽſuraretur. Similiter etiã ex coloris debilitate accidit error in uiſione magnitudinis, qm̃ ſi in aliquo loco ſtatuatur aliqd' corpus fortis coloris, nõ latebit uiſum: ꝙ ſi in eodem loco ponatur corpus æquale priori, ſed coloris debilis, non uidebit̃ illud corpus. Sic etiam accidit error iſte ex coloꝶ identitate in corpore medio & in re uiſa, unde corpus album in loco aliquo poſitũ effuſa aliqua albedine in ſuperficie terræ interiacentis uiſum & rem uiſam, nõ uidebit̃: remota uero albedine ſpacij interiacentis, ſtatim forma illius albi corpis cõprehendet̃, fit ergo tunc occultatio ex cõuenientia coloꝶ, qm̃ ſi loco illius albi corporis ponatur corpus æquale ſibi alterius coloris, unde uidebit̃ ipſum trans mediũ dealbatum. Ex intemperata etiam lõgitudinis diſtantia fit error in magnitudinis uiſione, qm̃ tunc uidebit̃ res multo minor ꝙ̃ ſit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiuſdem rei improportionales ſuo toti abſconduntur uiſui, quia nõ poteſt in tanta diſtantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniã plura inſenſibiliter abſcõdita faciunt rei ſenſibilem ablationẽ, quæ nõ fieret diſtantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uiſione magnitudinis, qm̃ corpus approximatũ oculo, uidetur maioris quantitatis ꝙ̃ ſit re uera, quoniam ꝓpter magnitudinẽ anguli corpus uidet̃ maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uiſum eſt minus, & patet hoc per 29. huius, ſecundũ quantitatẽ enim ampliorem anguli pyramidalis amplior ſuperficies uiſus informat̃, ut patet per 87. primi huius: unde ſecundũ quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æſtimatio quantitatis rei uiſæ, ut præmiſſum eſt in præcedente ꝓpoſitione, nec enim longitudo diſtantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nõ ſit capax totius quantitatis radialiũ lineaꝶ, nec poteſt certitudinaliter menſurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinẽ. Vera aũt remotio corporis attendit̃ ſecundum lineam à centro uiſus ad ſuperficiẽ rei præcedentẽ, reſpectu cuius lineæ ſemidiameter oculi incipit eſſe inſenſibilis, unde nõ facit aliquã ſenſibilẽ errorem in longitudinis illius æſtimatione. Sed corpore approximato uiſui ultra illam diſtantiã, tunc fit ſemidiameter oculi ꝓportionalis diſtantiæ corporis ꝓportione ſenſibili, erit enim aliqñ maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiõe modica, nec forte ſub dupla uel ſub tripla, uel huiuſmodi: unde in tali ꝓprietate rei uiſæ magnitudo anguli pyramidalis & ſenſibilis minoritatis lõgitudinis æſtimatæ reſpectu, uere inducunt ſenſibilẽ apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiã ſitus oppoſitione fit error in magnitudinis uiſione, cum enim aliquis in alto exiſtens uidet ſub illa altitudine aliqua exiſtentia inter ſe æqualia, quorũ eſt unum poſt aliud in ordine diſpoſitũ, tunc enim per 25. huius iudicabitur poſtremum, qđ eſt uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigilſtans in turris alicuius eminẽtia, uidẽs homines uel arbores æquales, inæqualiter à ſe diſtantes, ꝓpinquiores ſibi æſtimat altiorẽ. Ex intemperata etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in magnitudinis uiſione, propoſitis enim uiſui duobus corporibus, quorũ unum ſit modicũ maius alio, aut in ſola longitudine, aut in latitudine, aut in utrocꝫ ipſorum, forſitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimenſione, qm̃ paruitas illius exceſſus nõ ſentitur ꝓpter ſui paruitatem, nõ enim excedit fines temperantiæ reſpectu ipſius uiſus. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione magnitudinis, in criſtallo enĩ angulata corpora angulorũ, quia parum ſolida ſunt, qñcꝫ nõ uidentur, cum corporis ſolidi anguli uideri poſſent. Ex intemperata etiam raritatis in uiſione magnitudinis error accidit, quoniã in aëre nubiloſo obſcuro, ut in horis crepuſcularibus plurimum accidit, ꝙ corpus uiſum maius apparet ꝙ̃ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cũ tractatũ de ijs quæ uidentur per medium ſecundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uiſione quantitatis, cum enim ardens ticio ſæpius per aliquod ſpacium uelociter mouetur, apparet totum ſpacium ignitũ, quia nõ perpenditur quantitas temporis propter uelocitatẽ motus ticionis, & ſic ignis paruus æſtimat̃ maior propter ſui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uiſus debilitate in magnitudinis uiſione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in ſenibus, qui non poſſunt diſcernere literam minutã, patet ergo propoſitum.

XXIX.

Viſio comprehendit omnem ſitum per comprehenſionem debitæ remotionis in ipſis rebus ſituatis.

Siue enim nomen ſitus dicat totius rei uiſæ, ſiue partiũ eius oppoſitionem ad uiſum ſecundũ directionem uel obliquationẽ, ſiue dicat ordinationẽ ſuperficierum rei uiſæ, uel partium eius apud ſuperficiẽ ipſius uiſus, ut cum res uiſa eſt multarum ſuperficierũ apparentium uiſui, ſiue nomen ſitus dicat ſituationem linearum, quæ ſunt ipſarum ſuperficierum uiſibilium, ſiue dicat ſitum ſpaciorũ, quæ ſunt inter quælibet duo uiſibilia ſimul cõprehẽſa à uiſu, ſemper accepto ſitu ſecundũ quãcuncꝫ iſtorũ modoꝶ: hæc omnia & ſingula cõprehẽdit uiſus, ut hæc ſunt diſpoſita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per ſe uiſibilibus & in illis fundata, & ſemp cõprehendit quẽlibet motũ ſitus, cõprehenſa remotione à uiſu uel inter ſe, quæ debentur ipſis totis uel partibus ſituatis, patet ergo ꝓpoſitũ, qm̃ hos modos particulariter in ſequentibus proſequemur.

XXX.

Situs oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim ſitus cuiuslibet habentis ſitum apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppoſitio rei uiſæ ad uiſum, quæ quidem ſitus eſt, cõpo

componitur ex remotione rei uiſæ à uiſu,& ex parte uniuerſi,in qua eſt res uiſa reſpectu uiſus:comprehenſio autem remotionis rei uiſæ eſt ab ipſa uirtute diſtinctiua per intentionem quieſcẽtem in anima,ut oſtenſum eſt per nonam & per 10.huius. Cum ergo uirtus diſtinctiua cõprehendet locum rei uiſæ & ſuam remotionẽ,tunc uiſibilis cum illis cõprehendet rei oppoſitionẽ:uerus autem locus rei uiſæ comprehenditur ex ſitu ipſius uiſus,& ex ſitu ipſius rei uiſæ apud uiſionem,quoniã uiſus nõ cõprehendit rem uiſam niſi ex oppoſitione. Diſtinguet ergo uirtus diſtinctiua inter locum obliquũ uiſui & locum propinquũ ei:uirtus enim diſtinctiua cõprehendit omnia loca rerum locatarũ per comprehenſionem remotionis & partis uniuerſi,ad quã eſt illa remotio,ut patuit per 14.huius:unde etiam comprehendet locum oppoſitum uiſui apud cõprehenſionem rei uiſæ,& quoniã uiſui ablato ab illa re uiſa,deſtruitur uiſio illius rei,tunc uirtus diſtinctiua cõprehendit ꝙ res uiſa non eſt niſi in parte oppoſita uiſui apud uiſionem illius rei uiſæ, & ſecundum hunc modum diſtinguuntur loca uiſibilium,quoniam uiſibilia diſtincta non diſtinguuntur à uiſu niſi ex diſtinctione locorum diſtinctorũ in ſuperficie membri ſentientis,ad qđ perueniunt formæ uiſibilium diſtinctorum. Sicut itaqꝫ loca uocum & ſonorum comprehenduntur à ſenſu auditus,& deinde mediante auditu à uirtute diſtinctiua,ita loca uiſibiliũ comprehendũtur mediante uiſu à uirtute diſtinctiua. Cum enim forma rei uiſæ peruenerit in ſuperficiem uiſus,ſentiet uirtus uidens locum membri ſentientis ad quam peruenit illa forma,& ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco,comprehendet uirtus diſtinctiua locum rei uiſæ, & quia intentio remotionis eſt quieſcens apud ipſam animam,ipſa ergo comprehendet locum rei uiſæ, & remotionem eius in ſimul apud comprehenſionem formæ à uiſu ſentiente. In peruentu ergo formæ uiſæ ad uiſum comprehendit uiſus lucem & colorem rei uiſæ,& partem ſuperficiei uiſus,quæ illuminatur & coloratur ab iſta forma,& uirtus diſtinctiua comprehendit locum & remotionem rei uiſæ,& per conſequens oppoſitionem ipſius totius rei uiſæ & omnium partium eius adinuicem in ſuo toto, & omnium iſtorum comprehenſio fit ſimul:ſitus ergo oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,quod eſt propoſitum.

XXXI.

Viſus comprehendit directionem & obliquationem linearum, ſuperficierum & ſpaciorum ex comprehenſione diuerſitate remotionum ſuarũ extremitatum auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim axes radiales ſecant lineas uel ſuperficies,uel ſpacia,ut ſuper illa perpendiculariter erecti,tunc uiſus comprehendit ſuperficiem rei uiſæ,& remotiones extremitatum eius æquales ex utraqꝫ parte axis erecti,tunc comprehendit illam ſuperficiem eſſe directe uiſui oppoſitam,& iudicabit uirtus diſtinctiua ſuperficiẽ illam directe oppoſitam uiſui. Cum autem uiſus comprehenderit remotionem extremitatis ſuperficiei uiſæ diuerſam,& à puncto coniunctionis axium extra lineam,in quam incidunt axes perpendiculariter,non inuenit in tota ſuperficie ſibi oppoſita duo puncta æqualis remotionis à ſuperficie uiſus,tũc comprehendet illam ſuperficiem obliquatam in eius oppoſitione,& uirtus diſtinctiua iudicabit ipſam obliquatã:& ſimiliter eſt de ſitibus linearum & ſpaciorũ cadentium inter res plures uiſas ſimul,ipſorum enim directionẽ & obliquationem iudicabit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,& iſta æqualitas directionis & diuerſitas obliquationis multotiens comprehendãtur à ſentiente per ſolam æſtimationem & per ſigna:in maxima enim diſtantia uel remotione comprehendetur ſuperficies uel linea uel ſpacium,quod eſt obliquatum,quaſi ſit directũ,quando ſcilicet non perfecte cõprehenditur diuerſitas,quæ eſt inter remotiones extremitatum eius:unde ad hoc quod uiſus bene hoc comprehendat,oportet ut talium uiſibilium ſit diſtantia mediocris,quia etiã in magna diſtantia,parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet ſecundũ modum prædictum ſuperficies aliqua,uel linea uel ſpacium uiſui ſint directe oppoſita, nulla tamẽ pars illius ſuperficiei,lineæ uel ſpacij per ſe directe opponitur uiſui, quoniã

axes

axes radiales ubicunqꝫ extra unum punctũ perpendiculares incidãt,ſemꝑ incidũt oblique,& ſecundũ angulos inæquales per 10.primi huius. Si aũt ſuꝑficies, lineæ uel ſpacia æquediſtẽt axibus uiſualibus,nec ſecent̃ ab illis,opponant̃ aũt uiſui,tũc etiã ſitus ipſorꝫ in directione & obliquatione cõprehenditur à uiſu per remotionẽ ſuarum extremitatũ, & poteſt fieri proportio iſtorũ ad ſuperficies, lineas uel ſpacia quæ ſecant axes radiales, quibus axibus ipſa æquediſtant,patet itaqꝫ illud quod proponebatur.

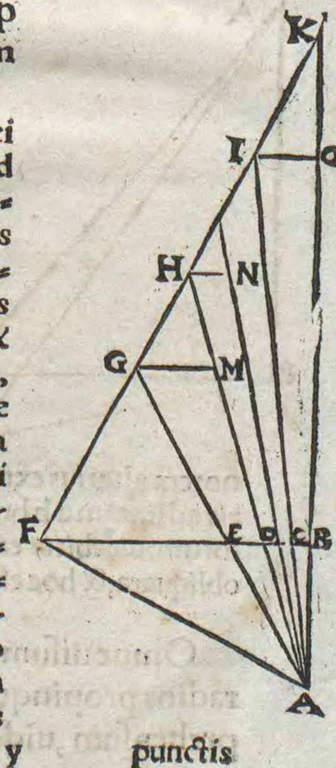
XXXII.

Situs partiũ & ſitus terminorũ ſuperficiei rei uiſæ, aut ſitus ſuperficierũ eius adinuicem, & ſitus plurium uiſibiliũ ſimul uiſorum ex comprehenſiõe diuerſitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uiſum, comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis ſuperficiei rei uiſæ ꝑuenit ad aliquã partẽ ſuperficiei uiſus,ad quã peruenit forma totius rei uiſæ:unde cũ ſuperficies rei uiſæ fuerit diuerſorꝫ colorũ diſtinctorũ,tunc erit forma perueniẽs in uiſum diuerſorꝫ colorũ, & erũt partes eius diſtinctæ ſecundũ directionẽ partiũ ſuperficiei rei uiſæ,tunc itaqꝫ uiſus ſentiet quãlibet partẽ formæ uiſæ ex ſenſu colorꝫ illarũ partiũ & lucis quæ eſt in eis, & ſentit loca formarꝫ partiũ in ſuperficie uiſus ex ſenſu colorꝫ partiũ illarũ & lucis earꝫ, & uirtus diſtinctiua cõprehendit ordinationẽ illorꝫ colorũ ex cõprehenſione diuerſitatis partium formæ, & ex cõprehenſione differentiarꝫ ipſarũ partiũ, & ſic cõprehendit aliqd cõtiguũ & aliquid ſeparatũ,ſimiliter etiã eſt de ipſis uiſibilibus contiguis uel diſiunctis. Situs uero partium rei uiſæ adinuicẽ ſecundũ acceſſionẽ & remotionem,uel ſecundũ præeminentiã unius ipſarꝫ ſuper alterã,& profundationẽ unius ipſarꝫ ſub altera cõprehenditur à uiſu ex cõprehenſione quantitatis remotionis partiũ ſecundũ magis & minus:termini aũt ſuperficiei rei uiſæ ac ſuperficierꝫ eius,quæ ſunt lineæ ipſas ſuperficies terminantes, & ordinatio ipſorꝫ cõprehenditur à uiſu per cõprehenſionẽ partis ſuperficiei eius,in qua ꝑuenit color ipſius ſuperficiei rei uiſæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eiꝰ & ꝑ cõprehẽſionẽ terminorꝫ illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis diſtinctiuæ, & qm̃ oĩa ꝓpoſita ſecundũ hunc modum cõprehenduntur,patet ergo illud q̊d ꝓponebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel ſuꝑficies rei uiſæ directe uiſibus uel uiſui oppoſita ꝑfectius uidetur q̃ obliquata, & ſecũdum quãtitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis.

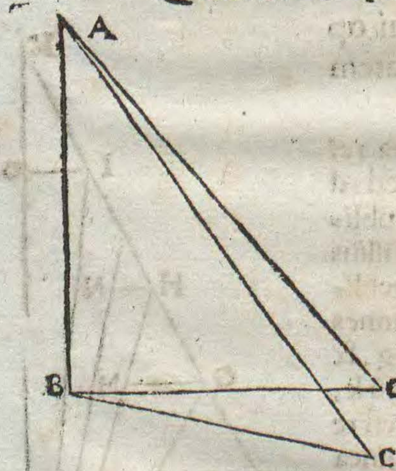


Eſto centrum uiſus a,& ſit exempli gratia ſuperficies plana rei uiſæ directe uiſibus oppoſitæ,in qua ſit linea b c d e f,& ſint b c,c d, d e,e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, ſitqꝫ ſuperficies obliquata uiſibus, in qua ſit linea f g h i k,& ſit taliter, ut obliquatio illius ſuperficiei incipiat à puncto f, ſitqꝫ linea a d perpendicularis ſuper lineã b f, ducanturqꝫ à centro uiſus lineæ a f,a e,a d,a c,a b,quæ omnes ꝓducantur ad ſuperficiẽ obliquatam. Incidat linea a e in punctũ g, & linea a d in punctũ h,& linea a c in punctũ i,& linea a b in punctũ k, & quia per 13.primi angulus h d f eſt rectus,quia angulus a d f eſt rectus ex hypotheſi,palam ergo per penultimam primi,quoniam linea f h eſt maior q̃ linea f d:& ſi à puncto g ducatur linea æquediſtans lineæ f d per 31.primi,quæ ſit g m,erit per 29.primi & 4.ſexti, & penultimam primi linea g h maior q̃ linea e d:& ſimiliter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquediſtans lineæ d c,quæ ſit h n,& quoniam per 32.primi angulus a c d eſt acutus,erit per 13.primi angulus i c d obtuſus, ergo per 29.primi angulus i n h eſt obtuſus,ergo per 19.primi & per ſecundam ſexti linea h i eſt maior q̃ d t, eodem quoqꝫ modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo φ eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtendun-
tur maiores partes lineæ obliquatæ, q̃ lineæ directe oppositæ uisui: partes itaq; superfi-
ciei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ æqualiter distantes à puncto axis, uel à
puncto coniũctionis, similiter uisiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qd'
perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quæ sunt in ipsa:
superficies nota obliquata uisibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum
uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad uisum siue extra axes:
& etiam si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ à uisu, partes enim super-
ficiei illius æquales partibus superficiei directe uisui oppositæ, ut patet ex prædemon-
stratis, sub minori angulo uidentur, quoniã si essent directe uisibus oppositæ, quia lineæ
suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur, sic er-
go totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter
suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est in-
formata superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor, eo φ faceret eadem su-
perficies uisibus opposita directe, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obli-
quatæ, quia ergo ipsa supeficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor,
& partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus ꝓpter
maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus
perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ ex-
euntes à centro uisus ad extremam illius partis, fient quasi linea una, qua propter sentiẽs
non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq; partem quam distinguũt ex sup
ficie uisus: tota ergo supficies obliquata uisui multũ amittit sensibilitatis, qa si in ipsa fu
erũt subtiles aliq̃ intentiones, non cõprehendent̃ à uisu ꝓpter latitantiã suarum partiũ
paruaꝝ, & qm̃ superficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpositæ passionis, ideo secundũ
quantitatẽ obliquatiõis fit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

**Excessu remotionis nimio existente, res à uisibus obliquata quandoq; ui
debitur directe opposita.**



Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit̃ secundũ quan-
titatem diametrorũ rei uisæ, ideo & nimietas excessus remoti-
onis attenditur secundũ quantitatem diametroꝝ rei uisæ: quæ
enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hoc mino-
ri uisibili est nimia, qm̃ non eodẽ modo in eadem distantia ma
ius & minus percipiũtur à uisu, ut patet per 7. & per 20. huius.
Sit itaq; centrum uisus a, & res uisa obliqua quæ b c, cuius alter
terminorum qui sit b propinquior sit uisu, sitq; illa res uisa sub
angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b
a c minor q̃ ipsa res uisa, quæ b c à proximo sui termino ad ui-
sum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus ui
sis maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam mino
ris, q̃ sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ
remotione distantiarum proportio distantiæ maioris unius
extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiã mi-
norem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentiæ insensibilis, ut lineæ a c longio-
ris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angu
lorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quasi directe uisibus opposita cum sit
obliquata, & hoc est propositum.

XXXV.

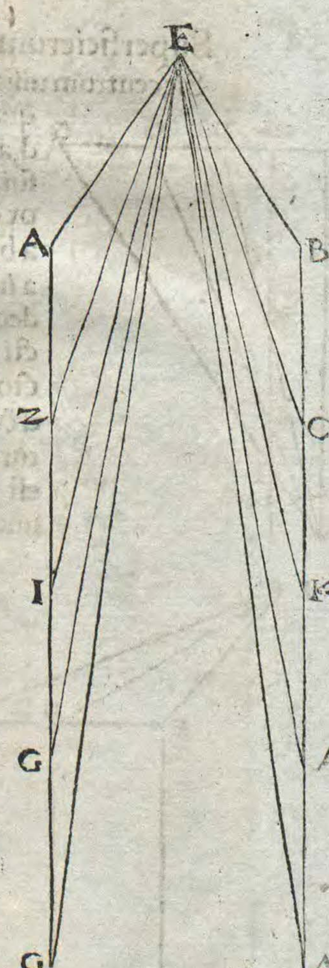
**Omne uisum existens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uisuali, uel p
radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uisualibus com-
prehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.**

Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, semper defert punctum, cui incidit
ad punctũ medium nerui cõmunis, cui semper inhæret terminus axis cõmunis. Cum er
go uisus comprehendit rem uisam secundũ qd' est, & instituitur forma in concauitate cõ
munis nerui in uno loco, & cõtinua sibi adinuicem secundũ continuationem rei uisæ, &
punctus rei uisæ qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem cõmunem, ui-
detur tamen in loco propinquiori cõmuni axi, q̃ sit in suo uero loco, tunc puncta resi-
dua etiam uidentur in loco propinquiori cõmuni axi, q̃ sint in suo uero loco, quia sunt
continuata cum parte quæ est apud extremum axis: & si axes amborũ uisuum concur-
rerint in aliqua re uisa extra axem cõmunem, uidebitur tunc illa res in loco propinqui-
ori communi axi, q̃ sit in suo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales
concurrerint in aliquo uiso, tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum,
quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem,
nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde hæc dispositio non est
uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta, tunc ipsa accideret in
omni uisione uel pluribus, qd' tamen non est uerum, patet itaq; propositum.

XXXVI.

**Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extenso-
rum, quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris ad dextram educi ui
dentur partem.**



Sint duo uisibilia secundũ sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli cau
sa sint æquedistantia, & sint a b & d g, sitq; centrum uisus e, ducan-
turq; lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinisteriori quidem par
te quæ sit a b, ducantur lineæ e b, e c, e k, e a, & in dexteriori quæ sit
g d ducantur lineæ e d, e z, e i, e g, dico φ lineæ e z, e i, e g uident̃ qua
si in partem sinistram productæ, & lineæ e t, e k, e a uidentur quasi
ꝓtractæ in partem dextrã, sit enĩ linea e d ꝑpendicularis sup lineam
d g, & linea e b ꝑpendicularis super lineã b a, erit ergo per 19. primi
linea e d breuior oĩbus lineis e z, e i, e g, & linea e b breuior oĩbus li-
neis e t, e k, e a: lineæ ergo e d & e b minimã à uisu denotebũt distan-
tiam lineaꝝ g d & a b, secundũ illas ergo lineas ꝑfectior fit uisio par
tiũ rerũ uisaꝝ q̃bus incidũt ꝑ 23. h9, linea ergo e d apparebit dexte
rior oĩbus lineis suo uisibili incidẽtibus, & linea e b sinisterior, illis q̃
q; lineis ꝓpinquis incidẽtes mutabũt situs dispositionẽ scd̃m reces-
sum ab illis lineis, eritq; linea e z dexterior q̃ illa linea e i, & linea e i
dexterior q̃ linea e g: palã ergo, qm̃ linea e g uidet̃ in sinistra à linea
e i, & linea e i similiter uidet̃ in sinistra à linea e z, eodẽ quoq; modo
uidebitur linea e a in dextrã educi à linea e k, & linea e k uidetur in
dextrã educi à linea e t: punctũ ergo z plus approximat ad sinistrã
q̃ punctũ d, & punctũ i plus q̃ punctũ z, & punctũ g pl9 q̃ punctũ
i: tota ergo linea d g uidet̃ sinistrari, & tota linea b a uidet̃ dextrari,
qm̃ pũcto b existente sinistro, punctũ t uidet̃ plus dextrũ illo: & itẽ
punctũ k plus dextrũ pũcto t, & punctũ a plus dextrũ puncto k, pa-
tet ergo ꝓpositũ, qm̃ similiter est in quibuslibet alijs punctis demon
strandũ, q̃ enim sub dexterioribus radijs uident̃, dexteriora apparẽt,
& quæ sub sinisterioribus sinisteriora, ut patet per suppositionẽ hu-
ius, hæc aũt omnia accidũt, qa lineæ paralellæ scd̃m remotiores sui
à uisu partes cõcurrere uident̃ ꝑ 21. huius, & hoc est propositum.

XXXVII.

**Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu,
altiores uidentur.**

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatũ, quoniam superfi-

cies rei uisæ in qua sint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ꝫ lineæ a b, a e, a d, a g, sitq́ꝫ causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, qm̃ in alijs sitibus maior est diuersitas, dico ꝙ linea g d altior uidetur q̃ linea d e, & linea d e altior q̃ linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quæ fiat altior q̃ linea a b, quoniam ergo punctorũ formæ e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, q̃ perueniant ad punctum a centrũ uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & pũctus t puncto k, ideo ꝙ linea a t maior est q̃ linea a i, & linea a k maior q̃ linea a t per 18. primi: & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctũ d, & in linea in qua est punctũ k, est etiam punctũ e: per cõprehensionẽ uero punctorũ d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, qm̃ cũ linea g d eleuatior apparebit q̃ linea d e, & similiter d e apparebit eleuatior q̃ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionẽ huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundũ illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, ꝙ multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longe à uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctoꝵ ad uisum per modũ circũferentiæ circa centrũ uisus propter æqualitatem uirtutis uisiuæ, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Superficierum uisui superiacentiũ remotiores à uisu decliuiores uidenẽ.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum q̃ superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g, & ducantur sicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico ꝙ linea d g apparebit decliuior q̃ linea d e, & linea d e decliuior q̃ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquedistans lineæ a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur q̃ forma puncti d, & forma d decliuior q̃ forma puncti e, & forma puncti e decliuior q̃ forma pũcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorũ e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniã itaq́ꝫ, ut ostendimus in præmissa, linea a t est maior q̃ linea a i, & linea a k minor q̃ linea a c: & secundum harum lineaꝵ dispositionẽ fit forma illoꝵ punctorũ uisio, palã ergo, qm̃ cẽtro uisus & ipso uisibili sic dispositis. Remotiora igit̃ à uisu, decliuiora uisui occurrunt, q̃ propinquiora, & hoc est ꝓpositum.

XXXIX.

Aequalium magnitudinũ sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

Sit centrum uisus punctum i, & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, q̃ sint a b, g d, e z, sitq́ꝫ a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrũ oculi punctũ i, eleuatius existẽs illis magnitudinibus, ducanturq́ꝫ lineæ i a, i g, i e, dico ꝙ magnitudinũ illaꝵ a b apparet altior q̃ g d, & g d altior q̃ e z, qm̃ enĩ linea i a est eleuatior q̃ linea i g, & linea i g eleuatior q̃ linea i e, & in linea cui ĩcidũt lineæ i a, i g, i e sunt pũcta a g e, & ꝑ 37. h9 uidenẽ pũcta remotiora uisui altiora, pũcta uero a g e sunt in magnitudinib9 a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior q̃ ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quàm ipsa e z, quod est ꝓpositũ, & q̃a de qualibet magnitudine lõgiori potest abscindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidẽtur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.

Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum i, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq́ꝫ a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ i b, i d, i z, quoniã ergo sicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineã i b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc est propositũ, est aũt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autẽ idem.

Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrũ uisus punctum e, ducaturq́ꝫ linea g e perpendicularis super lineã g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pũcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundũ hoc aũt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamẽ illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

XLII.

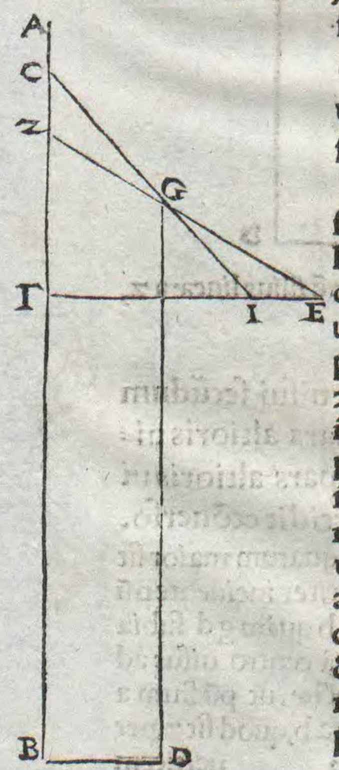
Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secũdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uisu, accidit ecõuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq́ꝫ forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod sit z, per

uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma linea z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum: secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso, nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ linea z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.



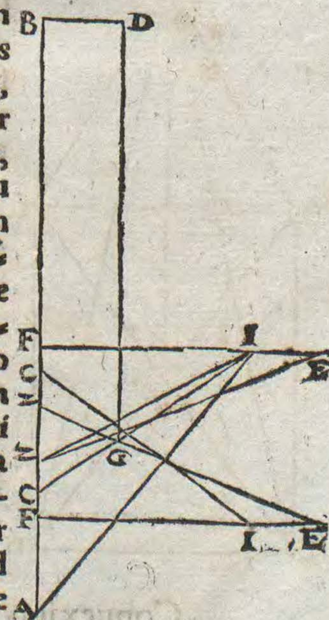
Hæc non differt in hypothesi â præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo, t i f

lo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducãtur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uisum ergo à pũcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior q̃ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quâm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet â uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam â temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota â uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm â temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ potest comprehendi, nec enim est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo sit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiõe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepusculatibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cũ aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distãtia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur; tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cũ tamen sit obliquatio secundũ uerum.



Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione

octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ.

Quoniam enim formæ rerum deſcribuntur in oculi ſuperficie ſicut ſunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ ſecundum figuram quæ deſcribuntur in oculi ſuperficie ſic ꝑueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima ſecundum ſui diſpoſitionem, tũc patet quod forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ, & ſimiliter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium ſuperficiei rei uiſæ, certificatur aũt hæc uiſio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unũ per totam circunferentiam rei uiſæ aut partis eius, ſic eñ ex certificatione ſituum termiorũ formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex cõprehenſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uiſæ ſuper inuicem, patet ergo propoſitum.

XLVI.

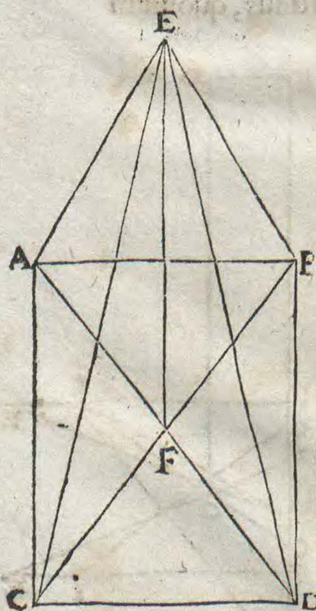
Figura rectilinea cõprehendit̃ à uiſu ex ſuorũ terminorũ cõprehẽſione.

Qm̃ enim figura eſt quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum ſunt lineæ quæ comprehendũtur uiſu non decepto ſecundum ipſarum ſituationẽ in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ, palam ergo quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi, & hoc eſt propoſitum, ſed in his omnibus uiſus requirit diſtãtiam mediocrem & alias circunſtantias uiſui debitas, ne forte fiat deceptio in ipſo uiſu.

XLVII.

Planicies ſuperficiei ſecundum mediocrem diſtantiam directe uiſui oppoſitæ comprehenditur, & ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationis ipſarum.

Sit ſuperficies plana a b c d, & ſit centrum uiſus e, à quo ducatur ſuper datam ſuperficiem perpendicularis e f, & quoniam ſuperficies illa eſt directe uiſui oppoſita, ſic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f diſtantia quæ ſunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ ſint ꝑpendiculares ſuper lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales, ſuperficies itaq; a b, c d, ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu, ſed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, centro uiſus productis illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis cõcluditur æqualitas, tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſui partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f, conſimiliter peruenit ad uiſum, tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum, & hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonſtrandum, ſemper enim termini cuiuslibet partium ſuperficiei erunt lineæ rectæ, ſuperficies ergo eſt plana.



XLVIII.

Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partium mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim ſuperficies conuexa directe uiſui opponitur ſecundum mediocrẽ diſtantiam, tunc cum omnis regularis ſuperficies conuexa ſit pars alicuius ſphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, ſi ſuperficies illa oppoſita uiſui ſit pars ſphæricæ ſuperficiei, ſi à centro uiſus ad centrum ſphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producãtur, patet per 73. primi huius, quod ſola illa quæ centrũ tranſit, eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ: aliæ uero oẽs lineæ à centro uiſus ad illã ſphæricã ſuperficiẽ productæ, ſunt ſup illã ſuperficiẽ incidẽtes oblique, erit ergo ꝑ 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrũ uiſus & ſuperficiẽ ſphæricam omniũ aliarum linearũ breuiſſima, ergo ſecundũ illã fit ꝓxima approximatio ad uiſum, & oẽs circuli ſecundũ punctum cui incidit illa perpendicularis in ſuperficie ſphæræ deſcripti, erũt uiſui proximiores ſecundũ illa puncta, & ſecundũ alias lineas oblique incidentes erunt uiſui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto ſunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, omẽs lineæ à centro uiſus ad periferias maioꝝ circulorum productæ ſunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipſi perpendiculari, ex cõprehenſione ergo propinquitatis partium mediorum in illa ſuperficie, et remotione aliaꝝ partiũ quæ ſunt in terminis, apparet maior eleuatio partiũ mediarũ quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiũ ſuperficiei uidetur gibboſitas, quæ eſt cauſa conuexitatis, & qm̃ in omni pũcto ſuꝑficiei ſphæricæ ſecant ſe circuli magni trãſeuntes per centrũ illius ſphæræ, & oẽs lineæ quæ lineæ breuiſſimæ utrunq; æque ꝓpinquant ſunt æquales, ideo ſecundũ æqualem diſtantiam â perpendiculari fit æqualitas omniũ lineaꝝ ad ſphæræ ſuperficiẽ à centro uiſus ꝓductarũ, & apparet deflexio gibboſitatis æqualis ſecundũ omnẽ differentiã poſitiõis in ſphæricis ſuperficiebus maxime cum directe uiſibus opponuntur. Si uero ſuperficies conuexa oppoſita uiſui fuerit pars ſuperficiei columnaris aut pyramidalis rotundarũ, tunc fit eadẽ demonſtratio ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uiſus ad centrum circuli baſis, & omnium circulorũ æquediſtantiũ baſi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodẽ centro uiſus non perpendiculariter per eoſdẽ circulos ꝓductis, cõplebitur demonſtratio ut prius, & ſi illæ ſuꝑficies quæcũq; obliquatæ ſint ad uiſum, nihilominus ꝑ eadẽ eſt demõſtrandum. Siue enim gibboſitas ſit inferius, ſiue ſuperius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper partiũ inæqualis diſtantia propoſitũ cõcluderet de irregularibus cõuexitatibus per eadẽ fit cõprehenſio in uiſu, patet ergo ꝓpoſitum, uniuerſaliter enim cõuexitas comprehenditur à uiſu ex ꝓpinquitate partiũ mediaꝝ, & æquali remotiõe partiũ extremaꝝ, patet ergo qđ ꝓponebat̃.

XLIX.

Concauitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex remotione partiũ mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

Per eadem q̃ in præcedenti demonſtrandũ, & ſimiliter per omnẽ ſuperficiẽ tranſcurrendũ, ſemꝑ eñ per 8. tertij, linea à cẽtro uiſus ad centrũ ſphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum, eſt omniũ longiſſima, & ſibi ꝓpinquiores ſunt cæteris remotioribus maiores, & oẽs æqualiter ab illa diſtãtes ſunt æquales, ergo termini illius ſuperficiei uidebuntur arcuales, & tota ſuperficies uidebitur concaua, & ſi illæ ſuperficies ſint obliquatæ uiſibus, ſecundũ arcualitas terminoꝝ fit ſuperius ſecundũ inferius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper per eandem demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

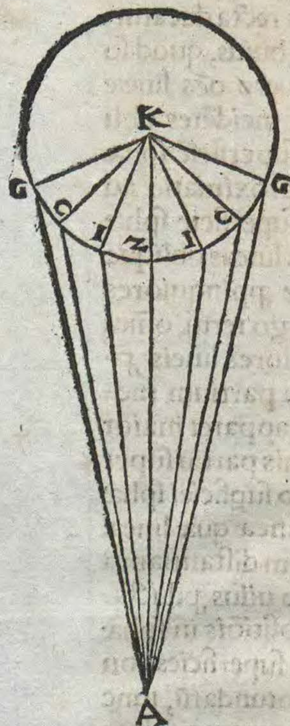
L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadẽ ſuꝑficie exiſtentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Eſto foraminis uneæ centrũ a, in eadem exiſtens ſuperficie, cũ circunferentia circuli uiſi, ita q̃d plana ſuperficies circuli imaginata ꝓduci, ſecet ſphærã oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli ſit g b, & eius centrũ k, & à punctis illius circũferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uiſum a, quæ ſint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, ſecundũ quas lineas formæ illoꝝ punctorũ accedũt ad uiſum, dico qm̃ arcus b g, apparet uiſui linea recta, ducãtur eñ à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̃ ergo linea k b uidetur ſub angulo k a b, & linea k d ſub angulo k a d, qui minor eſt angulo k a b, quoniã

z pars

pars eius eſt, ergo ꝑ 20. huius, palã eſt, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, qm̃ ſub maiori angulo uidetur, & ſimiliter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior ꝙ̃ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior ꝙ̃ k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoqꝫ z inter omnes datos punctos, qm̃ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e ꝓpinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctũ b, in apparentia ergo uiſui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & ſimiliter eſt de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, ſit omniũ breuiſſima, & linea a e breuior ſit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uiſu aliquid remanet curuitatis apprehenſæ, & ſic non uidebitur tota periferia linea recta, ſed ad rectitudinẽ aliqualiter accedens, patet ergo ꝓpoſitum, & hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus periferiæ circuli uiſui oppoſitis, quia ſi à pũcto z ducat̃ aliqua ꝑpendicularis ſuꝑ lineam a z, tũc nõ eſt differentia magna uiſui inter arcũ & lineã cõtingentem, cũ per maius ſpaciũ uiſio fiat, ꝓpe uero exiſtẽte uiſu, maior percipitur conuexitas uel cõcauitas & magis apparet. Et ſi centrũ oculi & circulus nõ ſint in eadẽ ſuperficie, tũc circũferentia circuli uidebitur curua, qm̃ tunc ſitus partium lineæ circularis ſecundũ ſuum ſitũ & eſſe propriũ, peruenit ad uiſum & depingitur ſecundũ ſuã curuitatẽ in ſuꝑficie illius, licet quandoqꝫ forma ſphærica illius curuitatis ſecundũ aliq̃d ſui uariet.



L I

Circulo centroq́ꝫ foraminis uneæ in eadem ſuꝑficie exiſtentibus minus ſemicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ ſit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem ſuperficie plana exiſtens, uideaturq́ꝫ arcus b c d, dico quod minus ſemicirculo uidebitur, ſi enim arcus b c d qui uidetur ſit ſemicirculus, neceſſe eſt lineas a b & a e, ſuper terminos diametri b e incidere, aliter enim ſemicirculus non uidebitur, quia ſola diameter eſt quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, ſemper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraqꝫ cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaqꝫ a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod eſt contra 32. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum.



L I I.

Centro foraminis uneæ exiſtente in circũferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

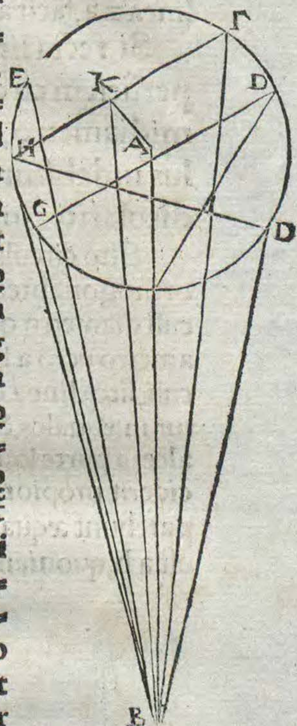
Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim eſt punctus in toto circulo à quo ad quẽlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non poſſit, & quia ut oſtenſum eſt per ſecundam tertij huius, poſſibile eſt ſolum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci lineas rectas eſt poſſibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere poſſunt ad uiſum nullo extrinſeco corpore impediente, talis ergo circulus ſecundum omnia ſua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli exiſtente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circũferentiæ ad centrũ ad ipſum uiſum perueniunt, patet quia fiet uiſio ſecundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uiſus per decimam ſeptimam tertij huius, & hoc eſt propoſitum.

Exiſtente

L I I I.

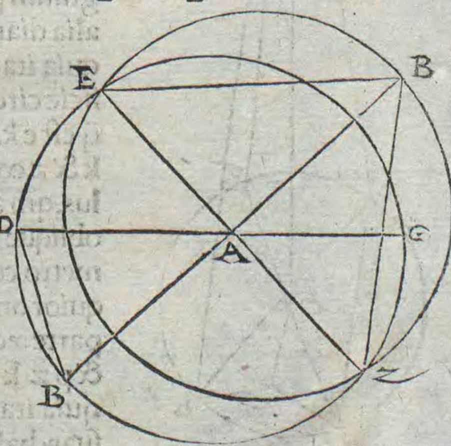
Exiſtente centro oculi in linea à centro circuli ſuper ſuperficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ ſuperficiei circuli inſiſtentis æqualis ſemidiametro, oẽs diametri in eodẽ circulo ꝓducti æquales uiſui apparebũt.

Eſto circulus d e g z, cuius centrum ſit punctus a, erigaturq́ꝫ linea a b, perpendiculariter ſuper circuli ſuperficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ꝫ centrũ oculi in linea a b in pũcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans ſuperficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur em̃ à centro uiſus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis eſt lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoqꝫ ad centrum a ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g eſt æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uiſus inter ſe ſunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes ſemidiametri æquales apparẽt, imò & ipſi diametri, ſub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, ſed & omnes lineæ æquediſtantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquediſtante diametrorum d g, cuius medio puncto qui ſit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq́ꝫ linea a k per 3. tertij ꝑpendicularis ſuper lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipſam per æqualia in puncto k, quia itaqꝫ in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h ſint recti, ut b a g, ex hypotheſi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k eſt maior quàm linea b a, & linea a g eſt maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k eſt maior angulo b g a, ſimiliter quoqꝫ angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit̃ maior quàm linea f h, per 20. huius, ſimiliter quoqꝫ eſt de omnibus alijs lineis æquediſtantibus diametro reſpectu ipſius diametri, & ad inuicẽ demonſtrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ ſuæ figuræ, & hoc eſt propoſitum primum. Si uero linea a b, non ſit erecta ſuper circuli ſuperficiem, ſed oblique inſiſtens, ſit tñ æqualis ſemidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cẽtro uiſus in puncto b, exiſtente em̃ ex hypotheſi, z a ſemidiameter ſit æqualis lineæ a b, & ſemidiameter a e æqualis ſit eidem, palã quoniam lineæ a b, a e, a z ſunt æquales. Si ergo ſuper punctum a, ad quantitatem ſemidiametri e a, circulus deſcribatur in ſuperficie in qua ſunt lineæ a e, a z, a b, palam quia tranſibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z eſt rectus, ſimiliter quoqꝫ oſtẽdetur angulum g b d eſſe rectũ, & quia omnes anguli recti ſunt æquales, & ſub æqualibus angulis uiſa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oẽs diametri illius circuli quocunqꝫ ducant̃ æq̃les apparebũt, ſicut diametri e z ipſi diametro g d, qđ eſt propoſitum ſecũdum, patet ergo totũ q̃d ꝓponebat̃.



L I I I I.

Centro oculi exiſtente in termino lineæ maioris uel minoris ſemidiametro circuli, cuius ſuꝑficiei in cẽtro oblique eſt inſiſtens, æquales angulos cũ diuerſis ſemidiametris cõtinentes, illæ diametri eiuſdem circuli æquales apparebunt.



Sit circulus b g d e, cuius centrũ a, & ſit centrũ uiſus z, ſitq́ꝫ linea a z non erecta ſed oblique incidens ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a, ſit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis an-

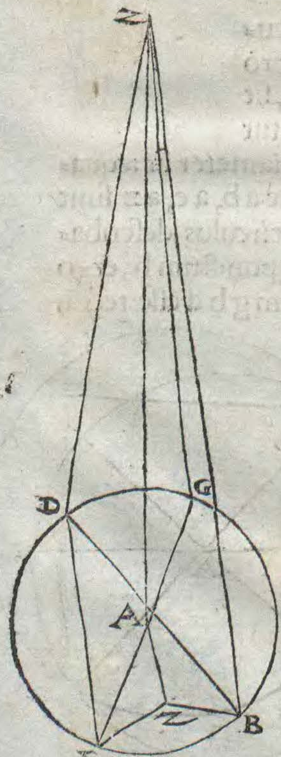
 gulo

gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a est æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoq; ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoq; per eadem demõstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebit̃ linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝓpositum, possibile est aũt hoc in quibusdam diametris accidere, non aũt in om̃ibus diametris circuli taliter uisui oppositi, nõ ergo oportet qđ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales: nõ eñ illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet linea z a, facit angulos inæquales.

LV.

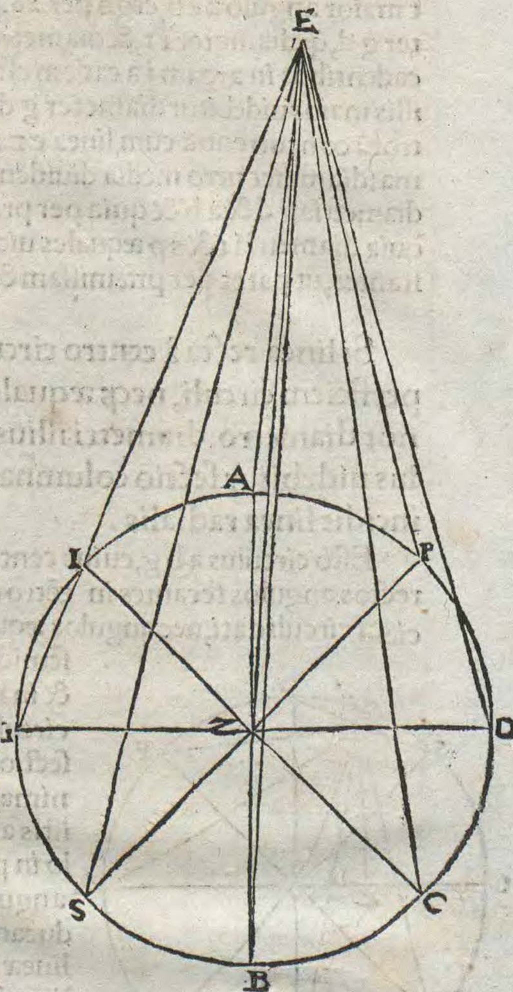
Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, sitq; maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

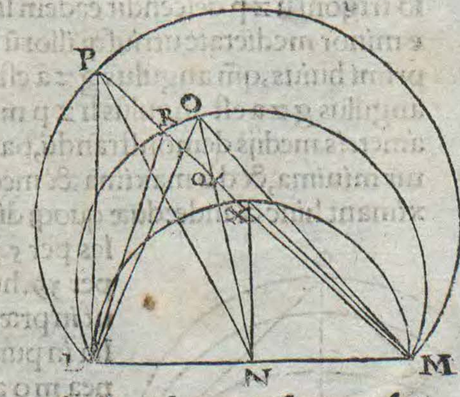
Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g secũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitq; linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distãt ab utraq; parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpẽdicularis super diametrũ a b, & super lineã



z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmissa necessario cadet in communem sectionẽ illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducãtur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturq; diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq; alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaq; à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiẽ circuli qui est a b g d, ducant̃ duæ lineæ, una ꝑpendiculariter q̃ est e k, & alia oblique q̃ est e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ sunt k & z copulatur linea z h, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, qm̃ angulus e z k, minimus est omniũ angulorum sub linea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia diametro contentorum, & omnis angulus istorũ angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore: duo q̃q; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur q̃q; lineæ e i, e s, e p, e t, quia itaq; ab angulis duorum trigonorũ d e g & t e i, ad medietates suarum basium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter incidit, & in trigono t e i obliq̃ est, q̃ linea e z maior medietate utriusq; illarum basiũ, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo ꝑ 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i, ergo

ergo ꝑ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut ostensum est ꝑ 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a, ambabus uero basibus trigonorum t e i & a e b, quæ sunt i t & a b, ad medium punctũ qđ est z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & sic per præmissa de qualibet aliarũ diametrorũ respectu diametri a b est demõstrandũ. Oĩm itaq; diametrorũ circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam, qm̃ propter æqualitatẽ angulorũ aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. prmi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colũnaris. Sed & suppositis ijs quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquũ aliter demõstrari. Extra hanc enim figuram ꝓtrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11. primi, & resecetur linea n x ad æqualitatẽ lineæ z e, quæ est ex hypothesi maior q̃ linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonũ l m x, & per 5. quarti circũscribat̃ ei portio circuli quæ sit l m x, est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearũ n m & n l, & qm̃ trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̃ ut patet ex præmissis uterq; ipsorum est rectus, erit per 4. primi basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; super punctũ n terminũ lineæ l n ꝑ 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & sit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, describaturq; supra circa trigonum l o m portio circuli quæ sit l o m, erit quoq; secundũ præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi constituatur super punctũ n terminũ lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducãtur lineæ l p & p m, & circa trigonũ l p m describatur portio circuli ut prius, quæ sit l p m, erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctũ sectionis, ubi linea m o secat circũferentiã portionis circuli quæ l x m, quæ linea sit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat linea l m; angulus uero l q m maior est angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior est angulo l o m, angulus uero l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t, pa-



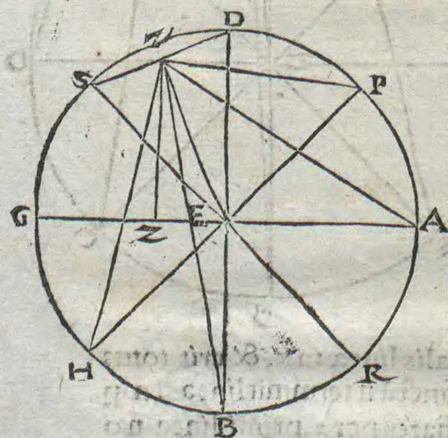


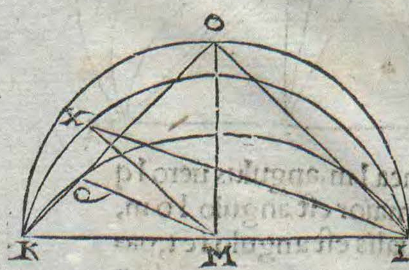
lam ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, q̃m angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, q̃ diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & q̃m de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet ꝙ omnib9 illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmissam angulus i e t æqualis est angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã sunt diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico ꝙ diametri propositi circuli apparebunt inæquales, & ꝙ totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab istis ambobus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & existẽte ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrũ g a, cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet ꝙ angulus z e k est minimus omniũ angulorꝫ illorũ: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad mediũ basis, quæ est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p, est itaq; linea z e minor medietate utriusq; illorũ basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, q̃m angulus g z a est minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandũ, patet ergo per 30. huius, q̃m omniũ diametrorꝫ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundũ ꝙ plana approximant hinc & inde: duæ quoq; diametri æqualiter distãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo ꝑpositũ. Sed & suppositis ijs, quæ per 39. huius primi, potest reliquũ aliter demonstrari: Assumatur ut in præmissa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũscribatur circuli portio per 5. quarti, quæ sit k o l: est autẽ illa portio minor semicirculo, quia linea m o



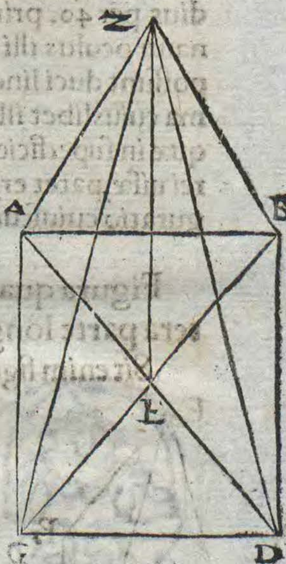


m o est minor semidiametro, eritq; per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & sit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq; lineis k x & l x, circũscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z, & sit linea m q æqualis e z, ductisq; lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior q̃ diameter h p, & h p maior q̃ g d, diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earũ intersectio sit e, erigatur e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq; per 40. primi huius medietates diagonorꝫ inter se sunt æquales, ut d e & g e, & linea e z est cõmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per diffinitiõem lineæ super superficiẽ erectæ, erit per 4. primi basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est æqualis angulo b z e, uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & q̃m linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z, & linea a b est æqualis ipsi g d, quoniã sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt, & hoc est propositũ, q̃m in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cõtineat cum diuersis medietatibus diagonorũ, diagoni illius quadrati apparebũt æquales.

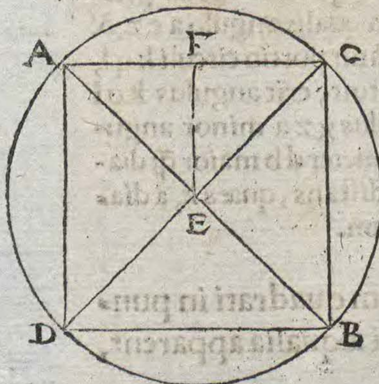
Sit quadratũ a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, qđ sit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, sitq; centrũ uisus f, & linea f e sit maior q̃ linea e a medietate diagoni, uel minor illa, sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamẽ angulus f e a æqualis angulo f e c, dico ꝙ adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt: circa punctũ enim e describatur circulus ad quantitatẽ semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorũ sint æquales per 40. primi huius, q̃m per 9. tertij circulus iste circũscribetur totali quadrato, oẽs terminos diagonorꝫ attingẽs, erũt ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestũ est ꝑ 54. huius, q̃m diametri circulorꝫ in hac dispositione omnes uidẽtur æquales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cũ illis, & hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris poligonijs quibuscunq; formæ, & per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ oblique à centro uisus incidẽte, & inæquales angulos cũ diagonis cõtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semꝑ diagoni quadrati inæquales apparebũt.

Remaneat

Remaneat diſpoſitio proximæ præcedentis, contineatq́; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita ꝙ angulus f e a ſit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & ſi linea f e fuerit maior ſemidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui ſunt diagoni propoſiti quadrati, inæquales uideri, ꝙ ſi linea f e fuerit minor ſemidiagono a e, tunc ſimiliter per 56. huius conuincet̃ diagonos quadrati inæquales uideri. Diuerſitas tamen iſtarum inæqualitatũ, fit ſecundũ modum illic in circulis propoſitũ, ſecundũ diuerſitatẽ anguloꝝ incidentiæ hinc inde, patet ergo ꝓpoſitũ, & eodem modo poteſt de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuerſaliter de omnibus poligonijs parium anguloꝝ faciliter demonſtrari, ꝙ ipſoꝝ diagoni quandoq; æquales uident̃, & qñq; inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius ſcientiæ ꝑſcrutator hoc faciliter cõprehẽdet.



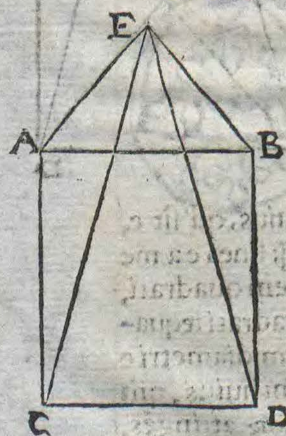
LX.

Centro foraminis uneæ in puncto medio ſuperficiei cuiuſcunq; figuræ rectilineæ exiſtente, ſemꝑ figura ſecundũ ſui formã propriã uiſui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli cauſa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc eſt, ut ſupponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum anguloꝝ poſſunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipſa ſuperficie, patetq́; ꝙ forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in ſuperficie lineas figurabitur figura in oculi ſuperficie, ſicut eſt extra in ſuperficie rei uiſæ, patet ergo ꝙ totalis forma & figura illius ſuꝑficiei uidebit̃, ſicut eſt ꝓpria illi figuratio cuiuſcunq; ſit figuræ, & hoc eſt propoſitum.

LXI.

Figura quadrata uno ſolo latere directe uiſui oppoſito, diſtantia uiſa altera parte longior uidetur.



Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uiſus e, & latus quadrati qđ ſit a b, opponatur uiſui directe, palam ergo, quoniã alia uiſui opponẽtur oblique, ſed per 26. huius quantitas oblique uiſui oppoſita uidetur minor, quoniam ſub minori angulo uidetur: directe uero uiſui oppoſita, uidetur ſua propriæ quantitatis q̃ oblique uiſa: ſub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uiſibus oppoſita, q̃ ſibi æqualia quæ opponuntur uiſibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, diſtantia uiſa altera parte longior, uidetur ut proponitur, ſed eſt poſſibile, uel altera parte longior appareat uiſui eſſe quadrata, ut ſi latus ei uero breuius directe opponat̃ uiſui & longius oblique, tunc enim poteſt fieri propter diſpoſitionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; ſimilia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit ſuæ formæ diuerſitas in uiſione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, ſufficit enim nobis hoc uniuerſaliter propoſitum in radice.

LXII.

Si quadratum, cuius latus non ſit excedẽs, diſtantia oculorũ uiſibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uiſibus obuiantia, ex parte uiſuum concurrere uidebuntur.

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non ſit excedens quantitatẽ lineæ cõnectenti centra oculoꝝ, hoc eſt diſtantiã oculoꝝ, & applicetur uiſibus ut ꝓpius poteſt, ſecundũ latus ſuũ a b, dico ꝙ uidebit̃ altera parte longius, latera enim eius duo. ſ. a c & b d directe ſubijciuntur uiſui, qm̃ qđlibet illorũ laterum imaginatũ extendi ſecundũ ſuum continuum & directum per 1. ſecundi huius penetrat centrum uiſus, cui directe ſubijcitur, & ſic forma eius directe depingitur in ſuꝑficie ipſius uiſus, & latus c d directe opponitur uiſui, uidebũtur ergo illa ſua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidet̃ oblique, qm̃ cadit intra axes uiſuales, nec ſuper ipſum erigitur aliquis axium uiſualiũ, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratũ a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ ſunt latera illius quadrati uiſibus obuiantia, uidebuntur plus diſtare ſecundũ lineam c d, q̃ ſecundũ lineam a b, uidentur ergo concurrere uerſus partem uiſus, qđ eſt propoſitũ: & eadem paſſio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lõgiori, nec eſt differentia q̃ ad illũ, qđ etiã per eandẽ poteſt demõſtrari, patet ergo ꝓpoſitum. Et qm̃ figura corporalis q̃dã figura eſt, licet uiſio corporeitatis ſit alia à uiſione figuræ, quõ uirtuti diſtinctiuæ error in uiſiõe figuræ accidat, duximus in poſterius differendum.

LXIII.

Corporeitas comprehenditur à uiſu, in quibuſdam corporibus per ſe, & in quibuſdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas ſit extenſio corporis ſecundũ trinã dimenſionẽ, dico ꝙ ipſa quandoq; cõprehenditur in quibuſdã corꝑibus à uiſu per ſe, quædã enim corpora continentur à ſuꝑficiebus planis ſecãtibus ſe recte uel oblique adinuicẽ, & quædã à ſuperficiebus cõcauis & cõuexis, & q̃dam à ſuꝑficiebus cõuexis & planis, & quædã à ſuperficiebus concauis & planis, & quædã à diuerſis ſuperficiebus cõuexis, concauis & planis ſe interſecantibus, & quædam continentur ab una ſola ſuperficie rotunda: corpus itaq; cõtentum à ſuperficiebus ſecantibus ſe, cuius una ſuperficies eſt plana: quando ſuperficies eius fuerit oppoſita uiſui ſecundũ directam oppoſitionẽ ſiue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis ſectio duarum ſuperficierũ uideatur, & ꝙ ambæ ſuperficies ſe ſecantes occurrant ſimul uiſui, tunc extenſio corporis ſecundum longitudinem & latitudinem, & ſecundum profunditatem à uiſu comprehendetur, ſic ergo corporeitas cõprehendetur. Corpora quoq;, quorũ ſuperficies eſt conuexa ſiue ſit una ſiue multæ, cum opponuntur uiſui ſecundũ directionem uel obliquationẽ, erunt remotiores partiũ eius à uiſu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uiſus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uiſu remotiores, quo comprehẽſio ſentiet uiſus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à ſe reſpectu partiũ propinquiorũ ſibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimenſionũ illorum corporũ. Corporis quoq; concaui concauitas percipi poteſt à uiſu ſecundũ mediocrem diſtantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uiſu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cõprehenditur à uiſu propter maiorem diſtantiam unius partis reſpectu aliarum, ſed ex conſequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ ſi plures ſunt in ipſo ſuperficies ſe ſecantes, quorũ communes ſectiones ſe à uiſu offerant, corporeitas ipſorum comprehenditur à uiſu cum ſentitur obliquitas illarũ ſuperficierum. In ijs autem omnibus attendenda eſt mediocritas diſtantiæ, quoniam in maximis remotionibus eſt ſecus, tunc enim per uiſum nudum non comprehenditur corpus propter uiſionem ſuperficiei, ſed auxilio uirtutis animæ ſuperioris, eſt enim principium quieſcens in anima ex conſuetudine uiſionum, & eſt tale, ꝙ nihil uidetur niſi corpus. Vnde qando uiſus uidet aliquam uiſibilem ſuperficiem, ſtatim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uiſus extenſionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per ſe comprehendet uiſus per comprehenſionem ſuperficiei cuiuſcunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet ſemper corporum profunditatem, quæ eſt tertia dimẽſio ipſorũ, niſi auxilio uirtutis ſuperioris ipſius animæ, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

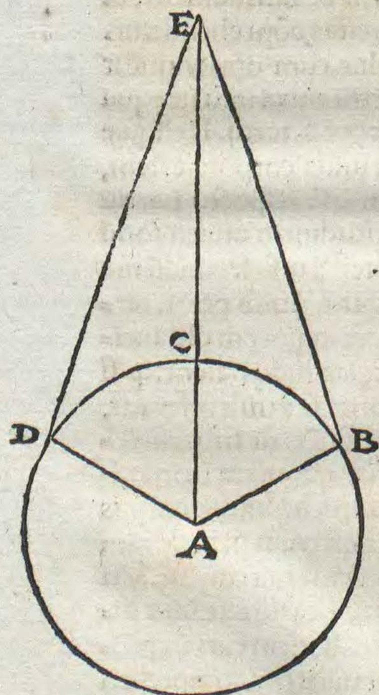
Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

Eſto data ſphæra d g, cuius centrũ ſit a, circulus eius magnus d g e b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctũ z, & ſuper lineam diſtãtiæ centri ſphæræ qđ eſt a, & centri oculi qđ eſt z, poſitam ꝑ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circulorũ iſtorũ lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulũ d g e b, qui eſt circulus magnus ꝓpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrũ uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qđ eſt a, duæ lineæ ad terminos linearũ z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorũ cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulũ d g e b, protractæ ergo circulũ nõ ſecabũt. Si uero dicať, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ perueniũt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrũ uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝗ̃ ſit linea z b uſq; ad circulum: palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qđ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulũ ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.

LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſupficies conuexa uel concaua uideť plana.

Sit ſphæra, cuius centrũ ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrũ uiſus e, ducanturq; lineæ e a, e b, e t, e d, palamq; per 50. huius, quoniã forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circulorũ in ſuperficie ipſius deſcriptibiliũ accedũt ad rectitudinem linearũ, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demõſtratio de cõuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cũ enim in illa partiũ rei uiſæ plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexũ corpus uel concauũ in remotione maxima fuerit à uiſu, tũc uiſus nõ comprehendet concauitatẽ uel conuexitatẽ, ſed cõprehẽdet ipſum quaſi planũ, quia ſitus partiũ ſuperficiei ſuæ adinuicem nõ comprehendiť à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundũ concauitatẽ æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſupficie ſecundũ diuerſitatem ſitus figurať, unde plana iudicanť, & plana uidebiť totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierũ ſolis & lunæ uidenť planæ, ſemidiametri enim ipſorũ ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habet aliquã ſenſibilẽ ꝓportionẽ, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulũ magnũ illius ſphæræ cõ-



-tingens, & illæ lineæ omnes ſunt æquales inter ſe per 58. primi huius, & qm̃ ſenſibiliter nõ excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſupficies illarũ ſphærarũ ꝑductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quaſi æquales ipſis ꝑpendicularibus, quæ tranſeunt centra illorum corporũ à centro uiſus productæ, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales ſuperficies uidentur planæ, & hoc idem propter eandem cauſam accidit in omnibus alijs ſtellis, quæ propter remotiõem maximam quaſi quædam ſuperficies paruorum circulorũ uidentur, patet ergo propoſitum.

LXVI.

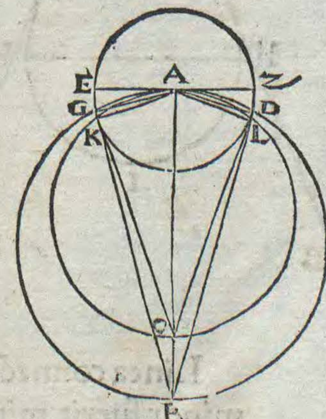
Sphæricæ ſuperficiei cõuexæ illuminatæ uno oculo uiſæ, ſemper minus hemiſphærio apparet, & pars eius uiſa circulo continetur.

Sit ſphæræ uiſæ centrũ a, & ſit centrum uiſus b, producaturq; linea a b, ſitq; ut ſuperficies plana tranſiens punctũ b, ſecet ſphæram, erit ergo per 69. primi huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphæræ circulus, ſit ille circulus g d, & ſuper diametrũ a b, quæ interiacet centrum uiſus & centrũ ſphæræ uiſæ, deſcribatur circulus qui ſit a g d b, & producantur lineæ g b, d b, a g, a d, quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus, palã per 30. tertij, quia angulus a g b eſt rectus. Similiter autẽ & angulus a d b eſt rectus, ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulũ per 15. tertij, copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuũ, quã ſecabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius, ſit ergo punctus ſectionis k, erũtq; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula, patet & hoc ꝑ 3. tertij, ducať q; ꝑ centrũ a linea i t æquediſtãter lineæ g d per 31. primi: erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis ſuper lineã i t, cum ipſa ſit ꝑpendicularis ſuper lineam g d æquediſtantẽ lineæ i t, ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingẽs circulũ a g b d, & ipſa eſt diameter circuli d g, arcus ergo d g qui uidetur, minor eſt ſemicirculo, ꝓut etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manẽte fixo latere b k, intelligatur circũduci quouſq; redeat ad locum unde cœpit, & palam, quoniã linea b g contingens circulũ d g, unũquodq; punctũ ſuperficiei ſphæræ, cui ipſa circũducitur, continget, & linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctũ b, qđ eſt centrum uiſus, baſiſq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus: pars ergo uiſa ſub circulo continetur, palam quoq;, quoniam uidetur minus hemiſphærio: eſt enim, ut præmiſſum eſt, ſphæræ uiſæ diameter i t, & linea g d illi æquediſtãs minor diametro, eſt aũt linea g d diameter baſis pyramidis uiſionis, minus ergo hemiſphærio uidetur, quod eſt propoſitum.

LXVII.

Viſu ſphæræ illuminatæ conuexæ approximãte, minus ſuperficiei ſphæræ uidetur, apparet autem quaſi magis uideatur.

Eſto ut in præmiſſa ſphæra, cuius centrum a, ſit quoq; centrũ uiſus b, & ducatur linea a b, & circa diametrũ a b deſcribatur circulus g b d, & ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter ſuper lineam a b per 11. primi, & quia lineæ a b & e z ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi. Intelligať hæc ſuperficies plana ſecare ſphæram, ipſa aũt per 69. primi huius ſecabit ſphærã ſecundũ circulũ qui ſit g e z d, eruntq; puncta ſectionis duorũ ꝓpoſitorũ circulorũ quæ g & d, ducantur lineæ g a, d a, b g, b d, & patet per modũ ꝓximæ præcedentis, qm̃ lineæ b g & b d contingũt ſphæram, & uideť ab oculo exiſtente in puncto b pars ſphæræ g d: ſit ergo ut appropinquet oculus ſphæræ, & fiat in pũcto c, ducaturq; c a circa quã ut diametrũ deſcribať circulus a k d l, ducanturq; lineæ c k, c l, a k, a l, ergo propter præmiſſam uidebitur ſub circulo exi-



ſtente in puncto c pars ſphæræ, quæ eſt k l, quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b, q̄m arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius attingũt ſphærã, minor eſt arcu g d, quæ cadit inter puncta cõtingentiæ linearũ b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, q̄m appropinquante oculo ipſi ſphæræ, minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt ſi producãtur uerſus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d, totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d: pars ergo ſphæræ, in qua eſt arcus k l, ſub maiori angulo uidebitur, q̄ pars ſphæræ in qua eſt arcus g d, apparet ergo p 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l, q̄ pars eius quæ eſt g d, & hoc eſt ꝓpoſitum.

LXVIII.

Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali exiſtente, hemiſphæriũ eſt qđ ambobus uiſibus uidet.

Sphæræ datæ ſit centrũ a, ſitq; circulus eius maior, cuius diameter ſit b g, quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum, hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborũ quæ ſunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducat quoq; perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z: palam ergo p 29. primi, quoniã linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e, ergo per 33. primi patet q linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e, dico q hemiſphæriũ eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota deſcribet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipſa eſt ſemidiameter, erit aũt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b deſcribit circulus magnus, hic aũt ſphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propoſitum.

LXIX.

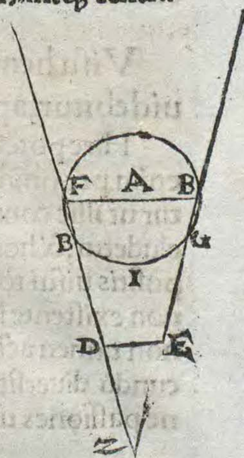
Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uidet.

Sit ſphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus ſit e c d i, ſintq; centra amborum oculorum b & g, ſitq; linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni, dico q a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantq; in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior q̄ linea b g, palam, q̄m lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ ſcilicet e z & z d, palã, q̄a portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiuſdẽ circuli reliqua, q̄ eſt e i d eſt maior ſemicirculo: hæc aũt portio eſt illa q̄ uidet, & q̄a idẽ eſt de oĩbus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis, palã, q̄a maius hemiſphærio eſt, qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtẽte uidet, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

Sit ſphæra data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter ſit f h, ſintq; centra oculorum d & e, & producatur linea d e, cõnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h, ducanturq; lineæ illum circulum contingentes, quæ ſint d b & e g, dico quod minꝰ hemiſphærio eſt illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e, & quoniam linea d e, eſt minor diametro f h, palam per 15. primi huius, quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus, ſit ergo concurſus punctus z, palam per 58. primi huius, quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes, quæ ſunt z b & z g, quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo, minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e, ergo ut prius minꝰ hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e, & hoc eſt qđ ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur.

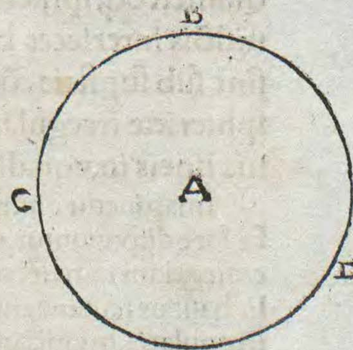
Eſto centrum foraminis uneæ punctus a, & ſit ſphæra data, cuius maior circulus ſit b a g trãſiens per centrum a, patet ergo per 52. huius, quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g, poterit uideri, & q̄a plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ, quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ, palã quia om̃es circuli magni ſphæræ datæ, qui per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt, tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctũ a, erit ergo punctũ a, quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum, om̃es autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant, quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie, quem aliquis circulus magnus nõ tranſeat, uiſu ergo taliter diſpoſito tota cõcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur, & hoc eſt propoſitum.



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cõcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritq; uiſum quandoq; hemiſphæriũ, quãdoque maior portio quandoq; minor.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua, cuius circulus magnus ſit b c d, & centrum ſphæræ ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e, centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per diffinitionẽ circuli magni, tũc manifeſtum eſt per 52. huius, quod totus circulus b c d uidebitur, ſed & per eandẽ 52. huius, omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquediſtãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uiſus, omnes quoq; lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65. primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemiſphæriũ exhauriunt, patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totũ hemiſphærium uidebitur, quod ſi punctum a, centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ, quod eſt pũctum e, tũc per eadem minus hemiſphærio uidebitur. Si ſit ſupra centrũ e, ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra, tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius, omnes circuli ad quorum circunferentias poſſunt ꝓduci lineæ rectæ uidebuntur, maius ergo hemiſphærio uidebit, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiẽ ſphæræ ducta, oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ, tunc palam, quod etiam ſuperficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis, ſuorum circulorum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurã ſectionis



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, nonne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́ basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris sit æquedistans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidet̃ aũt superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi fit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq́ sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub sup̃ficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq́ sup̃ficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quã

titatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circunferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circunferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propositũ.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, qđ etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet p̃ 66. & 68. & 69. & 70. huius, quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, qđ ab illorũ axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterq; axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterq; axiũ transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaq; intersectionis axiũ est in centro illius sphæræ, & solũ ille punctus qui est centrũ sphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaq; interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionũ circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmunis itaq; sectio istarũ duarum basiũ est quarta superficiei sphæricæ, & quoniã tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, qđ patet p̃ 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem sup̃ficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundũ pyramidum cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palã si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus sup̃ficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel aliâs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminat̃ p̃ circunferentiã basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illã superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiũ diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

cus ille eſt minor quarta circuli,& ipſa uiſa ſuperficies uidetur plana per 65.huius, & quia nullus illorum circulorum uel arcuum directe uiſibus opponitur,quilibet illorum in ſua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum ſecundum ſitum ſuum peruenit ad uiſum. Illa ergo portio cõmunis ſectionis baſium ductarum pyramidum uidetur quaſi duobus æqualibus arcubus contenta propter inſenſibilitatem inæqualitatis,maxime cum à remotiori ſpacio fit uiſio per 50.huius, certum tamẽ eſt per 27.ſecundi huius,& per ſeptuageſimam huius, quia arcus baſis pyramidis illuminationis eſt pars maioris circuli quàm arcus baſis pyramidis uiſionis,quoniam diameter ſphæræ corporis illuminantis eſt maior diametro ſphæræ illuminatæ, & diſtantia oculorum minor illa,patet ergo propoſitum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet,quare forma lunæ ſit in receſſu à coniunctione nouacularis:in tempore enim cõiunctionis luna non uidetur, niſi fiat eclypſis ſolis,ita quod radij ſolis penetrantes diafonitatem corporis lunæ propter differentiam denſitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium ſuæ ſphæræ uicinarum,& peruenientes ad uiſum,faciant corpus ſphæricum lunæ uiſibile:tunc enim uidetur luna ſecundum ſui figuram diſtincte,ſed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunæ,aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uiſum. Corpus tunc lunæ non uidetur,eo quod baſis pyramidis uiſionis incidit in partem oppoſitam baſi pyramidis illuminationis,nec ſecat una illarum baſium aliam. Cum autem luna recedet à ſole, iſtæ baſes ſe incipiunt interſecare,tunc ipſorum communis ſectio quæ eſt portio ſuperficiei ſphærici corporis lunæ uidetur,& propter magnitudinem diſtantiæ uidetur illa portio ſphæræ quaſi plana ſuperficies duabus curuis lineis ſecundum eius conuexum & concauum contenta,quæ uidentur æquales propter remotionem,nõ ſunt autem æquales, ſed ſemper illa quæ eſt in conuexo,quia itaq; arcus circuli baſis pyramidis illuminationis eſt pars maioris circuli quàm illa quæ eſt in concauo,quæ eſt arcus circuli baſis pyramidis uiſionis,& quoniam axis pyramidis illuminationis ſemper eſt perpendicularis ſuper corpus ſolis,ut patet per 3.primi huius,ideo ſemper conuexum lunæ eſt auerſum ſoli & cornua uidentur ſemper reſpicere ad ſolem. Vnde illorum ſitus ſemper uariatur ſecundum ſitum ſolis,& ſecundum latitudinem motus lunæ, Et durat ſemper in luna hæc figura, quouſq; axes pyramidum ſecant ſe ad angulos rectos per 76.huius,tunc enim luna uidebitur in quadratura,quoniã quarta pars ſuæ ſphæræ interiacẽs periferias ductarum baſiũ uidebitur,& in prima quadratura & ſecũda ſemper arcus illuminationis,quia directe uiſibus opponitur,uidebitur linea recta,& arcus pyramidis illuminationis ſemper curuus. Mutato autem hoc ſitu,tunc centra baſium ambarum pyramidum ſunt in ſuperficie communis ſectionis,uidebitur ergo luna gibberoſa & planæ ſuperficiei per 75.huius,& hoc durabit quouſq; circuli baſium intrinſecus ſe contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum baſium ſibi ad inuicem ſupponentur,ita ut ambo fiant in linea una,ut quando illi circuli fiunt æquediſtantes in eadẽ ſuperficie ſphæræ lunæ,ut patet per 68.primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circunfertur æquale. Et deinde luna mota uſq; ad cõcauum circulorum ipſarum baſium,uidetur ſemper plena, tñ aliquantum obfuſcatur lumen approximans tenebroſitati, & ſic procedit luna in figuris eidem diſtantiæ competentibus ab oppoſitione ad coniunctionem,ſicut à cõiunctione ad oppoſitionem,& hoc quidem in luna propter eius propinquitatem ad uiſus noſtros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus ſtellis ſuum lumen & acualitatem ſui luminis à ſole uel ab alijs ſtellis accipientibus, neceſſe eſt eaſdem figuras ex præmiſſis tribus theorematibus prouenire. Et ſecundũ hoc cœleſtium influentium aſpectus & modi diuerſificantur : non apparet autem hoc uiſibiliter in ſtellis alijs à luna, propter ipſarum magnam remotionem à uiſu , ratione cuius accidit error uiſui,ut patet per 16.huius. Videntur itaq; omnes aliæ ſtellæ præter lunam ſemper rotundæ ,ppter ſui remotionem à uiſibus , propter quod etiam ignis remotus à uiſibus uidetur rotundus. Videntur autem ſtellæ eædem maxime plenæ quandoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidem cauſæ paucitati ſcilicet ſuæ illuminationis uel multitudini credimus ex præmiſſis aſcribendum . De his tamen ſuo loco ſermo erit, ad præſens uero nobis ſufficiat ex præmiſſis ppoſitionibus demonſtrationẽ præſentibus attuliſſe,ſecundum enim ſtellarum diametri ſunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipſarum ſit maior altera,ſemper tñ patet,qđ omnis diameter cuiuſcũq; ſtellæ eſt maior quàm ſit diſtantia oculorum cuiuſcũq; uidentis , & ſic hanc paſſionem uiſibus in ipſarũ illuminatione accidere eſt neceſſe,quamuis illã diſtincte non cõprehendat uiſus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Meſſala, Sed ſuper hoc nullã attulit demonſtrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi ſub uno oculo uiſi minus medietate curuæ ſuperficiei uidentur.

Eſto columna rotũda,cuius una baſis ſit circulus g b,& eius diameter f h, & centrũ a,ſitq; in ſuperficie illius circuli centrum oculi punctum d,& producatur linea d a, copulans centrum uiſus cum centro circuli baſis columnæ,& ducãtur lineæ d b & d g,quæ contingant circulum g b per 16.tertij,& producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101.primi huius,quæ ſunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter ſuper baſem g b erectæ,per 92.primi huius,ſitq; ut per lineas b e & b d, una tranſeat ſuperficies plana,& per lineas g d & g z, alia ſuperficies plana,neutra ergo iſtarum ſuperficierum ſecat columnam,quoniam lineæ d b & d g, ſunt contingentes circulum baſis,& lineæ b e & g z ſunt lineæ longitudinis in ſuperficie columnæ nõ ſecantes illam: ſunt ergo illæ ſuperficies ipſam columnam contingentes, iſtarum quoq; ſuperficierum contingentium columnam,quia ambæ tranſeunt centra uiſus ,ut patet ex præmiſſis,& ipſarum communis ſectio eſt linea recta per 3.undecimi,interſectio fit in quadam linea tranſeunte centrum uiſus æquediſtanter axi columnæ & hoc quod inter ipſas de ſuperficie columnæ intercipitur,hoc ſolum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, ſunt æquediſtãtes per 6.undecimi,palam per 33.primi, quoniã cordæ arcuum baſium inter ipſas cadentes, quæ ſunt g b & z e, ſunt æquales, ergo per 27.tertij, arcus illis cordis correſpondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipſarum baſium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquediſtantium baſibus ſunt æquales portioni circuli g b, eſt autem hoc minor ſemicirculo per 51.huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum ſunt minores ſuis ſemicirculis,uidebitũ ergo minus medietate columnæ,quod eſt propoſitũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis,niſi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uiſionis quantitatem, quorum uiſionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus,quia radice præſenti ſuppoſita diligens inueſtigator multa particularia concludet .

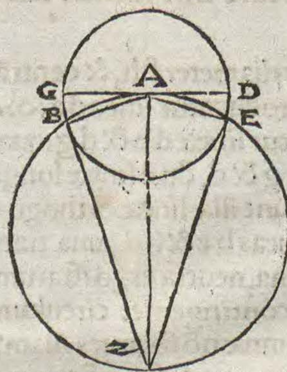
LXXIX.

Linea connectens centra amborum uiſuum ſi æqualis diametro baſis chilindri fuerit , ſemichilindri conuexum uidebitur, ſi maior magis , ſi minor minus .

Eſto circulus baſis chilindri, cuius centrum ſit punctum a, punctus uero extra ſignatus ſit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter ſuper lineam z a, per 11.primi, & deſcribatur ſuper lineam a z, ut ſuper diametrũ

B circu-

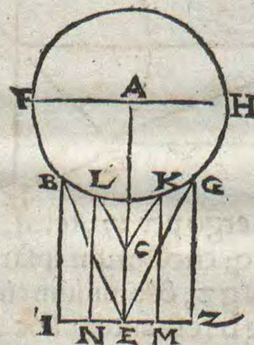
circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoq; ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinũ sibi conterminales secabũt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistãtis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio supficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaq; p modum præmissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducant̃ lineæ cõtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pũcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autẽ ac si magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc em̃ ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aũt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ppendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̃ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ residui anguli perueniũt ad uisum, quod nõ accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uisionibus, idẽ accidit qđ sphærarũ cõcauitati.

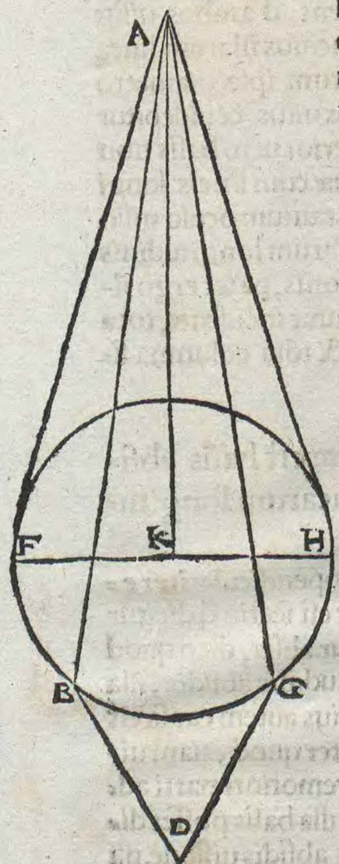
Disposito enim uisu secundum propositũ modum respectu cuiuslibet columnæ cõcauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundũ lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pũctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes p secundam tertij, huius, & quoniam formæ omniũ aliaꝶ linearum longitudinũ, & omnes puncti basiũ directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cõcauitas uidet̃ secundũ omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas, ppter aliquarum suarũ partium obliquationẽ ad uisum p 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in sphæris cõcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pũcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cũ centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d; & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-

cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes resecant & intra se illas continent, eum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo, Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidũt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpositum.



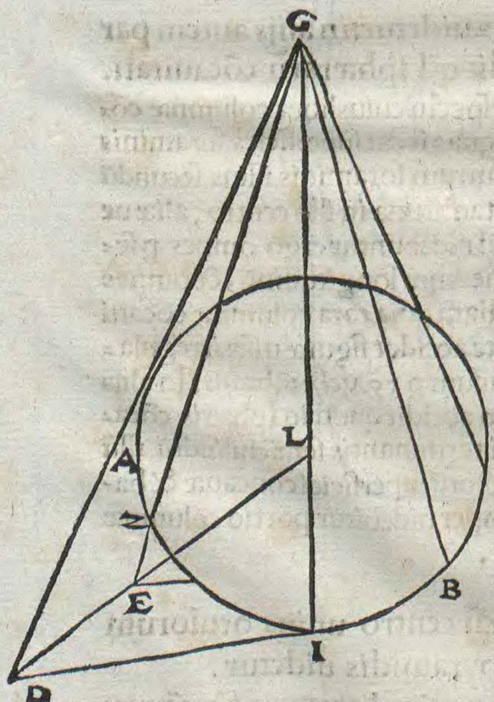
LXXXV.

Centris amborũ uisuũ in eadem superficie cũ base coni existentibus, si linea connectens centra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconiũ uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solũ in eadẽ superficie cũ base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æquedistantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistanti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & est idẽ demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.

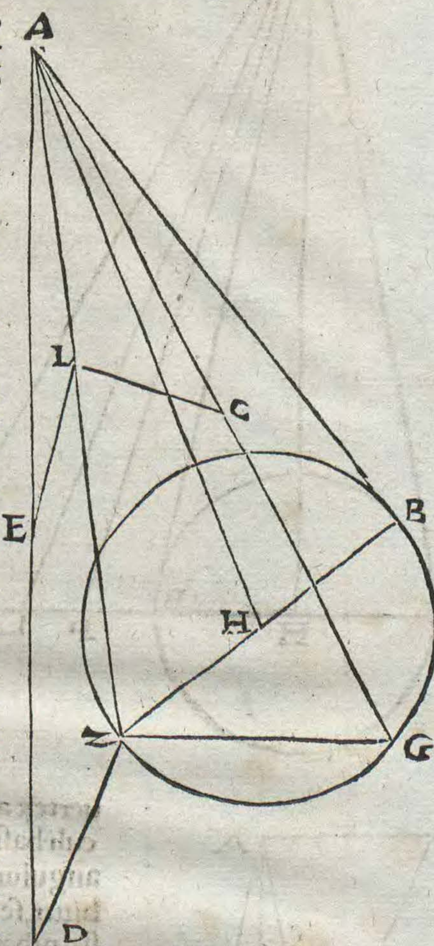


Sit circulus a b, basis coni, cuius centrũ l, & sit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a, & ducanť à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo per ea q̃ prius in præcedentibus dicta sunt, supficies g a b uideť sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducaturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui est basis coni, & à uertice coni cõtinueñť lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio sũpficiei conicæ, q̃ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝑpter maioritatẽ anguli z e i, su per angulum a d b, & hoc est ꝓpositum.

LXXXVII.

Lineis à cẽtro uisus ad basem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, si in cõmuni sectiõe sũpficierũ ꝑ easdẽ lineas & per centrum oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctũ a, axis quoq; sit a h, centrumq; oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & q̃m hoc fit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniã centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cõtactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctum a, quæ sint z a & g a, qđ fiet 101. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticem punctũ coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & q̃m eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarũ cõmunis sectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q̃ si oculus appropinquat cono secundũ lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiei portio nũc q̃ prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut approximando ipsi cono perueniat in punctũ e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarĳ contingentes aliquã circuli coni æquedistantẽ basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta linearũ a z & a g, ideo q̃ illæ secant ꝓportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, q̃m secundũ lineas illas terminatur uisus, & secundũ illas superficies contingentes terminatur uisio circulorũ. Si ergo dicatur q̃ illæ lineæ contingentes aliquorũ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum: & similiter illæ contingentes terminẽt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diafoni, qđ est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequẽtes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qđ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarũ duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e l & e c, quia ergo angulus d e l est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, similiter & anguli contenti sub lineis c i & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est propositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

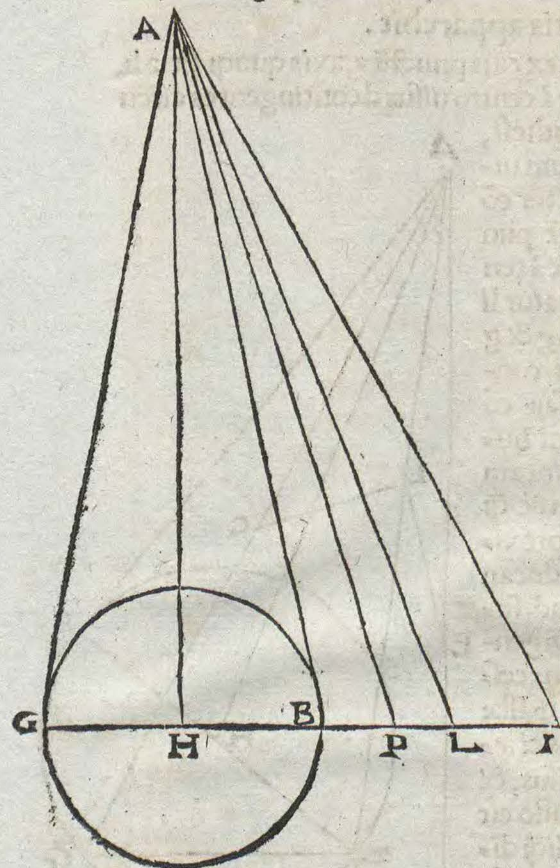


LXXXVIII.

Eleuato uisu respectu superficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qđ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur usq; ad punctum l, & à puncto t, qđ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico q̃ oculo posito super punctum t, qui est eleuatior puncto k, pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

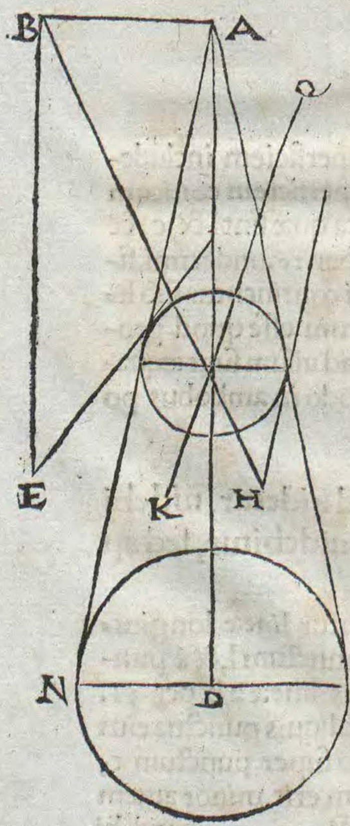
uidebitur, q̃ uideatur oculo exiſtente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cõcurrant autem per conuerſam ſecundæ 6. quoniam enim linea t p eſt minor q̃ linea a b, ut patet ex præmiſſis, & illæ lineæ æquediſtant, patet ꝙ lineæ a t & b l concurrent, ſit ergo punctũ concurſus i, & ſimiliter lineæ a k & b l concurrent, ſitq́; punctus concurſus l: palam itaq́;, quia magis uidebitur de cono ſuper punctũ i, q̃ ſuper punctum l per 86. huius, ꝓpinquior enim eſt ipſi cono punctus l, quàm punctus i: qđ autem de ſuperficie conica uidetur oculo exiſtente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uiſus exiſtente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uiſu exiſtente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a exiſtente uiſu, ergo & in puncto k. Sed qđ uidetur à pũcto i maius eſt eo qđ uidetur à puncto l & minus eſſe uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius eſt illo qđ uidetur à puncto k, & minus uidetur eſſe, & hoc eſt quod proponitur, & hoc idem etiam ſuo modo de ambobus uiſibus poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitum.



LXXXIX.

Linea à centro uiſus ad uerticem coni ducta perpendiculariter exiſtente ſuper axem ſuperficiei conicæ medietas uidetur.

Verbi gratia ſit pyramis a c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, ꝙ punctũ d eſt centrũ circuli baſis ipſius coni, ſitq́; centrũ uiſus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico ꝙ conicæ ſuperficiei a c n medietas uidebitur, ſecet enim aliqua ſuperficies conum a c n æquediſtanter baſi c n: hæc ergo per 100. primi huius ſecabit ipſam ſecundũ circulũ qui ſit f g, & eius centrũ, qđ ſit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, ſecetq́; ſuperficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uiſus b: illa ergo ſuperficies ſecabit circulum f g, linea quoq́; cõmunis huic ſuperficiei & circulo f g erit orthogonalis ſuper axem, quoniã axis eſt erectus ſuper ſuperficiem circuli, & tranſibit centrũ circuli. Sit quoq́; illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquediſtans lineæ b a, & eſt cum illa in eadem ſuperficie: ducatur quoq́; per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis ſuper lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ ſint f e & g h, & ab eiſdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ ſint f a & g a: duæ ergo ſuperficies planæ, in quarũ una ſint lineæ f e & f a, & in quarũ altera ſint lineæ g h & g a: palam, q̃m contingent pyramidem ſecundũ lineas longitudinis, quæ ſunt f a & g a, per 95. primi huius, & q̃m linea k l æquediſtat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ ſunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquediſtantes lineæ b a: quælibet ergo ipſarũ eſt in eadem ſuperficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ ſuperficies neceſſario ſe-

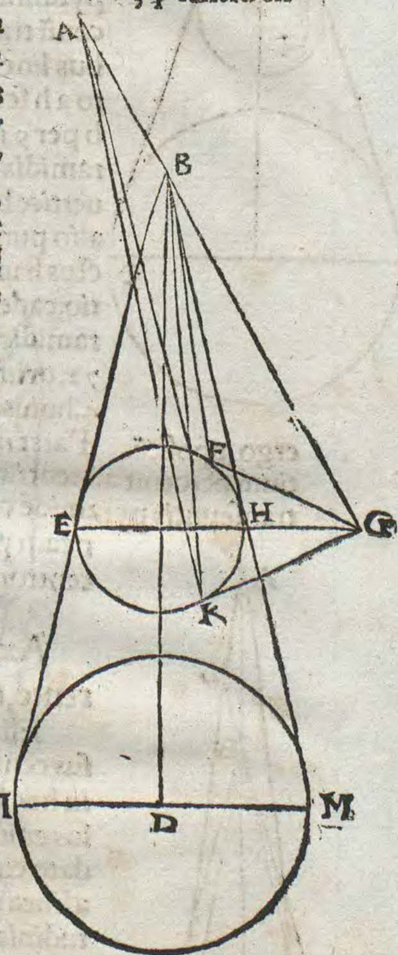


rio ſecabunt ſe ſuper lineam b a per 19. primi huius, utraq́; ergo ſuperficierũ pyramidũ ꝓpoſitarũ in terminis diametri unius ſuorũ circulorũ contingentiũ tranſit per centrũ uiſus: ꝙ ergo ſuperficiei conicæ inter illas ſuperficies cadit, apparet uiſui, eſt aũt hæc medietas pyramidis, q̃m illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo ſitu medietas ſuperficiei conicæ uidetur, quod eſt propoſitum.

XC.

Linea à centro uiſus ad uerticem coni ducta angulum obtuſum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur ſuperficiei conicæ pars maior medietate.

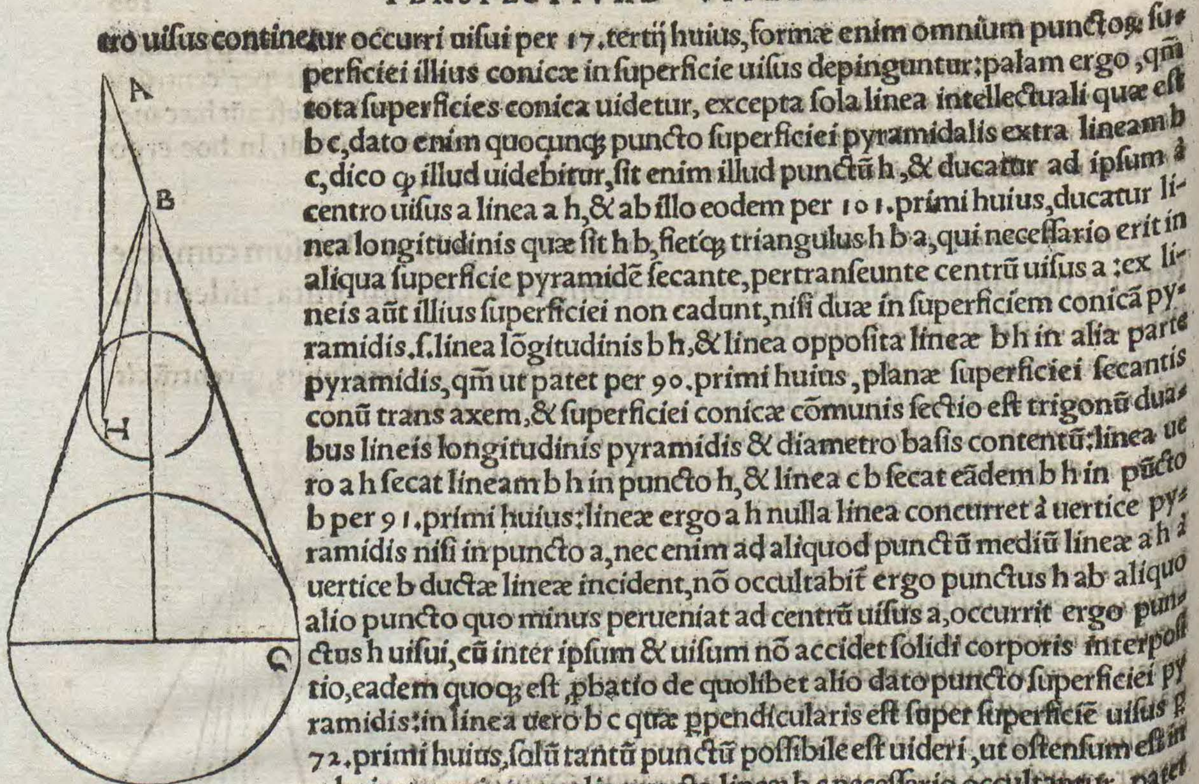
Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq́; per 89. primi huius, ꝙ centrũ circuli baſis eſt punctũ d, ſitq́; punctũ a centrũ uiſus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtuſus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, ſed ſecet eas utcunq́; poſſibile eſt productas omnes, eritq́; tunc uiſus altior uertice pyramidis. Sitq́; ut in præcedente circulus e h æquediſtans baſi pyramidis quæ eſt i m, & linea cõmunis huic ſuperficiei & circulo, in quo eſt centrũ uiſus punctũ a, & axis coni qui eſt b d ſit linea e h, eritq́; linea e h ꝑpendicularis ſuper axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d eſt obtuſus ex hypotheſi, & angulus d b h eſt acutus per 32. primi, & linea e h eſt ꝑpẽdicularis ſuper axem b d. Sit ergo concurſus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant q̃q́; circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, ꝓducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ ſint f b & a b: ſuperficies ergo illæ in quibus ſunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraq́; iſtarũ ſuperficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in q̃ concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi eſt in utraq́; illarũ ſuperficierũ, ergo utraq́; ſuperficies tranſit per punctũ a centrũ uiſus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, q̃m arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ linearũ ab eodem puncto productarũ, eſt minor ſemicirculo, tunc patet, ꝙ illæ duæ ſuperficies includũt minorem partem ſuperficiei conicæ q̃ ſit medietas: reſiduũ ergo illius ſuperficiei eſt maius medietate, hoc autem uidetur à uiſu taliter ut ꝓponitur collocato, pars ergo ſuperficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc eſt ꝓpoſitũ, ambobus uero uiſibus adhuc uidetur magis.



XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uiſus concurrerit, nihil uiſum totius ſuperficiei conicæ latebit, niſi linea longitudinis illa ſola.

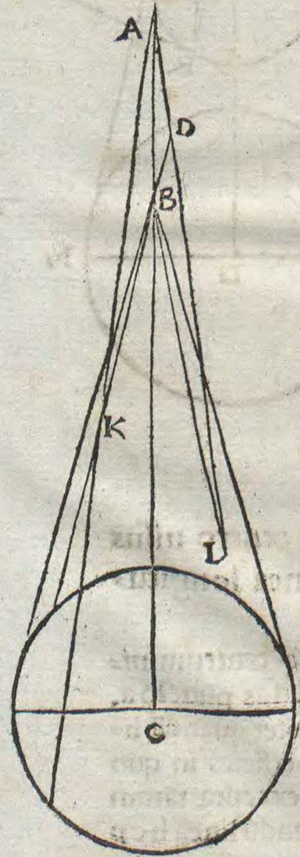
Sit pyramis, cuius uertex ſit punctũ b, & linea longitudinis ſit c b, ſitq́; centrum uiſus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uiſus puncto a, dico ꝙ non latebit uiſum totius huius ſuperficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ eſt ipſa linea longitudinis b c. Omnis enim ſuperficies in quo eſt linea à centro uiſus ad aliquod punctũ axis ducta, ſecabit pyramidẽ, excepta tãtum illa ſuperficie in qua eſt linea a b c, hæc enim contingit pyramidem ſecundũ lineã b c ꝑ 95. primi huius, & q̃m illud qđ ſub ſuperficie contingente pyramidem, & tranſeunte centro ui-



tro uisus continetur occurri uisui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctorum superficiei illius conicæ in superficie uisus depinguntur: palam ergo, quoniam tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quæ est b c, dato enim quocunque puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c, dico quod illud uidebitur, sit enim illud punctũ h, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit h b, fietque triangulus h b a, qui necessario erit in aliqua superficie pyramidē secante, pertranseunte centrũ uisus a; ex lineis aũt illius superficiei non cadunt, nisi duæ in superficiem conicã pyramidis, s. linea lõgitudinis b h, & linea opposita lineæ b h in alia parte pyramidis, quoniam ut patet per 90. primi huius, planæ superficiei secantis conũ trans axem, & superficiei conicæ cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ: linea uero a h secat lineam b h in puncto h, & linea c b secat eãdem b h in pũcto b per 91. primi huius: lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nõ occultabit ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrũ uisus a, occurrit ergo punctus h uisui, cũ inter ipsum & uisum nõ accidet solidi corporis interpositio, eadem quoque est probatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis: in linea uero b c quæ perpendicularis est super superficiē uisus per 72. primi huius, solũ tantũ punctũ possibile est uideri, ut ostensum est in 4. huius: omnia uero alia puncta lineæ b c necessario occultantur, patet ergo propositũ. Patet itaque ex ijs, quoniam in hoc situ nulla superficierum pyramidũ contingentium peruenit ad centrũ uisus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidē contingit, & omnes superficies aliæ conũ contingentes, secant lineam productam à centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni & centrum uisus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.



Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoque punctus b, & sit uisus centrũ punctũ a, sitque ut axis b c producta currat in punctũ a, dico quod in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui, nullus enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultatur, dato enim quocunque puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b, fietque trigonũ l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo quod linea a c ducta à centro uisus intrat in ipsam pyramidē secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, quoniam linea a b est in linea superficie: linea uero a l secat lineã b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nõ sunt nisi duæ tantũ lineæ in superficie pyramidis. s. linea longitudinis quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quæ sit b k, ut patet per 90. primi huius: hæc ergo linea b k producta ultra punctũ b, cum sit in eadem superficie cũ lineis a b & b l, necessario secabit angulũ a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l: sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitũ, non concurret cum aliqua illarũ linearum: nõ interponatur ergo solidum punctum quod

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrum uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demõstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaque ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrum uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam à centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidum, quàm in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis à centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiē quæ sit a b & c d, dico quod si à centro uisus quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, secabit propositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidē secans ipsam in puncto f æquedistanter basi, eritque per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g f h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est c d in pũcto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e b, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadē superficie cum lineis illis existens secat circulum g f h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoque accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redijt, patet ergo propositum.

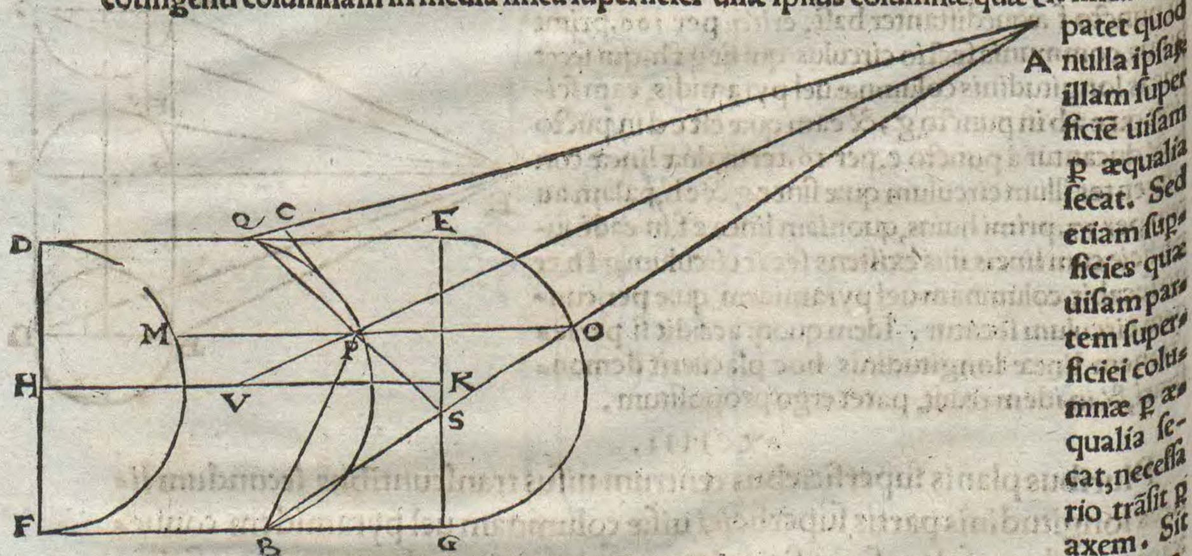
XCIIII.

Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secãtibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere: & ecõuerso superficiem per æqualia illã uisam superficiē diuidentē axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cẽtrum uisus punctum a, sintque lineæ longitudinis columnæ continentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoque multæ planæ superficies transeuntes centrum uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulũ super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaque in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p s, tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus qui sit b q & eius centrum sit u, ducãturque per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uisus circulũ

C b q contin-

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq́; lineā illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducātur intra columnā lineæ b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b, sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cōtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiē uisam p æqualia secat. Sed etiam superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trāsit p axem. Sit



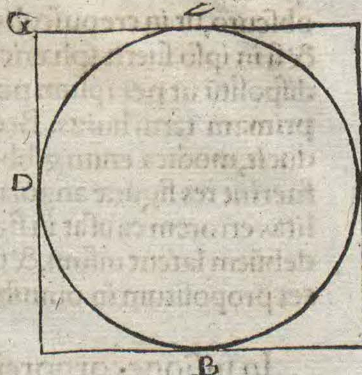
enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquit̄ ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniā in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cōmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secās columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandū, & hoc ꝓponebatur.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulū est minus quàm circa alias sui partes,

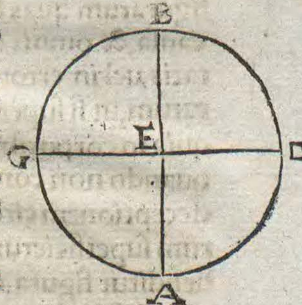
tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulū g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulū esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distātiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimū ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quādoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq́; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cētrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiē, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximā & minimā, ꝓpinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aūt duæ æqualiter distantes ab altera diametroꝝ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idē accidit in figuris lapidū molariū & oībus alijs quibuscūq; figuris & hoc est ꝓpositū.



XCVII.

In figuræ uisiōe uirtuti distinctiuæ error accidit ex intēperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata em̄ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit̄ de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiā sphæra sub luce ualde debili uisa æstimat̄ supficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultātur uisui partium prominentia in supficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiā lōgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiā figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59. huius, qn̄ etiā propter remotionē nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nō sentitur. Tunc ꝓpter ipsam remotionem quadratū altera parte longius uidetur, ut patet p 62. huius. Accidit etiā error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorū laterū æqualiū opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana p 65. huius. Ex inordinatione etiā situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicū super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigo

 niæ uel

niæ uel columnaris figuræ, & ſimiliter propter æqualitatem oppoſitionis unius laterum ad uiſum figura quadrata æſtimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uiſioni figurarum, cum enim ſuperficies uiſa fuerit multum parua, ſi fuerint in ea anguli occultabũtur uiſui, unde forte forma eius angularis æſtimabitur rotunda, ſphærica, aut columnaris. Et ſi fuerint in eius ſuperficie aliquæ prominentiæ latebunt uiſum, & æſtimabitur eorũ ſuperficies plana, ut hæc patere poſſunt in athomis ſolis, quorum certa figura nõ cõprehenditur, quoniam anguli ipſorum uiſui à minori diſtantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam ſoliditate accidit error uiſioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus ſolidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur ſphærica, forte et ſphæricitas illorum corporũ uidebitur plana. Intemperata quoque diaſonitas in uiſione figurarum errorem inducit, quoniam exiſtente aëre nubiloſo obſcuro, ut in crepuſculis, ſi in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit ſphæricitas, & ſi in ipſo fuerit ſphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nõ eſt taliter diſpoſitũ ut per ipſum poſſit fieri completa uiſio, ad quam requiritur lumẽ, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uiſibus in uiſione figurarum adducit, modica enim gibboſitas in re ſubito uiſa latet uiſum, & æſtimatur planicies. Et ſi fuerint res figuræ angularis ſubito uiſæ, forte ſphæricæ apparebunt. Viſus quoq; debilitas errorem cauſat in figurarum uiſione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uiſum, & uidẽtur res ſphæricæ planæ & angulares ſphæricæ, ſic ergo patet propoſitum in omnibus circunſtantijs uiſibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uiſione corporeitatis errores accidentes uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ſunt idem illis qui in ſitus & figuræ accidunt uiſione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uiſu comprehenditur ex comprehenſione figurarum quas faciunt ſuperficies corpus continentes, eſt ergo eadem hinc inde erroris cauſa, & omnis error qui poteſt accidere uiſui in uera comprehenſione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehenſione, accidit ex errore proueniente circa ſpecies figurarum, ut ſi ſuperficies ſphærica conuexa uel concaua æſtimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uiſu non comprehendet uiſus corporeitatẽ, quando non comprehendit obliquationem ſuperficierum, & hoc totum accidit ꝓpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uiſus ſitus partium illarum ſuperficierum ad inuicem, qui ſitus efficit figuram, unde cũ certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cõprehenditur corporeitas, & cũ comprehenditur figura indiſtincte, cõprehenditur etiã corporeitas indiſtincte, & hoc accidit in omĩbus modis quibus error accidit in uiſionibus figurarum, & quia ſitus eſt cauſa figurarũ, ideo etiã errores accidentes ſitui, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit ſub figura & ſitu, ideo errorem corporeitatis gerit error in ſe ſitus & figuræ.

XCIX.

Diſtinctio uiſibilium comprehenditur à uiſu ex diſtinctione formarum ipſarum uiſibilium in diuerſis ſuperficiei uiſus partibus impreſſarum.

Diſtinctio quæ eſt inter quælibet duo corpora, aut eſt ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obſcuritate, hæ enim ſunt principiũ diſtinctionis formarum in ſuperficie uiſus, quoniam hæc per ſe perueniunt in partem ſuperficiei uiſus, quandoq; autẽ lux & color uel obſcuritas ſunt in ipſis formis quæ diſtinguũtur, quandoq; uero lux & color uel obſcuritas diſtinguentia formas in ipſa ſuperficie uiſus ſunt in corporibus medijs ſecundũ ſitum diſtinguentibus corpora, quorum formæ diſtinguũtur in uiſu, & tũc ſi uiſus non ſenſerit quod lux, color aut obſcuritas, quæ eſt in loco diſtinctionis, nõ eſt in corpore continuato cum utroq; corporum quæ ſunt in eius lateribus, tunc non ſentiet diſtinctionem duorum corporum, & etiam quandoq; fit diſtinctio uiſibiliũ ex hoc, quia

quia non eſt poſſibile plura uiſibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim ſuperficies cuiuslibet illorum corporum eſt obliqua ad ſuperficiem uiſus, in loco indiſtinctionis, ſed eſt inæqualis obliquitatis, aut unius ipſoꝝ forma eſt obliquata, alterius uero forma eſt uiſui directe oppoſita, manifeſtior uiſui, quàm alia, quæ non eſt uiſui oblique oppoſita, uel quæ ſibi opponitur plus oblique, & ſecundum hoc comprehẽdet uiſus diſtinctionem uiſibilium formarum, ſi ipſorum diſtinctio ſecundum ſpaciũ interiacens ſit ampla ſiue ſtricta, dum tñ ſit ſenſibilis reſpectu remotiõis corporũ uiſorũ & reſpectu quantitatũ corpoꝝ diſtinctorũ, quia forte quãdoq; diſtinctio formaꝝ eſt quantitatis unius capilli, & illud diminutũ non aufert diſtantiã ſenſibilem in uiſu, patet ergo propoſitum.

C.

Continuitas uiſibilium cõprehenditur à uiſu ex diſtantiæ priuatione.

Cum enim uiſus non ſenſerit in corpore aliquam diſtantiam, comprehendet ipſum eſſe continuũ, & ſi in corpore fuerit diſtantia occulta non comprehenſa à uiſu, comprehendet uiſus illud corpus eſſe continuum, & diſcernet inter continuationem & cõtiguationem ex comprehẽſione aggregationis duorũ terminorum duorum corporum. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quod utrunq; duorum corporum cõtiguorum eſt diuerſum ab altero & diſtinctum ab eo, tunc non ſentiet contiguationem, ſed iudicabit eſſe inter illa uiſa perfectam continuationem & totius ſuperficiei uiſæ perfectam unitatem quæ eſt continuitas, patet ergo propoſitum.

CI.

Numerus comprehenditur à uiſu per hoc, quod unum uiſibilium cõprehenditur ab altero diſtinctum.

Quia enim uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia in ſimul diſtincta, & in illorum diſtinctione comprehendet ꝙ quodlibet ipſorum eſt ab altero diuiſum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus diſtinctiua comprehendet numerũ ex multitudine illorum, & ſi eſt par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipſorũ unitatem, & per hunc modum omnium rerum uiſarũ numerũ cõprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propoſitum.

CII.

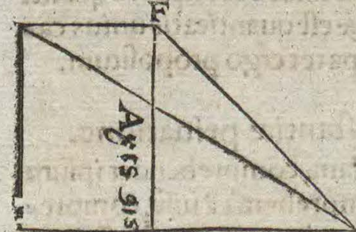
Omnis forma uiſibus oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uiſibus ſecundũ æqualitatem angulorũ obliquius incidentes plurimũ à ſe diſtant.

Quod hic proponitur ſatis patet, quando eñ linea radialis ſuperficiei uiſus oblique incidit, tunc ipſa per 47. ſecundi huius, refringitur à ſuperficie oculi, & ad cõcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc ſecundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique ſuperficiei ipſius uiſus incidens propter ſuæ incidẽtiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum ſuæ refractionis acutũ, unde tunc linea refractionis interſecat lineam directe incidentem, & à ſuperficie oculi æqualiter refractam, & ſic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uiſam, & ſi ambæ formæ oblique incidant ſecundum eundem ſuæ obliquitatis modum, ita ut utrobiq; ſit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiõis, tunc forma oculo dextro incidens, ſecans lineam per quam directe incidens ad mediũ punctum concauitatis nerui perueniſſet, ſit ſiniſtra ab illa, & forma oculo ſiniſtro oblique incidens, reſpectu illius medij puncti concauitatis nerui, ſit dextra, & ſic quandoq; accidit illas formas à ſe plurimum diſtare, & quoniam quælibet ipſarum offertur uirtuti ſenſitiuæ, quoniam ſecundum luces & colores quæ ſunt in ipſa forma, quæ eſt extra, depingitur ipſa forma in ſuperficie organũ membri ſentientis in duobus locis ſecũdum neruum oculorũ quibus incidit & à quorum ſuperficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum ſecundum omnes eius partes ordinatur locum conſimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propoſitum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uiſum quod directe opponitur medio unius uiſus, & in reſpectu ad reliquum uiſum eſt obliquum, ſemper uidetur duo.

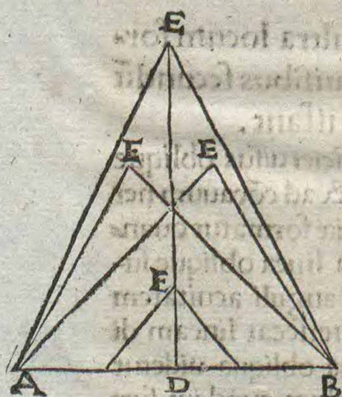
Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uiſuum, peruenit ad punctū mediū cōcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, q̄m forma illius puncti incidit uiſui ſecundū axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio ſuperficiei alterius uiſus uenit ad punctū aliud q̄ ad mediū punctum concauitatis ipſius nerui ſecundum obliquationem puncti ſuperficiei uiſus, & ſic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, ſint centra duorū uiſuum a & b, ſit linea e f, quod uiſum directe oppoſitum centro uiſus a. ſit autem ipſa linea e f oblique oppoſita uiſui, cuius centrum eſt punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, ꝙ forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui ſecundum omnes ſitus ſuarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiuſdem lineæ e f tota oblique incidit ſuperficiei uiſus b, palam per ea quæ declarata ſunt in eadem 3. tertij huius, ꝙ forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, ſed ad aliquod ipſius punctum aliud: non ſupponetur ergo priori formæ, ſed remanebit diſtincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipſius membri ſentientis offertur forma ipſius uiſibilis ipſi uirtuti ſentienti, & ſic iudicat illas eſſe duas, & non unam, patet ergo propoſitum.



CIIII.

Omnis forma rei uiſæ intra axes radiales conſtitutæ, oblique ambobus uiſibus occurrit, unde ſemper uidetur duo.

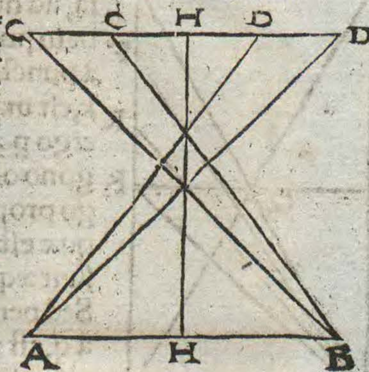
Verbi gratia, ſit centrum duorum uiſuum a & b, & concurrant axes uiſuales in puncto c, ſitq; axis d c, & ſit res intra axes uiſa, quæ e, dico ꝙ forma rei uiſæ, quæ eſt e, ſemper oblique occurrit ambobus uiſibus, unde ſemper uidebitur eſſe duæ, ꝙ autem oblique ſemper incidat ambobus uiſibus, patet, cum enim à puncto c ducta ſit linea c a perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta ſit perpendiculariter ſuper centrum foraminis uneæ oculi, cuius centrum eſt punctum b, palam per 13. undecimi, quoniā ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, quæ eſt e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non poſſunt, omnes ergo lineæ à ſuperficiei corporis e ad ſuperficiē uiſuum productæ, ſunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, ſed ultra, & plurimum à ſe diſtabunt per 102. huius, uidebuntur ergo ſemper duæ per præcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uiſualium concurrant in aliquo puncto rei uiſæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uiſum propinquius duobus uiſibus aut remotius intra axes, tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, nam illud uiſum erit dextrum uni axium uiſualium & ſiniſtrum alteri ipſorum. Radij quoq; exeuntes ab ipſa re taliter uiſa ad alterum ui ſum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uiſum exeuntes erunt ſiniſtri ab illius axe, & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, & forma unius uiſorum incidit duobus uiſibus, in duobus locis diuerſe poſitis, & peruenit ad loca diuerſa concauitatis communis nerui à duobus lateribus ſui puncti medij, & partes illius formæ non ſuperponuntur ſibi, erunt ergo duæ formæ, & ita ſemper forma rei taliter ad uiſum diſpoſitæ uidentur duæ formæ, & res ipſa uiſa uidentur ſemper duo, quod eſt propoſitum.



CV.

Lineæ rectæ uicinæ uiſibus in ſuperficie axis communis erectæ ſuper trigonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, ſolum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebūtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis.

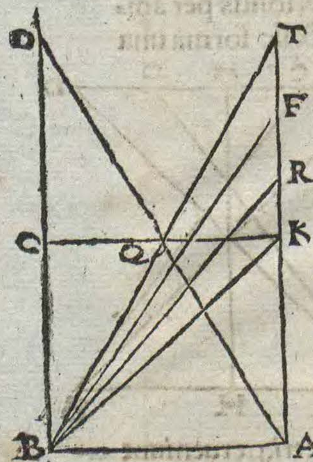
Sit centum uiſus ſiniſtri punctum a, dextri uero punctum b, & ſit linea recta h z, quæ ſecundum medium punctum naſi ambobus uiſibus interpoſitis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto ſuo ſignato quod ſit q, concurrant axes uiſuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uiſualium, & quoniam ipſum punctum, quod eſt in linea h z, quæ ſic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam eſt ꝙ ipſa eſt in ſuperficie in qua eſt axis communis erecta ſuper baſem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicūq; punctus cōiunctionis qui eſt q, lineæ h z, oblique incidit uiſibus, hoc eſt ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, ſolus punctus q uidebitur unus, ut eſt, quoniam forma eius ſolius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & ſic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere poteſt per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cōiunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis quod eſt q; quia radij diuerſi ab illis punctis peruenientes ad ambos uiſus & ſiniſtrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uiſum dextrum ex parte axis h q, fiunt ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad ſiniſtrum uiſum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad ſuperficiem uiſus ex una parte ſemidiametri foraminis, quæ à centro uneæ reſpicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uiſum dextrum, fiunt item ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad uiſum ſiniſtrum fiunt dextri, perueniunt enim utriq; radij ad ſuperficiem uiſus ex parte ſemidiametri cum priori ſemidiametro, diametrum totam illius foraminis uneæ complente, & quoniam ambo oculi ſunt in omnibus diſpoſitionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriuſq; anguli axium & iſtorum ſemidiametrorum ſunt æquales circa centrum utriuſq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem ſint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidiſtante lineæ a b per 31. primi, quæ ſit e z d, producatur linea a q in pūctum d, & linea b q in punctum c, patet quod ſecundum illas lineas fit uiſio illarum formarum, quoniam enim anguli ſecundum quod ſit obliquatio uiſionis, qui ſunt t q z, & d q z, ſunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uiſuales, quæ exempli cauſa ſint lineæ b q, & q c, coniunctæ ſunt linea una, & ſimiliter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuerſitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uiſibus, quæ obliquatio fit quaſi per modum duarum linearum ſe ſecantium circa punctum q, forma enim ſecundum axes radiales uiſibus incidens ad mediū punctū concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipſum ſe ſecantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, ſemper erunt in duabus partibus diuerſis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut oſtendimus in præmiſſis, patet ergo propoſitum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum interſectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte ſectionis partes linearū ſunt æquales, & ſecundum approximationem ad uiſus anguli medij, ut ſunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & ſecūdum elongationem à uiſu fiunt minores, quouſq; circa axes radiales pyramides deſcribuntur, quarum baſis eſt tota ſuperficies rei uiſæ, & horum probatio experimentalis accidit, ſi uiſibus modo dicto diſpoſitis unus ipſorum claudatur, alterq; apertus reſeruetur, ſic uices mutando quantum placet.



CVI.

Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uiſuũ eidem æqualis & æquediſtans fuerit, producta forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei ſuper ipſam exiſtentis, & forma rei exiſtentis ſuper alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ uidebitur tantum una: exiſtentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur ſemper duæ.

Sint centra duorum uiſuum a & b, linea ergo connectens centra eſt a b, & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11. primi, et ſit punctus coniunctionis q, erunt ergo axes uiſuales a q & b q, à puncto uero q per 31. primi ducatur linea k q c, æque diſtans lineæ a b, dico ꝙ formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut rei ſuper ipſam exeuntis ſemper uidebitur una, & ſi in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, ſit res uiſa, ad huc uidebitur eius forma una, ꝙ ſi fuerit in puncto ualde remoto ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi exiſtens eſſe duæ. Ducantur enim à puncto b lineæ b k, b r, f b, palam ergo per 19. primi, quoniam linea b k, eſt maior q̃ linea b t. Sed linea k q, eſt æqualis lineæ q c, ex hypotheſi ergo p 35. primi huius angulus c b q, eſt maior angulo q b k, eſt enim in trigono orthogonio quod eſt c b k, producta linea b q, ab angulo c b k, ergo proportio anguli q b k, ad angulum c b q, minor q̃ portio baſis, quæ eſt q k, ad partem baſis quæ eſt q c, Sed partes illæ baſis ad inuicem ſunt æquales, ergo angulus c b q, eſt maior angulo q b k, per 10. quinti. Sed per 4. primi angulus c b q, eſt æqualis angulo k a q, angulus ergo k a q, eſt maior angulo k b q, ergo per argumentum petitionis factæ in principio primi libri huius remotio lineæ a k, ab axe a q, eſt maior q̃ remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones eſt modica, quoniam differentia inter duos angulos k a q, & k b q, eſt modica, forma ergo puncti k, non multum obliquabitur ab axibus uiſualibus, qui ſunt b q, & a q, non ergo uidebitur illius puncti k, forma niſi una, qm̃ forma eius non multũ elongatur à puncto medio cõcauitatis nerui, & qm̃ corpore aliquo exiſtente in puncto r, patet ꝙ radij exeuntes ad punctũ b r & a r, & quia etiã duo anguli r a q & r b q nõ multũ differũt, qm̃ angulus k b r, quæ eſt illorum angulorum differentia, ut patet, nõ habet ſenſibilẽ quantitatẽ, quando punctus r fuerit ualde ꝓpinquo pũcto k, forma ergo pũcti r adhuc non uidebitur niſi una. Si uero corpus aliquod cuius forma ſe offert uiſui, exiſtat in aliquo puncto lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem uiſus, quæ eſt a c, remoto ualde â puncto k, ut eſt punctum f, tunc quia anguli f b q & f a q, ſunt diuerſi maxima diuerſitate. Ideo ꝙ angulus f b k, qui eſt illorum angulorum differẽtia eſt ſenſibilis quantitatis, tunc corpus ꝙ eſt apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto r, forma enim puncti f oblique incidit ſuperficiei uiſus b, unde nõ peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102. huius, ſed apparet ultra illud, ſic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq; patet, ꝙ uiſum in quo concurrunt duo axes ſemper uidetur unum, ſicut etiam patuit per 46. tertij huius, & ꝙ unumquodq; uiſorũ, in quo concurrunt radij conſimilis poſitionis, inter quos non eſt magna diſtantia ab ambobus axibus uidetur etiam unum, illud uero uiſum in quo concurrunt radij multum diſtantes ab axibus uidetur duo, propterea ꝙ ipſum uni uiſuum incidit directe & alteri ualde oblique, uel ſi ambabus uiſibus incidit oblique, una illarum obliquitatum eſt ſenſibiliter maior q̃ altera, uidetur ergo talis res duæ per 104. huius, patet ergo propoſitũ.



CVII.

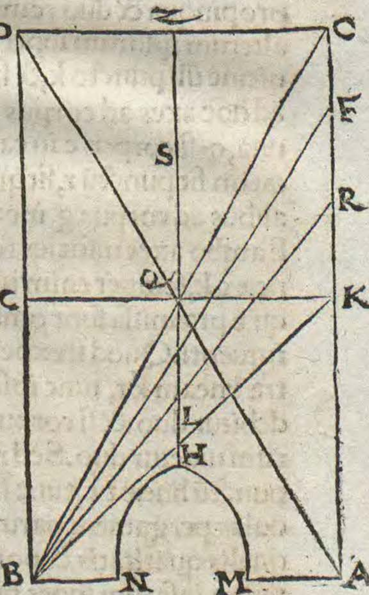
Puncto coniunctionis in angulum trigoni, cui ſubtenſa baſis ſit æqualis lineæ connectenti centra oculorum ſecundum terminos ſuæ baſis, applicati centris amborum uiſuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uiſui repræſentat.

Sint centra amborum uiſuum a & b, ſitq; trigonum a b q applicatum uiſibus taliter ut ꝓponitur, uel ſi ita ut trigoni a b q, baſis a b, ſit baſſior centris oculorũ, incidantq; axes uiſuales in punctum q, qui ſit punctus coniunctionis, & axis communis ſit h q, dico ꝙ laterum trigoni, quæ ſunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præſentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uiſui ſe offert directe & oblique, ut linea dextra quæ eſt a q, dextro uiſui quæ eſt a, ſe offert directe, quoniam omnes radij â quolibet ſuorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uneæ per 24. tertij huius, & linea ſiniſtra quæ eſt b q, incidit oblique uiſui dextro, quæ eſt a, et econuerſo linea b q ſiniſtro uiſui qui eſt b directe incidit, & linea a q eidẽ uiſui ſiniſtro qui eſt b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uiſui declinat ultra latus ſiniſtrum, cuius ipſa eſt forma, & ſic ſiniſtra ab axe & forma oblique incidens ſiniſtro uiſui, declinat ad latus dextrum, cuius ipſa eſt forma, & fit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uiſuum duplicata, præter ſolum punctũ q, qui eſt punctus coniunctionis, & eſt ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propoſitum.

CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Aſſumatur tabula lignea planæ ſuperficiei, cuius lineæ longitudinis æquediſtantes & æquales ſint a b, & b d, & ſint unius cubiti, latitudinis uero ipſius lineæ æquales & æquediſtãtes, ſintq; a b, & c d, & ſint quatuor digitorum orthogonaliter ſuper lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ ſint a d, & b c ſecantes ſe in puncto q, & â puncto q, qđ per 40. primi huius eſt medius punctus ſuperficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidiſtans lineis latitudinis per 31. primi, quæ ſit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquediſtans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes iſtæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuerſorũ colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui ſunt a d, & b c, ſint unius coloris, & ſuper punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipſius tabulæ, cauetur tabula quaſi pyramidaliter, ut ita poſſit intrare cornu naſi, ita ut cum tabula ſupponitur ſuperiori parti ipſius naſi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media ſuperficierum duorum uiſuũ, & ſit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuſcula columnaria, et ſint diuerſorum colorum, quæ ſint e g p, & erigantur iſtæ columnæ ſuper ſuperficiem tabulæ in linea k q c, ita ꝙ corpus g ſit ſuꝑ punctũ q, & corpus p ſuꝑ punctũ k, & corpus e ſuꝑ punctũ c, & applicentur illa corpora firmiter ipſi tabulæ, ita ꝙ nõ cadant, & tũc applicetur tabula uiſibus ut ſupra ꝑmiſſum eſt, deinde expimentator inſpiciat forti intuitu corpus g, qđ eſt in puncto q, medio puncto tabulæ, tũc ergo duo axes amborum uiſuum concurrent in aliquo puncto ſuperficiei corporis g, & ſupponentur duobus diagonis tabulæ, qui ſunt b q, & a q, aut erunt æquediſtantes illis, & axis communis ſupponetur lineæ h q, & ſi in hac diſpoſitione intueantur ambo uiſus, omnia quæ ſunt in ſuperficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuſcuiuſq; corporum, quæ ſunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extenſa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ ſecantes ſe ſuper punctum q, uel ſuper quodcũq; aliud punctum, cõcurrãt radij uiſuales, & etiã quilibet duorum diagonorum qui ſunt



b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior q̃ ſit ſecundum ueritatem, & ſi alter uiſuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio ſequitur uiſum coopertum, ex quo patet, ꝙ duo diagoni qui uidentur remoti, ſunt illi quorum uterq; uidetur uiſui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & ſiniſtros, unde inſtituuntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ, in figuntur eñ in duabus partib9 contrarijs reſpectu puncti medij nerui cõmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas ſibi, & duas remotas à ſe inuicem. Deinde experimentator figat axes uiſuales ſuper aliquod corporum, quæ ſunt e et p, quæ ſint ſuper puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, ꝙ ſi corpora e & p auferantur à locis ſuis, & ponantur in linea h z, æquediſtanter à puncto q, & ſit corpus e uicinius uiſibus in puncto l circa punctum q: & corpus p ſit remotius à uiſu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipſis uiſibus figantur axes uiſuales ſuper corpus g, quod eſt in puncto q medio, tunc unumquodquè corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo .ſ. in dextro, & duo in ſiniſtro, & uidebuntur ſuper duas lineas, q̃uis ſecundum ueritatem ſint ſuper lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum ſuper alteram illarũ duarũ linearum. Idẽ q̃q; accidit ſi corpora e & p, ponantur ſuper alterum duorum diagonorum ſecundum omnem modum quo poſita fuerint ſuper lineam h z, taliter ut æquediſtant corpori g, & unum ſit propinquius uiſui q̃ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit duo, unde ſuper utramq; linearum quæ ſunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipſius uiſus, & aliud ultra corpus g poſitum in medio illorum duorum corporum. Et ſimiliter ſi corpora e & p, ponantur ſuper ambos diagonos, unum ſuper unum, & aliud ſuper alium, & ambo in parte uiſus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipſorum ſuper marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & ſit ſupra punctum r, & tunc applicata tabula uiſibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g poſitum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, ꝙ ſi corpus e in eadem linea a t, ponatur ſuper punctum f, remotius à puncto k, quâm ſit punctũ r, ſitq; puncti f, à puncto k diſtantia ſenſibilis, & ſit directis axibus uiſualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit ſi ambo axes uiſuales ſecundum iſtam diſpoſitionẽ dirigantur ad quodcũq; punctum lineæ c k, ſemper enim tunc corpus e poſitum in puncto f uidebitur eſſe duo, hæc uero quæ præmiſſa ſunt omnia per 105. huius & propoſitiones ſequentes declarata, ut patet intuenti. Quod ſi experimentator direxerit axes uiſuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipſum corpus g, poſitum in medio ſuperficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & ſi corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipſorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uiſualibus ſuper punctum q, aut ſuper aliquod punctũ lineæ t k, tunc reuertetẽ prior diſpoſitio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inſcribat omẽs ipſas una ſcriptura manifeſta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipſarum in medio præmiſſæ tabulæ in puncto q, & alteram ipſarum ſuper punctum k, figendo cum cæra ut ſtent erecte, & applicata tabula ipſis uiſibus ut prius, intueatur cedulam poſitam ſuper punctum q, & cõprehendet eius ſcripturam certa comprehenſione, & ſimiliter ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto k, cõprehendet, ſed non ita perfecte ut ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto q, licet ſint illæ ſcripturæ conſimiles in figura, forma & quantitate. Deinde aſſumatur tertia cedula, & ponatur quaſi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta ſecundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in ſitu & poſitione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uiſuum in cedula poſita in puncto q, & tunc uiſa tertia cedula uidebitur forma ſcripturæ ſuæ dubitabilis & indiſtincta, & ſi cedula puncti k repo-

ſita tertia cedula ponatur penes primam, quæ eſt in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in ſuis ſcripturis æqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas: & ſi tertia cedula moueatur plane ſuper lineam q k, axibus illorum uiſuum cadẽte in punctum q, uidebitur tunc diminui diſtinctio ſcripturæ cedulæ motæ ſecundum diſtantiam quæ ſit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur ſecundum lineam latitudinis a k protenſam, tunc ſemper minuetur ſcripturæ diſtinctio, ita quòd tandem nulla erit diſcretio ipſius. Peractisq; circa lineam c d, eiſdem quæ cum his cedulis facta ſunt circa lineam k c, eadem tunc uiſibus apparent quæ prius ſeruata diſtantiæ proportione, & etiam ſi elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his paſſionibus ambobus uiſibus accidunt, plus accident uni uiſuum ſi alter fuerit coopertus. Deinde aſſumatur ſchedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius ſignetur per 40. primi huius, & alia ſchedula ſcribatur ſcriptura aliqua diſtincte, & erigatur hæc ſchedula ſuper lineam k t, & dirigatur uiſus ad medium illius ſchedulæ, tunc enim uidebitur ſcriptura bene diſtincta, ſed ſcriptura quæ eſt circa medium ſchedulæ uidebitur diſtinctior, quâm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur ſchedula ſuper lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uiſuũ cadentibus ſuper medium punctum ſchedulæ, inuenietur ſchedula minus diſtincta q̃ prius, cum ſchedula fuerit ſuper lineam k t, & ſi ſchedula plus obliquatur, indiſtinctior uidebitur ſcriptura, & quanto magis obliquabitur ſchedula, tanto magis latebit utrumq; uiſum uel alterum ipſa ſcriptura. Et ſi ſchedula ſecundum alterum ſuorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur ſuper ſuperficiem tabulæ ſecundum lineam k q, tunc patet quòd medietas ſchedulæ cadet extra tabulam: uiſui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur ſcriptura circa punctum q diſtinctior, minus autem ſecundum partes remotiores ab illo, & ſi obliquetur ſchedula ſuper lineam q k, apparebit latentior ſcriptura ſecundum quantitatem obliquationis & diſtantiæ à puncto q, & ſi ſchedula ponatur ſuper lineam c d, tunc uiſibus directis ad medium punctum ſchedulæ erit litera legibiliter diſtincta, & ſi obliquetur ſchedula ſuper punctum z, & tunc erit ſcriptura latentior quâm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum eſt circa lineam t k, idem accidet in diſtinctione ſcripturæ proportionaliter illi ſpacio diſtantiæ, etiam ſi elongetur ſchedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uiſibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uiſuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorũ quæ ꝑ plura theoremata proponuntur, & patet manifeſte, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propoſitum.

CIX.

In uiſione diuiſionis, cõtinuationis & numeri error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmiſſorum uiſione, quia ſi de nocte uideatur tabula, in qua ſint linearum obſcurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuiſiones eſſe uel ſciſſuras, & ita continuum etiam putabitur diuiſum, & partes eiuſdem continui plura putabuntur ut diuiſa, cum tamen tabula ſit continua & tantum una. Similiter exiſtente uiſu in forti luce reflexa, ſi ipſi uiſui adhibeantur corpora modicum diſtantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum diſtantiam diſcerni. Ex intemperata etiam di-

ſtantia fit error in præmiſſorum uiſione. Pariete enim aliquo à longe uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus, forte putabitur facta eſſe diuiſio illius parietis ſecundum ſpacium illius coloris. Similiter etiam ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, ut conſueuit in talibus creſcere hædera, uidebitur forte paries ſecundũ hæderæ ſpacium diuiſus. Et ſimiliter luce ſolis ſuper uiſum album parietem ſplendente, ſi fortis umbra aliqua lucem parietis diuiſerit, æſtimabitur paries diuiſus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc poteſt accidere, ut continuum æſtimetur diuiſum, & ex conſequenti unum plura. Sed & quandoq; ipſa ſecundum ueritatem diuiſa æſtimantur continua, & plura æſtimantur unum, corpora enim à longe uiſa in colore ſimilia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel ſcamni apparẽt qñq; cõtinuæ, cũ modica diuiſione ad inuicẽ ſunt diuiſæ, & ſic diuiſa æſtimant̃ ꝓpter remotionem à uiſu eſſe continua, & plura æſtimantur unum. Ex inordinato etiam ſitu oppoſitionis oritur error in præmiſſorum uiſione, ſi enim alicuius corporis magna fuerit à uiſu obliquatio, in quo fuerint puncta ſenſibilia, nigra uel ualde tenebroſa, illa q̃dẽ diuiſiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuiſio & pluralitas, licet in eis ſit continuitatis unio, & ſi in hoc corpore fuerint lineæ tenebroſæ ſenſibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuiſæ, cum ſint continuæ, & plures, cum ſint unum. Similiter etiam ex obliquatione ſitus plurium parietum ad uiſum, quorum unus eſt ordinate poſt alium modicum diſtans ab illo, ita quòd uno aſpectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti ſpacium quod eſt inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum ſint diuerſi & plures: qualiter autem propter ſitum eius erret in numero, ſatis patet per propoſitionem præmiſſam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uiſione præmiſſorum: adhærente enim capillo uaſi uitreo, apparebit uitrum fiſſum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non ſentitur eſſe corpus. Si enim lateret ſuper uas uitreum calamus aut corpus aliud ſenſibile, non propter hoc ſentiretur uitreum eſſe fiſſum. Similiter etiam accidit error in continuitate, ſi enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana ſuperficie conſtituta, & bene cõpreſſa, & uidens ignoret eſſe folia, iudicabit ipſa eſſe continua, & unam ſuperficiẽ ipſorum: huius autem error cauſa eſt paruitas quantitatis ſpacij & aeris, ſecundum quòd ſe illa folia contingunt, & ſic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; ſoliditatis fit error in præmiſſorum uiſione, in corpore enim magnæ raritatis ut in criſtallo pura, ſi in aliqua parte ſuperficiei ſuæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fiſſum ſecundum locum in quem cadit illa linea, & ita æſtimatur uitrum diſcontinuum & plura, & hoc accidit propter perſpicuitatem quæ accidit ex defectu ſoliditatis, Et ſi duo corpora talia fuerint modicum à ſe diſtantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmiſſorum uiſione idem, qui ex defectu ſoliditatis, augmentatus tamen propter exceſſum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmiſſorum uiſione. Si enim corpus in quo ſit linea nigra ſubito à uiſu diuertatur, putabitur illa linea eſſe partium diuiſio: & ſi corpora contigua aut ualde propinqua ſubito uidentur, æſtimabuntur continua, ſicut accidit in tabulis ſcamnorum ſubito inſpectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uiſus error accidit in uiſione præmiſſorum, & ſecundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim ſano uiſui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte ſemper durante uiſus debilitate, & etiam ſtrabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uiſa habet diuerſitatem ſitus reſpectu talium duorum oculorum, quæ diuerſitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos ſanos & æqualis ordinationis, ut ſatis demonſtratum eſt ex præmiſſis, patet ergo propoſitum.

Motus

CX.

Motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei motæ ſecũdum diuerſos ſui ſitus in inſtantibus diuerſis, inter quæ ſenſibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri eſt aliter ſe habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehenſionis motus fit ex comparatione rei motæ uiſæ ad aliud uiſibile quieſcens non motum, quando enim comprehenditur ſitus unius rei mobilis reſpectu alterius rei uiſibilis, tũc etiam comprehenditur diuerſitas ſitus eius reſpectu illius uiſibilis, & tunc comprehenditur motus, ſemper itaq; motus comprehenditur à uiſu aut ex comprehenſione diuerſitatis & mutationis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius uiſibilis q̃d eſt remotius aut propinquius uiſui, ipſo tamen uiſu in parte altera exiſtente in ſuo loco, aut comprehenditur motus experimentatione ſitus alicuius partis, uel partium rei uiſæ motæ reſpectu illius uiſibilis non ſecundum ſe totũ moti, & hoc modo comprehendit uiſus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uiſu comprehendi, ſi res uiſa mota ad multa immota uiſibilia cõparetur. Cum enim uiſus fuerit quietus, & res uiſa mota ad ipſum uiſum uel à uiſu, tunc uiſus ſentiens diuerſam locationem corporis moti, ſentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uiſui per motũ, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uiſu ſentitur, palam quia motus tũc ſentitur, quod ſi mobile mouet̃ tantũ circa uiſum circulariter, tũc enim ſuperficies uiſiua oculi non ſit tota ſphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam ſola ſuperficies foraminis ueæ eſt uiſiua, & non aliæ partes ſuperficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uiſum, neceſſario mutabitur ſitus partis oppoſitæ uiſui, & cum illa pars rei uiſæ motæ fuerit mutata, ſentiet uiſus mutationẽ eius, & ſic uiſu exiſtente in ſuo loco ſentiet uiſus motum rei uiſæ. Et ſi ipſe uiſus moueatur, cõprehendet tamen motum ſecundum quẽlibet iſtorum modorum, ut cum uiſus ſentit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiẽdo quod illa diuerſitas non eſt propter motum ipſius uiſus: ſed tamen quãdo ipſe uiſus & etiam res uiſa ambo mouentur, ad hue diſcernit uiſus motum, quoniam diſtinguit inter diuerſitatem illi uiſus quæ accidit rei uiſæ motæ propter motum ipſius rei, uel propter motũ ipſius uiſus, quoniam moto uiſu ſentiuntur etiam formæ corporum exiſtentium nõ motæ, nec ſemper iudicat uiſus rem uiſam moueri propter ſui ipſius motum, niſi forte perueniat in uiſum forma rei uiſæ motæ, & quoniam motus omnis eſt in tempore, non comprehendit uiſus motum niſi in tempore, diuerſitas enim ſitus partium rei uiſæ non poteſt comprehendi niſi ad minus in duobus inſtantibus, & quia inter quælibet duo inſtãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo inſtantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uiſiua eſt uirtus ſenſitiua, oportet tempus ab ipſa cõprehenſum eſſe ſenſibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa uiſa.

Siue enim motus ſit ſurſum uel deorſum, uel etiam ſuper ipſam ſuperficiem horizontis uel æquediſtantem illi, ſiue etiam nõ ſit motus rectus, ſed ſit tortuoſus uel circularis, ſemper qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res uiſa ſecundum ſe totum motu recto, & tunc uiſus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ ſpacij directi, ſuper quod fit motus in ſuperficie horizontis, aut in ſuperficie æquediſtante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua ſuper ſuperficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuoſi & circularis comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij tortuoſi uel etiam circularis, in ſuperficie horizontis, aut æquediſtante ipſi aut erecta ſuper ipſam, motũ enim compoſitum ex circulari & recto uiſus comprehendet ex comprehenſione ſpacij tortuoſi ſuper quod fit motus. Comprehendit etiã uiſus diuerſitatẽ & æqualitatẽ motuum ſecundum uelocitatem & tarditatem ex comprehenſione ſpaciorum ſuper quæ mouentur uiſibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uiſus ſentit quod

unum ſpacium pertranſitum ab uno mobili in aliquo tēpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorũ ſpaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

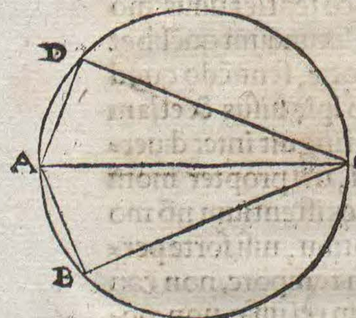
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitũ in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniã ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

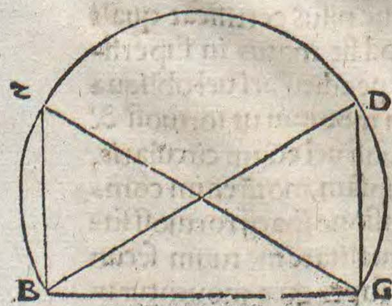
Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pũctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatꝗ trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono em̃ a b g, circunſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritꝗ per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoꝗ g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaꝗ lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoꝗ contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſup circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.



CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.

Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aëre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circunſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitꝗ ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritꝗ per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroꝗ ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoꝗ accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.



CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planã ſuperficiem in qua

in qua ſit cētrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemꝗ accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.

Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunꝗ ſuperficiem planam datã, in qua ſit cētrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, ꝗd ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia em̃ linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam ꝑ diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualẽ cũ linea g b, utcunꝗ contingit ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cũ ſit diameter circuli, & linea a b ſemꝑ eſt æqualis ſibiipſi: ducatur itaꝗ linea a g, palamꝗ ꝙ ꝑ totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibiipſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorũ, ducatur itemꝗ linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecũdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet ꝑ 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cum enim angulus b g e, ſit ſemꝑ æqualis ſibiipſi, erit baſis b e ſibiipſi ſemper æqualis, & angul9 e b g æqualis ſibiipſi ergo etiã angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibiipſi, ergo ꝑ 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibiipſi, patet ergo ſecundũ propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

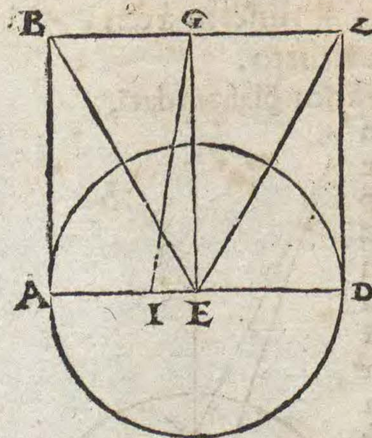
CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrũ uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoꝗ ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiã quandoꝗ æqualis qñꝗ minor quãdoꝗ maior uiſu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoꝗ linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trãſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cētro circuli a d, cuius ſuꝑficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturꝗ per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitꝗ exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquãdo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, ꝑ 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoꝗ à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuꝑficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritꝗ linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad ſub-

ſtrata

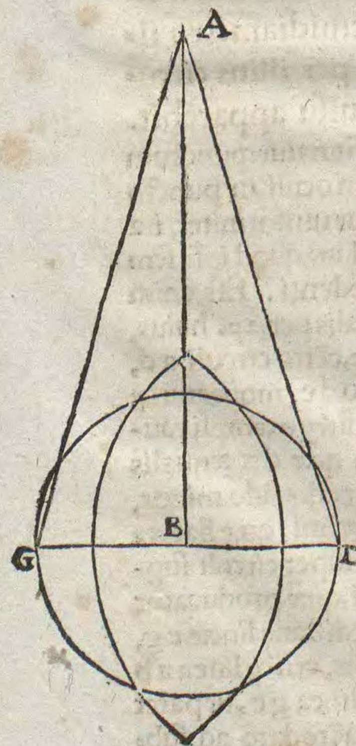
strata planam superficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in substrata superficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z transpositarum secundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e est æquedistans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, qm̄ linea g b est æqualis lineæ e a & æquedistans eidē, sunt ergo duæ supficies palellogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a est acutus, ut patet ex præmissis, ꝑpter obliquationē lineæ g e, super superficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtusus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius,



angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e, est ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, sed tamen linea e z sit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod angulus d e z est medietas g e d anguli per 4. primi, & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z est maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmissa cum angulus g e a, sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea g e, & aliqua linea in superficie circuli a d e producta, palā quia medietas anguli g e a est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquedistantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc est propositum.

CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res uisa superficiei cōiungitur, res semper æqualis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferiā oxigoniæ sectionis.



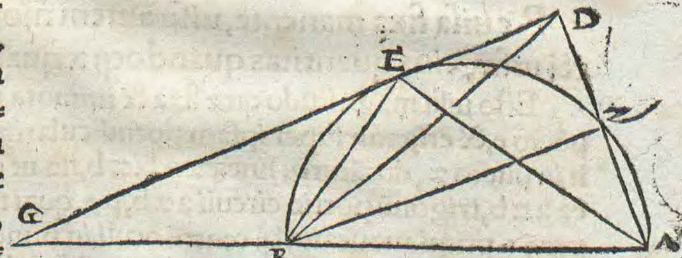
Sit a b, magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b, sitq; centrum oculi in puncto g, in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spacium b g lineæ, describatur circulus qui sit g d, dico quod si transponatˀ centrum oculi à puncto g, super totum circuli g d periferiam, apparebit uisui linea a b semper æqualis, quoniam enim angulus a b g est semper rectus per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, sunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigoniæ sectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ super ipsius sectionis pūctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circunferentiam ductæ sunt inæquales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

feriam accidebat, qđ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totū quod proponebatur.

CXVIII.

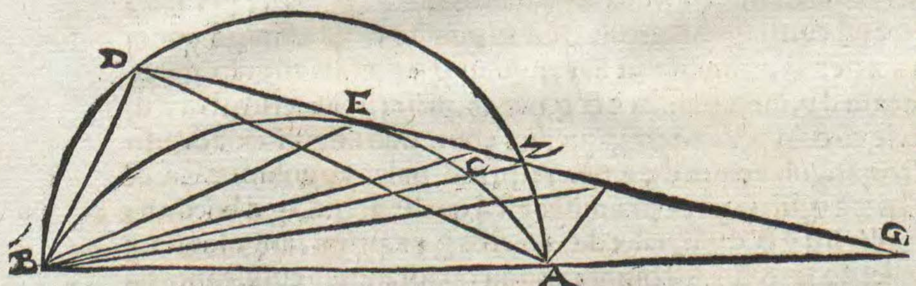
Re uisa fixa manente oculo uero moto secundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uisæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uisui apparet.

Sit res uisa quæ a b, & sit centrum uisus punctum e, incidatq; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, sit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo transmutato secundum lineam d g, quoniā linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. sexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝓportionalis, quæ sit exempli causa linea e g, hoc autem est possibile per resectionem lineæ d g per 3. primi, ponaturq; centrum oculi in puncto e, producaturq; linea e b, & producatur in superficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis super lineam b a, quæ sit b d, quæ per 14. primi huius, cōcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus, concurrāt itaq; in puncto d, dico quod moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & describatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ similiter sit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineā a g, ut patet per 16. sexti, & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniā linea g e est contingens circulū b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̄lis angulo g d b, cadatq; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritq; b a z d, quadrilaterum inscriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, sed angulus z a g, ut patet ex præmissis est æqualis angulo g d b, sed angulus d b g, rectus cū angulis b d g & d g b, ualet duos rectos ꝑ 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, est ergo quadrilaterū z d b a circulo inscriptibile, circunscribatur ergo ei cirtulus ꝑ 31. tertij, & per 9. quarti, & sit circunscripta portio circuli quæ sit b d z a, ducaturq; linea b z, secans arcum e a in puncto t, secabit enim ipsam ideo, quia ut patet ex præmissis punctū z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, an-



gulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco, sed angulus a t b est æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui est b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior est angulo a z b, angulus uero a z b æqualis est angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui est a b circuli maioris qui est b d z a, angulus itaq; a e b maior est angulo a d b, centro uero uisus existente in pūcto d, uidetur linea a b sub angulo a d b. Ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pūcto e quâm in pūcto d per 20. huius, mutato ergo oculo secūdum puncta lineæ e d, semper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam semper minor se ipsa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemq; modo uisu mutato super pūcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̄ super punctū e, qm̄ lineæ ductæ super pūctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a, qm̄ angulus à lineis ad circūferentiā arcus e a ductis ꝑ 21. primi, maior erit illo cōstituto sup aliquod punctoꝝ lineæ e g, per lineā trās idem punctū arcus ab altero terminoꝝ lineæ a b ꝓductam, et ꝑ lineā à reliquo

eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam ostendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit linea a b, imò tota linea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ꝓpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si linea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ est demonstratio. Sit em̃ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circunscribat̃ portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d intersecat circũferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z æqualis apparebit linea a b, æqualis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.

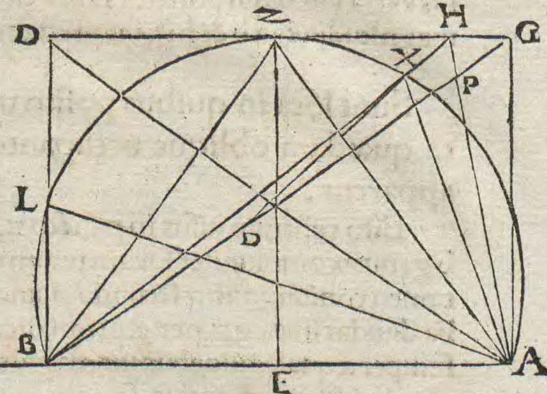


CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens sit a b, diuidaturq; p æqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãturq; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, p 5. quarti, ducaturq; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur linea a l: palã ergo p 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed p 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc em̃ cõcluditur p 34. & p 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em̃ b g a æqualis est angulo b d a, & similit̃ patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo p 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, semp sibijpsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝓducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qđ angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p 19. primi, linea b h est maior q̃ linea a h, ergo & linea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se interfecant, sit pun

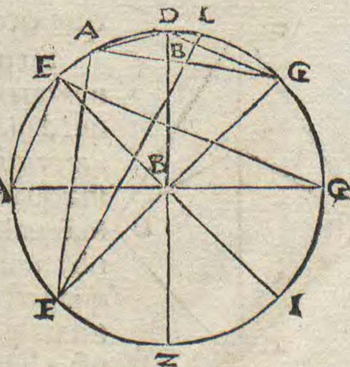
sit punctus sectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a est æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, sed per 15. primi, angulus a p g est æqualis angulo b p h, ergo per 14. sexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p, sed linea a h est minor quàm linea b g, ut patet ex præmissis, ergo linea a p est minor q̃ linea b p, linea ergo b p est maior quàm linea a p, quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmissis linea p o minor quàm linea p b, abscindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducat̃ linea h o, quia itaq; p 3. undecimi quinti, & ex præmissis est ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. sexti, quoniam trigono h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula, est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit basem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, est ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uisus existente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h secet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, q m̃ angulus b z a est maior angulo b h a, & quoniam quibuscũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue linea d z sit maior quàm linea z g, siue minor, semper eodem modo potest demonstrari, patet ergo propositũ, angulus em̃ b z a, sit maximus omnium illorũ angulorꝫ, & ei ꝓpinquiores fiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo distãtes fiũt æquales, & secundũ illorꝫ angulorꝫ quãtitates p 20. huius, mutat̃ quantitas rei uisæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo transposito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, qñq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipsas, neq; secũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & sint uisæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b super ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ sit b z, sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo est centrũ uisus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, posito cẽtro uisus erunt semp per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uisus æquales, manifestum ergo p 20. huius, quoniam secundum quemcũq; punctũ lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, transponatur autem oculus, & sit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & describatur circa a e g, trigonum circulus qui sit a e d g, per 5. quarti, & adijciant̃ lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte opposita puncti e circunferentiam, quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g, p ultimam sexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrum descripti circuli siue non, semper enim ex hypothesi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,

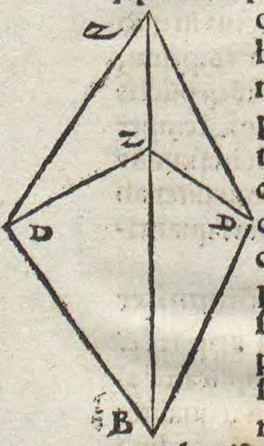


palam ergo, item per ultimam ſexti, quoniam angulus a e i maior eſt angulo i e g, ſed ſub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo exiſtente centraliter in pũcto e, & ſub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter diſpoſito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod ſi oculus tranſmutetur ſecundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, ſemper uiſæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam ſemper angulus extrinſecus maior ſit angulo intrinſeco ſibi oppoſito. Si ergo ſuper circuli circunferentiam centrum uiſus moueri intelligatur, ſemper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & ſi oculus extra circulum ponatur non exiſtens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Sunt loca in quibus poſito uiſu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

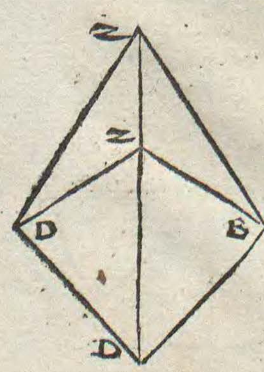
Eſto centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines æquales uiſæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interpoſito, oblique tamen coniungantur ſecundum angulum qui ſit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, ſemper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, poteſt autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, ſemper enim angulus g z b eſt æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit ſi ſuper utranq; illarũ linearum b g & g d ſemicirculus deſcribatur, & à puncto ſectionis illorum ſemicirculorum qui ſit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propoſitum. Idem quoq; accidit ſi ultra punctum ſectionis ſemicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed eſt etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ ſunt b g & g d, uiſui inæquales apparent, ad quã inueniendum, circa lineam g b ſemicirculus deſcribatur, qui ſit b z g, & circa lineã g d portio maior ſemicirculo quæ ſit g d z, poſſibile quoq; eſt hoc ſuper g d, deſcribere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior eſt ſemicirculo per 30. tertij, ſic ergo deſcripta, & ſit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, eſt rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. ſed ſub maiori angulo uiſa maiora apparent per 20. huius. Eſt itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus ſectionis portionis maioris ſemicirculo cõſtitutæ ſup unam magnitudinum, & ſemicirculi ſup alteram cõſtituti, & hoc eſt quod proponitur.



CXXII.

Eſt locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.

Sit ut in præcedente centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ ſecũdum angulum d g b, qui diuidatur ꝑ 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico ꝙ oculo exiſtẽte ſuper quodcũq; punctũ lineæ z g, ſemꝑ magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior: ductis eñ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior baſis ſubtenditur, ꝑ 26. primi, qm̃ ſi detur ꝙ illi anguli ſint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod eſt cõtra hypotheſim, palã ergo ꝙ illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipſa g b, qm̃ ſub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, deſcribatur eñ ſicut in præmiſſa circa lineã b g maiorẽ ipſaꝝ portio maior

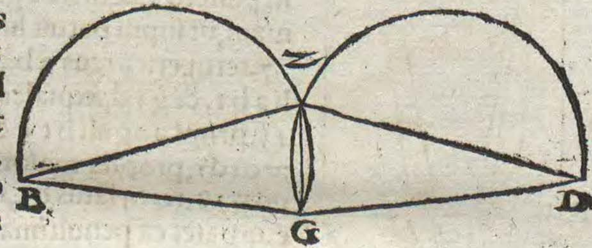


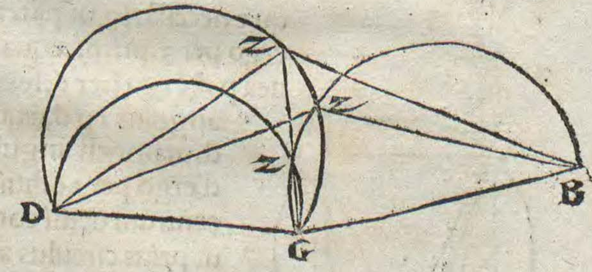
maior ſemicirculo quæ ſit b z g, & ducantũ lineæ b z & z g, & circumſcribantur lineæ g d, minori portio ſimilis portioni b z g, hoc eſt angulum æqualem angulo b z g, capientem, ſit quoq; communis punctus iſtarum ſectionum punctus z, & ducantur lineæ z b, & z g, z d, quia itaq; angulus d z g, eſt æqualis angulo b z g, quoniam in ſimiles cadũt portiones, oculi itaq; centro poſito in puncto z, qui eſt punctus communis ſectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent, qđ eſt propoſitum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito æquales magnitudines erectæ ſuper ſubiacentem planam ſuperficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b, & g d, æquales & erectæ ſuper ſubiacentem ipſis planam ſuperficiem, dico ꝙ eſt locus ubi poſito centro uiſus magnitudines a b & g b, apparent æquales. Ducatur enim inter ipſas in ſubiecta plana ſuperficie linea recta, quæ ſit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10. primi, & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, ſuper lineam b d, in eadem ſuperficie per 11. primi, dico quòd ſuper lineam e z, perpendicularem ſuper lineam d b exiſtente centro uiſus ſuper magnitudines a b, & g d, æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z, latus b e, eſt æquale lateri d e, & latus e z eſt cõmune, anguli uero z e b, & z e d, ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b eſt æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, eſt æqualis lineæ d b ꝑ hypotheſim, & anguli g d z, & a b z, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a, æqualis lineæ z g, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis eſt angulo g z d, ergo per 20. huius æquales apparent magnitudines a b, & g d, dico etiam ꝙ quandoq; inæquales apparent ipſæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmiſſa diſpoſitione in eadem ſubſtrata ſuperficie tranſmutatur centrum oculi extra lineam e z, & fiat in puncto i, & ducatur linea i e, ad medium punctum lineæ b d, & ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24. primi linea i b, maior ꝗ linea i d, ideo quod angulus b e i, eſt maior angulo d e i, æquis inter ſe lateribus cõtento, abſcindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi, ſitq; linea b t, æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a, & i d g ſunt æquales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, æqualis angulo g i d. Sed angulus b t a, per 16. primi, eſt maior angulo b i a, quia eſt extrinſecus trigono a t i: angulus ergo g i d, maior eſt angulo b i a, ergo per 20. huius, uiſu exiſtente in puncto i maior apparet linea d g, ꝗ linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonſtrandũ: uariantur autẽ magnitudines in uiſu ſecundum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium, patet ergo propoſitum.



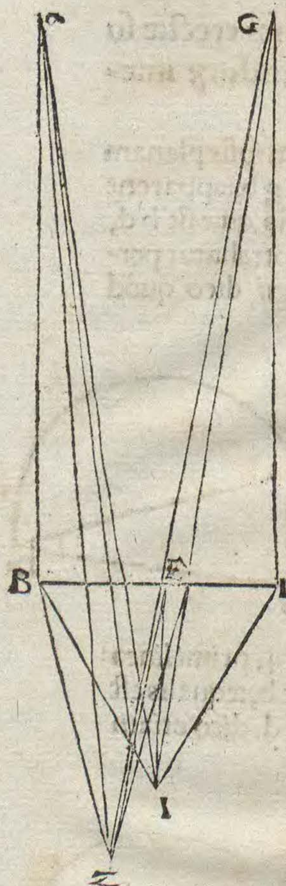


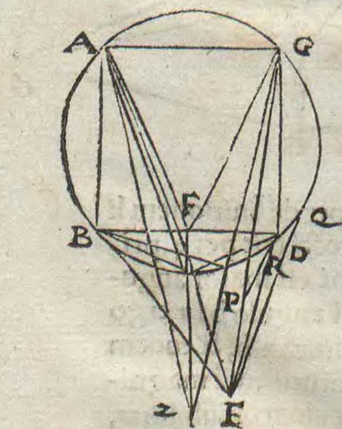
CXXIIII.

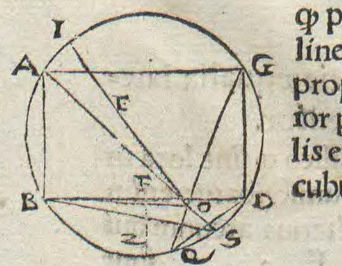
Sunt loca in quibus centro uiſus poſito in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, ſint æqualia, dico ꝙ ſint loca in quibus centro uiſus poſito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumſcribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcuum qui ſunt

ſunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrũ uiſus. Sit autem exempli cauſa poſitus in puncto medio arcus b d,qui ſit o,& copulenẽ lineæ quæ o a,o g,o b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,ſunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b,& g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uiſu exiſtente in puncto o. Similiter quoq; demonſtrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,ſemper enim centro uiſus in quorumcunq; illorũ punctorum exiſtente uidentur a b,& g d,magnitudines æquales. Similiter quoq; ſi linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10. primi,& in puncto f ponatur centrum uiſus, tunc item per 4.primi,& 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & ſi à puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit f,& ſecans periferiam circuli in puncto o,tũc ad huc ſecundum præmiſſa in quocũq; puncto lineæ f z,ponatur centrum uiſus,ſemper per 4.primi, & 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod ſi centrum oculi ſit extra circulum a b g d,ut in puncto e,ꝙ ſit exempli cauſa propinquius lineæ d g,ꝗ ipſa b a,dico ꝙ uidebitur linea a b,maior ꝗ linea g d,protrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,ſecetq; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulẽtur lineæ b t, & d r,& quoniam,ut ſupra patuit lineæ a b,& g d,ſunt æquales ex hypotheſi, ergo per 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t, & g r d,æquales propter duorum arcuũ æqualitatem, ergo per 13.primi anguli b t e & d r e ſunt æquales,quia uero arcus b t, eſt maior arcu d r,propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo per 28.tertij latus b t,maius latere r d,linea uero e t eſt minor ꝗ linea r e,ꝙ patet ex penultima tertij,& 15.ſexti,protracta prius à puncto e, per 16.tertij,linea e q,circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e,ſit maior ꝗ linea e g, ex hypotheſi, patet etiã per 8. tertij, lineã a r,eſſe maiorem linea e t,quia uero linea b t,eſt maior ꝗ linea r d,& linea e t,eſt minor ꝗ linea e r,fiat per 3.primi huius, ut quæ eſt proportio lineæ b t,ad lineam t e,eadem ſit lineæ r d,ad aliquã lineam quartã, quæ neceſſario,ut patet ex præmiſſis, erit minor ꝗ linea r e, abſcindatur ergo per 3.primi æqualis illi à linea r e,quæ ſit r p : copuletur quoq; linea p d,ergo per 6.ſexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt,eritq; angulus r p d,æqualis angulo b e t. Sed per 16.primi angulus r p d,maior eſt angulo p e d:angulus ergo a e b,eſt maior angulo g e d,ergo per 20.huius,uidebitur linea a b,maior ꝗ linea g d. Si autẽ centrum oculi conſiſtat intra circulũ,tunc immutetur figura, ſitq; ut prius circulus a b d g,circũſcriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d,diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur à puncto f,ad periferiam circuli perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit z f, cõſiſtatq; centrum uiſus intra portionem z f d,ut in puncto o,dico ꝙ linea g d,apparebit maior ꝗ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e,ducãturq; lineæ o a,o b,o g,o d,producatur linea a o,uſq; in punctũ circumferentiæ,ꝙ ſit g,& linea g o, uſq; in punctum q,& linea e o,uſq; in punctum i,& copulentur lineæ q d, & g b,cum itaq; linea a s,ſit maior ꝗ linea g q,per 7.tertij,propter hoc ꝙ punctus o,in q̊ eſt centrũ uiſus,datus eſt in portione z f d,ꝓpinquior lineæ d g ꝗ lineæ q b,& ꝓpinqor puncto g,ꝗ puncto a,linea q̊q; a s,eſt propinquior centro e,ꝗ linea g q,eſt ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmiſſis arcus a b,æqualis eſt arcu g d,per 27.tertij,& ex hypotheſi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus,remanebit arcus b s,maior arcu q d,ergo per 28.tertij erit





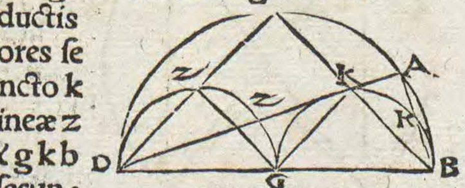


erit corda b s,maior ꝗ corda q d. Sed per 7.tertij linea o s,eſt minor ꝗ linea o q,cum linea o s,ſit propinquior diametro e i,ꝗ linea o q,ut patet ex præmiſſis,quoniam ergo anguli b s a,& g q d,per 26.tertij ſunt æquales,quoniam cadunt in arcus æquales,in trigonis quoq; b o s,& d o q,latus b s,eſt maius latere q d,& latus q o,maius latere s o, ut patet ex præmiſſis,& hæc latera hinc & inde continent angulos æquales,tunc per modum quo in præmiſſis ſuperius uſi ſumus,patet ꝙ angulus b o s,maior eſt angulo q o d,ergo per 13.primi angulus b o a eſt minor angulo g o d,ergo per 20.huius, uidebitur linea g d,maior ꝗ linea a b, centro oculi exiſtente in puncto o, qđ eſt propoſitũ. Similiter q̊q; ſi centrum uiſus fuerit in portione z o b,uidebitur linea a b,maior ꝗ linea d g,hæc ergo latera trianguli qñq; uidentur æqualia, qñq; inæqualia in diuerſis locis cẽtro uiſus poſito,quod eſt propoſitũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo poſito inæquales magnitudines in idem cõpoſitæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

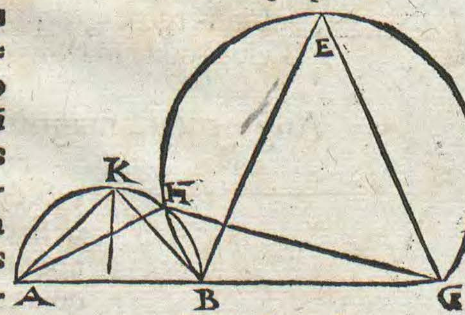
Sit duarum magnitudinum datarum b g maior, & d g minor,& circa utrãq; ſemicirculus deſcribatẽ,ut circa lineã d g ſemicirculus d z g,& circa lineã b g, ſemicirculus g k & tertius ſemicirculus deſcribatẽ circa totã lineã d b,q ſit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a,pal,ãquia ꝓductæ lineæ ſecant minores ſemicirculos,ſecet ergo linea a b,ſemicirculum g k b, in puncto k & linea d a,ſemicirculum d z g in puncto z,& ducantur lineæ z g & k g;palam itaq; per 30.tertij,quoniam anguli d z p,& g k b & d a b,omnes ſunt æquales quia recti,oculi itaq; centro ſecundum puncta k a z tranſmutato,uidebitur linea b g,æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum,& linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi ſecundum puncta formarum ſemicirculorum tranſmutato,patet ergo propoſitũ.



CXXVI.

Poſſibile eſt inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas,uel quarta pars,& uniuerſaliter in ea proportione ſecundum quam propoſitus angulus diuidetur.

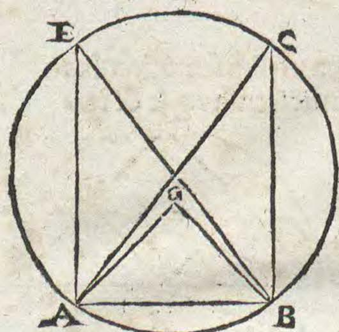
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales,& circa a b deſcribatur ſemicirculus qui ſit a k b,qui per 29.tertij diuidatur per æqualia in puncto k,ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b eſt rectus, diuidaturq; angulus a k b, per æqualia per 9.primi,ducta linea k f,quæ per ultimam ſexti neceſſario erit perpendicularis ſuper diametrum a b,& incidet centro ſemicirculi,ideo quia arcus ſemicirculi diuiſus eſt per æqualia in pũcto k,& per 32.tertij, ſupra lineam b g deſcribatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, eſt acutus,angulus enim a k b, qui eſt rectus eſt duplus angulo a k f,erit ergo illa deſcripta portio maior ſemicirculo per 30.tertij,quæ ſit b e g, eritq; angulus a k b,duplus angulo b e g,cadatq; pũctus e in medio arcus b e g,quia itaq; linea a b & b g,uidentur directæ uiſui oppoſitæ, cum uiſus centrum eſt in punctis k & e, uidebitur ergo per 20.huius linea b a in puncto k,dupla lineæ b g,uiſæ in puncto e,& quoniam omnes anguli in una portione circuli ſuper arcum conſiſtentes ſunt æquales,per 26.tertij, palam ꝙ accidit ſimiliter ſuper omnia puncta illorum arcuum ſemicirculi.ſ.præmiſſi,qui a b k,& portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro,ita ut obliquitas uiſionis hincinde ſit ſuper eadem, uiſu itaq; exiſtente in pũcto communis ſectionis ipſarũ,ꝙ ſit punctus h,tunc eodem intuitu uidebitur linea a b,quaſi dupla lineæ b g,& eodem ergo modo diuerſificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiſo angulo per aliũ numerũ quẽcũq;. Generale enim eſt hoc,data magnitudine & angulo diuidere angulum ſecũdum aliquã proportionem per 27.primi huius, & circa magnitudinem deſcribere portionẽ circuli



capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & superposito centro uisus ad illum angulum ui, debitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineã protensæ à puncto cõcursus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, q̃m in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, q̃ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, si angulus a k b, secundũ aliã proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g, constituatur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaq; propositum.

CXXVII.

Sunt loca in quibus posito uisu eadẽ magnitudo q̃nq; totius suæ quãtitatis, q̃nq; medietatis, q̃nq; quartæ, uel secũdũ datam proportionem uidetur.



Esto a b magnitudo uisa, dicoq; ipsa transmutato cẽtro uisus ad diuersa puncta, quandoq; ipsa apparet suæ ꝓpriæ quãtitati, quandoq; in alia quacũq; portione: describatur eñ circa lineam a b, circulus a e b, ita ꝙ linea a b non sit diameter illius circuli, qđ potest fieri sumpta diametro circuli aliqua linea maiore, q̃ sit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b, duplus est angulo a e b, oculi itaq; centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior q̃ appareat centro oculi existente in arcu a e d, per 20. huius, q̃m omnes anguli cõtenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus est angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propositum.

CXXVIII.

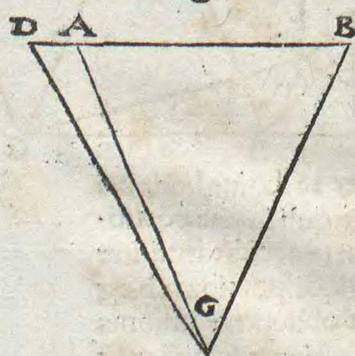
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quantitas augmentari.



Sit linea uisa b g, & sit oculus in puncto 3, ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundũ lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, est maior angulo b 3 g, res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo super d existente, respectu eius, quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi sit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior q̃ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior est angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia est maior sicut totum sua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, q̃ b a, maiora uero se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodũ aucta, & in eo uero ꝙ maiora sunt sub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uisum uidetur idem ei qđ prius uisum est, & æstimatur æquale sibi ipsi, omnium autem æqualiũ q̃d appropinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angulum sub quo fit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non in directo

in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quãdoq; concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.

Verbi gratia, uideatr magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediũ qđ est b, nõ fit in directo suorũ extremorũ, sed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu, accedat uero medius punctus rei uisæ, qđ est b, ad uisum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico ꝙ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorũ formæ secundũ ipsorũ sitũ & distantiã describuntr in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex supficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundũ diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ꝓpositũ.

CXXXI.

Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineã a g, & sit b remotius à uisu q̃ c, q̃a ergo linea a b, est maior q̃ linea a c, palam per 7. huius, q̃m secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio q̃ secundũ lineã a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, q̃ quæ fit in puncto c, & similiter per eandẽ 7. huius, sub minori angulo uidetur spacium qđ in aliquo tempore pertransit mobile b, q̃ illud spaciũ qđ in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebitr ergo b tardius moueri qđ sub maiori angulo uidetur mobile b, q̃ mobile c, & similiter spaciũ qđ pertrãsit mobile b, sub minori angulo uidebitur q̃ spaciũ, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebitr spacium per quod motũ est mobile b, spacio qđ pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem ad huc uidebitr moueri b, qđ est remotius à uisu q̃ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in una axe uisuali, & aliquod ipsorũ fuerit intra concursum axium propinquissimũ uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit; unde æstimabitr tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

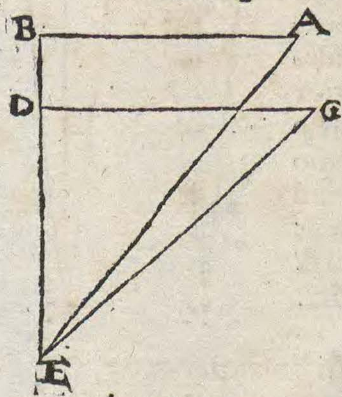
CXXXII.

Omnium mobilium æqueuelociũ super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarũ remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico ꝙ mobile a, ꝙ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius q̃ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor q̃ linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri q̃ mobile b, ꝙ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, q̃uis ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, q̃ mobile a, remotius uisui: quãdo eñ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior q̃ linea a d, mobile ergo a, æstimatur tardius moueri q̃ mobile b, quod est propsitum.

CXXXIII.

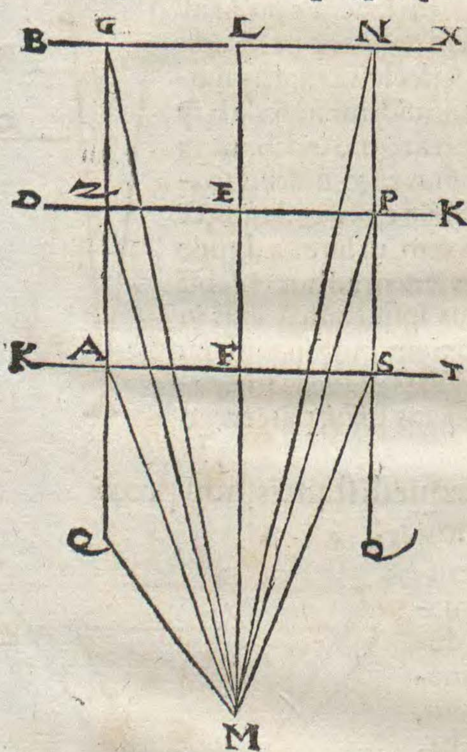
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existẽtia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sit'q; centrũ uisus e, & sit ut axis uisualis trãseat ex puncto d, ad punctũ b, erit ergo punctũ b remotius à uisu, ꝙ sit punctũ d, palã itaq; per 7. huius, q̃m linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet̃, ꝙ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius lineag d, uidet̃ maior ꝙ linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatẽ anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, ꝙ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, q̃m uiso g uidebit̃ a retro illud, quod est propositum.

CXXXIIII.

Mobilium secundũ lineã cui perpendiculariter insistunt æquedistantẽ lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorũ, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.

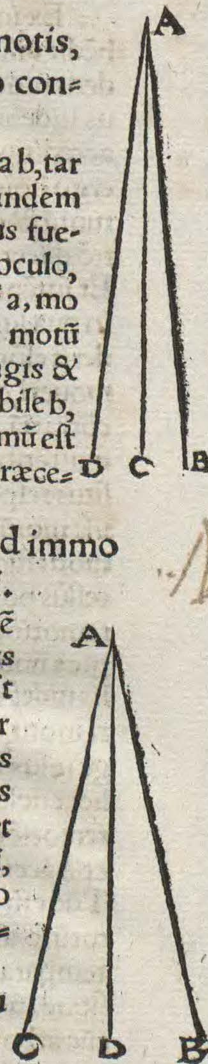


Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineã quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secũdum puncta g 3 a, sit'q; mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctũ m, & sit mobile a k, uisui ꝓpinquius, ducatur'q; à uisu à puncto. s. m, per 31. primi, linea paralella lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producantur'q; lineæ k a, d 3, b g, ad lineã m l, incidat'q; linea k a lineæ m l, in punctũ f, & linea d 3, in punctũ e, & linea b g, in punctũ l, & q̃m lineæ g a & m l sunt paralellæ, palam per 21. huius, q̃m ad partẽ l, cõcurrere uident̃, propinquior igitur uidebitur g, ad pũctũ l, ꝙ 3 ad punctum e, uel a ad punctũ f, uidetur igitur ꝓcedens b g, subsequens uero d 3, & ultimũ ipsoꝝ k a, protrahatur itaq; linea g a, ultra punctũ a, ad punctũ q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad punctum g, ꝙ linea m 3, ad punctũ 3, uel linea m a, ad punctum a, q̃m anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebit̃ præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundũ lineã rectam, quæ est g a, ad lineã m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quousq; linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundũ lineã rectã m l, mobile k a ꝓpinquius uisui uidet̃ ꝙ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aũt transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecõtrario, tũc mobile remotius uisui uidebit̃ seq, & ꝓpinquius præcedere ꝓpter eandẽ causam quã præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, q̃d est remotius à centro uisus m, pertrãsita linea m l, perueniat ad locũ lineæ n x, & mobile d 3, ad locũ lineæ p r, et mobile k a, q̃d est ꝓpinquius uisui perueniat ad locũ lineæ s t, ducatur quoq; à centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia, ideo

ideo quòd sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctũ l, ꝙ linea p r ad punctũ e, uel ꝙ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit̃ sequi, & linea a k, quæ fuerit prius subsequẽs sup lineam s t, uidebitur præcedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum.

CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.



Sint tria mobilia b c d, & sit centrũ oculi punctũ a, sit aũt inter hæc mobilia b, tardissimũ, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius ꝙ c, et om̃ia moueantur ad eandem partẽ uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motũ est cum oculo, nõ ergo mutat sitũ respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebit̃ a, mobile uero b, quia est tardissimũ, patet quod moto uisu ipsum est pertransitũ per motũ uelociorẽ ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelocissimũ est præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp sit plus distans à uisu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpositũ.

CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint em̃ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & sit c, aliquid nõ motũ. Sit'q; centrũ uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, qa itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã q̃m ipsum fit ꝓpinquius ad illũ ꝙ corpus c, quia nõ mouetur, sed & mobile d, æqueuelociter motũ est mobili b, uidetur ergo mobilia b & d, nõ mutare sitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat sitũ respectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est ꝓpositũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariã moueri, quia em̃ partes nubiũ æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus prope à uisu ꝓpter remotionẽ in paruo tp̃e nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri.

CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cũ em̃ talia mobilia sic signata mouent̃ circulariter, q̃dlibet suoꝝ punctoꝝ motu suo describit circulũ, q̃m q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tp̃e sensibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã super quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiẽ uisus per modũ circũferentiæ circuli, q̃m em̃ motus circularis est totus unus, nõ diuidens tempus, nõ potest uisus cõprehendere formã puncti signati nisi secundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tp̃e cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & si plura sunt pũcta secundũ ordinẽ unius sub altero signata, plures uidebunt̃ circuli subalternatim & ordinate cõtenti, & hoc est ludus pueroꝝ in trochis sup planas superficies circulariter exagitatis, q̃m qñ trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aspexerit q̃s ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebunt̃ plures circuli æq̃distãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uisus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersoꝝ coloꝝ sibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uisus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab oĩbus colorib. q sunt in illis punctis, q̃si sit color cõpositus ex oĩb. coloribus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuersitatẽ coloꝝ, & si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi q̃escẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tp̃e sensibili, sed in minimo tp̃e girat̃ tota circũferẽtia sup quã reuoluit̃, & similiter mota linea uidebit̃ secundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiusdã supficiei rotũdæ descripta in supficie ipsius uisus, & si linea illa

 fuerit

fuerit coloratã, tũc ꝓpter motus uelocitatẽ, motus facit totã ſuperficiẽ rotũdã apparere coloratã, & hoc eſt propoſitũ.

CXXXVIII.

In motus & quietis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intẽperata em̃ luce accidit error in uiſione motus & q̃etis, ſi em̃ de nocte cõprehẽdit uiſus hoĩem añ aliqđ nemus, forte occultabit̃ ei diſtãtia hoĩs ad nemus. Si itaq; uidens moueat̃ uerſus hoĩem uiſum, quãto magis ad illũ acceſſerit, tãto diſtantiã illã certius uidebit, unde cũ pri9 ſimul una cũ nemore appareret ei homo uiſus, & q̃to ad eũ pl9 accedit, pl9 uidet̃ à nemore remotus, & certũ eſt ei nemus immotũ remanere, æſtimabit ergo hoĩem ad partẽ cõtrariã nemoris incedere, licet ueritas ſit ipſum hoĩem uiſum immotũ & q̃etũ eſſe, & etiã ſi homo de nocte uiſus nõ plene cõprehẽdit̃, q modicũ moueat̃ nõ diſcernet̃ motus eius, & uidebit̃ quieſcẽs, hi aũt errores nõ acciderẽt in tẽperata luce. Et intẽperata etiã remotione error accidit in uiſione motus & quietis. Si q̃s. n. ad partẽ in qua lunã añ ſolẽ aut ſtellã aliquã uiderit moueari, cũ poſt plurimũ motũ lunã añ ſe uiderit elõgatã nõ minus q̃ in principio ſui motus, æſtimat ipam lunã ad eãdẽ partẽ ſecũ moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elõgatiões durare, & euenit hoc etiã ĩ luna ad partẽ cõtrariã ꝓperãte, accidit q; hic error ideo, q̃a notũ eſt hoĩ, qđ in his naturis inferiorib9 exiſtẽtib9 duobus corꝑibus, q̃ꝝ unũ moueat̃ in partẽ aliquã, ſi tũc permãſerit identitas ſitus reſpectu alterius corꝑis, tũc neceſſe eſt etiã aliud corpus ĩ eandẽ partẽ æq̃li motu fuiſſe motũ, hoc tñ nõ oportet ſic æſtimari ĩ luna uł ſtellis, q̃m magnitudo uiæ q̃ ꝑagit q̃s motu ſuo, nõ eſt ꝓportionalis magnitudini corꝑis lunæ uel alterius ſtellæ, ergo neq; exceſſus poſtremæ ꝓpinq̃tatis ad ſtellã ſuꝑ primã ꝓpinq̃tatẽ eſt ſenſibilis reſpectu totalis remotiõis. Idẽ etiã error accidit ĩ motu nubiũ, credit̃. n. uelociſſimus eẽ motus lunæ, q̃a ꝑtes nubiũ, ꝑ quas uidet̃ luna, ſubito mutant̃, et luna nec cũ his partibus nubiũ, nec cũ illis uidet̃ eſſe ſita, & q̃a luna eſt corp9 luminoſum uiſibilius q̃ nubes, æſtimat̃ luna moueri motu, qđ ſecundũ ueritatẽ nõ mouet̃. Similiter etiã accidit error in q̃ete, aliq̃s. n. à lõge uiſus nõ ueloci motu motus, q̃eſcere uidet̃, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueant̃, uiæ em̃ q̃s incedũt ĩ tꝑe paruo, nõ ſunt ꝑceptibiles uiſui à tanta remotiõe, unde durante ſitu ipſaꝝ, reſpectu uidẽtis identitate q̃eſcere putant̃. Similiter etiã accidit hic error, ſi ĩ eadẽ linea uiſuali uel axe corpus aliqđ uiſum uel à uiſu moueat̃. Tũc em̃ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabit̃ ĩmotũ, q̃a nõ ꝑcipit̃ an ꝑtes uel ipſum totũ ſe aliter habeat nũc q̃ prius, uia em̃ q̃ ĩcedit, eſt ĩꝑceptibilis à tãta remotiõe. Ex intemꝑata etiã ſitus oppoſitiõis obliq̃tate accidit error uirtuti diſtinctiuæ in p̃miſſoꝝ uiſione, unde aliq̃ uelociter nauigãte ĩ flumine, & obliq̃ ĩſpiciẽte arbores in ripa fluminis, tũc arbores ab axe uiſuali multũ elongatas æſtimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uiſualis ĩcidet q̃eſcere uidebũt. Similiter rota aliq̃ mota, ut molendini obliq̃ uiſa uidet̃ quieſcere. Eſt aũt hic error ꝓpter ſolã obliq̃ tionẽ ſitus rei ad uiſum, q̃m talis rota directe intuita moueri uidet̃. Ex intẽperata etiã magnitudine accidit error in uiſione præmiſſaꝝ. Si em̃ moueant̃ duo, q̃ꝝ unũ ſit paululũ uelocius alio, putabit uidẽs eſſe æqualẽ ipſoꝝ motũ, cũ inſenſibile ſit uiſui unius motus ſuꝑ aliũ excrementũ, & ſimiliter quãtitas exceſſus uiæ quã trãſit alius, ĩꝑceptibilis eſt uiſui, unde iudicat̃ æq̃ litas motuũ & uiaꝝ & ſimiliter res ꝑua mota forte æſtimabit̃ nõ moueri, etiã ſi diſtãtia à uiſu fuerit tꝑata. Ex intẽperata etiã raritate accidit error in p̃miſſis. Si em̃ in aere nubiloſo obſcuro duo corpora moueant̃, q̃ꝝ unũ alio paululũ uelocius moueat̃, iudicabunt̃ forſitã æquales ipſoꝝ motus, cũ ꝓpter intẽperiẽ diafonitatis aeris diſcerni nõ poſſit motus unius ad motũ alterius exceſſus, uidet̃ em̃ tũc perpẽdiculariter à uiſu exceſſus uiæ ꝑtrãſitæ ab uno à uia ꝑ tranſitæ ab alio. Similiter etiã in tali aere à lõgitudine media nõ tñ parua ſi q̃s uideat aquã fluentẽ, aut iudicabit eã ĩmotã, aut ſi fuerit fortis eius fluxus, æſtimabit̃ minus mota q̃ moueat̃. Ex intẽperata etiã tꝑis fit maximus error in uiſione motus & q̃etis, q̃ per ſe tꝑe menſurant̃, cũ em̃ duoꝝ mobiliũ unũ paulo uelocius alio mouebit̃, tunc motus in tꝑe modico cõprehẽſi æq̃les iudicabunt̃, q̃a nõ eſt tã ſubito cõprehenſibilis ipſoꝝ exceſſus, & ſi aliq̃d tarde moueat̃ hoc in tꝑe modico in reſpectu nõ uidebit̃ moueri, q̃m uia ꝑ quã mouet̃ in modico tꝑe, eſt ĩperceptibilis uiſui ꝓpter ſui paruitatẽ, ſed & uelociſſime motum

motũ circulariter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æſtimat̃ moueri, locus em̃ trochi nõ mutat̃, & partes uelociſſime redeũt ad priorẽ ſitũ. Ex intẽperantia etiã diſpoſitionis uiſus accidit error uiſioni p̃miſſoꝝ. Cũ em̃ q̃s ſæpius in circuitu fuerit reuolutus & poſt quieſcit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueant̃, ideo q̃a ſpiritus uiſibiles ĩterius moti diſcurunt ex motu corꝑis ipſius facto, nec ſtatim q̃eſcente corꝑe exteriori ſpũs intrinſecus moti quieſcũt, eo q̃d leuiores corꝑe groſſo ſunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti diſtinctiuæ rep̃ſentãt, uidet̃ em̃ om̃ia moueri, q̃rũ formæ motis ſpĩtibus uirtũti aĩæ offerũt etiã poſt q̃etẽ ipſius uidentis, & huius ſimile ẽ etiã ĩ alijs motis, trochus em̃ diu poſt q̃etẽ manus motricis mouet̃, & nõ q̃eſcit q̃uſq; uirtus influxa ſibi deſinit mouere. Eſt etiã q̃dã corꝑis & oculoꝝ infirmitas, in q̃ uident̃ oĩa circũuolui. Si etiã corp9 ſimiliũ ꝑtiũ uoluat̃ tarde, ut accidit in q̃buſdã rotis horologioꝝ, tũc uiſus debilis nõ ꝑcipiet motũ eius, neq; etiã ſanus uiſus ꝑcipiet motũ ꝑ ui tꝑis. Si uero ſit corp9 diſſimiliũ ꝑtiũ, ut ĩ rotis molẽdini, tũc forte etiã uiſus debilis cõꝑhendet motũ, niſi ualde feſtina fuerit rotæ reuolutio, q̃a ꝓpter uelocitatẽ motus forte diſſimilitudo ꝑtiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet itaq; illud q̃d proponebatur.

CXXXIX.

Aſperitas cõprehendit̃ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuperficiei corporis aſperi incidentis, ꝑ quã cõprehendit̃ diuerſitas ſituũ partiũ ſuꝑficiei corꝑis.

Cum aſperitas ſit diuerſitas ſitus partium ſuperficiei corporis, palam per 11. ſecundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit ſuperficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifeſtæ luci & diſcoopertæ, & in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiſcentes lucem illis partibus incidentem, diuerſificabitur ergo forma lucis in ſuperficie illius corporis, quod non accidit in ſuperficie plana, eius enim partes ſunt conſimilis ſitus, & fit forma lucis in omnibus ſuis partibus conſimilis, uiſus itaq; cognoſcit formã lucis in ſuperficiebus aſperis & planis diuerſam propter frequentationem uiſionis ſuperficierum aſperum & planarum, & ſecundum hoc dijudicat aſperitatem ſuperficierum uel planiciem in corporibus aſperis quibuſcunq;, ſed ſi ſuperficiei aſperæ partes fuerint ualde præminentes, poteſt etiam uiſus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehenſione diſtantiæ quæ eſt inter partes, & ſic ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium ſuperficiei corporis aſperi cõprehendet etiã aſperitatem illius, & erit etiam lux in illa aſperitate maximæ diuerſitatis, quoniam maioribus umbris diſtincti permiſcetur, & ex diuerſitate formæ lucis uidebitur diſtantia partium, & diuerſitas ſitus earum, & ex hoc uidebitur corporis aſperitas, quod ſi præminentiæ partium ſuperficiei rei uiſæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uiſus illam aſperitatem corporis niſi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuerſitatem lucis ſuperficiebus corporum aſperorum incidentis, & ex conſequenti per comprehenſionem diuerſitatis ſituum partium ſuperficiei corporis, aſperitas comprehenditur à uiſu, patet ergo propoſitum.

CXL.

Lenitas ſiue planicies cõprehendit̃ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuꝑficiei lenis corporis incidentis illis etiã per ſuarũ partiũ om̃imodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas eſt æqualitas ſitus partium ſuperficiei, patet quod partes corporis lenis ſunt conſimilis ſitus, lux ergo illis corporibus incidens fit conſimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis terſitudo ſiue politio, quæ eſt quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uiſu ex ſcintillatiõe lucis in ſuperficie illius corporis, & ex ſitu ſecundum quam reflectitur lux ad uiſum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uiſus quandoq; planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium ſuperficiei uiſæ æqualitatem, quandoq; etiam comprehẽdit ipſam planiciẽ ſuperpoſito uiſu in una parte illius ſuperficiei uiſæ, & cum formæ partium extremarum illius ſuperficiei quæ ſunt remotiores à uiſu ſecundum lineas rectas ꝑueniunt ad uiſum in ipſa ſuperficie productas, tũc uiſus ſic ipſius ſuperficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum.

CXLI.

In aſperitatis & lenitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intẽperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uiſioni aſperitatis et lenitatis, quia de nocte uiſa aſperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerſo ſecundum qualitatem rei uiſæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æſtimantur illi capilli ſummæ plani, cum ſint ſecundum ueritatem aſperi, eo quod eſt in eis diuerſitas & diſtantia innumeroſa. Superflua etiam longitudo diſtantiæ errorem ingerit uiſioni aſperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel ueſtibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem diſtantiæ æſtimatur aſperitas, ideo quia ſenſus conſueuit accipere aſperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis ueſtium depictarum, quæ propter diſtantiam uidentur replicatæ, cum ſint in una ſuperficie conſtitutæ. Similiter etiam ſi magna diſtantia opponatur uiſui corpus, in quo eſt modica aſperitas, putabitur lenitas, quia à tali diſtãtia nõ poteſt diſcerni diuerſitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium ſuper depreſſas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam ſitus fit error in uiſione aſperitatis & lenitatis. Si em̄ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uiſu non exiſtente in loco reflexionis fiet comprehenſio aſperitatis capillorum, cū non ſit niſi lenitas in illis: hoc autem non accideret uiſui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo eſt modica aſperitas obliquatum fuerit ab axe uiſuali, tũc apparebit lene, quod ſi directe uiſui opponeretur, ſua aſperitas uiſui ſe offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum enim occurrerit uiſui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi eſt aſperitas, aut econuerſo, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum ſuper alias propter minimã corporis paruitatem. Ex ſoliditatis etiam intemperantia error accidit uiſioni præmiſſorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit aſperitas non magna, putabitur forte lenitas, & ſi totum fuerit lene, & trans ipſum uideatur corpus aſperum aut diuerſorum colorũ, æſtimabitur hoc corpus quod eſt rarũ & lene eſſe aſperum, & erit error in aſperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, quia in aëre nubiloſo obſcuro uidebitur corpus aſperum eſſe lene propter latentes aſperitatis cauſas, & uiſa re polita cū non diſcernitur reflexio ab ea, æſtimabitur forte aſpera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorũ, cū enim ſubito uidetur aliquod aſperum æſtimabitur lene, & ſi lene uiſum fuerit ſubito non poterit diſcerni lenitas aut aſperitas, unde ſub dubio fit error. Ex uiſus etiã debilitate fit error in uiſione, præmiſſorũ, quia forte uiſus debilis reputabit corpus modice aſperum fore lene, uel econuerſo, ſi in formis corporis aſperi & leni fuerit diſſimilitudo, patet ergo propoſitum.

CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uiſu ex comprehenſione formæ corporis ultra corpus diafonum exiſtentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo propoſito ſatis patet, dicimus enim ut in principio ſecundi huius præmiſimus, illa corpora diafona, quæ ſunt peruia uiſui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per ſe non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, niſi in ipſo ſit aliqua ſpiſſitudo reſpectu diafonitatis aëris interiacentis uiſum, ut eſt criſtallus & berillus, & ſimilia denſa diafona, ſed etiam illorum diafonitas à uiſu non comprehenditur, niſi ex comprehenſione formæ corporis exiſtentis ultra illa uel in circuitu ipſorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uiſum, cũ ergo uiſus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehenſi à ſe eſt ſolum corporis ultra corpus diafonum exiſtentis, tunc ſentiet diafonitatem corporis diafoni: quod ſi corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris ſpiſſitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipſum exiſtentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uiſu, ubi apponatur forti luci, tunc enim poteſt eius diafonitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corpoꝝ ualet ſpiſſorũ talibus corporibꝰ diafonis, ipſorũ cõprehenſio à uiſu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut patet de hyaſpide in auro, patet ergo propoſitum.

CXLIII.

Spiſſitudo ſiue denſitas cõprehendit̃ à uiſu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uiſus comprehendit corpus aliquod, & nõ ſentiet in ipſo aliquã diafonitatem, ſtatim arguet ipſius ſpiſſitudinẽ, quia cũ ſtatim ad illud corpus terminat̃ operatio uiſiua, nec aliquid penetrat, p̄ illud uero uiſus exercetur ad uidendũ ultra ipſum formas aliorum corporum, tunc iudicat uiſus ipſum eſſe ſpiſſum ſiue denſum & partiũ compactarum, & ſic comprehenditur ſpiſſitudo uel denſitas à uiſu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur.

CXLIIII.

In raritatis & ſoliditatis uiſiõe error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor eſſe raritatis, quia tamen trans ipſum non plena fit comprehenſio formæ corporis ſolidi, æſtimabitur remiſſio raritatis uiam tranſitus formarũ prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur ſolidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uiſione præmiſſorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum ſubtile, licet illud appareat uiſui maius quàm ſit, tamen nihil occultatur ei de oppoſito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æſtimabitur diafonitas eſſe in acu, aut in alio corpore, cum retro ipſum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, q̄a remotio tam modica reſpectu occultationis acus eſt immoderata. Similiter etiam ſi quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non ſit aliquod corpus coloratum aut tenebroſum, non reputabitur illud corpus rarum ſed ſolidum, quia retro ipſum non p̄cipitur aliud corpus quod eſt proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam ſitus diſpoſitione accidit error in prædictorum uiſione. Si enim deſcenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uiſum tranſitus lucis per uitrum, & ſit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinũ eſſe in uaſe uitreo, tunc æſtimabitur à uidente uinum eſſe corpus ſolidum, ſcilicet uinum cum uaſe uitreo, & non accidet hic error in tranſitu lucis per uas uitreum directe oppoſitum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uiſione præmiſſorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux poſſit reflecti, & ſit ſimile margaritæ, iudicabit ipſum uiſus eſſe rarum cum ſit denſum, ſimul uiſo corpore raro multum paruo, quia poſt ipſum non fit corporis ſolidi cõprehenſio, ſimulabitur ſolido. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione præmiſſorum, Si enim retro corpus ualde rarum ſit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, ſed aſſimilabitur eius raritas poſterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro ſuppoſitum non apparet ita rarum ſicut apparet adhibito uiſu ſibi ſoli, unde fit error in raritate. Si autem poſt corpus rarum ponatur ualde propinque corpus ſolidum, tunc primum iudicabitur ſolidum, & fit error in ſoliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum poſt illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipſum cum uitreo eſſe unum corpus ſolidum. Item etiam accidit error in uiſione præmiſſorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloſo obſcuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur ſolidum, & ita fit error in ſoliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorum, luce enim declinata ſuper corpus remiſſe rarum, ipſo quoq; deſcendente ſubito per uiſum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forſitan quod illud ſit rarum infimæ raritatis, cui ſi in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipſo uiſu declinationem lucis eſſe cauſam apparentiæ maioris raritatis in corpore remiſſe raro. Si quis etiam inſtanter intueatur corpus rarum, & poſt ipſum non diſcernat lucis tranſitũ, putabit ipſum eſſe ſolidum. Debilitas etiam uiſus errorem inuehit uiſioni præmiſſorum, cum enim fuerit in corpore raro ſoliditas pauca, æſtimabitur à uiſu debili illa ſoliditas maior quàm uera, & cũ fuerint in corpore raro color fortis aut poſt ipſum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uiſui debili eſſe ſolidũ, patet ergo uniuerſaliter in oĩbus illud qđ proponebatur.

CXLV.

Vmbra cõprehendit̃ à uiſu ex priuatione alicuius lucis luce altera p̃ſente.

Eſt enim umbra priuatio cuiuſdam lucis exiſtente actu præſentia lucis alterius in loco umbroſo: cum itaq; ſenſerit uiſus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus exiſtẽs in loco umbroſo, tunc ſentiet obumbrationẽ illius loci & priua-

priua

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionē radiorum, percipiet tamen secūdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domū sui diffusione illuminātis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarū lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locū & nullam lucem in illa, tūc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositū.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albū lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lōge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabūtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̃d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiā situs oppositiōis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primū positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albū, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pūcta illa singula esse foramina in quibus fit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pūctorum paruitate: quod si illa pūcta sunt maximæ nigritudinis, tūc æstimabūtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorū paruitas est causa apparitionis tenebrarum.

Ex intemperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domū p foramē aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram proijcit super proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semp superior proijcit umbram super inferiorem usq; ad fundū aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quærit̃ in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ peruenientes ad uisum, & comprehēdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur om̃is tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstātia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorū. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendētes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiā debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multū nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circūstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̃ à uisu ex comprehensione simplici formarū uisibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut ēm exem-

pliciter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formã sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uisu, in quibusdã eñ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uisum apparent, & faciũt formã uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidenť pulchræ nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oñes quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi ꝑ cõpetentem sibi sitũ, quamuis enim figuræ linearũ sint oẽs ꝑ se bene dispositæ & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna & alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde uidetur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pulchritudinem, motus eñ hoĩs in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uillositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum sericorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, q̃d non accidit in aëre condensato ꝓpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, qm̃ enim partes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuersæ ꝑtes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum, & diuersæ partes aĩaliũ aĩalia: eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorũ est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarũ uisibilium ad inuicem, & nõ solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quàm unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cõiunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per se: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione ad inuicem consistũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutẽ sentientẽ, & cõprehendet uirtus distinctiua pulchritudinẽ rei uisæ in qua est illa intentio, & sic cõiunctio diuersarum intentionũ fit causans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad sentientẽ, tũc uirtus distinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uisæ cõpositæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omniũ formarum sensibilium pulchritudo: in pluribus tamen istorũ consuetudo facit pulchritudinẽ, unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cõsuetudinis formã, sicut illud quod per se æstimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & sicut unicuiq; suus ꝓprius mos est, sic & ꝓpria æstimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter sit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uisu, cum intentiões sensibiles neq; per se neq; ex cõiunctione ipsarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ sunt causantes.

Turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmissum est, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consueta proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudo, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint

in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis, cum propter solam sui paruitatẽ aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferẽtes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquæ particulæ, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocũq; breuitate error accidit uisioni præmissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cũ aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tũc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum, minuta enim quæ sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum, patet ergo ꝓpositum.

CLI.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensiõe cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatiõe alterius illarum ad alteram, uisus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex cõprehensione cuiuslibet formarũ intentionũ secundum suum esse & ex cõprehensione illaꝝ ad inuicẽ.

CLII.

Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuersitas ut hic accipitur non sit aliud ꝙ differentia formarũ sensibiliũ cõprehensarum à uisu, hæc diuersitas cõprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarũ diuersarũ, & ex cõparatione alterius illarum ad alterã, & ex cõprehensione priuatiõis cõsimilitudinis in eis: diuersitas ergo cõprehendit ꝑ sensum uisus ex cõprehẽsione cuiuslibet formarũ & intentionũ ꝑ se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CLIII.

In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secũdum speciem, uel eiusdem figuræ secundũ speciem in quibus partialis diuersitas ꝑ latentia signa distincta est, tũc eñ illa in luce debili nõ uident, & ob

& ob hoc inter illa corꝑa oĩmoda iudicabit̃ similitudo: & si aliq̃ corꝑa solũ ꝓpter aliq̃ minuta signa ipsis cõmunia ꝑticipent similitudinẽ, tũc ꝓpter lucis debilitatẽ illis causis cõsimilitudinis nõ ꝑceptis iudicabit̃ diuersitas totalis, q̃d nõ accideret in luce temꝑata. Ex suꝑflua etiã elongatione accidit error in ꝑmissoꝝ uisione, ut patet in ꝑmissis exẽplis. Minutæ eñ causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauã huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26. huius. Accidit etiam error in præmissorum uisione propter causarum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatẽ, propter quam cæteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiã soliditatis error accidit uisioni præmissorum. Si enim duo uasa multum rara conueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositiõe, tũc uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebũt causæ diuersitatis, & reputabuntur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cũ sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. in aere enim nubiloso & obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum. s. similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CLIIII.

Virtuti distinctiuæ error quandoq; accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circunstantiarum octo omnium uisibilium cõcurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarũ per se sufficeret ad causandum errorem, si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subito uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiã subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentẽ tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiã quãdoq; concurrunt intẽperantiæ plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret, Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum coloꝝ motum tardo motu, tunc forte uidebitur quiescere. Sed motus eius qualibet illarum causarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumstãtiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quæ plus experientiã ꝙ rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ in intẽperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisæ.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet ꝙ sit in rei ueritate, tunc fit error uia scientiæ in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiã cuiuslibet octo circunstantiarum rerum uisibiliũ. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uisæ, unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis, unde etiam noctilucæ uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quã-

doq; aliquis uidens equum, putat ſe uidere aſinum. Et uniuerſaliter fit error ſcientiæ,
uel à ſpecie ad ſpeciem,uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiuſdem ſpeciei ; uel ab indi-
uiduo ſpeciei unius ad indiuiduum ſpeciei alterius,ut equus Petri æſtimatur mulus
Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere,putat ſtellam ui-
dere, hæc enim omnia ſi prope eſſent uiderentur ſine errore. Situs etiam oppoſi-
tionis errorem inducit,quandoq; enim Petrus remotus ab axe uiſuali, putabitur Mar-
tinus,& quandoq; equus uiſus,putabitur eſſe aſinus,quæ ſi directe uiſui opponantur er-
ror penitus ceſſabit.Quantitas etiam extra temperantiam exiſtens errorem facit ui-
ſui & ſcientiæ,ut cum granum ſinapis creditur eſſe granum naſturtij.Soliditas etiam eſt
cauſa huius erroris,unde criſtallus,quia parum eſt ſolida, creditur color eius eſſe color
rubri, ſuppoſito ſibi tali colore & uiſu in oppoſito exiſtente. Diaſonitas etiam nimis
diminuta huius erroris eſt cauſa,uitro eñ colorato uiſui & rei uiſæ coloratæ ĩterpoſitæ
æſtimabit color corporis oppoſiti mixtus ex colore ,pprio & colore uitri; & ſi oculis &
rebus uiſis interponatur pannus multum rarus,apparebit color corporis mixtus, non
q ſecundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni tranſeuntes concoloribus fi-
lorum miſceantur,ſed quia puncta coloris rei uiſæ & filorum ſine diſtantia ſenſibili pro-
pe adinuicem in uiſus ſuperficie ſituantur,unde illi colores diuerſi uidentur punctuali-
ter adinuicem coniuncti,propter quod apparet uiſui unus color ex illis ambobus colo-
ribus mixtus,ut ſi magna ſint panni foramina diſcernentur colores & panni & rei ui-
ſæ ſine aliqua mixtura.Et ex hoc accidit quod uiſo colore alicuius corporis per pannũ
laneum,uidebitur mixtura colorum plurimum conſonans colori filorum, quia forami-
na panni lanei ſunt ſtricta,quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum io-
culatores faciunt ſub pannis ſe circumſtantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc
ſimilitudines illarum imaginum inſpicienti per pannum lineum ſubtilem,ſicut ſolet fie-
ri,apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ
diaſonitatis medij,quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempis etiã intempe-
rantia huius erroris eſt cauſa. Si quis enim per foramen reſpiciat aliquod corpus tran-
ſiens ueloci motu,& non plene acquirat formam corporis, etiam ſi quis ſubito aliquid
uideat quod ſtatim à uiſu recedat,errabit in indiuiduo illius formæ, unde forſan eſt er-
ror in ſpecie uel in indiuiduo uel utroq;,forſan enim æſtimabit equum fuiſſe mulũ, uel
Petrum Martinum,uel equum Petri fuiſſe mulum Martini. Debilitas quoq; uiſus hu-
ius erroris eſt cauſa, læſus enim uiſus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnẽ
colorem uiſum illius coloris,uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter
oculorum ægritudinem aliquando equus apparet aſinus,& Socrates uidetur Plato. Et
ſimiliter in alijs uiſibilibus errabit uiſus propter ſolam intemperantiam ſuæ æqualis di-
ſpoſitionis nullo alio impedimento accedente.Si ergo errores ſcientiæ accidunt uiſui ſe-
cundum ſingulas intemperantias 8.circumſtantiarum rei uiſæ,ut patet.his autem & eo-
rum ſimilibus non duximus multum inſiſtendũ, quia hæc quæ diximus, ſufficiunt pro
talium omnium radice,et hoc eſt propoſitum.

CLVI.

In ſolo uiſu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumſtantiarum rerum per ipſum proprie uiſarum.

Quia enim,ut patet per principium tertij huius,lux & color ſunt per ſe obiectum ui-
ſus,palam quod ei ſoli non poteſt error accidere niſi in luce & colore, accidit autem ui-
ſui in illis error propter ipſorum intemperantiam in fortitudine,ut lux fortis non per-
mittit alia uiſibilia uideri,& color fortis facit res alias quaſcunq; in colore ſibi ſimiles
uideri, cũ tamen illorum color ſit diuerſus.Et ſimiliter eſt in lucis & coloris debilitate,
Si enim corpus in quo ſit multa coloꝝ diuerſitas,occurrat uiſui ſub luce multum debili,
ut ueſtis diuerſi coloris apparebit unius coloris. Et ſi color ſit ualde debilis, etiam in lu-
ce temperata non uidebitur,& ſic lux extra temperantiam facit uiſui deceptionem ſe-
cundum utrũq; extremorũ. Diſtantia etiã uiſibiliũ errorẽ inducit uiſui,qa ,ppter impro-
portionatam

portionatam diſtantiam res colorum diuerſoꝝ minutatim ipſis aſperà uidebitur unius
coloris.Situs etiam oppoſitionis ſenſum errare facit,quia cum corpus uiſum fuerit mul-
tum obliquatum,occultabuntur propter ſui obliquationem ipſi uiſui minutæ eius par-
ticulæ.& ſi fuerit in partibus minutis colorum diuerſitas,apparebit in totali corpore,
& ſi corpus redierit ad directam oppoſitionem, illorum colorum diuerſitas apparebit,
niſi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uiſuali fuerit nimis magna. Ma-
gnitudo etiam uiſui errorem inducit,quia etiam luce & diſtantia,& ſitu uiſioni conue-
nientibus,colores paruarum partium corporis diuerſi coloris euadũt uiſum, & uidetur
res unius coloris,quod non fieret ſi paruitas partium temperamentum non exiret. So-
liditas etiam eſt cauſa deceptionis uiſus, ſi nimis remiſſa fuerit, unde criſtallus uidetur
colorata colore rei ſibi ſuppoſitæ propter ſuæ ſoliditatis paruitatem, quod non accide-
ret ſi criſtallus plus ſolida eſſet.Ex diaſonitate etiam error accidit uiſui, quia propter in-
terpoſitionem flammæ inter uiſum & rem uiſam,etiam ſi illa res uiſa fortis ſit coloris,
uidebitur illud corpus tenebroſum propter ſolã carentiam diaſonitatis in medio. Tem-
pus etiam eſt cauſa erroris,quia ſi ſubito ſuper corpus diuerſorum colorum fiat uiſus di-
rectio,apparebit illud corpus coloris unius,donec per diligentem intuitum diſcerna-
tur.Debilitas etiam uiſus errorem prætendit in uiſione præmiſſorum, luce enim forti
in uiſum agente leditur uiſus ſtatim,& ad colorem alicuius corporis conuerſus ipſum
colorem tenebroſum recipit,donec poſt aliquod tempus leſio receſſerit.Similiter etiam
cum adeſt oculis infirmitas,occultabitur uiſui colorum uarietas,& ſic fit error in talibus
ex ſola uiſus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod ſecundũ omnes circũ-
ſtantias rerum uiſibilium in ſolo uiſu fieri deceptionem eſt poſſibile, & hoc proponebat.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, ſiue per nigrum medium uiſui colorem præſentat puniceum.

Huius declaratio eſt ex ſenſibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod
in ſpeculis bene terſis fulgidis res fulgida uiſui præſentatur in ſui fulgore, quod ſi ſpe-
culum fulgidum non fuerit,tunc forma fulgidi permixta nigro colore ſpeculi præſen-
tatur uiſui,non intentione ſui fulgoris, ſed quaſi aliquantulum denigrata, & ita rubea
ſiue punicea apparet.Vniuerſale enim eſt,ut in principio ſecundi huius ſuppoſitũ eſt,
quod rerum ualde coloratarum colores,quo ipſius medij coloris ſpeculi commixti fir-
mantur ad uiſum,ut ſi per uitrum coloratum aliqua res uideatur,quòd color rei uiſæ ex
colore proprio & colore uitri permixtus uiſui præſentetur,& hoꝝ multas experientias
plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi ful-
gidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens,in medium co-
lorem uiſus iudicio permutatur,& apparet oculo coloris punicei fantaſia. Et etiam ui-
demus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis
fulgidus & albus exiſtens per fumum nigrum propter groſſiciem materiæ, & humidita-
tem aquæ, quæ illi fumo miſcetur,puniceus uidetur. Per caliginẽ quoq; & fumum ni-
grum uidetur ſol non fulgidus ſed puniceus,quando talem fumum uel caliginem ſoli &
uiſibus accidit interponi,& hoc idẽ in alijs ſtellis poterit perpendi. Item circuli qui cir-
ca cãdelas uident, ,ppter groſſitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer
ingroſſatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ ni-
gredine permiſceri uidetur,uel alio medio colore ſecundum diſpoſitionem luminis &
admixtæ umbræ,& hoc etiã plenius declarandum diligens inquiſitor plures experien-
tias poterit applicare,patet ergo propoſitum.

CLVIII.

Viſum protenſum longe debiliorem fieri patens eſt.

Non enim uiſus uidet ſimiliter de longe poſita quemadmodum prope exiſtentia.
Si enim uideatur de longe corpus foraminoſum,cuius ſint parua foramina,totum uide-
tur continuum,unde ſi aliquis uaporem rotidum de longe uideat,totũ ipſum fore unũ
corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiã uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannũ coloratũ, in quo est minuta colorũ diuersorũ cõspersio, ad quos ꝓportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, q̃m extra temperantiã est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibile rei circũstantiã uisus ꝓtensus nõ perspicit, palã quia debilitatur ex ꝓtensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobat̃ quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uisum ꝓtensum longe debiliorem fieri patens est, ut præmissum est, ideo accidit ꝙ ea quæ longe uidentur ꝓpter uisus debilitationẽ omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora q̃ sint, uisibus apparent, q̃m eminentiæ suarum partium asperitates & tumores in ipsis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorũ distantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti; quanto enĩ magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uident̃ q̃ in loco suo uisui in eodẽ loco existẽte, q̃m reflexio facta in aqua auget distantiã; nihil aũt differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionẽ rei cõplere; semper enĩ fit iudicium uirtutis uisiuæ secundum quod forma est in uisus organo recepta; neq; latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebit̃ nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde sicut uisus colorẽ nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq; albã existentem uidet uisus propter distantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & q̃m coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo à quibuscũq; speculis exquisitius pertractemus. Primo itaq; in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus, quælibet illorũ quæ æstimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculorũ planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorũ speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtñ sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorum

rum superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidunt. Nec intelligimus quod solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiã ipsis uisibus non præsentibus fit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos, quod manifeste patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uisum à speculo quocũq;, est tñ in receptione harũ formarum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uisu, q̃uis aũt ut in procemio huius scientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in sensum, q̃m unius rei una & eadem forma semper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à superficiebus speculorũ. quæ etiam in modo simplicis uisionis directe uisibus occurrit, nõ potest tñ in reflexione facta à superficiebus speculorũ quorũcũq; cõprehendi ueritas formæ, sicut cõprehendit̃ in uisione simplici directa. In reflexionibus enĩ à q̃buscũq; speculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipsis uisibus quasi opposita, cũ tñ secundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis nisi semper miscentur cũ colore speculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uisus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uisæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in omĩ reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus q̃ in directa simplici uisione, quæ uero ad hunc uisionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuscũq;, & à planis maxime speculis præmittimus, sunt ista. Politio corporũ, est cõtinuitas partiũ superficiei politi corporis sine sensibilitate pororũ uel diuisionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, secundũ quã forma rei incidit sũpficiei speculi. Linea reflexionis dicit̃ illa secundũ quã forma reuerberata propter soliditatẽ speculi quã penetrare nõ potest reflectitur ad uisum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit superficiei speculi, & idem est punctus reflexionis, q̃m formarũ reflexio ad uisum semper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis super superficiẽ speculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ super superficiẽ speculi illius, à quo fit reflexio, si illa superficies sit plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis super ipsam, quæ est perpendicularis super superficiem planam illam superficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur superficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ ꝓductam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiẽ planam speculi, aut super lineam rectã cõtingentem cõmunem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uisus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à speculo reflectitur ad uisum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipsa linea reflexionis, ut à centro uisus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur superficies contenta à linea rei uisæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, & superficiei speculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni sectione. Imago dicitur forma in speculo cõprehensa. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formæ, s. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ speculo, extrema q̃nq; uideri. Item quòd uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum kathetum suæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum tersorũ politorũ cuiuscũq; figuræ sint, superficies à quolibet suorum punctorum luces colores & formæ rerum oppositarum reflectuntur secundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim, ut patuit per primam ſecundi huius, forma lucis à corpore luminoſo ſemper ſecundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppoſitum, & ſimiliter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terſo polito, quia in tali corpore non patet tranſitus lumini uel colori, propter talis corporis denſitatem & priuationem diafonitatis, cum ſint planaꝝ ſuperficierũ, in quibus nulla eſt aſperitas, ſemper ab illis fit luminis & coloris & formaꝝ reflexio, & ob hoc oppoſito ſpeculo lumini forti oblique incidenti, manifeſte fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, ſi color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto ſpeculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato ſpeculo lumen reflexum aufertur: et ſi à loco cui incidit radius luminoſus manus uel aliud corpus mundum uel politum ſecundum lineam rectã ducatur ad ſuperficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã ſecundũ rectitudinem lineaꝝ reflexio eſt facta, quoniam ipſi experimentanti ſecundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti ſuper reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita ſuperficie cuiuſcunq; ſit figuræ, à quolibet ſuoꝝ punctoꝝ fit reflexio ſecundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminoſi. Vnde ſicut oſtenſum eſt in 20. ſecundi huius, ſuper quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis politi, & baſis in ſuperficie corporis luminoſi, & à quolibet puncto luminoſi corporis procedit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie corporis politi: & ſi à corpore luminoſo procedit lux ad corpus politum ſecundũ lineas æquediſtantes, ſi illæ lineæ quaſi columnam continentes terminanẽ ad baſes pyramidũ præmiſſaꝝ, per quaſcũq; autem lineas lumen corpori polito incidit, ſecundũ illaꝝ ꝓprietatem reflectiẽ, ſiue ſint perpendiculares ſiue oblique, patet ergo propoſitũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis aſperis, qm̃ in illis ſunt pori & foueæ, quas ſubintrat lumen, & redit in ſe permixtũ cũ umbra illoꝝ corpoꝝ, unde non fit reflexio ſenſibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præſente luce color ad corpus oppoſitum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, ſicut & ipſum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ feneſtræ deſcendat lux ſolis ſuper corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppoſitione contra ipſum ſpeculum argenteum, & item contra ſpeculum ponatur uas concauum ad modum ſcyphi, quod ſit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat ſuper illud corpus album, apparebit itaq; ſuper faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit deſcenſus lucis, color itaq; mixtim cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ ſi denſum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipſo reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum ſit rarum & lucidũ actu, ſicut ſunt aqua & uitrum, & ſimilia, tunc reflectunẽ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, ꝗ ab his corporibus denſioribus ꝗ ſint illa, & etiã circa aliquod punctum ſub iſtis corporibus, uel in iſtis uidenẽ formæ lucis & coloris incidentes ſuperiori ſuperficiei iſtorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuerſaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior eſt luce diſgregata per petitionem principij ſecundi huius, & quanto lux ab ortu ſuo plus elongaẽ, tanto plus debilitatur, per 24. ſecundi huius, patet ꝙ cũ ſecũdũ aliq̃d corpus corpis luminoſi ꝓcedit lux ad ſupficiẽ corporis politi in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior eſt eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter diſgregationẽ: lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & diſgregationem, tum propter ipſam reflexionem. Luces quoq; ſecũdum lineas æquediſtantes politis corporibus incidentes ſunt debiliores ꝗ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio ꝗuis fiat ab omni corpore polito, ſicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen eſt multum ſenſibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipſius ſpeculi conformis ipſoꝝ colorum reflexorum, niſi forte à ſpeculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim ſpeculo color apparet debilior ꝗ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipõ colore reflexo debilitat ipſum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri poſſunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponiẽ. Tunc em̃ in radio ſolis poſito ſpeculo argenteo, & ipſi ſpeculo & parieti interpoſita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ ſenſibilis. Idẽ quoq; accidit ſi in radio incidẽtiæ ipſius ſpeculi ponaẽ corpus diafonũ coloratũ, per q̃d tranſeat radius incidẽs ipſi ſpeculo, utpote ſi ante feneſtram ponaẽ uitrum coloratũ, uel ſi modo ſimili ut experimentanti uidebiẽ, diſponaẽ. Cadente itaq; luce forti ſuper ſpeculũ argenteum & ipſa reflexa ſuper parietem albũ, notabiliter uidebiẽ lux parietis debilior ꝗ ſpeculi, eflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus eſt debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, ſed colores magis ꝗ luces. Colores. n. debiliori modo incidunt ꝗ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitanẽ. Color enim debilis cũ ad ſpeculũ peruenerit, miſcetur colori ſpeculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebroſus, & uniuerſaliter formæ reflexæ ſunt debiliores ꝗ ſint ĩ loco à quo reflectunẽ. Sic ergo patet quod omnis reflexio eſt cauſa debilitatis, nam & hoc patet ſenſibiliter in luce, licet em̃ lux directa & lux reflexa æqualiter diſtent ab ortu ſuo, tñ debilior eſt lux reflexa. Opponaẽ em̃ in aere radio ſolis intranti per feneſtrã domus aliqua, in qua unica eſt feneſtra, ſpeculũ minus foramine, ita ut lux reſidua foraminis quæ nõ ĩcidit in ſpeculo cadat in terrã ſuper corp9 album, & lux à ſpeculo reflexa cadat ſimiliter ſup corpus album eleuatum à terra, hoc obſeruato, ut ſit eadem diſtantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis feneſtræ, uidebitur itaq; ſuper corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, ꝗ ſuper corpus iacens, cuius minoritatis ſola reflexio eſt cauſa, & idem poteſt in coloꝝ reflexione faciliter demonſtrari, & eodem modo, patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & ſi debilior ſit luce prima, eſt tamen fortior quàm lux ſecunda æqualiter ab origine diſtantibus ambabus, & idẽ eſt in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, ſi aliud ſimile corpus ponatur extra locum reflexionis, & ſit cum illo eiuſdem elongationis à ſpeculo, uidebitur ſuper ipſum corpus ſecunda lux minor ꝗ in illo quod eſt poſitum in loco reflexionis, ſit em̃ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur, ponatur ſpeculum in terra aſpiciens totam lucem radij incidentis per illam feneſtrã, quã lucem ſuperius in principio ſecundi libri huius ſcientiæ diximus lucem primam, tunc em̃ fiet palam, quòd erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum, ꝗ ſuper aliud corpus ſimile poſitũ extra illum locum eũdem à ſpeculo elongatum. Et idem accidit ſi ſuperficies ſpeculi nõ ſuſcipiat radium directe ſed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à ſpeculo argenteo corpus album poſitum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album exiſtens extra locum reflexionis, & in eadem diſtantia à ſpeculo, apparet quidem coloratũ, ſed debilius ualde ꝗ corpus poſitum in loco reflexionis, & ſi ferreum fuerit ſpeculum forte in corpore quod eſt in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quaſi nullus apparebit color, patet ergo propoſitum.

V.

Natura agit in omnibus ſecundum lineas breuiores.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales ſic fiunt, deſcendunt eñ grauia perpendiculariter ſup ſuperficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſſionis; per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter eſt motus; et quia ut in principio ſecundi libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs, palam quod neceſſario agit ſecũdum lineas breuiores. Si enim poſſit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam conſecuta eſt finem in puncto b, non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia quorum motrix eſt anima ſecundum breuiorem lineam mouent̃ ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ & ſi nonnunq; inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & inſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmiſſis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores ſunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propoſitum prout poſſibile nobis fuit.

A B C

VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3. ſecundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ eſt linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidẽtiæ ſenſibilis in loco incidentiæ, & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundẽ retinet ſitum, quã ſua compar in linea incidentiæ ſenſibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propoſitum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuſcũq; ſpeculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuerſitatem ſitus, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum.

Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contigit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſarum, eiſdem etiam modis cõtingit uiſum decipi in uiſione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifeſtius fit hoc in ſpeculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uiſualibus, uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi, uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota fit reflexio à ſupficie ipſius ſpeculi. In alijs uero quibuslibet modis licet ſimiliter cauſet̃ error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis poſitis, nec tamen fit totalis excuſatio ab illis, patet ergo propoſitum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantum ſeptem.

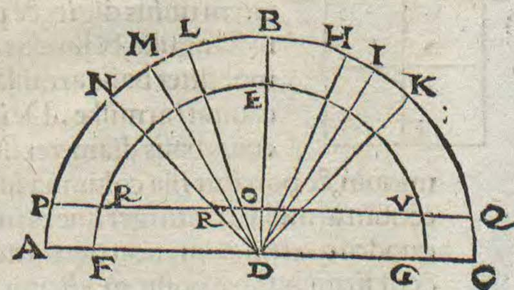
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nõ poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non poſſunt eſſe niſi corpora plurimũ planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei concauæ uel conuexæ; ſicut autem patet ſenſui, licet corporum planarum ſpecies ſecundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ, cum nec enim in ipſis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aũt patet per 118. primi huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula, quorum unum eſt planũ cuiuſcunq; figuræ, & tria ſunt cõuexa, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, nec eſt poſſibile plura eſſe ſpecula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propoſitum.

IX.

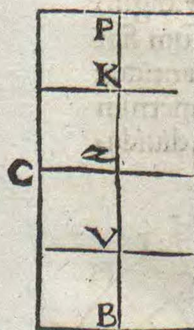
Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularibus ſpeculis inſtrumentaliter declarantur.

Aſſumatur ſemicirculus æneus conuenientis ſpiſſitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter ſupra diametrũ a c, per 5. primi, eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per ultimã ſexti: abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per undecimam ſexti, q̃ ſit b e, & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat ſemicirculus qui ſit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit ſecundũ puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundũ puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterũ à ſemidiametro b d, inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o, & à puncto o ducatur linea æquediſtans diametro ſemicirculi quæ eſt a c, per 31. primi, quæ ſit p o q, hanc itaq; interſecabunt omnes lineæ ad partes diuiſionis à cẽtro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipſam interſecat ſit r, & in quo linea d k ſit s, & puncta in quibus interſecat ſemicirculus f e g ſint t & u, deinde à totali ſemicirculo abſcindat̃ pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime ſuperficies, & acuatur d, centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctum d maneat in eadem ſuperficie ſemicirculi cum lineis productis: nos aũt quãtitatem lineæ b e, quæ eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitũ appellamus, eſt ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14. præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & ſpiſſitudo eius ſit 7. digitorum, & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40. primi huius, & ſuper ipſum fiat circulus ſecundũ quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniã eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum ſuper idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpõdeat primæ, & ſecũda ſecũdæ & ſic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pũcta diuiſionis lineæ rectæ, & rotundet̃ tabula lignea extrinſecus ſecundũ circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædã armilla lignea cuius latitudo eſt duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ pfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius ſuperficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis ſuper planam ſuperficiẽ



 lati

latitudinis ipſius: ponatur enim pes circini ſuper terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat ſemicirculus in ſuperficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 29. tertij, & ꝑ ducatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea eſt perpendicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ latitudinis, quæ pars eſt baſis columnæ, & eodẽ modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in ſuperficie armillæ concauæ. In qua etiã ſuꝑficie ex parte planæ ſuperficiei nõ diuiſæ ſumatur altitudo duorũ digitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis, fiant ſigna, & ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ, immiſſa tabella ænea, ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ immiſſa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cõuenientius poſſit fieri, & ſecundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia ſigna intra illos duos digitos, & circunducatᷓ circulus æq̃diſtans priori circulo ſecundũ quantitatẽ ꝓmiſſam medietatis grani ordei, & ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, ſecundũ profunditatem ſemicirculi ænei a b c, ſignentur alia pũcta in prædictis perpendicularibus, & iterũ fiat circulus ſecundũ illa pũcta, & excepto per aliqua inſtrumenta illo corpore ligneo inter hos duos ſecũdos circulos exiſtente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea ſemicirculi portio, quæ eſt p b q, quæ intrabit concauitatẽ uſq; ad portionẽ minoris circuli quæ eſt t e u, ideo quod diſtantia iſtorum duorum arcuũ eſt unius digiti, & eadem eſt profunditas cõcauitatis factæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut ſuperficies circuli f e g, diuiſa per lineam à centro d, ad circunferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ, diuiſæ: lineæ itaq; perpendiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ, tangent lineas diuiſionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in conuexa ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpendicularium productarum ſecundum diſtantiã duorum digitorũ ab ipſa plana ſuperficie nõ diuiſa, & poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorũ, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter ſit æqualis quantitati grani ordei, & ſecundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipſorum coaptetur baculus ligneus, qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget ſemicirculi f e g ſuperficiem, quoniam ut patet ex præmiſſis centrũ cuiuslibet illorũ circulorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillæ, à quo diſtat ſuperficies circuli ænei qui eſt f e g, ſecundum quantitatem medietatis grani ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter ſit æqualis diametro armillæ ligneæ, & perquiſito puncto medio ipſius ꝑ 40. primi huius, ab illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e, & hic circulus erit æqualis circulo f e g, & baſi concauitatis armillæ. Item ſuper centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera ſint quatuor digitorum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ, quod poteſt fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad ꝓfunditatem unius digiti, & planentur omnes ſuꝑficies concauitatis ſuæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter baſis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum ſpiſſa, cuius baſis diameter ſit æqualis quãtitatis grani ordei, ſicut diametri foraminum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad concauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare niſi ad locum determinatum, & ut firmius ſtare poſſit, modicum cæræ ſibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis columna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſſit latus quadrati cõcaui in tabula lignea, quod eſt æquediſtãs lineæ r s, ductæ in ſuperficie circuli ænei. Deinde fiant ſeptem regulæ ligneæ planæ æquediſtantiũ ſuperficierũ orthogonaliũ, æquales & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex, latitudo quatuor, & ſpiſſitudo com-



do cõmunis, ut inferius neceſſitas ipſius finis edocebit, & una ipſarũ adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundũ quadrati concaui, & ut faciliter intret ſine compreſſione, ducaturq; taliter ut punctus d, centrum ſcilicet circuli a b c, contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat ſignum in regula quod ſit x, & à pũcto ſignato x, producatur in extremitatẽ regulæ linea æquediſtãs longioribus lateribus regulæ, quæ ſit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pũcto x ſignato, ſumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pũctum z, erit itaq; z medius pũctus longitudinis regulæ, centrisq; foraminum oppoſitus directe, centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & diſtant à baſe armillæ per duos digitos: punctus ergo z diſtat ab eadẽ baſe per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unũ, & quia ab extremitate regulæ uſq; ad punctũ z, ſunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ eſt tantum ſex digitorum, patet quod punctum z, eſt medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctũ z, lineæ æquediſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ ſit t q, eſt itaq; linea longitudinis regulæ quæ eſt b p, diuiſa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ ſunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pũctis k & y, ſemper ductis lineis latitudinis à punctis ſectionis k & y, perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p, æquediſtanter lineæ c q, ſic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuiſa in quatuor partes æquales, & hoc modo omẽs aliæ ſex lineæ diuidantur, et factum eſt quod proponebatur.

X.

In ſpeculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partẽ reflexio: ſemperq; angulum incidentiæ æquale eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum, & concauetur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quãtitatem diametri ſpeculi, & profundetur ſecundum ſpiſſitudinem ipſius ſpeculi, apteturq; taliter, ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directe ſuperponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam ſuperficiẽ ſpeculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia conſiſtat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod eſt acumen tabulæ æneæ cadat ſuper ſpeculum, & tunc illa regula ſit cum ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, ſed ſtet firma. Deinde bene obſtruentur om̃ia foramina inſtrumẽti præter unum, quod oblique ſuper regulæ ſuperficiem declinet, & ſit exẽpli cauſa foramẽ correſpondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio ſolis, & melius eſt ſi radio ſolis per feneſtram domus intranti. Radius itaq; ſpeculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & ſi foramen illud puncti h aperiatur, & cũ foramen prius opertum quod fuit puncti l, obſtruatur, reflectitur recte radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autẽ b d l eſt æqualis angulo b d h, ut patet ex hypotheſi in præmiſſa, ergo angulus l d a eſt æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a eſt æqualis toti angulo b d c, quia uterq; eſt rectus. Si etiam imponatur foramẽ aperto columna ferrea concaua, de qua præmiſimus, deſcendit lux per columnæ cõcauitatẽ ad ſpeculum, & reflectetur in foramine reſpiciens æqualem angulum ut prius. Et ſi ad ſecũdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, ſemper tamen erit debilior lux per columnam deſcendens quàm ſine columna per ipſum foramen deſcendẽs, & illud eſt experimentandi modus, ſi aliquod foramen cum cæra obſtruatur, & circa centrum eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate reſpicientis, & ſi concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo ſecũdum centrum ſuæ baſis, deſcendet lux ꝑ axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, & reflectetur ſemper æqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur ſimiliter per alia duo illis ſimilia, ſemper enim declinatio linearum reflexionis eſt æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ eſt linea media longitudinis regulæ, eſt orthogonaliter ſup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquediſtantem lineæ c q, quoniam illa eſt cõmunis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei fundi quadrati concaui æquediſtantis ſuperficiei a b c circuli ænei, & linea media ſuperficiei fundi æquediſtat lineæ d b, quæ eſt media diameter circuli, & quia linea quæ eſt communis ſectio ſemicirculi a b c, & ſuperficiei regulæ in qua eſt linea latitudinis regulæ & æquediſtans communi ſectiõi ſuperficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter ſuper ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, eſt erecta ſuper ſuperficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b c æquediſtanter ſuperficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ diameter d b eſt perpendicularis ſuper lineam b x p, cũ ſecent ſe in puncto d, eſt ergo linea d b erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi plani, & ſuper eius circuli diametrum, quia ſuperficies circuli a b c eſt æquediſtans ſuperficiei circuli tranſeuntis per centrum foraminum, quoniam diſtantia omnium centrorum foraminũ à ſuperficie circuli a b c, eſt eadem ſcilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero tranſiens centra omnium foraminum ſecat columnã ferream per axem, eſt ergo axis columnæ in illa ſuperficie, & quia columna ferrea in ſuo deſcenſu tangit aliquam linearum in ſuperficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearũ, palam per præmiſſa, quia axis columnæ æquediſtat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcũq; foraminũ columnã deſcendẽte, ſemp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, linea uero z d b, ſemper eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipſius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod eſt contingens punctum n, eſt æquediſtans lineæ d n, & ſimiliter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, ſignatis in circunferentia a b c, omnes enim ſemidiametri foraminum ſunt æquales & æquediſtantes lineæ z d, per 25. primi huius, ſunt enim omnes ſemidiametri foraminum perpendiculares ſuper ſuperficiẽ circuli a b c, quoniam ſunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, ſunt æquediſtantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod eſt z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in ſuperficiebus æquediſtantibus contenti ſunt æquales, & ſi à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipſa per præmiſſa æquediſtans lineæ d b, diuidens angulum linearum ſecum concurrentium per æqualia, ſicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propoſitum.

XI.

In ſpeculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in ſe ipſum inſtrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni diſpoſitione inſtrumenti ut prius, & regula in qua ſitum eſt ſpeculum planum erecta ſuper fundi quadrati concaui, quod eſt in tabula lignea, quæ eſt baſis inſtrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui reſpondet ſemidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat ſolus pũctus qui eſt terminus axis eius qui immittatur p foramen ad ſpeculum, ſigneturq; incauſto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, caderq; radius ſuper pũctum ſignatũ, & circa ipſum efficiet circulum, ſignetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & ſecundum quantitatem lineæ interiacentis puncta ſignata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. ſecundi huius, quoniam ſemper proceſſus lucis per foramen ingredientis eſt in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux deſcendens per axem reflectitur per eandem, & ſecundum illius reflexionem ordinatur totalit̃ reflexio luminis incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa baſem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipſius lucis interioris circulo, palamq; fit illam lucem apparere per reflexionẽ, nõ tamen accidit hoc p reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui eſt axis illius pyramidis luminoſæ: ſed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique ſpeculo incidentiũ, qui etiã ſecundum modũ ſuæ obliquitatis ad partes oppoſitas, & nõ in ſe reflectunt̃, qd' patet, ſi obturetur per cærã utraq; baſis foraminis, facto modico foramine ſecundũ axẽ, tunc enim radio ſolis per uiam tantum axis deſcendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem baſem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, ſed ex reflexione lucis oblique incidentis ipſi ſpeculo. Quod ſi regula in qua ſitum eſt dictum ſpeculum planũ aliquantum retrorſum inclinetur, tũc palam eſt quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, uidebiturq; lux reflexa à medio foramine remota ſecundũ medium declinationis ſpeculi, ſemper tamen centrum lucis cadet ſuper lineã ductam in concaua ſuperficie armillæ perpendicularem ſuper ſuperficiem a b c circuli ænei, & deſcendentem per centra baſis foraminis medij, hoc enim ſecat ſemper lucem circularẽ reflexã & diuidit circulum eius per mediũ, & ſi regula ad latus dextrum uel ſiniſtrum declinet̃, ſemper radius ſecundũ hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem baſem foraminis ut prius, patet ergo propoſitũ, ſemper enim in ſpeculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in ſe ipſum, ſed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſum.

XII.

In ſphæricis conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in ſe ipſum.

Fiat ex ferro mundo ſpeculum ſphæricum conuexum hoc modo. Deſcribatur circulus maximus ſphæræ, cuius diameter ſit g, ſex digitorũ aſſumptorũ ut prius, & inſcribatur ei linea æqualis ſemidiametro per primam quarti huius, itaq; erit corda trium digitorum, ducatur quoq; à centro ſphæræ ſemidiameter perpendiculariter ſuper illã cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4. primi, & p 27. tertij, eritq; ſuus uerſus minor medio digito, abſcindatur itaq; illa minor portio circuli, & ſecundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur ſpeculum, qd' linietur & poliatur planiſſime extrinſecus, aſſumaturq; regula lignea ſimul penitus prius ſumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum ſpeculi, applicetur ſpeculum regulæ ita ut mediũ punctũ conuexi ſpeculi cadat ſuper z medium punctũ regulæ, & ſit in ſuperficie ipſius regulæ quod poteſt ſciri per applicationẽ alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoq; regula cũ ſpeculo orthogonaliter ſuper fundum quadrati, ut in ſpeculis planis, & operatione priori reperitur, & luce p foramẽ obliquãdo uel mediũ deſcendente fiat reflexio ut prius, & ſimiliter fiet ſi regula declinetur. Semper enim luces per diuerſas lineas obliquas ſpeculo ſphærico conuexo incidentes, per diuerſas lineas obliquas reflectuntur, & quæ ſecundum perpendiculares lineas ſpeculo luces incidunt reflectentur in ſe ipſas, & ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, qd' proponebat̃.

XIII.

In ſphæricis concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ſphæricum ut ſupra, & ſecundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planiſſime intrinſecus, & aſſumatur alia regula lignea ſimilis priori, & coaptetur ei ſpeculum taliter, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit ſuperficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro baſis ſpeculi, & fiat iſtorum diligens inquiſitio per artificium quod induſtriæ experimentantis committimus. Immittaturq; regula cũ ſpeculo ipſi inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis omnino priori, ſic tamen ut ſemp punctus d,

ctus d, qui eſt centrum ſemicirculi ænei, cadat ſuper medium punctũ ſpeculi, hoc enim eſt ſemper in omnibus ſpeculis conuexis & concauis obſeruandum. Declarabiturq́ angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipſo radio perpendiculari, patet ergo propoſitum.

XIIII.

In columnaribus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ ſit altitudinis trium digitorum, & cuius baſis circuli diameter ſit ſex digitorum, & reſecetur portio circuli baſis illius columnæ ut prius in ſpeculis ſphæricis, fiatq́ ex ferro mundo portio columnæ, cuius baſis ſit illa portio circuli & altitudo ipſius trium digitorum, & ſecundum cõcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq́ omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares ſuper utraſq; baſes, eritq́ ſinus uerſus baſis minor medietate unius digiti; hoc itaq; ſpeculum optime politum uiſui conuexæ, applicetur uni regularum ſimili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat ſuper medium punctũ regulæ qui eſt z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipſius conuexam ſuperficiem per æqualia ſit in ſuperficie regulæ, & applicetur ei ſecundum lineam longitudinis eius qui eſt b p, & hoc fieri poterit, ſi utriuſq; baſis arcus per æqualia diuidatur & puncta media ſignata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum ſpeculo ipſius inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis priori. Demonſtrabiturq́ angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut ſupra, nec eſt in aliquo à paſſione ſpeculorum planorum in his ſpeculis diuerſitas, niſi in hoc quod ſi radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur ſecundũ partem dextram uel ſiniſtram, apparebit inde lux reflecti ſuper idem medium foramen & medium lucis ſuper medium foraminis, quæ lux in ſpeculis alijs obliquetur, quoniam enim in ſpeculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum ſibi oppoſitarum incidit, propter hoc in omnibus ipſis accidit uniformitas reflexionis, & ſemper radius perpendicularis reflectitur in ſeipſum, patet ergo ꝓpoſitũ.

XV.

In pyramidalibus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro ſpeculũ pyramidale, cuius baſis ſit æqualis baſi ſpeculi colũnaris, erit ergo corda illius baſis triũ digitoꝝ, & ſinus uerſus minor medietate unius digiti. Sit aũt linea lõgitudinis ſpeculi quatuor digitoꝝ & dimidiũ, & hoc optime exterius politũ, applicet̃ uni ſimiliũ regularũ taliter cõcauatæ, ut medius pũctus eius ſit ſuꝑ pũctũ z medíũ pũctũ regulæ, & ut acumẽ eius ſit in termino lineæ b p, & linea diuidẽs portionẽ pyramidalẽ ꝑ æqualia q̃ ſcilicet à uertice pyramidis ad mediũ pũctũ arcus baſis ꝓducit̃, ſit in ſuꝑficie regulæ. Immiſſa quoq; regula cũ ſpeculo in inſtrumentũ fiat oꝑatio ut prius, & accidũt oĩa quæ in ſpeculis colũnaribus cõuexis accidebant, eſt ergo in ipſis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiõis, & radius ſemꝑ reflectitur in ſeipſum, ut patuit in pmiſſis, patet ergo ꝓpoſitũ.

XVI.

In columnaribus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreũ ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius cõcauitas ſit omnino æqualis prioris columnaris ſpeculi cõuexitati, ſitq́ optime ſecundũ cõcauitatẽ arcus portiõis baſis interius politũ, & hoc applicet̃ uni lineaꝝ ſimiliũ cõcauatæ ut prius, taliter, q̃d cordæ arcus utriuſq; baſis cũ extremis lineis lõgitudinis ſint in ſuꝑficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentq́ oĩa q̃ in ſpeculis columnaribus cõuexis accidebãt, & ꝑ hoc patet ꝓpoſitum.

XVII.

In pyramidalibus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqnalis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ferreum pyramidale concauum, cuius cõcauitas ſit omnino æqualis

præmiſſi

præmiſſi conuexi pyramidalis ſpeculi conuexitati, & poliatur interius, appliceturq́ uni linearum ſimilium, taliter ut medius punctus eius ſit ſuper punctũ z, & ut acumen eius ſit directe in linea b p, & ut corda arcus ipſius baſis ſit in ſuperficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis ſpeculi ſit quatuor digitorũ & dimidij, reſtat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in ſpeculo concauo quàm in conuexo. Immiſſa quoq; regula cum ſpeculo in inſtrumentum fiat operatio ut prius, accidentq́ omnia quæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in ſe ipſos, patet ergo propoſitum, palam itaq; ex præmiſſis, quoniam in omni reflexione à quibuſcunq; ſpeculis politis regularibus, ut ſunt hæc ſeptem ſpecula, ſemper radius ſuper lineã rectam perpendiculariter incidens ſecundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius ſecundum lineam rectam oblique incidens ſecundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ eſt ſemper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem ſenſus experientiam ſemper ut uniuerſali principio deinceps in omnibus his ſpeculis utemur, & licet hoc ut quidem huius ſcientiæ principium ſit experimentaliter declaratum, poteſt tamen etiam per aliquẽ demonſtrationis modum ad ipſius ſcientiã perueniri, unde nos ipſum prout diligentius poterimus tentabimus demonſtrare, propter quod duo ſequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uiſa per ſpeculum quodcunq;, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur à uiſu.

Sit ſpeculum in cuius ſuperficie ſit linea recta uel curuà, quæ ſit a c b, rei quoq; uiſæ punctus ſit d, & centrum oculi ſit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto ſpeculi c, dico quòd lineæ f t & d c, ſunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta ſpeculi, ducantur enim à puncto alio ſuperficiei ſpeculi quod ſit e, lineæ e d & e f, quæ non ſint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq; æquales illis, ſed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit ſecundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad ſuperficies ſpeculorũ eſt naturalis, qm̃ fit operæ naturæ, ſicut et omis alia diffuſio formarum, ut in philoſophia naturali capitulo De naturali actione oſtendimus, & ſimiliter reflexio formarum à ſuperficiebus ſpeculoꝝ ad uiſum eſt puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, ſicut & omnis alia uiſio, ut patet ꝑ totũ quartũ huius noſtræ ſcientiæ librũ. Eſt aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffuſio formæ & reflexio & cõprehenſio quæ fit ſecundum ipſam eſt uere naturalis, fiat ergo ſecundum lineas breuiores, quod eſt propoſitũ, fruſtra enim fieret ſecundum lineas longiores, cũ poſſit melius & certius fieri ſecundũ lineas breuiores.

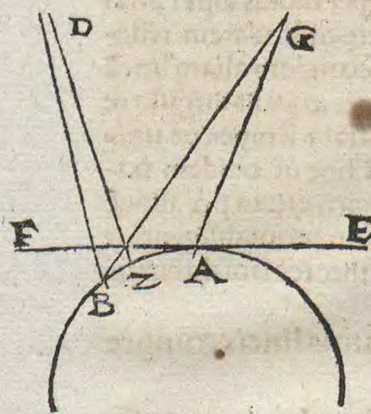
XIX.

Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto ſui concurſus ſuper ſuperficiem ſpeculi plani uel conuexi extracta, ſunt breuiores oĩbus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandẽ ſuperficiem ſpeculi ꝓductis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis ſui concurſus extractis.

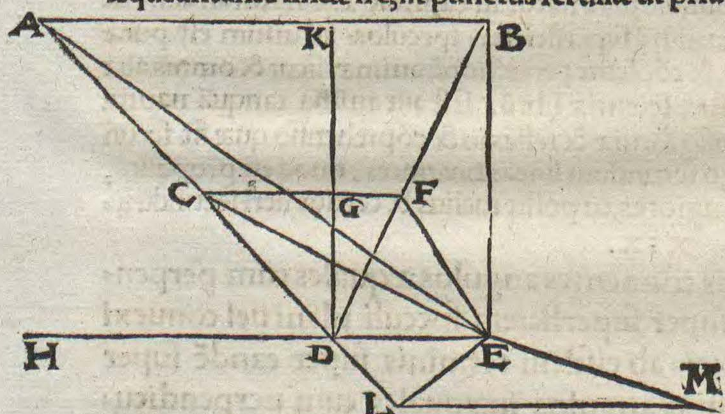
Quod hic ꝓponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, poteſt demõſtrari, ſed quia aliter eſt idem demonſtrabile. Sit res uiſa quæcũq;, in qua ſit pũctus c, & ſit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea h d e, ſit aũt nũc exempli cauſa ſpeculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq; contingentes angulos æquales cum linea h d e ſicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquediſtãte lineæ h d e, in qua eſt c punctus rei uiſæ, aut nõ. Eſto itaq; punctũ oculi f, & protrahat̃ linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis ſuꝑ ſpeculi ſuperficiẽ ꝑ 12. undecimi, q̃ ꝓtracta, quia ſecat angulum c d f, patet ꝑ 29. primi, qm̃ ipſa ſecabit lineam c f, eſt em̃ in eadem ſuperficie cũ illa, huius ergo perpẽdicularis ꝓducta ad lineã c f ſit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis ſuper lineam e f æquediſtantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus eſt

æqua

æqualis f d e angulo, dẽptis illis angulis æq̃libus à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctũ g sunt recti, palam per 32. primi, qm̃ angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latus d g æquale est sibijpsi, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq; lineis f e & c e super punctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ e f, patet quod linea c e est maior quàm linea f e, p 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d; restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e,



& quòd linea c e sit maior quàm linea f e, et quia super eandem basem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatur enim linea c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigoni c f e, pducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea e m sit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, est linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m est maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur linea b a æquedistans lineæ h d e, q̃ est in speculi superficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cõtinentes æquales angulos cũ linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erũt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, pducta perpendiculari d k à puncto d, cõparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut



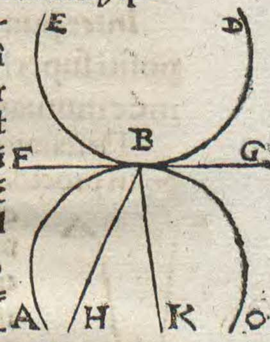
ut patet secundũ præmissa. Cũ enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erũt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, sint lõgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̃ sunt a d & d b, ergo dẽpto hincinde ipso a c cõmuni, remanebũt lineæ c e & e b maiores q̃ lineæ c d & d b, quod est ꝓpositũ. Et eodẽ modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis cõuexis, sit ergo speculũ nõ planum cuiuscũq; figuræ cõuexæ placuerit, & sit nũc exempli causa sphæricũ conuexũ, quia idẽ accidit in alijs, & sit h a b sitq; centrũ uisus g & punctũ uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliũ speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b, dico quòd lineæ g a & a d

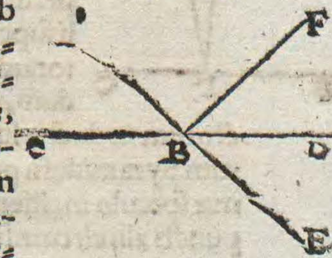
& a d sunt minores lineis g b & d b, qm̃ enim angulus cõtingentiæ quæ est h a e æqualis est angulo b a f, uterq; est enĩ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g est æqualis angulo f a d, sit punctus in quo linea g b, secat lineam contingentem, quæ est e f, punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, est maior angulo e z g, ergo angulus d a z, est maior angulo g z a. Sed angulus d z f, est maior angulo d a z, ergo angulus f z d, est maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, est maior q̃ linea g z, ut totum parte, linea uero d b est maior q̃ linea d z per 8. tertij, patet ergo ꝓpositũ uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, potest per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonstrari, q̃ in alijs ostendimus, q lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, possunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis, & hoc proposuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiusdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcũq; speculum planum uel conuexũ uel concauum, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscunq; speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cõcursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis speculis quibuscunq;, sit enim aliquod speculum conuexum, in quo sit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ b, cuius forma à puncto b, speculi conuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, eritq; per præmissam angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cõcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aũt hoc rationale, si enim linea incidentiæ quæ sit exẽpli causa a b, lineam rectam c b d, protractis in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem conuexam uel cõcauã alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq; ad punctũ e palã p 15. primi, q̃d angulus ĩcidẽtiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, si ergo fiat reflexio secũdũ lineã b f, cõuenietius est ut fiat secũdũ angulũ æqualẽ illi contraposito q̃ secũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si enĩ punctus c & d, existẽtibus ĩmotis linea c d, imagineť reuolui, tunc enĩ linea e b, ꝓpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuersaliter enim oĩa puncta eiusdem lineæ secundũ æqualẽ angulum reflecti possunt, & hoc ꝓpnebať.





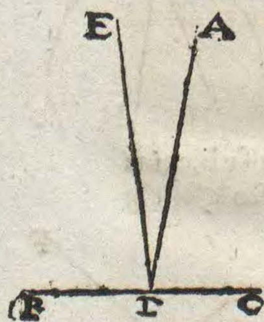
XXI.

Omnes formæ ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem cuiuſcunqꝫ ſpeculi incidentis, reflexio fit ſecundum lineam eandem.

Verbi gratia, eſto ut forma puncti a, ſuperficiei ſpeculi b d c, incidat ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit ſecundum eandem lineam d a: dato enim quòd ſecundum aliam lineam fiat reflexio, tūc cum angulus incidentiæ ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſam & in propoſito angulus incidentiæ ſit rectus, infiniti quocꝫ ſint anguli recti ordinales ſuper punctum d, nec ſit declinatio formæ plus ad unum punctum ſuperficiei b c, ꝙ ad aliud, æqualiter enim ſe habet linea a d, quæ eſt linea incidentiæ ad punctū b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta ſuperficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta ſuperficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiā poſitiōis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod eſt inconueniens, dabitur ergo neceſſario quòd fiat reflexio ſuper unam & eandem lineam a d, ſecundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in ſe ipſas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, ſit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmiſſam, ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis eſt angulo a d b, per hypotheſim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars ſuo toti, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XXII.

Inter puncta formæ ſuperficiei cuiuſcunqꝫ ſpeculi incidentis & ſpeculi oppoſiti ſuperficiē, neceſſe eſt infinitas pyramides figurari, conos & baſes hinc inde mutuas habentes.



Declaratum eſt enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppoſiti procedit lux uel color ad quodlibet punctum ſpeculi, om̄es enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum ſpeculi. & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis ſuperficiei totius ſpeculi, eo ꝙ ad omnem poſitionis differentiam fit diffuſio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquocꝫ puncto ſpeculi, & forma cuiuslibet corporis in tota ſpeculi ſuperficie: quot ergo ſunt puncta in ſuperficie ſpeculi, tot ſunt pyramides ad totam ſuperficiem formæ corporis terminatæ, quæ ſuperficies fit baſis omnium illarum pyramidum: & quot ſunt puncta in totali ſuperficie corporis, cuius forma incidit ſpeculo, tot fiunt pyramides ad totam ſuperficiem ſpeculi terminatæ, quæ fit baſis omniū illarum pyramidum, & ſunt omnes iſtæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis ſuperficiebus exiſtentium potētia non actu, eritꝗꝫ axis cuiuslibet harum pyramidum punctus ſecundum quem ſpeculo incidit punctus medius totius formæ ſpeculo incidentis, quoniam ab illo incidit ſecundum æqualem diſtantiam, omnes puncti alij circumſtant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propoſitum.

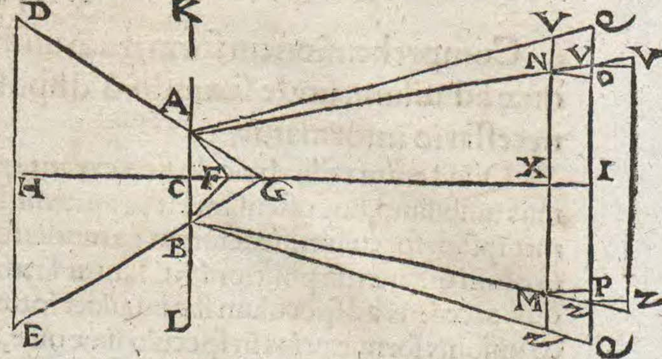
XXIII.

Impoſſibile eſt uideri imagines in quibuſcunqꝫ ſpeculis propter reflexionem radiorum uiſualium à ſpeculis ad res uiſas, ſed ſolum propter reflexionem formarum à ſpeculis ad uiſum.

Si enim radij uiſuales reflecterentur à ſpeculo ad res, quorum uiſus accipit imagines, referentꝗꝫ ipſas formas à ſpeculis ad uiſum, tunc quælibet imago uidetur loco ſuæ rei cuius eſt imago, quod eſt contra ſenſum, & quia, ut præoſtenſum eſt ſecundum ſecundam huius, ab omni corpore colorato præſente luce, color ad corpus oppoſitum politū mittitur mixtum cum lumine, & quandocꝫ totaliter, & quandocꝫ partim reflectitur ab illis, tunc ſi radij uiſuales incidentes ſpeculis reflectentur ab illis ad res ipſas, & deferent

ſecum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſcꝫ rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quā & nos ut indifferentē uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itacꝫ exempli cauſa ſpeculū planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiē ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducatᷣ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itacꝫ ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itacꝫ lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad pūcta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturꝗꝫ linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquedistantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturꝗꝫ linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita em̄ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̄lis lineæ a d, & z b eſt æq̄lis ipſi lineæ b e, & angulꝰ a u z, æq̄lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itacꝫ centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſcꝫ ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor ꝙ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum: accidit enim extrema rei approximatæ &



tæ &

tæ & elongatæ in ſpeculo qñcũq; uideri, ut ſuppoſitum eſt in huius libri principio. Et ſicut hoc patet in ſpeculis planis, ſic etiam patet in alijs ſpeculis quibuſcũq;, quoniam de omnibus eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum, aut ad minus ex his non concluditur oppoſitum ipſius.

XXIIII.

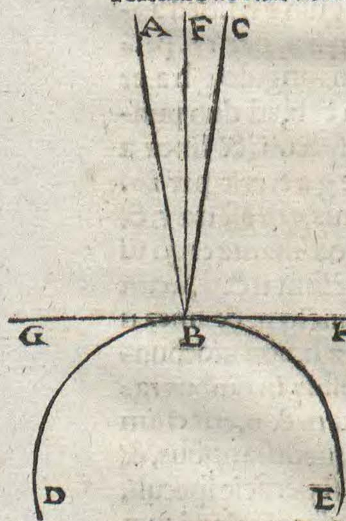
Comprehenſionem formarum uiſibilium in ſpeculo ſola efficit reflexio quæ ad uiſum, unde ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uiſum referant ſecum formas uiſibilium, hoc oſtenſum eſt per præmiſſam, quòd autẽ forma ſenſibilis non informet ipſum ſpeculum, ſicut forma naturalis ſuam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia poſitionis uidentur formæ in ſpeculis quibuſcũq;, intuens enim aliquis accedens ad ſpeculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uiſionis formæ prius in ſpeculo fixæ uiſæ, non amplius uidet illam; & uiſa parte ſpeculi, non propter hoc uidetur pars formarum in ſpeculo apparentium, ſed in eodẽ puncto ſpeculi diuerſi aſpicientis uidere poſſunt formas diuerſas & diſtinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem ſpeculi non poſſunt ſimul informare, uidetur etiam in ſpeculo forma rei, quæ ſecundum lineam rectam non poteſt multiplicari ad uiſum; multa quoq; alia accidunt, quorum ratio poſterior eſt magna, tñ impoſſibilitatem demonſtrant, palam itaq; formas à ſpeculo non procedere, ut in ſpeculo exiſtentes & multiplicantes ſe ad uiſum, ſed ut incidẽtes ipſis ſpeculis à rebus formatis & à ſpeculis ad uiſum reflecti, ſecundum diſpoſitionem ergo linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur, quia quandoq; uiſus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à ſpeculo reflexam, patet ergo propoſitum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta, ſuperficiem reflexionis ſuper illius ſpeculi ſuperficiẽ, uel ſup ſuperficiẽ illud ſpeculum in puncto reflexionis contingentem, erectam eſſe eſt neceſſe.

Quoniam enim ſi lux uel forma alicuius ſpeculi ſecundum perpendicularem lineã incidit, illa ſecundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio ſecundum eandem lineam, & ſuperficiem reflexionis neceſſe eſt eſſe erectam ſuper ſuperficiem ipſius ſpeculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma ſecundum lineas obliquas incidit ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq;, tunc ſemper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, ſed & in eadem ſuperficie ſecundũ lineam perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi continentes, ut patet per diffinitionem ſuperficiei reflexionis, eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in ſuperficie circuli ſequentis armillã inſtrumenti in 9. huius præmiſſi, æquediſtanter baſibus ſuis per omnia centra foraminum, & æquediſtantis ſuperficiei circuli ænei, quæ eſt a b c, radio enim per foramen medium incidente & ſpeculo declinante ſecundum regulam eadem eſt demonſtratio, quæ in radijs oblique incidentibus; reflectitur enim ſemper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquediſtat lineæ b z p, quæ eſt linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter ſuper lineam t q, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei circuli tranſeuntis per centra foraminum, & huic axi æquediſtat linea d b, ſemidiameter circuli a b c, ſunt



ergo

ergo in eadem ſuperficie per primam primi huius. Sed linea d b, eſt perpendicularis ſup lineam latitudinis regulæ, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ, ſuperficies in qua ſunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ regulæ uel ſpeculi, & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis, quæ eſt linea altitudinis armillæ tranſiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propoſitum, & ita in unoquoq; ſpeculorũ, quoniam ad omne ſpeculum hæc demonſtratio ſe extendit, ut patuit ex præmiſſis.

XXVI.

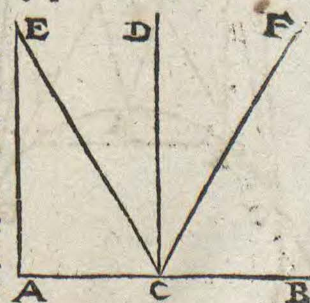
In omni reflexione à cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum ſub lineis incidentiæ & reflexionis ſuper lineam, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuperficiei in puncto incidentiæ ſpeculum contingentis neceſſario perpendicularis exiſtit: ex quo patet illam lineam erectam eſſe ſuper ſuperficiem in illo puncto ſpeculum contingentem.

Sit eñ ut forma puncti a, incidat ſuperficiei alicuius ſpeculi ſecundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, eſt itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ ſunt in una ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per præmiſſam, ſitq; aliqua ſuperficies plana contingens ſpeculum ſecundum punctum b, cõmunis aũt ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis, ſit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico q linea f b, eſt neceſſario ꝑpendicularis ſuper lineã d b e, qa enim angulus d b a, eſt æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus eñ incidentiæ a b, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b c, & quia angulus a b f, eſt æqualis angulo f b c, ex hypotheſi, palã q totus angulus f b d, eſt æqualis toti angulo f b e, eſt ergo linea f b, perpendicularis ſuper lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc ſi linea d b e ſit linea recta, quæ ſi fuerit circularis, ſicut g h linea recta ipſam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, ſunt æquales, relinquitur qđ anguli f b g, & f b h ſint æquales, & erit idẽ linea f b, ꝑpendicularis ſup lineã g b, & ſup lineam d e, cũ itaq; linea f b, ſit ducta in ſuperficie reflexionis, quæ ex præmiſſa eſt recta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſup ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipſo ſit ſup ipſarũ cõmunem ſectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ in illo puncto cõtingentem, continet eñ cũ omnibus lineis in illa ſuperficie productis angulos æquales, & qm̃ eodẽ modo poteſt fieri declaratio in ſectionib. patet ergo ꝓpoſitũ.

XXVII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis quibuſcunq; centrũ uiſus & punctum formæ uiſæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriuſq; cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã ꝑpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, omĩbus ſupficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem eſſe.

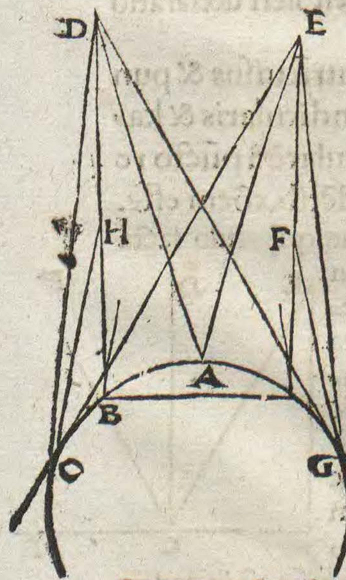
Oſtenſum eſt per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta ſemper ſuperficies reflexionis, in qua ſunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis ſup ſuperficiem ſpeculi ducta à puncto reflexionis, erecta eſt ſup ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehenſæ, & terminat̃ in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta ſunt in eadẽ ſuperficie. Sed cum perpendicularis ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſuper quam per 25. huius ſupficies reflexiõis eſt erecta, qm̃ & in illa ſupficie eſt tota ꝑpendicularis, cũ. n. ipſa ꝑpendicularis in puncto reflexionis ſecet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ qbus ipſa ex diffinitiõe eſt in eadem ſupficie, ergo ꝑ primã 5. terminus ꝑpendicularis ſupior neceſſario erit ĩ eadẽ ſupficie cũ



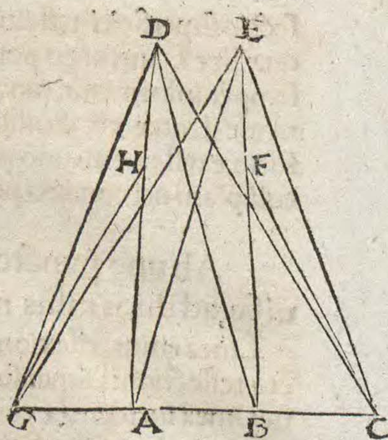
punctis prædictis. Si eñ illa perpendicularis ad punctū alium extra sup̃ficiem reflexionis terminetur, patet q illa perpendicularis in alia erit superficie, qđ est contra diffinitionem superficiei reflexionis, sed etiam si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile, linea eñ à puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta continet angulū rectum & perpendicularis similiter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuersa puncta terminant̃, fit rectus maior recto. Sed per eundē modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̃ oēs sup̃ficies reflexionis quæ transeūt idem punctū reflexionis, & aliquē punctū formæ cōprehensum, licet ad diuersa centra uisuū terminent̃, semp̃ transeunt eundē terminū ꝑpendicularis, qm̃ oēs sunt erectæ sup̃ superficiē speculi, uel sup̃ superficiē speculū in puncto reflectionis cōtingentē, palã qm̃ oēs secant se in ꝑpendiculari, est ergo ꝑpendicularis ab oĩbus cōmunis. Sed & hoc figuraliter est declarandū, Sit. n. sup̃ficies speculi cuiuscūq; a c b, in cuius punctū c, incidat radius à puncto rei uisæ, quod sit f, per lineã f c, & reflectat̃ ad centrū uisus qđ sit e, per lineam c e, extrahat̃ q̊q; perpendicularis super superficiē speculi, quæ est b c a, à puncto c, quæ sit c d, per 12. undecimi, intelligit̃ q̊q; à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi sup̃ superficiem b c a, ut ei cōtinuã per 11. undecimi, quæ sit e a, eritq; linea e a, æq̃distans lineæ d c per 6. undecimi, qm̃ ambæ sunt orthogonales sup̃ eandē superficiē speculi, quæ est b d, & qm̃ lineæ d c & e a, sunt æq̃distantes, palã per primã primi huius, qa sunt in eadē plana sup̃ficie, & linea recta a b, cū utraq; illaꝝ lineaꝝ. s. d c & e a, cōtinebit angulū rectū, & erit in eadem sup̃ficie cū utraq; ipsaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cū his ambab9 lineis q̃ sunt e a & d c, angulos acutos, ꝓpter diffinitionē anguloꝝ rectoꝝ, & qm̃ linea incidentiæ & reflexiōis cū perpendiculari d c, sunt in eadē sup̃ficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipsa per 2. undecimi, in eadem superficie cū ductis perpēdicularib9, oēs ergo lineæ quæ sunt e a & e c, d c, f c, sunt in una & eadē superficie, quatuor ergo p̃missa puncta sunt in eadem superficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̃ inspecto q̊cūq; alio puncto corporis uisi uel speculi, semp̃ accidit idem situs lineaꝝ radialium cū ipsis perpendicularibus, & similiter patet de utrisq; kathetis & incidentiæ & reflexionis per primã 5. patet ergo ꝓpositū, & ex hoc patet 9. corrella. satis manifeste.

XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique speculo incidētis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.



Sit superficies cuiuscūq; speculi, in quo cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea a b c, recta uel curua, & sit punctus rei uisæ qui d, & centrū uisus punctū e, sitq; kathetus incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uisus e, inter puncta superficiei speculi a & b, consistere est necesse. Si enim detur quòd in ipsis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uisum e, sit ergo ut fiat à puncto speculi, quod est a, & ducatur linea a e, tunc cū linea d a, sit perpendicularis, & linea a e non sit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, sed & angulus e b a, est rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli sunt recti, quod est impossibile. Similiterq; deducendum si detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impossibile, non fit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neq; ab aliquo punctorū lineæ a b c, extra puncta a & b, sit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uisum e, à puncto speculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, secans lineam b e, in puncto



puncto f, erit ergo per præmissam linea e f, perpendicularis super lineã a c, trigoni ergo b f c, duo anguli sunt recti, q̊d est impossibile, ut prius, & eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctum a, ut à puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per æqualia diuidente, patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineæ a b, uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis, quod est propositum in speculis planis, & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis, quibuscunq;, quia danti oppositum eadem impossibilia sequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierū reflexionis, patet ergo propositum.

XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunq; speculi reflecti ad idem centrum uisus, uel à duobus punctis speculorum planorum uel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, uel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idem centrum uisus reflecti perpendiculariter. Sed neq; est hoc possibile fieri linea incidentiæ obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secundum lineas breuiores per 18. huius, & om̃is talis reflexio ad uisum & ipsarum comprehensio fit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24 huius, illæ ergo duæ formæ si ad unum punctum quod est centrū oculi incidunt, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus suarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uisum, uidebūtur unus punctus, & sic erit confusio formarum in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est centrum uisus, & uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi: Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uisus terminantur, ut si à duobus punctis formæ incidentiæ speculo, quæ sunt a & b, incidunt eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum uisus quod sit d, sequitur adhuc si ab uno puncto reflexionis c, diuersæ formæ punctorum a & b, ad centrum uisus d perueniant, duas lineas rectas quæ sunt c d, superficiem includere, quod est impossibile, patet ergo propositum. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel conuexi ad idem centrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uisus b, à duobus punctis speculi plani uel conuexi cuiuscunq;, quæ sit c & d, signata super lineam quæ est communis

 sectio

sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexū
quæ sit e f,cum ergo per 14. huius,secundum dispositionem linearum reflexionis uisus
semper informetur,tunc forma puncti a,quæ est indiuisibilis occurret uisui ut forma li-
neæ c d, quæ est diuisibilis linea, non ergo occurret uisui nisi tantum unus punctus
formæ reflexæ ab uno puncto speculi,necꝫ unum punctū formæ à duobus punctis spe-
culi plani uel conuexi possibile est reflecti,quod est propositum.

XXX.

Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunqꝫ formam unius puncti rei
uisæ,ad duos uisus non est possibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uisum ꝑcedens si cum perpendiculari erecta à pun-
cto reflectionis super superficiem speculi angulum teneat æqualem, angulus quem te-
net linea incidentiæ cum eadem perpendiculari,ut patet per 20.huius,palam ꝙ non po
test in eadem superficie alia linea sumi, quæ æqualem angulum efficiat cū ducta per-
pendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiusdem pūcti ad uisum alium,
oportet igitur ut à diuersis punctis speculi cuiuscunqꝫ fiat ad uisus diuersos reflexio,&
quoniam duo tantum sunt uisus,oportet ad minus ut à duobus punctis superficiei spe-
culi cuiuscunqꝫ fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus,patet ergo pro
positum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuscunqꝫ speculi ad diuersos uisus possibi-
le est formas punctorum plurium reflecti,& à diuersis unam.

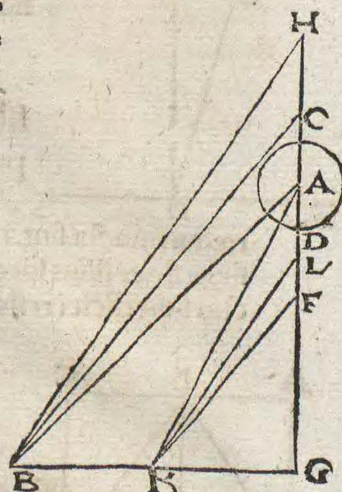
Quamuis etiam ut patet per 29.huius,solum formæ unius pūcti incidentis ab uno
tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus, est tamē pos
sibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum for-
mæ incidentis reflexionem,quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidūt,
& secundū diuersos reflectūtur, ergo ad puncta diuersa terminant̃ lineæ reflexæ,in qui-
bus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehēdit ab uno puncto
speculi ad diuersos uisus reflexa,& si unus uisus motus fuerit,& situm uariauerit,specu-
lo existente immoto,tunc etiam secundum situs sui diuersitatem ab eodem puncto spe-
culi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectentur, semper tamen complebitur
pyramis reliquarum formarum.Sed & unus uisus motus,uel diuersi uisus eandem for-
mam uidebūt à diuersis punctis speculi reflexam,quia quilibet punctus formæ inciden
tis totali superficiei speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur,& secū-
dum modum quo in 22.& 24.huius proponitur,patet quod formarum pyramides di-
uersantur,& quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, quæ sunt eiusdem
formæ,accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis sūpficiei speculi reflexa
uideatur,& idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immo-
tum,patet ergo propositum.

XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunqꝫ specu-
li plani uel conuexi,non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ refle-
cti ad uisum, nisi eum solum quo ducta perpendicularis superficiem oculi
intersecat,& ab eo solo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipsius spe
culi superficiei.

Sit centrū uisus punctū a,& sit linea quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis
& superficiei speculi cuiuscūqꝫ plani uel cōuexi,& sit nūc exēpli causa speculi plani da
ti linea b g,sitqꝫ ꝑpendicularis ducta à pūcto a,sup lineā b g,linea a g,sit quoqꝫ ut linea
a g,secet sūpficiē sphæricā cōuexā oculi in pūcto d,dico qd' in tota ꝑpēdiculari a g,quā
tumcūqꝫ ꝑtracta nō est pūctus q reflectat̃ ab hoc speculo ad cētrū uisus a,nisi solus pūn-
ctus d.Si.n.alius pūctus ductæ ꝑpēdicularis ad uisum reflectit̃ ꝑter pūctū d,aut ille pū-
ctus est ultra cētrū uisus a,aut sub uisu,si ultra uisum sit ille punctus h,palā ergo ꝙ non
peruenie

perueniet forma eius ad speculum super perpēdicularem h a,propter solidi corporis in
terpositionem,quod est ultra uisum in capite uidentis,non reflectitur ergo forma pūcti
h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo pun-
cto speculi præter punctum g,potest reflecti forma puncti h ad ui-
sum a.Sit illud punctū b,& sit linea incidentiæ h b & linea reflexio
nis h a,diuidaturqꝫ angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā
ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26.
huius,linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est per-
pendicularis super eandem lineam h g,ab eodem ergo puncto t est
ducere duas perpēdiculares super lineam h g,& sup ipsam sūpficiē
speculi quod est impossibile. Sequetur eṁ trigoni a b g duos angu-
los esse rectos,scilicet angulos c g b & c b g,& ab eodem puncto plu
res ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qd'
est contra 20.primi huius:nulla ergo forma punctorum lineæ h d,
potest reflecti ad uisum nisi solum punctū d, quoniam de omnibus
alijs punctis eodem modo est demonstrandum,necꝫ enim potest di
ci quòd aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, re-



flectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a,quoniā puncta inter centrum
uisus,& superficiem eius posita sunt ualde rari,unde nō mittitur alicuius ipsorum forma
in uisum,necꝫ ab aliquo speculo reflectit̃ ut sentiatur, sed necꝫ forma alicuius punctorꝫ
lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g,ut forma pūcti f,quoniā si illud pū-
ctum d solidi corporis fuerit,patet quod ipsum impediet reflexionem ad uisum per lineā
d g,quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum ꝑ-
uenire,& si fuerit rarū,adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherebit sibi,necꝫ
perueniet ad uisum.Sed necꝫ potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto
alio speculi quàm à puncto g,ut à puncto k,quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso
angulo a l z f per æqualia,per lineam h l,sequatur idem impossibile quod prius .s.lineas
l k & l g,ꝑpendiculares esse sup sūpficiē speculi,uel super superficiē speculū contingentē,
qd' est cōtra 20.primi huius,oīm itaqꝫ punctorū lineæ h g,nō reflectit̃ aliquis ad uisum
a nisi solum punctum d,& quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est linea
h g præter punctum d,in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū
rectum,quoniam omnia puncta circunstantia punctum d, concurrunt in centro uisus
a,& faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uide-
buntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē
speculi ductis,patet ergo propositum,quoniam in speculis conuexis,linea h g, est semꝑ
perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super spe
culi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20.primi huius,ita tamē quòd hæc
quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibus
cunqꝫ conuexis,sicut propositio proponit,quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos
uisus reflexa,si uni uisuum perpendiculariter incidat,potest alij uisui oblique incidere se
cundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem,
& uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ re
flexionis,in speculis uero concauis quibuscunqꝫ est secus.

XXXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineā suæ
incidentiæ ad uisum reflecti,uel ex parte sui anguli minoris.

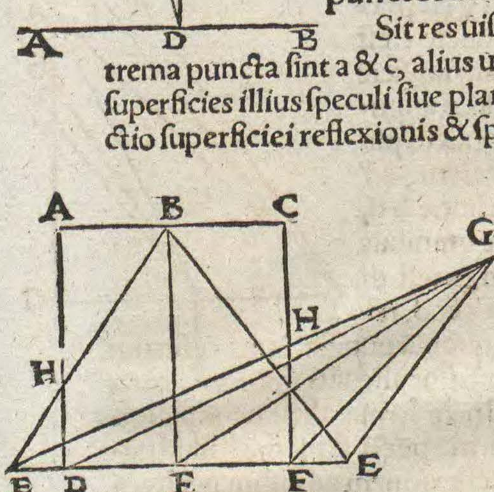
Esto in speculo a d b incidat forma puncti c,oblique in puncto d,ita ut angulus c
d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflecti
tur in se ipsam propter inæqualitatem angulorū,cum semper angulus incidentiæ sit æ-
qualis angulo reflexionis per 20.huius,sed necꝫ ex parte sui anguli minoris, q̃ est c d a,
fiat enim ut reflectatur secūdum lineam d e diuidentem angulum c d a,erit ergo angu-
lus c d b æqualis angulo e d a,sed angulus c d b maior est angulo e d a, erit ergo angu-
lus

lus e d a maior angulo c d a, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, ſemper ergo ſecundum angulum maiorem qui in propoſito eſt angulus c d b fiet reflexio, & hoc eſt propoſitum.

XXXIIII.

In omni ſpeculo formarum punctorum mediorum cuiuſlibet rei uiſæ reflexio fit inter pũcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

Sit res uiſa per reflexionem à quocunq; ſpeculo, quæ a b c, cuius extrema puncta ſint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b, & ſit ſuperficies illius ſpeculi ſiue plana ſiue conuexa uel concaua fuerit, in qua ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f, & ſit centrum uiſus punctum g, reflectitur'q; forma puncti a ad uiſum g, à puncto ſpeculi quod eſt d, & forma puncti c à puncto ſpeculi quod ſit f, et forma puncti b, quod ſit alius mediorum pũctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e, dico quòd punctus e neceſſario cadit inter puncta a & c, quæ ſunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: ſi enim cadat punctũ e extra pũcta d & f, linea ergo b e quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum quæ ſunt a d & c f, quamcunq; illa uero ſecuerit, ſit punctũ ſectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uiſum g, à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d, quod in ſpeculis planis & conuexis poteſt eſſe impoſſibile per 29. huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecundum ſitum & ordinationem proprium ſuarum partium uidebitur, quod totum eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.



XXXV.

Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, & ſitu ſimili exiſtẽte, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem, ut ſi utraq; illarum figurarum ſit plana & æquediſtent, tunc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi pũcto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Si ergo in ſuperficie ſpeculi ſit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi, quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ, ſimiliter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquediſtans erit ſemper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis ſpeculo incidentes, quæ ſemper ad diuerſa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodem ſpeculo comprehendũt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis, ſed maxime euidens eſt in planis, cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente figura partium circunſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus punctis ſimul reflexio & ſimul & in eodem modo, & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorum in katheto ſuæ incidentiæ uidetur.

Sit ſpeculum quodcunq;, & ſit nunc exempli cauſa planũ, quod ſit g d, punctus'q; uiſus ſit a, & centrum oculi ſit b, & ducatur à puncto rei uiſæ quæ eſt a, kathetus incidentiæ quod ſit a g. Dico quod imago puncti a, ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri, quod uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum

ſolum ſecũdum kathetum ſuæ incidentiæ, forma autem quæ in ſpeculo uidetur eſt imago rei uiſæ, ut patet per diffinitionem, neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum, quoniam aliâs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo neceſſario in ipſo katheto incidentiæ ſuæ, quod eſt propoſitum. In alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe.

Huius exemplum eſt, ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;, tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cũ pyramide extrinſeca quaſi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi, & ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius, palam qm̃ ipſa erit perpendicularis ſuper baſem uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis uel baſis uiſæ pyramidis æquediſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorũ ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquediſtans ſuperficiei cõtingenti ſuperficiem ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculũ æquediſtat ſuperficiei planæ ſpeculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquediſtanter axi, ſemper incidet ad punctum ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, ſemper orthogonalis ſuper baſes dictaꝝ pyramidũ, & ſuper ſuperficiem ſpeculi uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum ſpeculo oppoſita cadit in perpendiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicũq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculũ contingentem, uel ſuperficiei cõtingenti æquediſtantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex eſt pũctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem uel una baſium eſt alteri æquediſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad ſpeculi ſupficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis eſt in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmiſſam, ſed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium lineaꝝ eſt recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra ſuperficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi, concurrit autem linea reflexionis ꝑtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis. Sed in ſpeculis planis illa ꝑpendicularis æquediſtat katheto incidentiæ ꝑ 6. undecimi, ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiem perpendicularis, manifeſtum ergo per 2. primi huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi. De ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur, & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago, eſt ergo locus imaginis ut ꝓponebatur, hoc autem eſt neceſſario, ideo quia cum medium diſtantiæ inter punctum uiſum comprehenſum & ſpeculi ſupficiem non ſit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uiſus, nec eſt differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, niſi ſicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius ſolum pars modica intenditur uideri, ut ſi foramen acus intendatur uideri in ſpeculo & forma illius multiplicatur ad uiſum, nihilominus ordinatur in ſpeculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uiſibus & ſpeculis quibuſcunq; regularibus retinent eſſentialem ordinem ſuarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo neceſſe eſt puncta formarum incidentium ſpeculi quandoq; in quadam diſtantia uideri, ut quando diſtant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt ſub ſpeculi ſuperficie uel inter uiſum & ſpeculũ, & non in ipſa ſuperficie ſpeculi uel retro uiſum, in quibus omnibus eſt eadẽ uniuerſalis cauſa quæ præmiſſa eſt, deferens ſolũ ſecundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus ſecundum quod formæ ipſarũ diffunduntur ꝑ medium ad ſuperficiem ſpeculi in formis ſuis ſpecificis differre, cum ſenſibiliter non ferantur ad ſpeculum, niſi lux & color & figura & ſimilia, quæ non faciunt differentiam ſpecificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus diſtinctiua per accidentium cognitionem ſpecificam accipiat differentiã, ſcilicet per applicationem illorum accidentium ad propria ſubiecta, quæ uiſibus directe uidentibus ſub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad ſpeculi ſuperficiem, & ſeruata forma totali & figura, accidit neceſſario partes remotiores à ſpeculi ſupficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uiſarũ confundãtur, ſic ut accidit neceſſario de rebus uiſis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aëris in ſitu ſuo reſpectu formæ rei per mediũ aërẽ uiſæ oĩm ſuorũ pũctorum forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad ſpeculi ſuperficiem confundentur, & hoc mihi uiſum eſt eſſe cauſa rei per alios multis ambagibus ꝑquiſitæ. Videtur itaq; res neceſſario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc eſt breuiſſima eius diſtantia à ſupficie ſpeculi à qua fit reflexio ad uiſum, aut à ſuperficie ei cõtinua, & ſecundum hanc fit rei uiſæ reſpectu ſpeculi uniformis diſpoſitio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmiſſa, licet ergo forma rei ſecundum aliam lineam reflectatur ad uiſum, iudicium tamen uirtutis uiſiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit ſecundum lineam breuiſſimam ſecundum quam incidit forma uiſa ſuperficiei ipſius ſpeculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in ſpeculi ſuperficie & in uiſu, & propter certiorem cognitionem ſuæ propriæ quantitatis, cum enim neceſſe ſit imaginem eſſe in linea reflexionis, ſi uideretur citra kathetum propinquior ad uiſum uideretur maior, ſi ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uiſa: in katheto uero quam permittit figura ſpeculi & uiſum diſtantia, ſecundum ſuã propriam quantitatem uidetur, eſt ergo neceſſarium ipſam uideri in pũcto concurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uiſus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehenſio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut ſupra in prooemio huius ſcientiæ diximus, non accidit ex proprietate uiſus, uiſu enim remoto nihilominus fit reflexio à ſpeculis, quoniam forma corporalis non minus incidit ſuperficiebus ſpeculorum, ſed quoniam inuenit tranſeundi reſiſtentiam ex ſoliditate corporis ſpecularis reflectitur ab illis, & ſi contingat uiſum eſſe in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uiſus illas formas in capitibus illarũ linearum, & eſt quælibet formarum reflexarum à quocunq; ſpeculo in illo ſpeculo tanquam non adueniens, ſed ac ſi naturalis eſſet forma ſpeculi, cum tamen non ſit aliqd eſſentiæ ipſius ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uiſæ comprehenſæ per reflexionem factam à ſuperficie alicuius ſpeculi, figuræ ſuperficiei illius ſpeculi eſt neceſſarium aliqualiter ſimilari.

Quoniam enim ut patet per præmiſſam locus imaginis cuiuſcunq; pũcti formæ uiſæ eſt in concurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aũt linearũ concurſus di-

ſus diuerſificatur ſecundum figuram ſuperficierum ſpeculorũ à quibus fit reflexio, qm̃ ſecundũ illius figuræ diſpoſitionẽ, fit diuerſitas concurſus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculi cõtingentem in pũcto reflexionis ſuperficiei ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, quarũ perpendicularium concurſus diuerſificat concurſum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concurſu fit locus imaginũ ut declaratũ eſt in præmiſſa, habet itaq; ſuperficies ſpeculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uiſarũ quæ ab ipſis reflectuntur, non tamen fit ſemper hæc aſſimilatio ſecundum totã diſpoſitionẽ formarũ, niſi cũ loca imaginum cadunt in ipſis ſuperficiebus ſpeculorum non intra ſpecula uel extra ipſa. Sed & tunc ſecundum aliquod ſimilantur formæ uiſæ ipſis formis uel figuris ſpeculorum, quoniã in ſpeculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & ſic aliqualiter accidit in alijs ſpeculis, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Diuiſa cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, accidit formam unius pũcti rei uiſæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ eſt, quando per diuiſionẽ ſuperficiei alicuius ſpeculi ſenſibilis accidit diuerſitas ordinis & ſitus partialium ſuperficierũ uiſæ, & reſpectu ipſius uiſus ut plurimũ accidit in ſpeculis uitreis plumbatis, ꝑ diuiſionem ab unitate ſuperficiei de facili recedunt, quod nõ accidit in alijs ſpeculis tam faciliter: qñ itaq; aliorũ ſpeculorum, ſuperficies ꝓpter diuiſionẽ in ipſis factam ab unitate ſupficiei ſecundũ ſitum & ordinem præmiſſo modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uiſæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuerſi fiunt katheti incidentiæ formæ eiuſdem pũcti rei uiſæ reſpectu illarum diuerſarum partialiũ ſuperficierũ, & ſimiliter diuerſa fiũt puncta reflexionum & diuerſæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiuſdẽ uiſus, & quia locus cuiuslibet imaginis ſemper fit in pũcto cõcurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet ꝑ 37 huius, ideo patet, quod ſecundum numerũ iſtarum linearum, & ſui concurſus formæ eiuſdem puncti imagines numerantur, patet ergo propoſitum.

XL.

In omnis ſpeculi ſuperficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine ſecundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in ſpeculis quibuſcunq; artificio politis. Si em̃ fabricanẽ in longum ut accidit in ſuperficiebus enſium, tunc facies intuentis uidebitẽ oblongata reſpectu ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, & ſi fabricanẽ aliquæ ſupficies ſecundũ ipſarum latitudinẽ, ſi longitudo fabricata ſecundũ ſui latitudinẽ opponitur uiſui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm ſit eius ꝓprietas uera ſecundũ illã diſpoſitionem, & quandoq; uidebitur imago tranſuerſalis ꝓpter tranſuerſalitatẽ fabricatiõis, in oĩbus uero his cauſa eſt unitio maior ſuperficierum ipſarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formarum reflexarum, & ſecundũ illud peruenit ad uiſum, & em̃ ut in principijs huius libri diximus, politio eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis, unde cũ ad aliquã differentiã poſitionis illi pori cõplanantur, neceſſe eſt ſecundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & ſecundũ illũ modũ formam uiſam ſecundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, ſecundũ alias uero poſitionũ differentias neceſſe eſt ipſam uideri ſuæ diſpoſitionis ꝓpriæ, uel circa illã, & ſic accidit quædã menſtruoſitas in imaginibus formarum taliter uiſarum, quia ipſarum reflexio eſt æq̃lis hinc inde, & fit irregularis ſecundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens diſpoſitioni formarum reflexarũ, neceſſe eſt ipſorũ ſupficies fabricari ſecundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãſuerſum, ne ſecũdum illos modos formarum ꝓpria diſpoſitio difformetur, patet ergo propoſitum.

XLI.

In om̃i ſpeculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uiſibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uiſui in unius imaginis uiſione à quocũq; ſpeculorum reflexæ, ſicut & idem error ſibi accidit in ſimplici rerũ uiſione, cũ eædem cauſæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiuſdem rei forma ab eodẽ ſpeculo reflexa uni uiſuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa conſtituta intra axes radiales ambobus uiſibus occurrit oblique. Quibuſcunq; enim modis accidit formam eiuſdem rei uideri duas, eiſdem modis poſſibile eſt imaginem illius formæ uideri duas, ſi ſecũdum modũ ſuæ uiſionis ad uiſum ab aliquo ſpeculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in ſimplici uiſione dictũ eſt, nõ em̃ accidit illud ꝓpter diuerſitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiuſdẽ pũcti ad ambos uiſus, quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut nõ eſt ſenſibilis, unde nullũ ſenſibilẽ inducit uiſibus errorẽ, ſed ambo uiſus ſecundũ illũ unde ꝑueniũt ad uiſionem unitatis eiuſdem formæ ut poſterius declarabitur, patet ergo propoſitum.

XLII.

Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

Huius cauſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuꝑ quam fit motus, & quia omnia pũcta rei uiſæ à diuerſis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uiſæ ſecundũ quod ꝑ eius motũ puncta à quibus facta eſt reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet ſecundũ ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generet̃, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexiõis in ſuꝑficie ſpeculorũ, patet ergo ꝓpoſitũ. His itaq; cõmunibus omniũ ſpeculorũ paſſionibus præmiſſis, reſtat ut ad planoꝝ ſpeculorũ paſſiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

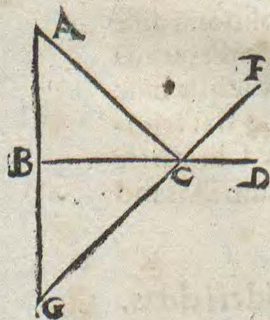
In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt kathetis à punctis ſuorum terminorũ demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie interiectis.

Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e, & ſit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducant̃ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b e, dico quòd quæ eſt ꝓportio a d ad e b, eadem eſt a c ad b c & d c ad c e, quoniam em̃ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c eſt æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q̃ eſt angulus incidentiæ ꝑ 20. huius, æqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexionis, erit neceſſario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera iſtorum trigonorum æquales angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente, locum in quo uiſu conſtituto ad ipſum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pũctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, ꝑ 12. primi, & ꝓducatur uſq; ad punctum e, donec ꝑ 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uiſu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formã puncti a, copuletur em̃ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, q̃m ergo per 4. primi, cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 5. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus f c d eſt

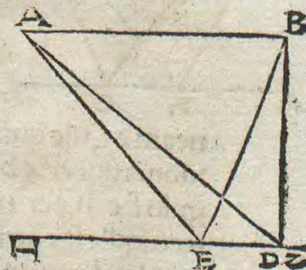


f c d eſt æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c ſit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uiſu ergo in illa poſito fiet reflexio ad uiſum, quod eſt propoſitum.

XLV.

Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundẽ uiſum niſi ab uno puncto tantum.

Eſto centrum uiſus a & punctum uiſum b, & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani, dico q̃d ab uno tantum puncto ſuperficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uiſum a, ſi enim à duobus pũctis ſit poſſibile illã reflecti, ſint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uiſus in puncto a ad punctum uiſum b linea quæ ſit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ ſunt b uel a, aut concurrit cum ſuperficie ſpeculi aut æquediſtat. Si cõcurrit ſiue ſit perpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi à[l]quo fit reflexio ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſario in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, tunc patet quod ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21. huius. Si uero linea a b ſuper ſuperficiem ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, neceſſario ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie, quoniam ſi in duobus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19. primi huius, unde ſumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera ſuperficierum ſuper lineam communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, erit hæc linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ; & ſimiliter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia ſuperficie ſuper lineam communem ei & ſuperficiei ſpeculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem ſpeculi, quod eſt impoſſibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una ſola ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem ſuperficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa ſuperficie reflexionis in qua eſt linea a b, & ſimiliter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem ſuperficie cũ lineis d a & d b, per ſecundam undecimi. Sed angulus e a h eſt maior angulo a d e per 16. primi, extrinſecus em̃ eſt maior intrinſeco. Sed ꝑ 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt a e h eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt b e d, ergo & angulus a d e eſt æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior eſt angulo a d e, ergo & ipſius æquali, ſcilicet angulus b d z, quod eſt contra 16. primi, extrinſecus enim qui eſt b a z maior eſt intrinſeco qui eſt b e d, ergo & angulus a d h maior eſt angulo b e d, & ſic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod eſt impoſſibile, à ſolo ergo puncto ſpeculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uiſum a. Si uero linea a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur ſecundũ ipſam ad uiſum, & ab uno ſolo ſpeculi puncto, quod ſi linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in ſuperficie ſpeculi, ſed ſint æquediſtantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipſa erit æquediſtans cuilibet æquediſtanti illi lineæ in ſpeculis ſuperficie productæ. Sit ergo æquediſtans lineæ b z, erunt quoq; per ſecundam primi huius lineæ a b & h z in eadem ſuperficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinſecus angulus erit maior extrinſeco, quod eſt impoſſibile, ergo & illud ex quo ſequebatur, patet ergo quod proponebatur.



XLVI.

In ſpeculis planis dati puncti uiſi ad centrum uiſus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a g, & ſit centrũ uiſus b, punctusq; rei uiſæ ſit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut ſit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

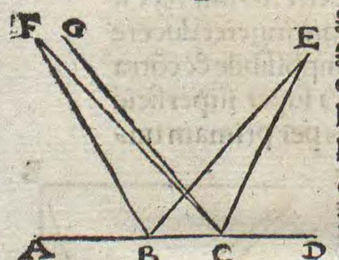
 ſicut

sicut lineæ a d ad lineam g b, per 19. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b à pũcto speculi h, ducant̃ eñ lineæ d h & b h, palam itaq; ꝑ 6. sexti, & ex hypothesi, q̃m triangul9 d h a est æquiangulus triangulo h g b, angulus eñ h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, sicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est æqualis angulo g h b: à pũcto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, ꝑ 20. huius, angulus eñ incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus h, obstruat per aliquod superpositũ, utpote ꝑ cærã uel ꝑ picem aut sibi simile, nulla uidebit̃ imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundũ præmissum modũ, q̃m à pũcto alio ĩpossibile est fieri reflexionẽ ꝑ præmissam, accidit eñ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpositum.

XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

Esto speculũ planum in cuius superficie sit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uisæ quod sit e, incidãt lineæ e b & e c, & sit centrũ uisus g, & reflectatur linea e b secundũ lineã b f, & linea e c secundũ lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non sunt æquedistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quãuis etiã sint in eadẽ superficie, angulus eñ incidentiæ qui est e c d est æqualis angulo reflexionis qui est g c a, & an-

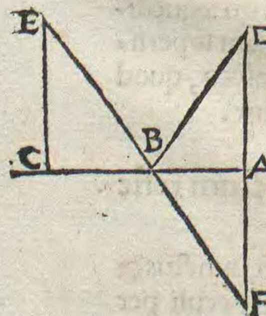


gulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palã ergo ꝑ 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non sunt æquedistantes, angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadẽte linea a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod cõcurrant in centro uisus quod sit f, & linea e c reflectatur ad uisum f, secundũ lineam e f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui est f b a æqualis est angulo reflexionis qui est e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, sed angulus f b a maior est angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinsecus maior est angulo e c d extrinseco, qđ est cõtra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc patet planẽ totum correlariũ. Si eñ lineæ reflexionis formæ eiusdem pũcti non possunt in centro unius uisus concurrere, tũc est manifestũ quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis pũctis superficiei eiusdem speculi plani, qđ est totum ꝓpositum.

XLVIII.

In speculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uisus reflexa locũ imaginis inuenire.

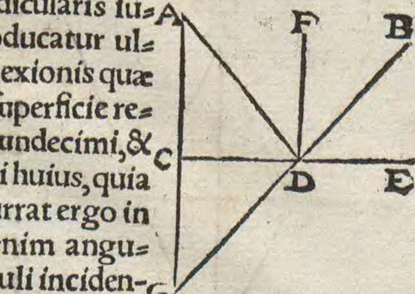
Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c, sit quoq; ut forma pũcti rei uisæ quod sit d, reflectatur ad centrum uisus quod sit e, à puncto speculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ sit d b, & linea reflexionis quæ sit b e, dico quod est possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secũdã undecimi, quoniam linea a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quousq; à puncto e super ipsum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ sit e c, & ei æquedistans à puncto d quæ sit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per secundã primi huius, quoniam ipsa cõcurret cũ linea d a ꝓducta, sit cõcursus punctus f, dico per 37. huius, q̃m punctus f, est locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpositũ.



XLIX.

Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisi ab eadem superficie super speculum planum existentis.

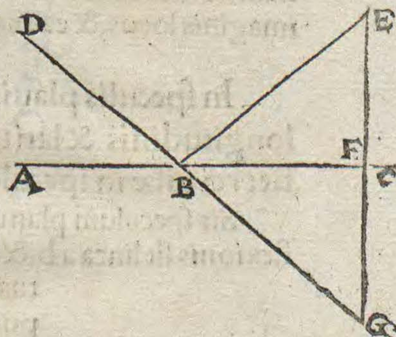
Sit punctus rei uisæ a, & sit centrum uisus b, & sit c d e linea cõmunis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi, quæ sit a c, quæ producatur ultra speculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ sit a d, & linea reflexionis quæ sit b d, patet ergo per 27. huius, q̃m lineæ a d, f d, b d, sunt in superficie reflexionis, & cun linea f d, sit æq̃distans lineæ a c, ꝑ 28. uel ꝑ 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, est æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, est æqualis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, est æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, est æqualis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, sed latus c d æquale est sibi ipsi, erunt ergo cætera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi a g, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & linea c g, est æqualis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c resecari, semper erit in puncto g locus imaginis tm̃ distans à superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.



L.

In omni reflexione à speculis planis facta, linea à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ reflexionis simul iunctis.

Esto in speculo plano linea a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisæ sit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uisum d, à puncto speculi plani quod sit b, erit ergo linea incidentiæ quæ e b, & linea reflexionis quæ b d, sitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ, Sit ergo ut kathetus e g productus secet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum æquos angulos continentia sunt proportianalia. Sed latus b f, est æquale sibi ipsi, ergo g b est æquale ipsi b e, ergo linea d g, à centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

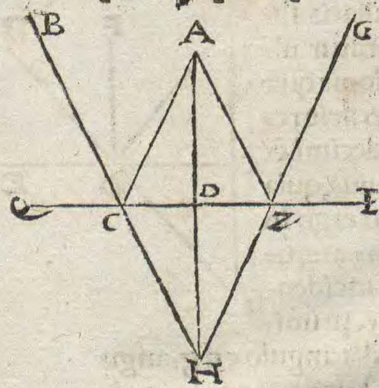


LI.

In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cõprehenso, idem erit imaginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisæ, & sit q d z e, linea in superficie speculi plani ducta, sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, super superficiem speculi,

& quia per 30. huius, ab uno puncto ſpeculi ꝓpoſiti ad ambos uiſus non poteſt fieri reflexio, ſed ad minus à duobus. Sint itaqꝫ illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ſimiliter lineæ a d, a z, z g, ſunt in eadem ſuperficie, & linea d c, eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d, c b, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & linea d z eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a

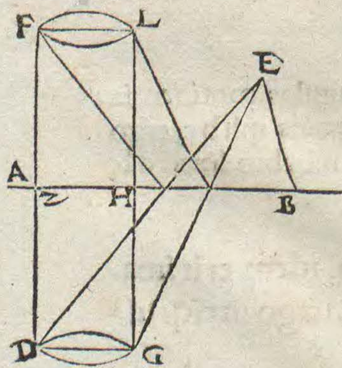


d & z g, & ſuperficiei ſpeculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ ſunt b c & g z, fuerint in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei cuiuſcunqꝫ ſuper ipſam erectæ eſt linea una recta ꝑ 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ eſt inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem ſuperficie cum illis, aut extra illas in alia ſuperficie, quodcūqꝫ iſtorum fuerit ſuper linea reflexionis, quæ b c ꝓtracta ſecabit ex perpendiculari, quæ eſt a d, ultra ſpeculum ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, per 49. huius, quæ ſit d b, quoniam ſemper lineæ b c & a d, ſunt in aliqua eadem ſuperficie per 27. huius, ut præmiſſum eſt, & ſimiliter ꝑ 49. huius, linea g z, ꝓtracta ultra ſpeculum ſecabit ex ꝓtracto katheto ad lineam æqualem ipſi lineæ a d, ſecabit ergo ipſam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ eſt h, ꝑcipietur ab utroqꝫ uiſu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemqꝫ loco uidebitur ab ambobus uiſibus, in quo puncto uno tantum uiſu ꝑcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem ſuperperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraqꝫ linea reflexionis ſecabit ex perpendiculari ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, eritqꝫ ſectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit ſemper imaginis locus, & hoc eſt ꝓpoſitum. Quoniam ſi centra ambarum uiſuum quæ ſunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uiſæ, quæ eſt a, ſemper eodē modo eſt demonſtrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uiſibus occurret.

LII.

In ſpeculis planis figura rei uiſæ & ſitus partium ſecundum quātitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo plano æqualis eſt formæ rei extra.

Sit ſpeculum planum, in quo ſectio communis ſuꝑficiei illius ſpeculi, & ſuꝑficiei reflexionis ſit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uiſæ ſint f & l, erigaturqꝫ kathetus ꝑpendiculariter ſuꝑ ſuꝑficiem ſpeculi à puncto l, qui ſit l h, & à



puncto f, kathetus qui ſit f z, & erunt z & h, duo puncta in ſuꝑficie reflexionis per 27. huius, ꝓducanturqꝫ taliter ſuꝑ ſpeculum, ut linea h g, ſit æqualis ipſi l h, & linea z d, æqualis ipſi f z, ſit quoqꝫ centrum uiſus e, ducaturqꝫ per 11. undecimi à puncto e, kathetus ſuꝑ ſpeculum qui ſit e b, palam itaqꝫ ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi lineæ h b, & locus imaginis ſuæ ꝑ 44. huius, eſt punctum g, tantū diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum punctus l, ſuper ſpeculum. Similiter forma puncti f, reflectit̃ ad uiſum e, ab aliq̄ pūcto lineæ z b, & locus imaginis eſt punctum d, ducta quoqꝫ linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunqꝫ punctum lineæ f l, reflectitur ad uiſum e. Similiter locus imaginis ſuæ eſt tantum diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum ille punctus eſt ſuꝑ ſpeculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur diſtare ſub

ſpeculo, quantum ipſe punctus in ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoqꝫ linea d g, arcus circuli, & ſemꝑ eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis, linea ergo f l, ſemꝑ apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum, quoniam ſi ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

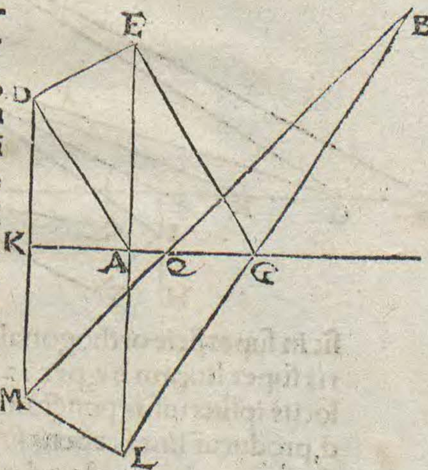
Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt.

Eſto altitudo uiſa quæ a b c e, ſitqꝫ centrum uiſus d, linea uero communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i, incidatqꝫ forma puncti a, ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineam h d, & forma puncti b, incidat ſecundum lineam b g, & reflectatur ſecundum lineam g d, & forma puncti c, incidat ſecundum lineam c f, et reflectatur ſecundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuerſa, ꝓtracta em̄ linea e a, quæ perpēdicularis eſt ſuper lineam e i, ſuꝑ ſpeculum, & ꝓtractis om̄ibus lineis reflexionis ad concurſum, cū ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctū l, & linea d f, in punctum l z, palam per ꝑmiſſam, quoniam linea l z e, æqualis eſt ipſi lineæ e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora ſuꝑficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo, quoniam enim quod eſt ſuperius in altitudine uidebitur inferius, quoniam ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur, & quod eſt inferius in altitudine uidebitur ſuperius, quoniam ꝓpinquius uiſu uidetur, & eodem modo demonſtrandum, ſi linea a b c ſit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propoſitum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent.

Sit d e longitudo oblique diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius qđ eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi, communis quoqꝫ ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſit linea l z a q g, centrūqꝫ uiſus ſit punctus b, & incidat forma puncti d, ipſi ſpeculo ſecundū lineā d a, & reflectatur ſecundū lineam a b, ad centrū uiſus, & incidat forma puncti e, ſecundū lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundū lineam g b, protrahaturqꝫ kathetus c l z, ꝑpendiculariter, & linea reflexiōis quæ eſt b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cū linea b g, in puncto l, eritqꝫ per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, & enim pūctū e remotius eſt à ſpeculo q̄ punctū d, erit linea e q, longior q̄ linea d l z, ergo & linea q l, longior q̄ linea l z m, pūctū ergo illius obliquæ magnitudinis qđ eſt remotius ſuper ſuperficiē ſpeculi, hoc ſimliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur, & qđ ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc qđ ſub ſpeculo etiam uidetur eſſe in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines queadmodū ſe habent, & hoc eſt quod proponebat̃.



LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Eſto ſpeculum planum g s t, & uiſa res ſit d b, ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p, lineæ quoq; reflexiōis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g, concurrat cū katheto incidentiæ quæ d b in pūcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s, concurrat cū katheto b t, in puncto e, producaturq; linea f e, quæ eſt per 52. huius imago rei uiſæ, quæ d h, apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. qm̄ enī p 33. huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ: patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebit̄ ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partē imaginis, & ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram. Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̄ imago rei uidet̄ ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquē alium: tunc em̄ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ, & ſemp cum aliqs homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus: ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qđ eſt rei uiſæ dextrum, fit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qđ eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum, patet ergo propoſitum.

LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b, lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti, uel aliter quōcunq; diſpoſitæ, quæ ſit b g, ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b, & ſit quadratum, & quia lignum a b, eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28. primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b, ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autē conſiſtit bonitas operationis mœchanicæ & utilior eſt fectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur, ad idem peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angul9 a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctū d, in continuū & directum uſq; ad punctum quod ſit e, & qm̄ linea g b, eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cū linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, q ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem, ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e, per 12. primi, quæ ſit g e, angulus igitur b e g, erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g, à quo ad punctum d, protrahatur linea g d, à pūcto quoq; d, producat̄ linea cadens ſuper lineam b g, quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g, conſtituto ſuper terminū lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d, æquediſtans lineæ g e, per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea z d, erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi, & perpendicularis ſup communem ſectionē ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d, angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis, & etiam per 29. primi, à puncto quoq; z, ducat̄ linea z h, perpendicularis ſuper ſupficiem g b, per 11. undecimi, & ſuper punctū d, terminum lineæ z d, conſtituat̄ angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i, & qm̄ per 2. primi huius concurret linea d i, cū linea z h, ideo quia linea d l, producta ultra punctū d, concurret cū linea a b, ut patet ex præmiſſis, & per 14. primi huius, ſit ergo linearum d i, & z b, cōcurſus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit linea i t, & à puncto b, extrahat̄ perpendicularis ſuper ſupficiem ſpeculi per 22. undecimi, quæ ſit b q, eritq; linea b q, æquediſtans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſup ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b, ſuper punctū ergo b, terminum lineæ q b, conſtituat̄ angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t; concurret ergo linea b t, cū linea æquediſtanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2. primi huius, ſit concurſus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaq; in tabula in qua eſt linea i t, imago quæcunq; placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundū medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i, & perforetur ſuperficies g b, ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b, cū itaq; centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ppriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16. primi, qm̄ angulus g d b, eſt obtuſus, & ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̄ nunq; erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrū uiſus, ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33. huius, nunq; ergo uidebit quis exiſtens ſecundū centrū uiſus in puncto g, propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundū ſitum, & ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundū quodcūq; punctū ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam qm̄ angulus b e f, eſt maior recto, ſed & angulus f d b, eſt maior angulo f e b, per 16. primi, nunq; ergo fiet reflexio ad punctū f, ſed ſemper ad aliū punctū ſub linea. Similiter quoq; accedente uiſu ad ſpeculū ſecundū quodcūq; punctum lineæ g z, præter q̄ ſecundum ipſum punctum z, nunq; uidebit uidens ſui ipſius imaginem, ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex p̄miſſis per 21. huius, reflectit̄ in ſe ipſam, & ita in pūcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuēs formā ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexā, nō aūt aliā partē faciei, qm̄ ſola ppendicularis q̄ eſt linea unica reflectit̄ in ſe ipſam, & ita ſolius illius puncti fit reflexio, nō aūt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pūcto g appropinquet ſpeculo ſecundū punctū k, cadentē inter puncta g & z, ſi à puncto k, ducat̄ linea ad punctū d, q̄ ſit k d, palā p 14. primi huius, & ex p̄miſſis qđ lineæ d k & e g, cōcurrant ultra lineā g k, ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angul9 uero g e d, eſt rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctū ſub puncto k, à puncto uero z, ut p̄dictū eſt, fiet reflexio in ipſum punctū z, ideo: qa linea z d, æquediſtans lineæ g e, eſt ppendicularis ſup lineā d b, per 29. primi, et ex hypotheſi. Similiter q̊q; poſito uiſu in quocūq; puncto lineæ z b, qm̄ à q̄libet pūctoꝝ illoꝝ eſt ducere ppendicularē ſup ſupficiē ſpeculi, uel ſup lineā k q, reflectit̄ illarum q̄libet in ſe ipſam p 21. huius, palā itaq; qm̄ cōſtituto uiſu in linea g z, nō uidebit intuens imaginē ſui ipſius, & qa ut dictū eſt ſola ppendicularis ſecundū unicū punctū reflectit̄ ad uiſum, nō aūt alia puncta formæ, qa uero angulus i d x, eſt æqualis angulo z d g, & linea z d, eſt ppendicularis ſup ſuperficiē ſpeculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d, reflectit̄ ad uiſum in puncto g exiſtentē, & qa angulus t b q, eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex p̄miſſis, & linea b q, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiē ſpeculi, palā per 20. huius. qm̄ forma puncti t, à puncto ſpeculi b, reflectit̄ ad uiſum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectit̄ à ſpeculo d b, ad uiſum in pūcto g, nō uidebit̄ aūt ipſa tabula depicta i t, qm̄ eſt ſub ſupficie cui ſuperſtat ſpeculū & uiſus. Poteſt aūt ſic fieri ut ſecundū longitudinē lineæ z b, ſit factus murus ſuper terrā ad altitudinē uidentiū, q̄ interius ſit cōcauus, ſuperius uerſus ſpeculū apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

ſecundum ſitum puncti g,& ſit ꝓhibitus ſecundũ aliquod mediũ,ne poſſit propius accedere,tunc eñ omnes formæ punctoꝶ depictæ imaginis incident uiſui,diſponatur ergo taliter per ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur,& ſit ſpeculũ ſitum uerſus lumen,ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus,ſitq́ꝫ tabula depicta ſimiliter lumen habens,quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri,mediante eñ lumine formã ſuam multiplicat per medium,& peruenit ad ſpeculum,& reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſium.

LVII.

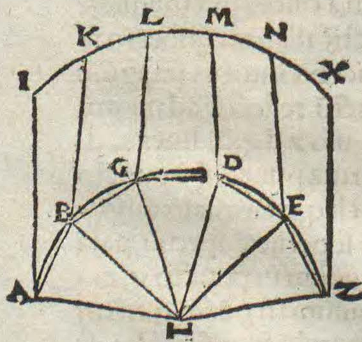
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti,ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius,in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur,qui locus cameræ in quo ſiſtitur cẽtrum uiſus ſit ſignatus puncto a,& ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur,ſignatus puncto b,ſitq́ꝫ rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g, & ducatur linea b g,& ꝓducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d,qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum,uiſio enim puncto b,reuoluatur uiſus fixo inſtrumento,& cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d,ducantur ergo lineæ d a & g a,& diuidatur linea g a,per 119.primi huius,in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e,ad lineam e g,ſicut lineæ a d,ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionẽ ſunt notæ,ducaturq́ꝫ linea e d,diuidet ergo per 3.ſexti,linea d e,angulũ a d g, per æqualia,ponatur itaqꝫ ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineã d e, in puncto d,per conuerſam undecimæ undecimi,in quo ſpeculo ſit linea f h,à pũcto itaqꝫ ſpeculi d,reflectetur forma puncti g ad uiſum a,per 20.huius,ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat,uidebit itaqꝫ uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a,exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b,ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue platea,& hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3,cuius centrum ſit h,& quoniam arcus a 3, indefinite aſſumatur,eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinqꝫ partes æquales, uel quotcunqꝫ quis uoluerit partes,ita ut arcui a b,ſint æquales arcus b g, g d,d e,e 3,& ducantur cordæ a b,b g,g a,d e,e 3, quæ oĩes erunt æquales per 23.tertij,& à centro h ducãtur lineæ h a,h b,h d,h e,h 3,& ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per paralellogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l,d m, e n, 3 x, ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝶ quæ ſunt b k,g h,d m,e n,ſint cõmunia,ſint autem ſpecula adinuicem taliter compoſita,ut anguli contenti à lineis a i & i k,b k,& k l,g l,& l m,d m & m n,e n,& n y,ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h,h b & b g, h g & g d,h e & e 3, ſintq́ꝫ ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e,e 3, uerſæ inferius, & ſuppoſiæ ſupficiebus alijs ſuperius eleuatis,in quibus ſunt lineæ i k,k l,l m,m n,n x,& ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt ad uiſum exiſtentem in centro h,quoniam enim lineæ h a,h b,h g,h d,h e,h 3, ducantur à centro h,ad puncta communia cordis & arcubus,patet per 17.tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3,in illis punctis contingentes,ergo

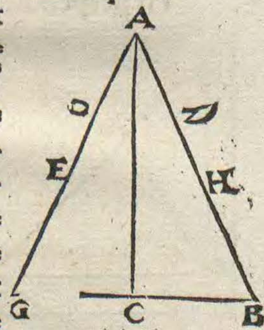


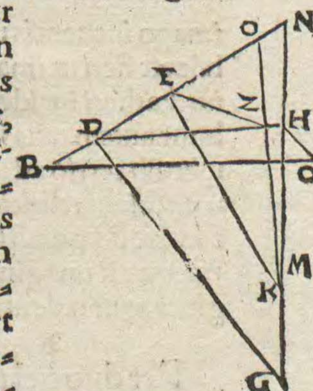
go per 21.huius,omnes illæ lineæ reflectuntur in ſe ipſas,erit ergo diſtinctio imaginũ ſecundum illas,ſed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur ſuper ſuperficiem ſpeculorum planorum,quæ per 20.primi huius,ſolum numerantur numero ſuperficierum ſpeculorum,& circa omnes illas ſit uniformis reflexio ad uiſum,numerabunt ergo imagines numero ſpeculorum,quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra ſpecula, cum omnes in puncto h concurrant,eſt autem locus cuiuſqꝫ imaginis in concurſu katheti cum linea reflexionis per 37.huius,& cum hæc ſpecula uniformiter reſpiciant uiſum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio ſit ab uno ipſorum ad uiſum,eadẽ ratione ſit reflexio à quolibet aliorum,& ſic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum,plures ergo uidebuntur imagines diſpoſitæ adinuicem numero & ordine ſpeculorum,quia uero ſpecula reſpiciunt uiſum ut ſui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipſius incidentis reſpicient uidentem ad modum chorearum,quod eſt propoſitum. Poſſunt & per hoc ſpeculum uariato ſitu plures elici imaginum ſituationes, quod experimentantis induſtriæ cenſuimus relinquendum,ut ſi ſpeculum a b, ſecundum baſem a i,ſituetur æquediſtans ſuperficiei horizontis,uel ſecundum alios modos ut libuerit,diuerſetur.

LIX.

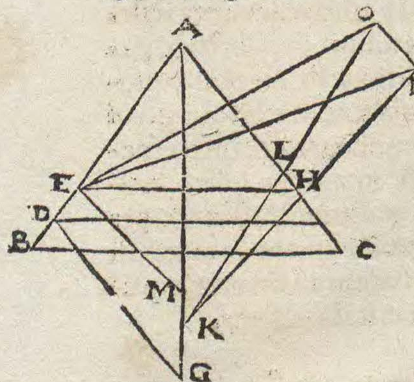
Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui,in quo aſpiciens ſuam uideat imaginem uolantem.

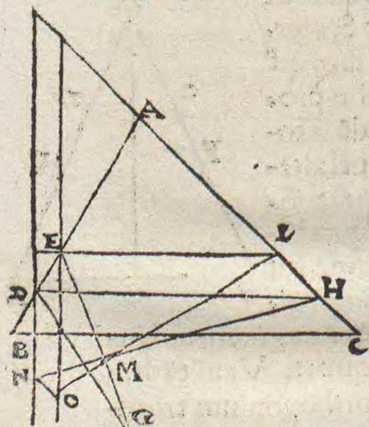
Aſſumatur trigonum hyſocheles rectangulum, quod ſit b a g,& ſit angulus eius qui b a g,rectus, & linea b g, ſecetur in duo æqualia in puncto c,& ducatur linea a c, & ſuper lineam a g, ponatur ſpeculũ planum,quod ſit z h,& ſuper lineam b a, ponatur aliud ſpeculum planum,quod ſit d e, & ſit uiſus intuentis in linea a c, reſpiciens in quocunqꝫ illorum ſpeculorum uoluerit,ut in z h,& alterum ſpeculum quod ſit e d, iaceat in plana ſuperficie ſuper quod ſtat intuens, & accedat & recedat intuens,donec calcanei ſui forma perueniat ad ſpeculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud ſpeculũ quod eſt z h, in quo aſpiciens putabit propriam imaginem uolare,quoniam uidebit ipſam eleuatam ſecundũ ſe totam in aere,cum tamen ipſe aſpiciens ſtet ſuper ſuperficiem terræ uel alterius rei,in qua eſt ſpeculum e d,quoniam forma calcanei incidens inferiori ſpeculo quod eſt e d,reflectetur ad ſuperius ſpeculum,& in illo figurabitur tota forma intuentis, & ſi intuens mouerit ſe aliqualiter, ita tamen ut non mutetur ſitus reſpectu reflexionum quæ fiunt in ſpeculo, moueri uidebitur imago in aere per 42.huius,& ſic uidebitur aſpiciens ſuam imaginem uolantem quod proponit̃, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt aũt idem propoſitum & aliter melius pateat figuraliter demonſtratum, ſit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, ſit rectus, & in cuius latere a b, ſituetur ſpeculum planum,cuius media linea ſit d e,cuius punctus d, ſit propinquior puncto b, quàm punctus e, & ſit trigonum a b c, ſecundum eius latus a b,poſitum in ſuperficie horizontis uel alia quæcũqꝫ ſuperficie, ſuper quam eleuata ſit ſtatura intuentis,cuius plantæ pedis ſtent in pũcto g, aliqualiter eleuato ſuper lineam a b, & ducatur linea g d, & ſuper punctum d,terminum lineæ b d,fiat per 23.primi angulus æqualis angulo g d b,qui ſit h d a,producta linea d z,ad lineam a c,& ſuper punctum h,terminum lineæ c h,fiat angulus d h k,æqualis angulo d h a, ꝓducta linea h k, ad lineam b c,poſitoq́ꝫ centro uiſus in puncto k, patet ex præmiſſis & per 20. huius,quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uiſum,ſi punctum h,fuerit punctum ſpeculi alicuius, inuentoq́ꝫ per 46.huius,in ſpeculo d e,puncto reflexionis formæ puncti m, quod ſit in uertice uidentis,ſit formæ puncti illius punctus reflexionis e,& ducatur linea m e, & angu-





lus m e d, super punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt æquales, quodcunq; enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, sitq; punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quæ est linea g m, à superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in pũcto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuscuiusq; pũcti est in concursu katheti suæ incidentiæ, cum linea suæ reflexionis: producatur itaq; à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ pũcti g, quod est d, per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis est linea d a. Similiter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quæ e a, hæc itaq; linea est kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut præmissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritq; punctum quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoq; demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculũ a h, non in speculum d e, & hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ ut uolantes.

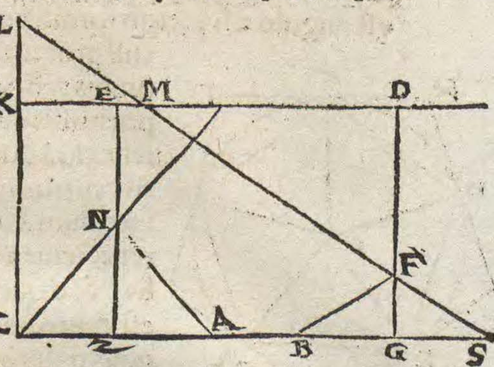




LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit uisibile aliquod, in quo sit pũctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, per 11. undecimi, et producatur linea a z in continuũ, abscindaturq; in pũcto c, taliter per 3. primi, ut linea z c sit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter sup speculũ d g, et producatur taliter ut linea g s sit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in pũcto m, & speculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g est æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g, sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti, erit per 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quæ sunt d e & d g, uidetur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est æqualis lineæ z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n est æqualis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & à puncto m ad punctũ f, speculi d g, & à puncto f, ad centrum uisus b, à tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.

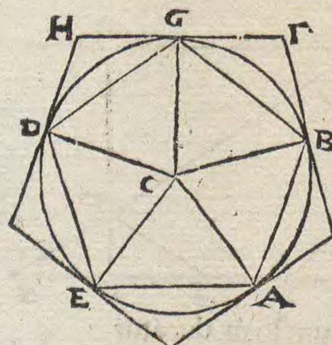


LXI.

Possibile est per quodcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineæ a b describatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quocunq; laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod sit c, ab angulis poligonij quæ sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq; quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad bases omes sunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel si fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæc lineæ d c & g c, quod fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insistens: ad unum uero angulũ sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrũ uisus, ut sunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f est æqualis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus c g b est

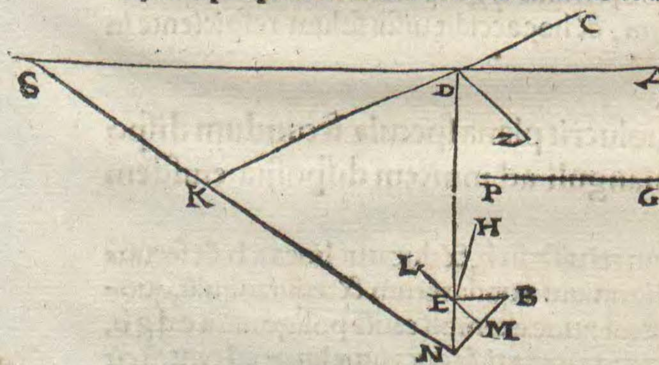
æqualis angulo c g d, ut patet per præmiſſa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis eſt angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, ſpeculi f h reflectitur ad punctum ſpeculi proximi, quod eſt ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmiſſis duobus angulis ſimiles inter ſe ſunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod eſt centrum uiſus: uiſus itaq; exiſtens in puncto a, & intuens ſolum ſpeculum, cuius eſt punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipſum à puncto ſpeculi e, reflexam mediantibus ſpeculis g & d quod eſt propoſitũ. Quod ſi centrũ uiſus ſit in puncto c quod eſt centrum circuli, cuius periferiam contingunt oẽia ſpecula in angulis poligoniorum conſtituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in ſe ipſam, quoniã omnes lineæ quæ ſunt c a, c b, c g, c d, c e, ſunt perpendiculares ſuper ſpeculorum ſuperficies, reflectuntur ergo in ſe ipſas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo eſt propoſitũ, & ſi plurima ordinãtur hoc modo ſpecula, de omnibus eſt eadem demonſtratio & idem modus circunſcribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago poteſt in ſpeculo uideri, ut ſi res taliter diſponitur ad primũ ſpeculum, quod ad ipſum uiſus pertingere non poſſit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus ſpeculis planis poſſibile eſt formam rei per ſe uiſæ uel rei non uiſæ reflecti ad uiſum, ita ut diſtantia imaginis à centro uiſus ſit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipſi lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus in puncto a, & punctus rei uiſæ b, & inter illos duos punctos ſi placet exempli cauſa ſit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod ſit p g & à punctis a & b ad oppoſita ipſis loca ducantur lineæ æquediſtantes per 31. primi, quæ ſint a d & b e, & copuletur linea d e, ſintq; exempli cauſa lineæ b e & a d, perpendiculares ſuper lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & ſimiliter diuidatur angulus b e d, per æqualia p̃ lineã e h, & ſuper punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & ſimiliter ſuper punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m, imaginẽtur ſuperponi duo plana ſpecula, forma itaq; puncti b incidet ſpeculo plano quod eſt m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l ſunt æquales, anguli enĩ h e l & h e m ſunt æquales, quia recti, ſed & anguli h e d & h e b ſunt æquales ex præmiſſis. Item forma incidens ſpeculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod eſt centrum uiſus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut ſupra patuit anguli e d z & z d a ſunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uiſum exiſtentem in puncto a, cum tamen res in qua eſt punctum b, nõ ſit uiſibilis per ſe ipſam, linea quoq; reflexionis ad uiſum quæ eſt d a, eſt ſemper una, quãuis lineæ incidentiarum ſecundum numerum talium ſpeculorum numerentur, & ſi à puncto rei uiſæ quod eſt b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi quæ ſit b m ſecans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d ſit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, ſit concurſus ipſarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens ſuper lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinſecũ æqualẽ angulo l e h

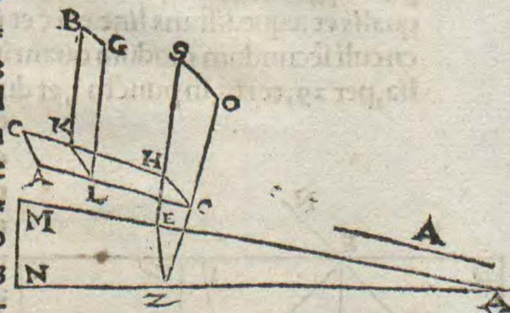


extrinſeco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h ſunt æquediſtantes, ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e m b intrinſeco per 29. primi, & angulus e b n eſt æqualis angulo b e h, quia ſunt coalterni, ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d, ut patet ex præmiſſis, diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b ſunt æquales: eſt autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d, à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineã c d k per 12. primi, quæ ſit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, quod angulus d n k eſt acutus. Sed angulus n d a eſt rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, ſit puncti concurſus s, quia itaq; linea d k cadens ſuper lineas z d & n s, facit angulũ z d t extrinſecũ æqualem angulo n k d intrinſeco, uterq; enĩ illorum angulorũ eſt rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ n s & z d æquediſtant, ergo per 29. primi, eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco, ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſſis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d, angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n ſunt æq̃les, quia itaq; linea e n eſt æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctũ s eſt locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto ſpeculi k d c quod eſt d, ad uiſum exiſtentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duobus lineis incidentiæ quæ ſunt b e & e d, & inſuper lineæ reflexionis quæ eſt d a, & hoc eſt propoſitum, quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonſtrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundem uiſum facta, ab imparibus quidem dextra apparẽt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus a, & linea rei uiſæ ſit b g, & ſi placet ſit inter centrum uiſus & rem uiſam aliquod corpus denſum ſimplicem prohibens uiſionem, ut paries uel aliquod ſimile, quod ſit d, fiatq; reflexio ex tribus ſpeculis quæ ſunt e z & h c & k l, reflectaturq; forma lineæ b g, per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentem in puncto a, ſitq; ut punctus b, lineæ b g incidat ſpeculo k l in puncto k, & ſpeculo h c in punctũ h, & ſpeculo e z in punctum e, reflectaturq; ad uiſum a ſecũdum lineam e a, & ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in punctum l, & ſpeculo h c in punctum c, & ſpeculo e z in punctum z, & reflectatur ad uiſum ſecũdum lineam z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h, h e, e a, & g l, l c, c z, z a, ſitq; locus imaginis formæ puncti b, in primo ſpeculo quod ſit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo ſpeculo ſit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In ſecundo uero ſpeculo quod eſt h c, linea imaginis ſit s o. In tertio uero ſpeculo quod eſt e z, linea imaginis ſit m n, patet itaq; quoniã in quolibet iſtorũ ſpeculorum tanta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi, quanta eſt diſtantia formæ quæ reflectitur à ſpeculo à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ eſt diſtantia puncti rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum eſt æqualis lineæ k c, quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo ſub illo, et linea g l, eſt æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ eſt diſtantia formæ uiſæ à ſuperficie ſpeculi h c, eſt æqualis lineæ h s, quæ eſt diſtantia loci imaginis ſub eodem ſpeculo, & linea q t eſt æqualis lineæ t o, linea quoq; s e, quæ eſt diſtantia formæ refle-

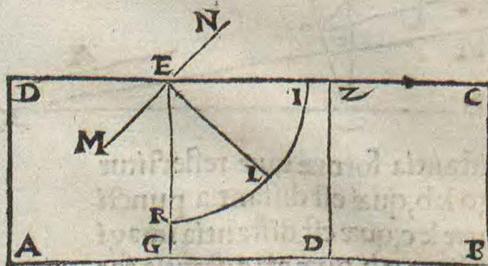


reflexæ â ſpeculo z e eſt æqualis lineæ e m, quæ eſt diſtantia formæ ab eodem ſpeculo ſub illo, & ſimiliter linea o z eſt æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuſcuiuſq; formæ puncti uiſi eſt in puncto cõcurſus katheti ſuæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in ſpeculis planis imago ſemp eſt æqualis rei uiſæ p 52. huius, patet quod uiſus exiſtens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipſi rei uiſæ, & eius diſtantia â uiſu quæ eſt ſecundum lineas a m & a n eſt æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniã linea a m eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt e a, & lineæ m e quæ eſt æqualis lineæ e s, ſecundum præmiſſã eſt æqualis lineæ incidentiæ quæ eſt e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ eſt æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k eſt æqualis lineæ k b, & ſimiliter linea a m n eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra, palã quod in ſpeculo primo reſpectu rei uiſibilis, quod eſt ſpeculum l k, fit imago formæ rei b g uiſæ, quæ eſt imago c q tranſmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa â ſecundo ſpeculo, quod eſt h c, mutat dextrum in ſiniſtrum & ſiniſtrum in dextrum, redit ergo in ſpeculo numeri paris diſpoſitio partiũ imaginis ad diſpoſitionem partiũ ipſius rei uiſæ, & quia in ſpeculo tertio qđ eſt e z, imago ſecũda, quæ eſt s o, mutat ſitum partiũ ſuarum, patet quod imaginis m n ſitus eſt alius â diſpoſitione formæ rei quæ eſt b g, in ſpeculis itaq; numeri paris fit imago ſimilis rei ſecundum dextrum et ſiniſtrum, et in ſpeculis imparibus tranſmutatur, et ſic uniuerſaliter quotieſcũq; ſpeculis paribus uel imparibus poſitis ſecundũ hæc imaginũ diſpoſitio uariatur ſecundũ dextrũ et ſiniſtrũ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duo ſpecula plana quadrata & æqualia poſſibile eſt ſic ſiſti, ut intuens in uno ſpeculorũ ſuam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo ſpecula plana rectangula & æqualia cuiuſcunq; placuerit quantitatis ſuorũ laterũ, dum tñ latera unius ſint æqualia lateribus alterius, & ſint latera eiuſdẽ ſpeculi inter ſe proportionabilia, ita ut lõgitudo ſit duplata latitudini eiuſdẽ ſpeculi, aſſumaturq; linea, cuius longitudo ſit multo maior uno latere illorũ ſpeculorum, & ſit exempli cauſa quatuor cubitorum quæ ſit a b, & ſecetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis ſpeculi per tertiã primi, quæ ſit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & â puncto d ducatur linea perpendiculariter ſup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abſcindatur ab ipſa linea æqualis altitudini ſpeculi quæ ſit linea d z, et â puncto b ducatur linea æqualis & æquediſtans lineæ d z quæ ſit b c, et producatur linea c z orthogonaliter ſuper lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; â pũcto g, linea g e æquediſtans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquediſtans lineæ b c et ſuper punctum e, centrum exiſtens deſcribatur portio circuli ſecundum modum quantitatis placitæ, quæ ſit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et â puncto e ducatur una linea perpendicularis ſuper lineam l e, quæ ſit e m, et itẽ alia quæ ſit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ ſunt linea una per 14. primi, et ſit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n ſit æqualis longitudini ſpeculi. Si ergo duorum ſpeculorum planorum rectangulorũ & æqualium angularis coniunctio fiat ſuper lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, ſuperficies illorum cõiunctorum ſpeculorum per æqualia, pateṫq; quod illa ſpecula non erunt in una plana ſuperficie diſpoſita, perpendiculares ergo â cẽtro uiſus ſuper illa ſpecula ductæ quæ ſunt katheti incidentiæ formæ ipſius uidentis, ſunt diuerſi,



poſito ergo centro uiſus in pũcto d, et motis ſpeculis ſuper lineam l e fixam, uidebit homo ſeipſum ſup unum duorũ ſpeculorum uenientem, et in altero recedentem, eſt enim longi-

longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamẽ taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificũ ducimus cõmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mœchanici reſpiciunt, quàm firmitudinẽ demonſtrationis, fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiõis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro.

LXV.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, â pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis â ſpeculorũ planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pũcto cõueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacũq;, patet ergo primũ propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cõcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorũ, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo ꝗa figuræ hexagonæ replent locũ ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cõiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorũ rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cõcurſus diſtingat â natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicẽ inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circunſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pũcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamẽ quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

LAtius quo potuimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſuper eſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniã quædam paſſionũ ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorũ alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorũ quædã ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora, paſſiones eñ & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorũ deſcendũt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cũ in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorũ deſcendũt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum ſpeculorũ ad uiſum fit reflexio. Poſt tractatũ ergo planorũ ſpeculorum de ſpeculis ſphæricis cõuexis, ut de ſimplicioribus omnibus alijs & concauis ſpeculis ꝓſequi dignũ uiſum eſt. Quæ itaq; ad ſpeculorũ ſphæricorum ꝓprias paſſiones ꝓſequendas ꝓmittimus ſunt iſta. Maius ſpeculũ ſphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius ſphæræ diameter eſt maior, & minus cuius minor. Diametrũ ſpeculi ſphærici, dicimus diametrũ ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Centrũ ſpeculi dicimus centrum ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Diametrũ uiſualem dicimus lineã à centro uiſus per centrũ ſpeculi ſphærici trãſeuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquediſtare ſpeculo ſphærico conuexo dicimus, quæ ſecundũ eius punctũ medium æquediſtat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius ſpeculi ſecundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

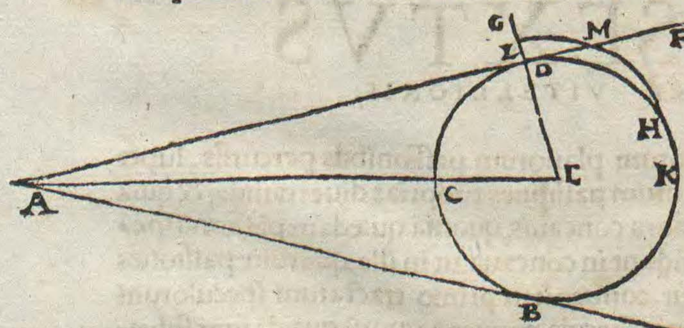
Communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi, neceſſe eſt circulũ magnũ uel arcum circuli magni ſphæræ eſſe: ex quo patet ꝙ oĩs ſuperficies reflexionis diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, ſuperficies reflexionis dicit̃ ſuꝑficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã ſuper ſuperficiem ſphæricũ ſpeculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ omes lineæ rectæ ſunt, patet quod ſuꝑficies reflexiõis eſt ſuperficies plana. Omne autẽ ſpeculũ ſphæricum conuexum, aut ſphæra eſt, aut pars ſphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ, ipſoꝶ cõmunis ſectio neceſſario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares ſunt ſuperficies ſphæras contingentes, neceſſario tranſeunt ꝑ centrum ſphæræ, ut oſtendi poteſt per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ poſitã in principio primi huius, patet quod omnis ſuperficies reflexionis tranſit centrũ ſpeculi, eſt ergo illa cõmunis ſectio circulus magnus uel arcus circuli magni ſphæræ illius ſpeculi, ꝑ diffinitionem circuli magni, & hoc eſt ꝓpoſitum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs ſuꝑficies reflexionis trãſeat per centrũ ſpeculi, patet manifeſte, qm̃ ipſa diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uiſus ad ſuperficiẽ ſpeculi ſphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uiſualem diametrũ æqualiter mota portionem ſuperficiei ſpeculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uiſum.

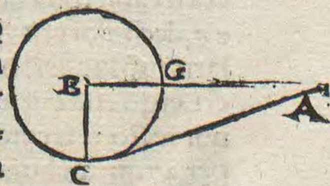
Sit centrum uiſus punctus a, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuꝑficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſit circulus b c d k, cuius centrũ ſit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ ſit a d, ducatur & diameter uiſualis quæ ſit a e, ſecãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quòd ſi diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ eſt a d, imaginetur æqualiter moueri ſuꝑ periferiã ſpeculi, ſeruans ſemꝑ æqualitatẽ anguli e a d, quouſq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipſa motu ſuo ſecundũ punctum d, deſcribet circulũ determinantẽ portionem ſpeculi ſphærici cõuexi, à qua fit reflexio omnium formaꝶ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab illa parte alia ſpeculi ſuperficiei à qua non fit reflexio, producatur em̃ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra ſpeculum ultra punctũ d uſq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f conſtituti uidebunt̃ directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangit̃ à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit ſpeculũ, incipiũt pũcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti ſecundũ lineam d a ad uiſum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui eſt f d g, eſt æqualis angulo reflexiõis, qui eſt g d a, dico etiã ꝙ à nullo pũcto arcus d k b poteſt fieri reflexio ad uiſum a. Si enim ſit hoc poſſibile, eſto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, & ducat̃ linea reflexionis ad uiſum a, q̃ ſit h a, hoc ergo nõ poteſt trãſire ſolidum corpus ſpeculi, ſcilicet arcus circuli b c d ſecando, tranſibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui eſt h d f eſt indiuiſibilis, per 15. tertij, patet ꝙ illa linea reflexionis quæ eſt h a, nõ tranſibit punctũ d, ſecabit ergo lineã d g, ſit ut ſecet ipſam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ eſt h a nõ ſecat angulũ h d f, palam cũ nõ ſecet arcũ h d, quod ſecat lineã d f, ſit ut ſecet ipſam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet ꝙ duæ rectæ quæ ſunt m l a & m d a includunt ſuperficiem, quod eſt impoſſibile; uel deducatur, ſit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, eſt acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus a l d eſt obtuſus. Sed angulus a d l eſt rectus, quia angulus a d e eſt rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, cũ linea e g cadat ſuꝑ ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo diſpoſitos, patet qđ lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam ſunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod eſt oppoſitũ dati, patet ergo propoſitum, quoniam quocũq; puncto arcus d k b dato, eodem modo poteſt fieri deductio.



III.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico cõuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie illius ſpeculi aut ſuperficie ei continua, erit cõmunis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi circulus minor magno circulo ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia ſecante.

Opponatur uiſui ſpeculũ ſphæricũ taliter ut uiſus nõ ſit in ſuperficie illius ſpeculi ei cõtinua, dico ꝙ pars ſpeculi à uiſu cõprehenſa erit pars ſphæræ circulo incluſa, quẽ efficit motu ſuo radius cõtingens ſuꝑficiem ſphæræ, quia em̃ ut patet ꝑ 16. tertij huius, longior radius ad ſphæræ ſuperficiẽ cõtingens quaſi linea ſpeculũ cõtingens eſt. Si ille radius imaginet̃ ꝑ gyrũ, moueri attingendo ſphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ ſumpſit motus principiũ, palã per præmiſſam, quia pũctus contingentiæ in ſphæræ ſuꝑficie circulũ deſcribet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius ſphæræ, qm̃ ſi intelligant̃ ſuꝑficies ſecantes ſe ſuꝑ diametrũ ſphæræ tranſeuntes polos p̃dicti circuli & ſphæram ꝑ æqualia ſecantes, patet qđ oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ ſunt lineæ longitudinis pyramidis uiſiõis, ergo ꝑ 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipſi ſuꝑficiei ſphæræ, & his ſuꝑficiebus planis ſecantibus ſphæris, erit minor ſemicirculo circuli magni. Verbi gratia ſit ꝑ 69. primi huius, circulꝰ q̃ eſt cõmunis ſectio ſuꝑficiei ſphæræ et ſuꝑficiei planæ tranſeũtis ꝑ uiſum a, extra ſphærã exiſtentẽ, & ꝑ centrũ ſphæræ qđ ſit b, circulus c s d, cuius centrũ ſit b, ſitq; polus circuli intellecti ſecundũ quem baſis pyramidis uiſiõis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi pũctus, ſed ꝓducat̃ b a ſemidiameter ad uiſum a, & ſit linea b s a, & à pũcto à, cẽtro uiſus ducat̃ linea cõtingens circulũ, q̃ ſit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q̃ eſt c, ducat̃ ad centrũ b, linea c b, dico qđ arcus c s eſt minor q̃ quarta circuli magni, angulus em̃ b c a eſt rectus ꝑ 17. tertij, angulus ergo c b a eſt acutus, q̃a nõ poſſunt eſſe duo recti in eodẽ trigono a b c, ꝑ 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro exiſtentẽ reſpiciat arcus c g, palã ergo ꝑ ultimã ſexti, qm̃ ipſe minor eſt q̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oĩbus pũctis imaginatoꝶ circuloꝶ minoꝶ, qm̃ quilibet arcuũ illoꝶ circulorũ eſt minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uiſum eſt minor circulo magno ſphæræ ꝓpoſitæ, et hoc eſt qđ ꝓponebatur. tenet aũt hæc demõſtratio in uno uiſu tm̃, uel in ambobꝰ uiſibus, dum modo diameter ſpeculi ſphærici ſit maior q̃ diſtãtia oculoꝶ, qm̃ iſtis exiſtentibus æqualibus circulus maior ſphæræ erit circulus ꝓpoſitæ ſectionis, & medietas ſphæræ ui



debitur. Si uero diſtantia oculorũ ſit maior diametro ſpeculi, plus medietate ſphæræ uidebitur, & erit cõmunis ſectio circulus minor, ut hæc ſunt demonſtrata in quarto huius.

IIII.

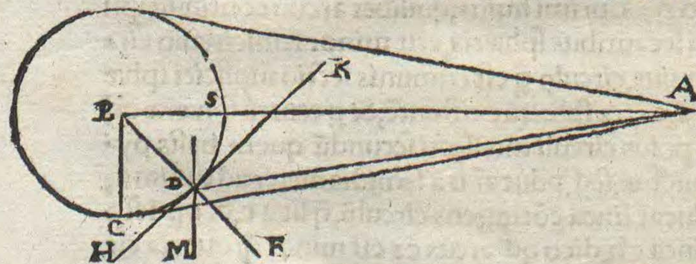
In ſpeculis ſphæricis cõuexis ſecundũ acceſſum uiſuum ad ſpecula circulorum uiſum terminantium quantitas minuitur, ad receſſum uero augetur.

Eſto em̃ ſpeculum ſphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́ circulus terminans uiſum in ſuꝑficie ſpeculi q c g h e, dico quod ſecundũ acceſſum & receſſum uiſuũ à ſpeculis illorum circuloꝝ quãtitas mutatᷓ, diminuitur em̃ ſecundum acceſſum, et augetᷓ ſecũdum receſſum. Sit em̃ cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, ſit erectus ſuꝑ circulum c g h e, uiſam partẽ ſpeculi cõtinentẽ, ſitq́ ipſius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq́ ꝑ 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uiſus ſecundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uiſus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducatᷓ linea k c, & q̃m per 16. ſecundi huius, longior radius à uiſu ad ſphærã contingens quaſi linea contingens eſt, patet ꝑ 17. tertij, q̃m angulus l k c b eſt rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, eſt ergo rectus minor recto, quod eſt impoſſibile. Exiſtẽte ergo uiſu in puncto l k, nõ terminabitᷓ uiſio ad circulũ c g h e, ſed ad aliquẽ circulum ipſo circulo c g h e minorẽ, quia em̃ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ ſunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducuntᷓ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo ꝑ 60. primi huius, q̃d pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exterioꝝ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpoſitum.

V.

A quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui, poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto diſpoſitio eadem q̃ in tertia huius, dico q̃ à quolibet puncto portionis oppſitæ uiſui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ ſibi ſimiliũ arcuũ poteſt fieri reflexio ad uiſum, ſignetur em̃ aliquis pũctus arcus e s, qui ſit d, & ducatᷓ ſemidiameter d b, palã per 72. primi huius, q̃m linea d b eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem planã contingentem ſpeculum in puncto d, cũ itaq́ formæ puncti rei uiſæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem ſuperficie cũ ſemidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem ſpeculi, eo q̃d tranſeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ ſit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtuſus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra ſphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q̃ angulus b d a ſit obtuſus, ut patet ex præmiſſis, & ꝑ 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineã a c ſpeculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d, ꝓducta ſecabit ſphærã ſpeculi, & ſuꝑficies cõtingens ſphærã in pũcto d, in qua ſint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, ſecabitq́ lineã a b, & quia ſemidiameter b d eſt perpendicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ b k, e g, ſpeculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angulꝰ b d k rectus, angulus q̃q́ b d a maior recto, & angulus f d a minor recto, re ſecato ergo ab angulo recto q eſt f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q ſit m d f, erũtq́ lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ ſuperficie, pũctus ergo rei uiſæ exiſtens in linea m d, & ſuperficiei ſpeculi incidens ad punctũ d, reflectetᷓ ad uiſum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent em̃ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut oſtenſum fuit



fuit per 25. quinti huius, erũt in eadem ſuperficie q̃ erit ſuperficies reflexiõis erecta ſuper ſuperficiem ſphæram ſpeculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonſtrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis, hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita, quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demõſtrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto ſuꝑficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum ſicut proponebatur.

VI.

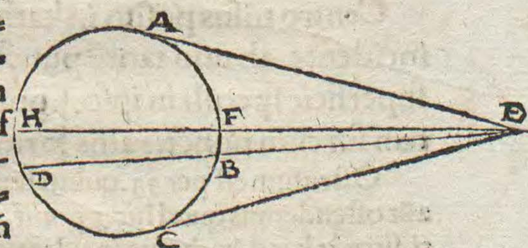
In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis centrũ uiſus & centrũ ſpeculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundum diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe.

Hoc patet ꝑ 25. quinti huius, in om̃i em̃ ſuꝑficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta. ſ. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uiſus, & quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ eſt erecta ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipſa ꝓductæ quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi centrum ſpeculi tranſeuntes per 72. primi huius, manifeſtum ergo quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ tranſit centrum ſpheræ. In qualibet ergo ſuperficieꝝ reflexionis ſunt prænominata 4. puncta corpoꝝ quorumlibet, ex his patet quia cum ſuperficierum planoꝝ ſe interſecantium cõmunis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3. undecimi, iſtarum ſuperficieꝝ neceſſario cõmunis ſectio erit linea à centro uiſus ad centrũ ſpeculi ꝓducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundũ numeꝝ ſuperficieꝝ reflexionis, hæc duo puncta. ſ. centrum uiſus & centrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemꝑ manent, patet ergo propoſitum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes ſecat circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentes.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ ſit punctũ g, & ſit centrum uiſus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ ſint e a & e c, palã ergo per 2. huius, q̃m à toto arcu a b c, fit reflexio ad uiſum, fit ergo ut à puncto b, q̃d eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e, & ſit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, ꝓducta ultra punctũ b, ſecabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis quod ſit d, ducatᷓ em̃ diameter uiſualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos qui ſunt f c h, & f a h, oſtenſum eſt aũt per 57. primi huius, q̃m ab uno puncto datum ſemicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci eſt impoſſibile, & cooſtenſum ibi eſt quod omnis linea ab eodem puncto ſub linea cõtingente ducta ſecat ſemicirculũ in puncto uno ſuper punctũ contingentiæ & in alio ſub ipſo, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducatᷓ ſub linea contingente linea e b, q̃m linea e b, ſecat ſemicirculũ f c h, in uno puncto ſuper illũ punctũ contingentiæ qui ſit d, & in alio puncto b, ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uiſui, quod eſt propoſitum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, poteſt demonſtrari, patet ergo quod proponebatur.

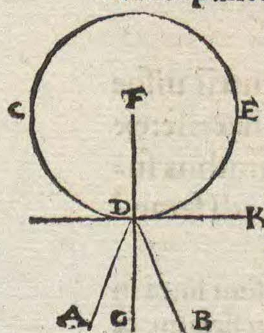


VIII.

In omni reflexione à ſpeculis ſphericis conuexis linea à centro ſpeculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

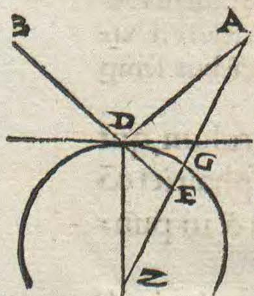
Sit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ per reflexionem à ſpeculo ꝓpoſito ſit b, ſitq́ꝫ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e, cuius centrũ ſit f, & reflectatᷣ forma puncti b, ad uiſum a, à puncto ſpeculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, ſit æqualis angulo g d b, ducatur tm̃ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ ſit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h ſunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum ſit angulus incidentiæ, eſt per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q eſt angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis quod eſt d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propoſitum.



IX.

In conuexis ſpeculis ſphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ ſpeculi productũ, cõcurrere eſt neceſſe.

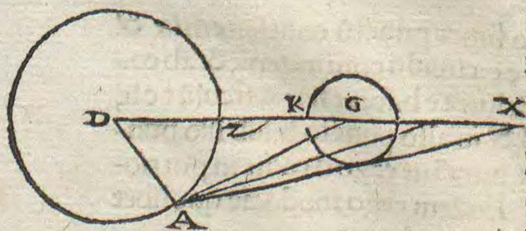
Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & conuexi ſpeculi ſpherici circulus g d, cuius centrum ſit z, & ſit centrũ uiſus punctũ b, punctusq́ꝫ rei uiſæ ſit a, reflectaturq́ꝫ forma puncti a, ad centrũ uiſus b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, linea quoqꝫ incidentiæ ſit a d, ducatᷣ itaqꝫ linea à puncto dato a, ad centrum ſpeculi z, quæ ſit kathetus a z, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra ſpeculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ em̃ linea b d, ꝓducta ſecat angulum a d z, ut patet ꝑ p̃cedentem & per 15. primi, ergo ſecabit & baſem a z, ſit itaqꝫ punctus concurſus e, eſt aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet ꝑ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propoſitũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcurſu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonſtrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, ſecundũ em̃ utrãqꝫ illaꝝ lineaꝝ eſt neceſſarium fieri uiſionem, qm̃ ſecundũ illam reflexionis forma reflectitᷣ ad uiſum, & ſecundum kathetum incidentiæ reſpicit res ipſum ſpeculum, à cuius ſuperficie forma rei uiſæ reflectitᷣ ad uiſum.



X.

Centro uiſus poſito in katheto incidẽtiæ ſuper ſpeculũ ſphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto ſpeculi fiet reflexio, & uidebitur imago in ſuperficie ſpeculi in ipſo. ſ. puncto reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ uiſæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

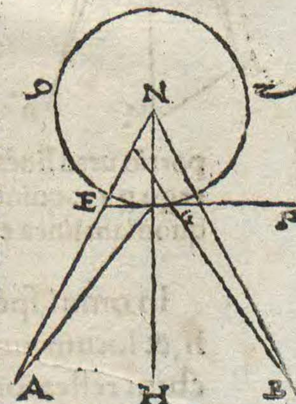
Oſtenſum eſt per 33. quinti huius, qm̃ omnis ꝑpendicularis reflectitᷣ in ſeipſam, nec aũt oſtendemus quod hic ꝓponitᷣ. Sit ergo g centrũ uiſus & d centrũ ſpeculi propoſiti, ſitq́ꝫ g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uiſus ad ſpeculũ ſecans ſuperficiem oculi in puncto k, & incidens ſupficiei ſpeculi in puncto z, dico quod ſolius pũcti r forma reflectitur ad uiſum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuſcũqꝫ datis, quantum ad ipſoꝝ reflexionem eodem modo demonſtrandum, ut in 32. quinti huius, ſed neqꝫ aliquod punctum huius lineæ reflectitᷣ ab alio pũcto ſpeculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, ſit illud aliud pũctum a, & ducatᷣ linea g a, quæ ſit linea reflexionis, ducaturqꝫ linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectitᷣ, q ſit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea g a, qui ſit x a g, & ducatur diameter d a, hæc ergo extra circulũ producta neceſſario diuidet angulum x a g, per æqualia per 8. huius, eo qđ ueniens à centro ſpeculi & ad iſtũ punctũ reflexionis eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ipſum, concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctũ x reflexum, & punctũ g centrum uiſus: ſint ergo duæ lineæ rectæ, quæ ſunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & ſupficiem continebunt, quod eſt impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitũ, qm̃ ab uno tm̃ puncto ſpeculi reflexionem fieri eſt neceſſe, ergo & una tantũ uidebitᷣ imago, & quia locũ ipſius nulla lineaꝝ interſectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam q̃d illa imago uidetᷣ in proprio loco ſuo, hoc aũt eſt in ſuperficie ipſius ſpeculi in puncto. ſ. reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ naturalis uiſæ ad locum alium imaginis protrahatur, patet ergo propoſitum.



XI.

Locum imaginis uiſæ in ſpeculis ſphæricis conuexis in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his ſpeculis facta, ſemper imago totius rei uiſæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum ſuorum extremorum punctorum ꝓducta: patet etiã quod in his ſpeculis poſſibile eſt locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius, poteſt & idem demonſtrari aliter. Sit em̃ punctus rei uiſæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g, centrũ ſpeculi n, palã itaqꝫ per 25. quinti huius, quod a g, linea incidentiæ, g b linea reflexionis ſunt in eadẽ ſupficie erecta ſuꝑ ſuperficiem ſpeculum in puncto g, contingentẽ: linea itaqꝫ cõmunis ſuperficiei reflexionis, & ſupficiei ſpeculi, ſit circulus z g q, & linea cõmunis ſupficiei contingenti ſpeculũ in puncto g, & ſuperficiei reflexionis ſit linea e g p, ducaturq́ꝫ linea h g, perpendicularis ſuꝑ lineam g p e, ꝑ 11. primi, & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q, qui cũ ſit circulus magnus, ut patet per primam huius, palam qđ centrũ eius eſt centrum ipſius ſpeculi, tranſit ergo linea h g, producta ultra punctũ g, per centrum ſpeculi quod eſt n, aliter em̃ linea à centro ſpeculi ad punctũ g ducta, erit etiã ꝑpendicularis ſuꝑ lineam p g e, & linea h g, ꝓducta eſt ꝑpendicularis ſuꝑ eandem, ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares ſuꝑ unam lineam quod eſt impoſſibile, pertinget ergo linea h g, ad punctum n, ducatᷣ ergo linea a n, à puncto uiſo ad centrum ſpeculi, eritq́ꝫ linea a n, per 72. primi huius, ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ergo & ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto illo ꝑ quã tranſit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulũ rectum continentes cadit linea b g, palam quia ipſa non contingit circulũ z g q, ipſa ergo ꝓducta ſecat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n, ſit ut concurrat in puncto d, cũ itaqꝫ ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto ſpeculi g reflectitur, & centrũ ſpeculi quod eſt n, neceſſario ſint in eadem ſuperficie, erit ergo per primã undecimi, linea a n, in eadem ſuperficie cum linea b g. palã ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipſe eſt punctus cõmunis lineæ reflexionis, in qua neceſſario eſt forma & lineæ a n, quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti a, ſecundum quam ut ſecundum lineam breuiorem neceſſario uidetur forma, patet ergo principaliter ꝓpoſitũ per 37. quinti huius, & per hoc patet corrolariũ, q͞a in omni reflexione à ſpeculis ſphæricis conuexis facta, ſemper imago totius rei uiſæ continetᷣ in aliqua linea inter loca imaginum ſuoꝝ extremoꝝ punctorum ꝓducta, qm̃ katheti incidentiæ punctoꝝ medioꝝ cadunt ſemper inter kathetos incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ, nec em̃ katheti incidentiæ ab aliquo illoꝝ punctoꝝ extremorum ꝓducti ad centrum ſpeculi ſecare poſſunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ, patet etiã quod in his ſpeculis cuiuſcunqꝫ puncti rei uiſæ poſſibile eſt locum imaginis inueniri: ꝓducta em̃ linea recta à puncto quocunqꝫ uiſo per reflexionem ad

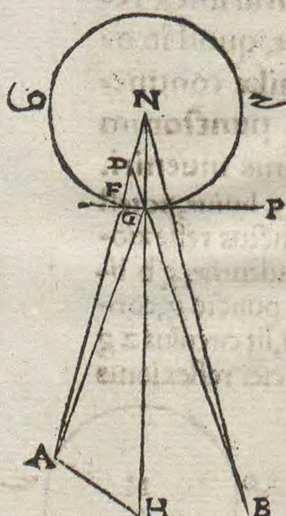


centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cū linea, erit punctus cō-
munis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis,& ſpeculi ſphærici cōuexi ſecante,& à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cōtingentem ad eam partē quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis,dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineam n d,eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia eṁ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8.huius,angulus uero b g h,æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi,quia ſunt anguli contra ſe poſiti,patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g,eſt perpendicularis ſuper lineam h g n,patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales,& quia in trigono a g d,linea d e,angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3.ſexti,quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g,ad lineam d g,ꝓtrahatur itaq; à puncto a,linea æquediſtans lineæ d g,per 31.primi,concurrens cū linea h n,in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aūt illæ lineæ per 2.primi huius,erit ergo per 29. primi, angulus n g d,æqualis angulo g h a,ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d,æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g,ergo per 6.primi erit latus a g, æquale lateri a h, ergo per 7.quinti,erit ꝓportio lineæ a g,ad g d,ſicut lineæ a h,ad g d,ſed ꝓportio lineæ a h ad g d,eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a,p 29.primi,& p 4 ſexti,qa ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g,eadem eſt lineæ a n,ad d n,ꝓportio ūero lineæ a h,uel a g ad d g,ut patet ex p̃miſſis,eſt ſicut ꝓportio lineæ a e,ad e d ergo p 11. quinti,eſt ꝓportio lineæ a n,ad a d,ſicut lineæ a e ad e d,quod eſt propoſitū, quoniam linea e d,utraſq; interiacet ſectiones.



XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi,& locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodū in præcedente,dico quod linea n d, eſt maior q̃ linea d g,ſecet eṁ linea p g e,lineam a n,in puncto e,palam quod punctū e,dicitur finis cōtingentiæ,ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d,ſicut lineæ a e,ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e,ad e d,per 3.ſexti,eſt ſicut proportio lineæ a g,ad g d,qm̃ præoſtenſum eſt linea e g,diuidit angulum a g d,p æqualia,eſt ergo ꝓportio lineæ a n,ad n d,ſicut lineæ a g,ad lineam g d, per 11.quinti, ergo per 16.quinti,erit permutatim ꝓportio lineæ a n,ad a g,ſicut lineæ d n,ad d g, ſed per 19.primi,linea a n eſt maior q̃ a g,ideo quod angulus a g n,eſt obtuſus,cū ſit maior angulo n g e,recto,ergo linea n d,eſt maior q̃ linea d g,& quia per 11.huius,punctus d, eſt locus imaginis,patet quod linea n d,interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g,interiacente locum imaginis & punctū reflexionis quod eſt g.patet ergo ꝓpoſitū.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli,qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi,ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacens

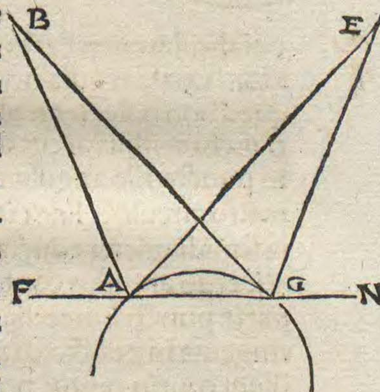
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli ſemidiametro eiuſdem circuli eſt minor.

Remaneat omnino diſpoſitio quæ ſupra, & quia punctus e eſt finis cōtingentiæ,interſecet linea a n,circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, eſt minor ſemidiametro circuli,qui eſt f n,qm̃ eṁ ut patet ex p̃miſſis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e ad e d,& proportio lineæ a n ad d n, eſt ſicut lineæ a d ad d g,igitur per 11.quinti,erit ꝓportio lineæ a n ad d n, ſicut lineæ a e,ad e d,ergo per 16.quinti,erit permutatim ꝓportio lineæ a n ad a e,ſicut d n ad d e,ſed linea a n eſt maior q̃ linea a e,qm̃ totū eſt maius ſua parte,ergo linea d n,eſt maior q̃ linea d e,erit ergo linea d n,multo maior q̃ linea f e,quæ eſt pars ipſius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̃ linea f e,quod eſt propoſitum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes: attamen in centro unius uiſus non cōcurrunt,ex quo patet quòd unus uiſus non poteſt uidere idolum eiuſdem formæ reflexum à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi.

Eſto centrum uiſus b,& punctus rei uiſæ ſit e, ſitq; cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e,diuerſis punctis ſpeculi in circulo a g,quæ ſint a & g,& dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g,non ſunt æquediſtantes cum in unius centro uiſus non cōcurrent ,dato q; concurrent in puncto b,ducat̃ inter circulum corda arcus a g,quæ ſit recta a g,& ꝓducatur extra circulum uſq; ad pūctū f,ex parte a,& ex parte g,uſq; ad punctū n, & quia per 20.quinti huius, angulus e g n, eſt æqualis angulo b g a, ſed angulus e g n,maior eſt angulo e g a,per 16. primi, ergo angulus b g a,maior eſt angulo e g a. Sed angulus b a f, maior eſt angulo b g a, per 16.primi, ergo angulus b a f, eſt miaor angulo e a g,non ergo reflectit̃ forma puncti e, ad uiſum exiſtentem in puncto b,â puncto ſpeculi a,per 20. quinti huius,& tm̃ quia angulus b a f,nō eſt æqualis angulo b g a,ſed minor, ideo quia per 16. primi,angulus e g n,eſt maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius,& ex hypotheſi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palā ergo per 14.primi huius,quia duæ lineæ a g & b g,non ſunt æquediſtantes. Sed ut patet ex præmiſſis ipſæ nunq; cōcurrent in puncto b,in quo eſt centrū uiſus, patet ergo ꝓpoſitum,& per hoc patet quod unus uiſus nō poteſt uidere idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis talium ſpeculorum reflexum, quod proponebatur.

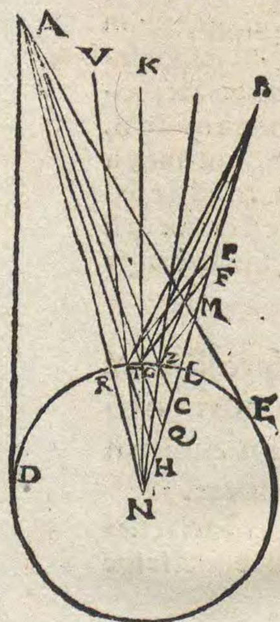


XVI.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi non poteſt forma alicuius puncti ad uiſum unum niſi à ſolo puncto reflecti, & una ſola imago uiſui occurrit.

Quoniam eṁ per 10.huius,patet quod forma perpendiculariter huius ſpeculo incidens,centro uiſus in illa perpendiculari exiſtente ab uno tm̃ puncto reflectitur ad uiſum,non oportet nos nūc ꝓpoſitum niſi de lineis oblique his ſpeculis ſphæricis conuexis incidentibus demonſtrare. Sit ergo punctū uiſum b,& centrū uiſus a,& non ſit punctum a in perpendiculari ducta à re uiſa ad centrum ſpeculi quod ſit n,dico quod forma puncti b,reflectitur ad a centrum uiſus ab uno ſolo puncto ſpeculi, & una ſola imago uiſui occurrit,palam eṁ per 5.huius,quod uiſibile in quo eſt punctū b,modo conuenienti oppoſito ipſi ſpeculo ab aliquo puncto ſuperficiei ſpeculi poteſt reflecti forma puncti b ad uiſum a,ſit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit b n,ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto l, & ſit a n, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e,termini ſuperfi-

ciei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝑducaturq́ linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam in puncto q, qm̃ punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficierũ erectarũ ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nulla extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrũ uiſus, niſi una tm̃, qm̃ punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum uel lineam in qua eſt, non ſecantes cõmunis eſſe non poteſt, tunc palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſuper ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio puncti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à ſolo puncto qd' ꝓpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uiſus. Si em̃ ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, ꝙ à puncto g, ſit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui eſt b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaq; linea b n, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nõ ſit perpendicularis ſuper illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſecundum lineam perpẽdicularem ueniens neceſſario ſecundũ perpendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc em̃ eſt impoſſibile qd' ad quodcũq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo em̃ quod angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, qm̃ ibi peruenit ſemidiameter n l, erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b, neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l, linea em̃ à centro ſpeculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc em̃ contingens à pũcto a, duci nõ poteſt, qd' patet per 57. primi huius, qm̃ linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uiſui apparentem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio, ſit em̃ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetũ incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, qm̃ punctus z, eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in puncto g, ſecetq́ linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q, eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n maior eſt ꝙ linea q n, qm̃ totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio ꝙ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, ꝙ lineæ b m ad m o, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor ꝙ linea b m, & f q ſit maior ꝙ m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri deductio

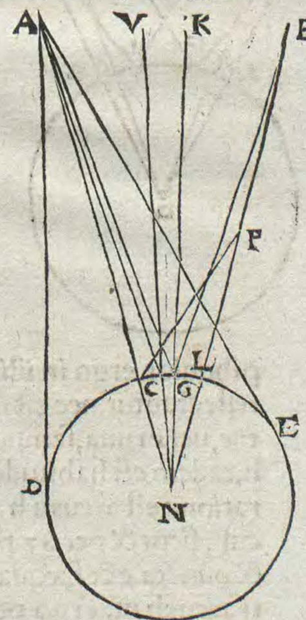


ductio præmiſſo modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, ſi enim fiat ab aliquo, ſit iſtud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, ſecans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ ſit t h, ſecans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, ſicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, eſt ſicut lineæ b f ad f q: ſed maior eſt proportio lineæ b n ad n h, ꝙ lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior eſt ergo proportio lineæ b p ad p h, ꝙ lineæ b f ad f q, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior eſt proportio, ꝙ minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, eſt enim linea b f, maior ꝙ b p, & p h maior ꝙ f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uiſum a, quodlibet ergo punctum formæ uiſæ ab uno ſolo puncto ſpeculi conuexi ſphærici ad uiſum reflectitur, una ſola ergo erit linea reflexionis cuiuſcunq; puncti uiſi, ſed eſt etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius. unicus ergo punctus eſt in quo illæ lineæ rectæ ſe ſecant, qui eſt locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc eſt propoſitum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſumptis duobus punctis, quorũ formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad unum uiſum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro ſpeculi remotior à centro uiſus, quàm puncti remotioris ab eodem centro ſpeculi ſit ab ipſo centro uiſus.

Remanente diſpoſitione quæ in præcedente, ſint in katheto incidentiæ, quæ eſt n b, duo puncta ſignata quæ ſunt p & b, ſitq́ punctum p, ꝓpinquioris centro ſpeculi puncto ſcilicet n, centro circuli d g e, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi dati, & ſit punctum b, remotius ab eodem centro, & ſit a centrum uiſus, & ſit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior eſt à centro uiſus, quod eſt punctum a, ꝙ g, qui eſt punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppoſitam uiſui continentes per 2. huius, quæ ſit a e & a d, at ſi punctus in quo kathetus b n, ſecat circulum propoſitum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam ſola perpendicularis uiſualis reflectitur in ſeipſam per 10. huius, neq; reflectit̃ forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmiſſa, ſed neceſſe eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uiſum, ſit illud punctum t, ſitq́ p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, neceſſario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq; ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior eſt angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum u t a, eſt minor angulo k g a, qui eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum n g a, Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis eſt angulo b g k, angulus ergo u t a, eſt minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, eſt æqualis angulo u t a, minor eſt angulo b g k, ſed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod eſt impoſſibile

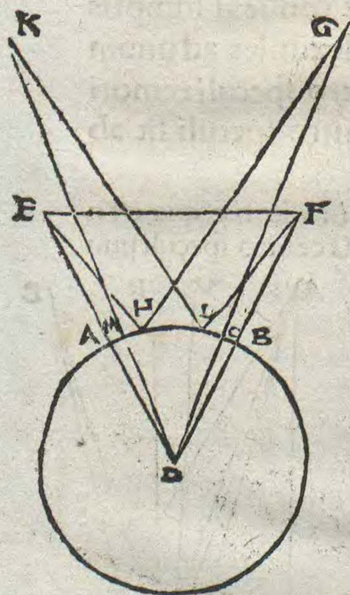


poſſibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanq́; partem ſui, & angulus t p n ſit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur niſi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, eſt propinquior puncto a, qui eſt centrum uiſus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, eſt remotius à centro uiſus a, quàm punctum g, quod eſt punctum reflexionis formæ puncti b, punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro ſpeculi eſt remotius à centro uiſus quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XVIII.

Formæ omnium punctorum æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi ſphærici conuexi ſecundum æquales angulos ſub kathetis incidentiæ & diametris uiſualibus in centro ſpeculi contentos reflectuntur ad uiſus.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum ſit d, patetq́; per primam huius, quoniam punctum d, eſt centrum ſpeculi, ſintq́; duo puncta e & f, æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, quod eſt d, erunt ergo lineæ e d & f d æquales, dico quod neceſſarium eſt formas illorum punctorum reflecti ad uiſum ſecundum angulos æquales, ut ſi forma puncti e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto g, à puncto ſpeculi h, & forma puncti f, quæ per præmiſſam non poteſt reflecti ad uiſum g, à puncto h, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineæ g d & k d, dico quod angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui eſt e d, ſecet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uiſualis g d, ſecet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaq́; lineæ e d & f d, ſunt æquales, patet per præmiſſam, quoniam puncta reflexionis quæ ſunt h & l, æqualiter diſtant à uiſibus ad quos reflectuntur, ut quantum diſtat h, punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uiſualis g d, ſecat circulum, tantum diſtet punctus reflexionis, qui eſt l, à puncto m, in quo diameter uiſualis quæ eſt k d, ſecat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus diſtantis à centro ſpeculi fit per præmiſſam remotior à centro uiſus, & plus diſtantis propinquior, ergo in illis quæ æqualiter diſtant, erit æqualitas diſtantiæ à uiſibus ad quos reflectuntur, nec eſt in hoc diuerſitas, ſiue aliqua puncta ſint in diuerſis kathetis incidentiæ, uel in una, ſemper enim punctorum æqualiter diſtantium à centro eiuſdem ſpeculi, eadem eſt habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, eſt æqualis arcui l m, & eadem ratione eſt arcus a h, æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam ſexti, periferia circuli, ſicut & per 87. primi huius, tota ſuperficies ſpeculi æqualiter ſe habet ad centrum, & puncta e & f, æqualiter diſtant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, eſt æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k, quod eſt propoſitum.

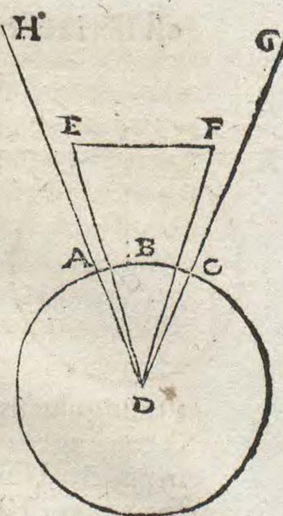


XIX.

Impoſſibile eſt duo puncta æqualis diſtantiæ à centro ſpeculi ſphærici conuexi, ex eadem parte diametri uiſualis exiſtentia ab arcu, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi, ad eundem uiſum reflecti.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c, cuius

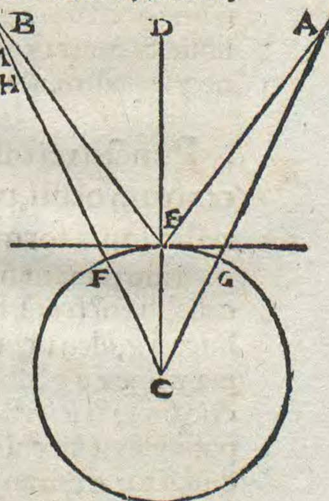
cuius centrum ſit punctum d, & ſint duo puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi quæ ſint e & f, ſitq́; centrũ uiſus in pũcto g, in eadem ſuperficie cum punctis e & f, & ex una parte ipſorum, ſitq́; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non eſt poſſibile reflecti ad unum uiſum exiſtentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq́; ex hypotheſi, quod angulus e d g eſt maior angulo f d g, ſicut totum ſua parte, fiat itaq́; ſuper punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui ſit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniã forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nõ ergo ad punctũ g, per 15. huius, patet ergo propoſitum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmiſſam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod eſt impoſſibile.



XX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus æqualiter à ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi diſtantibus punctum reflexionis inuenire.

Eſto b punctus rei uiſæ, & ſit a centrum uiſus, ſit quoq́; dati ſpeculi conuexi ſphærici centrum c, & ſit circulus qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a c, ſecantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uiſæ cũ centro uiſus, iſtæ duæ lineæ b c & a c ſunt æquales, cum manifeſtum ſit per ea quæ patuerunt in demonſtratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis neceſſario fiet reflexio, ſecetur itaq́; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, ſecantem arcum f g in puncto e, patet quoq́; per 25. tertij, quoniam arcus f e eſt æq̃lis arcui e g, eritq́; linea c d perpendicularis ſuper lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pũctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq́; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypotheſi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod eſt medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uiſum a, & hoc eſt propoſitum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipſis æqualitas longioris, ut ſi linea b c ſit lõgior quàm a c, cum f c ſit æqualis c g, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, reſecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, ſitq́; f h æqualis ipſi a g, palam ergo per præmiſſa, qm̃ forma puncti h reflectitur ad uiſum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, ſunt in puncto ſuæ reflexionis magis diſtantia à puncto quod eſt centrum uiſus, nec poſſunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & ſecũdum elongationem ſui à centro circuli c, erit punctorũ ipſorum reflexionis approximatio ad centrum uiſus ſecundum puncta ſuæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ ſunt ſuper punctũ h, ſcilicet pũcta m & b, erunt ſecundum puncta ſuæ reflexionis propinquiora centro uiſus quàm pũctum e, cadent ergo in arcum e g, & ſecundũ approximationem ſui ad centrum circuli c, erit punctorũ reflexionis maior elongatio à centro uiſus b, hoc autẽ licet ſit in groſſo ſcientiam afferat, eſt tamen ſecũdum ſignorum punctorũ reflexionis à punctis ſingulis ſuperficiei ſpeculi diligentius perſcrutandum.

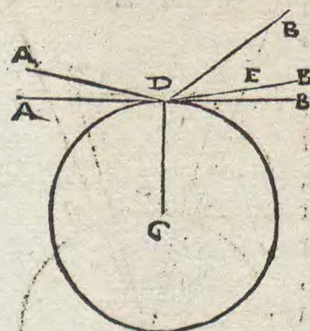


XXI.

Si angulus contentus ſub linea incidentiæ à puncto rei uiſæ oblique ducta ad punctum aliquem ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & linea à centro ſpeculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impoſſibile

 eſt ſic

eſt fieri reflexionem perfectam ad aliquem uiſum ſecundum illũ punctum.

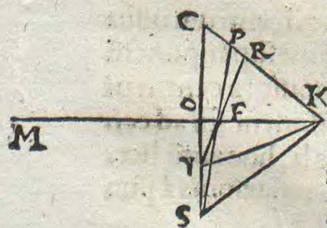


Eſto a centrum uiſus, & b pũctus rei uiſæ, ſit quoq; g, centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, ſit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ neceſſario erũt in ſuperficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod ſi à puncto d debet fieri reflexio, neceſſe eſt angulum b d g eſſe maiorem recto, quia ſi nõ ſit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non eſt maior recto, aut ergo eſt rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipſe ſit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, ſed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, ſunt linea una, non ergo fit reflexio ſecũndũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto ſpeculi d ad uiſum exiſtentem in pũcto a. Sed fit ſimpliciter uiſio ſecundum lineã a d b, quod eſt contra hypotheſim, quoniam punctum d, eſt poſitum eſſe punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur eſſe minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & ſit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g eſt datus minor recto, eſt ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam lineam b d, quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, extra ſpeculum cadere eſt neceſſe, erit ergo neceſſarium per ipſam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod eſt impoſſibile, & contra 15. tertij, non eſt ergo poſſibile angulum b d g eſſe minorem recto, ſed neq; æqualem, neceſſarium ergo eſt ipſum eſſe maiorem recto, & hoc proponebatur.

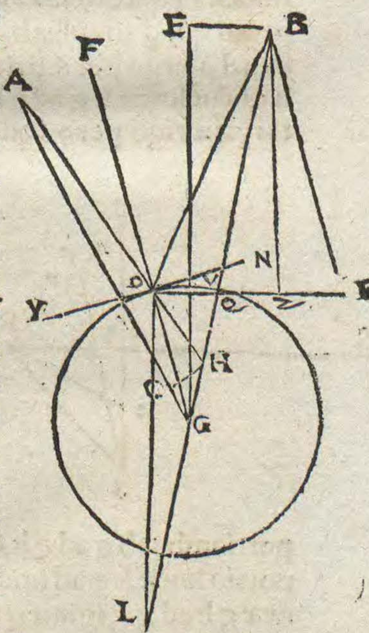
XXII.

Puncto rei uiſæ dato plus diſtante à centro ſpeculi ſphærici cõuexi quàm centrum oculi, poſſibile eſt in ſuperficie ſpeculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uiſus.

Eſto punctum a centrum uiſus, & ſit b datus punctus rei uiſæ, ſitq; g centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, ſitq; exempli cauſa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus diſtet à centro ſpeculi g quàm centrum uiſus a, & quoniam lineæ a g & b g ſunt in ſuperficie reflexionis per 15. quinti huius, ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uiſum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, ſecante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ ſit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m ſe habeat ad f k, ſicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ꝑpendicularis indefinita ſuper lineam m k, per 11. primi, quæ ſit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipſa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ ſit k c, eſt autem poſſibile hoc fieri, cũ enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur ꝑ 12. primi, à puncto b perpendicularis ſuper lineam g e quæ ſit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, ſuper punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, neceſſario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c ſit rectus, patet quod angulus o k c, qui eſt æqualis angulo e b d, eſt acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k eſt æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c eſt orthogonium, in cuius latere o k eſt datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad baſem trigoni c k, quæ ſit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k ſit, ſicut lineæ b g ad ſemidiametrum circuli cuius centrum eſt punctũ g, quæ ſit g u,

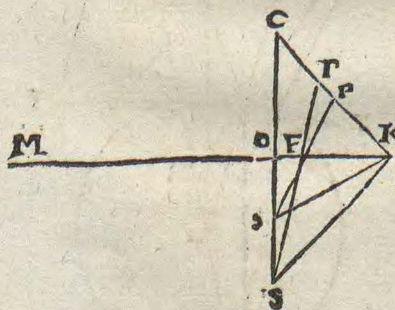


ſit g u, ex angulo quoq; b g a ſecetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui ſit b g d, hoc autem eſt poſſibile propter hoc, quia angulus p c s eſt æqualis medietate anguli b g a, eſt aũt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam ſic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæſitum propoſitum inueniendum, aliâs enim non poteſt per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, ſed oporteret aliam lineam aſſumi: eſt ergo angulus f p k minor angulo b g a, ꝑ 32. primi, & ducanẽ lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, eſt ſicut lineæ b g ad ſemidiametrũ g d, et anguli his lineis ꝓportionalibus cõtenti ſunt æquales, erũt per 6 ſexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, ſed forte ſecundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, poſſibile eſt à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k ſimilem lineæ s p, ut ſi ducatur hoc modo linea y f r ſecans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. ſ. ut ſit eius proportio ad r k, partem lineæ quam ſecabit ex linea c k, ſicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumq; cum linea c k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui ſit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmiſſam, quoniam & tunc angulus cõtentus ſub linea reflexionis & ſemidiametro ſpeculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, eſt poſſibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritq; poſſibile inueniri punctum reflexionis, palam enim ſi angulus c k s eſt maior recto, quod eius æqualis b d g eſt maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ ſit n d y cuius pũctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o ſit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ſecetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui ſit angulus q d g, ducta linea d q ſecante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k ſit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q eſt æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g ſit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g ſit æqualis angulo p k f. Reſtat ut angulus b d q æqualis ſit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, ſcilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, ſunt per 4. ſexti, ſimiles: ꝓducatur aũt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis ſuper ipſam quæ ſit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̃lis eſt angulo s o f recto, erit ergo ꝑ præmiſſa triangulus b q z ſimilis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z uſq; ad punctum i, ita quod linea z i ſit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex ſimilitudine triangulorũ, quoniam proportio lineæ z q ad q b, eſt ſicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, eſt ſicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, ſicut o f ad f k, ergo ꝑ 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ z d ad q d, ſicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, ſicut m k ad f k, eſt enim linea i d dupla ad lineam d z, ſicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuiſim proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, eſt autem ex præmiſſis proportio m f ad f k, ſicut g b ad g a, ergo ꝑ 11. quinti, erit proportio i q ad q d, ſicut b g ad g a, quoniam accepta eſt proportio m f ad f k, ſicut b g ad g a: ducatur itaq; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquediſtans d l, ꝑ 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent aũt



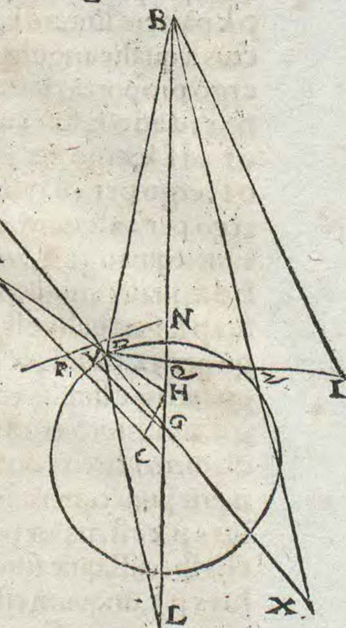
illæ

illæ lineæ, per ſecundam primi huius, eritq́ per 15. & per 29. primi, & 4. ſexti, triangulus l d q ſimilis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, ſicut b i ad d l, & cum linea r ſit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis ſit ſuper lineam d i, ut patet ex præmiſsis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, ſicut lineæ b i ad d l, eſt ergo proportio lineæ b d ad d l, ſicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, ſicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ ſit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui ſit angulus b d l, cadatq́ punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui ſunt æq̃les iſtis, ut patet ex p̃miſsis, ſunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã eñ quod angulus g o n eſt rectus, per 17. tertij, ſed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k ſit rectus, et duo anguli o c k & c k o ſunt æquales recto, eſt angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmiſsis æq̃lis eſt angulo g d q, reſtat ergo ut angulus q d n ſit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmiſsis æqualis eſt angulo b g e, ſcilicet medietati anguli b g a, eſt ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, ſed angulus q d b eſt medietas anguli b d l, per 3. ſexti, quoniam eſt proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b d ad d l, cũ ſicut ſupra oſtenſum eſt triangulus d q l ſimilis ſit triangulo b q i, & linea b d æqualis ſit lineæ b i, ut patet ex præmiſsis. Reſtat igitur ut angulus b d n ſit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q ſit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, eſt ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq́ linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n ſunt recti. Reſtat ut angulus b d f ſit æqualis angulo h d g, ducat̃ ergo p 31. primi, linea h t æquediſtans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f eſt æqualis angulo h t d, ſed & angulus b d f æqualis eſt angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t eſt æqualis lineæ b d, ſed eſt proportio lineæ b d ad h t, ſicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ lineæ b d & h t ſunt æquediſtantes, Eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, ſicut lineæ b g ad g h, ſed ex præmiſsis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus ſimilis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l ſit ex præmiſsis æqualis angulo h g a, igitur per 4. ſexti, eſt proportio lineæ g d ad lineam d l, ſicut lineæ h g ad lineam quam ſecat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, conſtat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmiſsis proportio lineæ b d ad lineã d l, conſtat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d ſecat ex g a, ſed proportio b d ad d l, ut patet ſuperius, eſt ſicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, conſtat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipſius g h ad lineam quam ſecat h d ex g a: conſtat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a eſt linea quam ſecat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq́ ut patet ex præmiſsis angulus h d f eſt æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis eſt angulo f d a, ſibi contra poſito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis eſt angulo f d a, illud ergo punctum d, eſt punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipſo angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, quod eſt propoſitum.



Quando angulus c k s eſt maior recto. Quod ſi neuter angulorum, qui ſunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto ſpeculi ad uiſum: Si enim dicatur quod hoc ſit poſsibile, ſit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia ſit reflexio à puncto ſpeculi d, patet per præmiſſam, quod oportet angulum b d g eſſe maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his ſpeculis ſecundum

cũdum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet ſit minor recto, Sed & idem aliter demonſtrandum, producatur itaq́ linea a d intra circulum uſq́ ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq́ linea b g quouſq́ concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã ſexti, eſt etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ ſit d n y, & à puncto d, protracta linea d q ſecante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ d h ad d l, ſicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq́ à puncto h, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ b d, quæ ſit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, proportio lineæ b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq́ per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. ſexti, cũ linea t h ſit æquediſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad t h, ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h, eſt ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, ſicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a; ſed cum angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq́ rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, eſt ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b, ex præmiſsis, ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l, eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. ſexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ducatur quoq́ à pũcto b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ d l, quæ ſit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per ſecundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq́ per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmiſsis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, eſt proportio b i ad d l, ſicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d ſunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i, eſt autem ſicut ex præmiſsis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, ſicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, ſicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k, producaturq́ linea b z intra ſpeculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b ſit rectus ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, qui eſt angulus n d g, ſit ergo punctum concurſus x, palam aũt ex præmiſsis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto, fiat ſuper punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem eſt poſsibile fieri, quia cum, ſicut patet ex præmiſsis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quod angulus q d n ſit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmiſsis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius: cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, ſunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo q d g, fiat

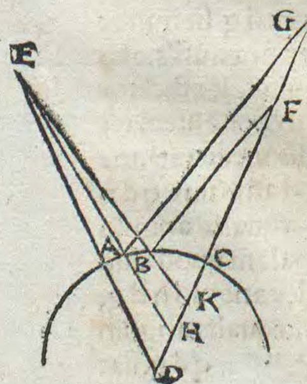


q d g,ſiat ergo ſuper punctum k,lineæ f k angulus æqualis angulo b d q,& ponatur quod linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s,& ducatur linea s p tranſiens per punctum f, quæ ſit alia à priori linea s f p,dico quòd iſtius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k,erit proportio ſicut lineæ b g ad g d,cum enim angulus b z d ſit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmiſſis ſimilis triangulo s o k, eſt ergo proportio lineæ b z ad b d,ſicut lineæ o s ad lineam s k,& lineæ b z ad z d, ſicut lineæ i d ad o k,fuit autem oſtenſum prius,quia eſt proportio lineæ z q ad q d, ſicut lineæ o f ad f k,ergo per 5.primi huius,erit econtrario proportio lineæ q d ad z q,ſicut f k ad o f, ergo per 18.quinti,eſt ꝓportio totius lineæ z d ad z q, ſicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22.quinti,erunt z b ad z q,ſicut s o ad o f,ergo per 6.ſexti,trigona z q b & o f s ſunt æquiangula,angulus ergo z b q eſt æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k,ſed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis eſt angulo q d g,totus ergo angulus s k p æqualis eſt angulo b d g, ergo per 32.primi, & ex 4.ſexti,erit triangulus b d g ſimilis triangulo s p k,& totus triangulus b g e ſimilis totali triangulo c k s,eſt igitur proportio lineæ s p ad p k,ſicut b g ad g d,conſtituto ergo ſuper centrum d,angulo æquali angulo ſcilicet s p k,& ducta ſemidiametro circuli quæ ſit g u, patet ſecundum præmiſſum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16.primi, & ex præmiſſis prior angulus s p k eſt maior præſenti angulo s p k,quoniam extrinſecus,palã quod à duobus punctis ſpeculi,quæ ſunt d & u,fiet reflexio,quod eſt contra 16.huius,non ergo poteſt angulus s p k,unquam eſſe non maior recto ſi ſecundum ipſum debeat fieri puncti reflexionis inuentio,quia ſecundum talem diſpoſitionem collocatis puncto rei uiſæ & cẽtro uiſus, non eſt poſſibile fieri reflexionem. Item impoſſibile eſt quod duo anguli cõſtituti ſuper lineam m o ſint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen ſuper g centrum circuli propoſiti fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet ſuper illud centrum angulus alius diuerſus ab iſto quam efficiet ſuꝑ k m,alia linea ſimilis priori lineæ s k,& ita à puncto d,& ab alio puncto illius circuli,fiet reflexio formæ eiuſdem pũcti ad uiſum eundem, quod eſt contra 16.huius,oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ ſit maior recto,non ambo maiores uel ambo minores recto,patet ergo propoſitum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, uel ſuper diuerſos ad uiſum ad quem fit reflexio,cum ſimiliter ſe habentes,datis duobus punctis,quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad uiſum, erit locus imaginis puncti centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi,& remotioris propinquior.

Sit circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi a b c cuius centrum d,ſitq; centrum uiſus e,& kathetus incidentiæ ſit d f g, in quo ſunt duo puncta f & g,quorum formæ ſint reflexibiles ad uiſum,& ſit punctum f propinquius centro ſpeculi,& punctum g remotius,ſecetq; idem kathetus circulum a b c in puncto c,dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior eſt à centro ſpeculi quod eſt d,quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypotheſim quælibet formarũ iſtorum punctorũ ab aliquo puncto ſpeculi reflectitur ad uiſum, patet cum illa puncta ſunt in eadem katheto incidentiæ conſiſtentia,quod centrum uiſus e eſt cum ambobus illis pũctis in eadem ſuperficie reflexionis per 6.huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uiſum e,ab aliquo puncto circuli a b c,ſit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b,erit ergo per 17.huius,punctus b, remotior à centro uiſus e quâm punctus a, ducatᷣ itaq; diameter uiſualis quæ e d, & ducãtur lineæ incidentiæ quæ ſint g a & g b,& lineæ reflexionis quæ ſint a e & b e, quæ productæ intra circulum ſecabunt kathetum

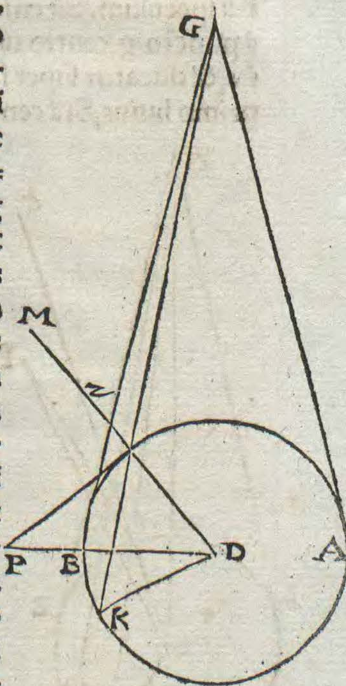


kathetum d f g,per 9.huius,& quoniam concurrunt cum diametro uiſuali,quæ eſt e d,ſit ergo ut linea e a ſecet kathetum g d in puncto h,& linea e b in puncto k,erit ergo punctũ h,locus imaginis formæ puncti g,& punctum k locus imaginis formæ puncti f,per 11. huius,quoniam uero punctum h,eſt propinquius centro d quàm punctum k,per 29.primi huius,quia enim linea h e ſecat angulum d e k,palam quia ipſa ſecabit baſem illi ſubtenſam quæ eſt d k,eſt ergo pũctum h propinquius centro ſpeculi quod eſt d quàm punctum k,& quoniam ut patet ſecundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uiſus quod eſt e,per quæcunq; puncta arcus a c,inter media punctorum a & c ad kathetum d g,cadunt in puncta ſemidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propoſitum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g ſunt propinquiora centro d,tanto loca ſuarum imaginum ſunt magis elongata à centro ſpeculi quod eſt d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro ſpeculi, palam quod de punctis diuerſorum kathetorum ad uiſum ad quam fit reflexio conſimiliter ſe habentium, eadem eſt demonſtratio quæ de punctis eiuſdem katheti,quoniam unicuiq; pũctorum in uno ſimili katheto ſignatorum punctus ſimilis qui ſit eiuſdem diſtantiæ à centro ſpeculi in katheto alio reſpondet illorum quorumcunq; punctorum, quia conſimiliter reſpiciunt uiſum,loca imaginum reſpectu centri ſpeculi conſimiliter ordinantur, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto ſpeculi ſphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, taliter ſecuerit,quod lineæ productæ pars quæ eſt intra circulũ ſit æqualis ſemidiametro circuli,locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi.

Eſto centrum uiſus g,& centrum ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctum d,ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b r,à centro quoq; uiſus puncto g,ducantur per 16.tertij,duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ ſint g a & g b,eruntq; per ſecundam huius circuli a b r,portio a b apparens uiſui, & centrum eius ſit punctum d,per primam huius,quoniam autem uiſus & ſpecula mutant locũ. Sit talis facta diſpoſitio uiſus ad ſpeculum ut à puncto g,centro uiſus ductæ lineæ ſecantes circulũ a b r, pars intra circulum quod eſt corda arcus circuli qui h r,ſit æqualis ſemidiametro illius circuli , & ſit illa linea g h r,cuius pars h g , intra circulum ſit æqualis ſemidiametro d r, hoc autem poſſibile eſt fieri , ſi per primam quarti inſcribatur circulus a b r , linea h r æq̃lis ſemediametro illius circuli , & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uiſus,dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h,ſemper eſt intra conuexã ſuperficiem ſpeculi,producatur enim à puncto h, ſuper lineam contingentem circulum in puncto h,perpendicularis quæ ſit h m , hæc ergo producta in circulum tranſit per centrum d,per 18. tertij,dico quod cũ forma â cuius rei uiſæ reflectaᷣ à pũcto h,locus imaginis ſuæ erunt ſemper intra conuexũ ſpeculi,ducatur enim à puncto h,linea conſtituens ſuper punctum h,terminum lineæ h m,angulum æqualem angulo g h m,per 23.primi,qui ſit p h m producta linea h p , reflectetur ergo per 20.quinti,pũcta huius lineæ h p a d uiſum g, à puncto ſpeculi h,nec alterius lineæ puncta à puncto h , ad uiſum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius pũctum,quod ſit p,& ducatur linea ab ipſo ad centrũ ſpeculi quæ ſit p d,erit quoq; per primam huius,& per 72.primi huius,linea p d, perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem contingentem ſpeculũ in pũcto quo ipſa linea p d ſecat circũferentiam circuli a b r,copuleᷣ quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ eſt æq̃lis angulo m h g reflexionis,ut patet ex præmiſſis,angulus uero g h m p 15.primi, æqualis eſt angulo r h d, angulus igiᷣ p h m eſt æqualis angulo r h d. Sed angulꝰ r h d

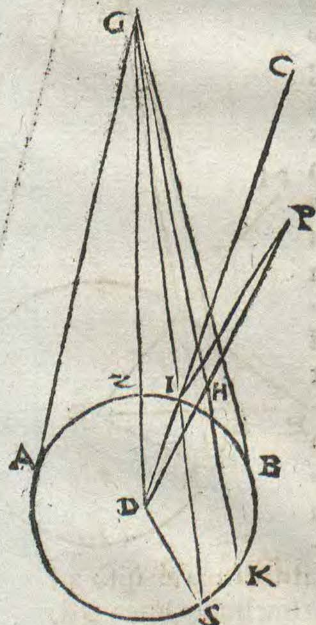


æqualis eſt angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypotheſi æqualis eſt ſemidiametro d r, angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens ſuper lineas p h & d r, facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrinſeco qui eſt m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquediſtat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & r, interſecabit lineã h r interiacentes lineas æquediſtantes, quæ ſunt r d & h p ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & ſecabunt baſem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum ſumatur in linea p h, ſemper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h r intra conuexũ ſpeculi, quoniam ſemper kathetus incidentiæ productus ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d, imago ergo cuiuſcunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum ſpeculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũq; puncto arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecant circulum, fiat reflexio: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum.

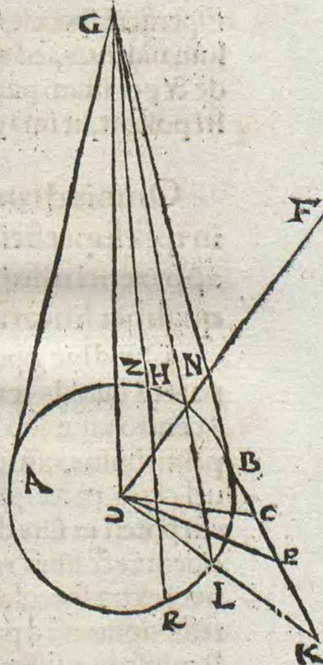
Sit diſpoſitio quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis quæ g h r ſecet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro circuli, ducaturq; kathetus reflexionis à uiſu ad centrum ſpeculi, qui ſit g d ſecans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; pũcto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod ſit i, fiat reflexio, ducaturq; à puncto g, centro uiſus ad punctum i, linea ſecans circulum ſuper punctum i, quæ ſit g i s, & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro ſpeculi puncto d, producatur linea quæ ſit d i t, ſuper cuius punctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui ſit p i t, palam ergo quod ſolum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uiſum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior eſt quàm linea h r, ergo linea i s eſt maior ſemidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i eſt maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i eſt maior angulo t i g, eſt ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmiſſis eſt æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non ſunt æquediſtantes: in infinitum tamen protractæ ex parte ſuorum pũctorum p & s nunquam concurrent, ſed ex ſuis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille ſecabit lineam g i a, quæ eſt linea reflexionis intra conuexũ ſpeculi, & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huiꝰ, ergo ipſa eſt kathetus incidentiæ, ſicut nec eſt linea p d, & cum locus imaginis ſit in occurſu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuſcunq; puncti lineæ p i, ſemper erit intra conuexum ſpeculi, & quoniam dato quocũq; puncto arcus h z, ſemper eadem eſt demonſtratio, manifeſtum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra ſpeculum, quod eſt propoſitum.



XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uiſus contingit circulum, fiat reflexio, locus uiſæ imaginis quandoq; erit intra ſpeculum, quandoq; in ſuperficie conuexa ſpeculi, & quandoq; extra ſpeculum.

Remaneat totalis diſpoſitio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. ſ. ut linea reflexionis quæ g h r, ſecet circulũ a b r, cuius centrũ eſt punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro d z, & lineæ g a & g b, ſint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & ſit punctus b propinquior puncto h, dico qđ à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uiſæ imaginis qñq; intra ſpeculũ, qñq; in ſuꝑficie ſpeculi, qñq; extra ſpeculũ. Sumatˢ eñ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uiſum g, & illud punctum reflexionis ſit n, & ducatur linea reflexionis ſecans circulum, quæ ducta trans circulum ſit g n q, & ducatˢ à centro d, ſemidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducatˢ ꝑpendicularis d n f, & ꝓducatur ut in ꝓmiſſis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui ſit angulus f n e, & q̃m linea n q, per 14. tertij, minor eſt q̃ linea h r, palã q̲a linea n q, eſt minor ſemidiametro q d, q̃m eñ linea h r eſt æqualis ipſi q d, ex hypotheſi, erit ergo linea q n, minor q̃ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, eſt minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiuſdẽ angulus q d n, minor eſt angulo g n f, ergo & ſuo æquali qui eſt e n f, igitˢ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorꝫ angulorꝫ per 14. primi huius, ſit ergo cõcurſus earꝫ in puncto e, palã aũt ut in ꝓmiſſis, q̲a linea e q d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, eſt ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & ſecat lineam g n q, quæ eſt linea reflexionis in puncto q, qui eſt punctus ſuꝑficiei ſpeculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod eſt n, uidebitˢ in puncto q, quod eſt in ſuperficie cõuexa ſpeculi, & q̃m linea reflexionis quæ eſt g q, periferiam arcus b r, in unico tm̃ pũcto interſecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorꝫ lineæ n e, in ipſa ſuꝑficie ſpeculi, niſi ſolũ in illo uno puncto, in quo ad ipm̃ ductus kathetus ſecat lineã reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ut eſt in ꝓpoſito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, ſumatˢ punctũ ultra e, qđ ſit punctum k, ſitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ ſpeculi qui ſit k d, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt g n q, ꝓductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit ſectio extra ſuperficiem ſpeculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, ſumpti uidebitˢ extra ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ diſtantiã puncti incidentis, & ſemꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto ſectionis linearꝫ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis eſt nunc in puncto l, quæ eſt cõmunis ſectio ꝓmiſſarꝫ linearꝫ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, ſumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad ſpeculi centrũ ſecabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra ſpeculum, ſecabit eñ ipſam in puncto aliquo eorꝫ, quæ ſunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, ſumpti uidebitˢ intra ſpeculũ, & ſimiliter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuerſis punctis linearꝫ incidentiæ demonſtrari, & hoc eſt ꝓpoſitum. Sicut itaq; in arcu z b demonſtrauimus in ꝓmiſſis tribus theorematibus, ſic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonſtrari, q̃m eſt om̃imoda ſimilitudo hinc inde, & idem eſt de omnibus circulis ſpeculi ſphærici cõuexi, circulo a b r, ſimilibus. Si eñ ꝑpendicularis g z d, manente fixa linea g h, ſecundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



moueri quousq; redeat ad locum suũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionẽ supficiei, & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorũ huius portionis uidebit̃ semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ est g b, moueatur quousq; ad locũ unde exiuit redeat, secabit ex sphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibusq; punctis supficiei speculi descriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineã reflexiõis in ipsa superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi. Sed aliorũ punctorũ in illa eadem linea existentiũ quorundã locus imaginis est intra speculũ, quorundã extra speculũ, secundũ qđ katheti ab illis punctis ad centrũ speculi pducti, secant lineas suarũ reflexionũ. Et q̃m situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut speculorũ sphæricorũ conuexorũ, quorũ usus ut plurimum apud homines nostræ habitabilis est cõmunis, q̃m intra quæ speculant̃ modo sphærico diffundente se, artificũ spiritu exsufflant̃, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut q̃nq; imago puncti uisi appareat intra speculũ, hoc est ultra superficiem ipsius, q̃nq; in ipsa superficie speculi, & q̃nq; extra superficiẽ speculi, ita qđ superficies speculi nõ sit media inter imaginẽ quæ uidet̃ & oculum uidentis, sed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per istam patet, qđ speculum sphæricũ cõuexum, centrumq; uisus, & res uisa sic sisti possent, ut imago extra speculũ in aere appareat, qđ relinquimus artificio pquirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphæræ speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quòd ipsa est demissior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uisus ad speculi superficiẽ pductarũ.

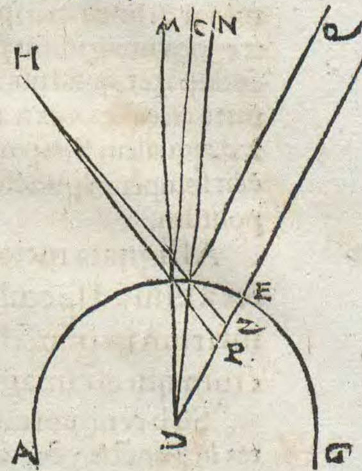
Quod hic pponitur patet per p̃missas, resumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, potest fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis q̃m à centro uisus sub linea à centro uisus pducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, q̃m ipsa secat circulum, & q̃n locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet qđ hoc nõ potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b, non em̃ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, q̃m katheti incidentiæ & linea reflexionis illorũ punctorũ in illis punctis cõcurrere non possunt. Sed neq; extra speculorũ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, q̃m lineæ reflexionum ad partẽ illam extra speculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphærici conuexi in quibus loca imaginũ sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicant̃ portioni speculi non apparenti uisui, & q̃m portio speculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uisus ad speculi superficiem ductas determinat̃, ut patet per secundũ huius. Ideo manifestum est ppositum corrollarium, quælibet em̃ diametrorũ in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculũ, oportet ut sit demissior qualibet linearũ contingentiũ à centro uisus à speculi supficiẽ pductarũ, & hoc pponebat̃. Potest aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra speculũ esse uel altior uel demissior illa cõtingente, ut patet ex his quæ sunt in p̃missis demonstrata. Restat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum speculi sphærici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens superficiem speculi & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Esto circulus cõmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctũ h, centrum uisus, punctũ q̃q; d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiẽ speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiẽ conuexã speculi super punctũ f, & cõcurrens cũ e d, semidiametro speculi super punctũ z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ potest fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non est locus alicuius imaginis, neq; em̃ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctorũ lineæ e d ptractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ sphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ sit locus alicuius imaginis punctorũ lineæ e d, patet, ducat̃ em̃ ppendicularis à centro d, super punctũ f, quæ pducta extra circulũ sit d f n, & super ductã perpendicularẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cũ z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicẽ æquedistantes, in infinitũ ergo ptractæ nunq; cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ptractæ forma mouebit̃ ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, sed nõ potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs em̃ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cũ diametro d e, est punctũ z, nõ est ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ptractam, & eadẽ erit demonstratio quãtũcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d p̃ter z, potest esse locus alicuius imaginis: dato em̃ qđ punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, secans cõuexam superficiem speculi in puncto b, & ducat̃ perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cũ sit ei extrinsecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qđ totũ maius est sua pte, & etiã patet hoc p 29. primi huius. Sequit̃ ergo, ut angul9 d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igit̃ t b & e d. per 14. primi huius, nunq; cõcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit semp uacua imaginibus, nec unq; erit locus imaginũ in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ppositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiã ex p̃missis, q̃m linea z d est meta imaginum, q̃m si linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq; apparebit imago, q̃m angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctorũ e & q, sed ad partẽ punctorũ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliq̃ punctorũ lineæ z d, qđ si linea f z sit minor q̃ linea z d, tunc secundũ p̃missum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo p 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctorũ e & q, & ab illo puncto potest alicuius punctorũ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis secundũ omnẽ suũ punctũ quousq; linea incidentiæ respectu diametri respiciat ppositam diuisionẽ, patet ergo quod cum linea z d est æqualis lineæ z f, quod linea z f, est meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã



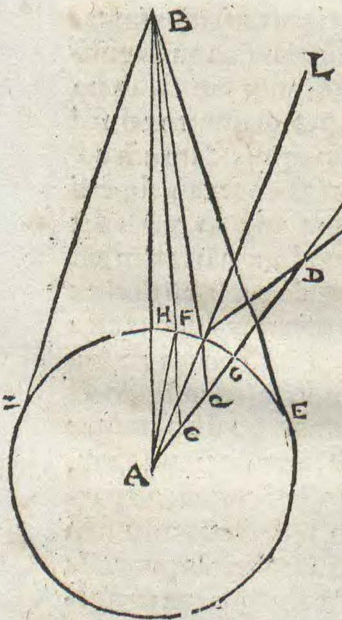
omnis

omnis uidet̃ imago, & ſimiliter punctus z eſt meta imaginum, q̄m ut patet ex p̄miſſis, omnis linea incidentiæ à quocūq; puncto ſpeculi ad uiſum h, inter puncta z & d, ducta eſt maior ꝙ linea quæ per illã reſecat̃ ex linea z d, q̄m iſta eſt maior ꝙ linea z f, ꝑ 14. tertij, eſt ergo etiã maior ꝙ linea z d, ex hypotheſi, ut patet de linea b p, quæ eſt maior ꝙ linea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uiſum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, eſt minor ꝙ linea f z, ergo & minor ꝙ linea z d, ergo eſt etiã minor ꝙ linea quã ipſa reſecat ex ſemidiametro d e, ſunt ergo ut patet ꝑ p̄miſſa in linea z e, loca imaginum p̄ter ꝙ in puncto z, in linea uero z d, non ſunt aliqua loca imaginũ, & ſic patet, quod punctus z, eſt meta imaginum, nec eſt differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipſa ſuperficie ſpeculi, quia ſemꝑ ubicūq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit ſemper in puncto z meta imaginum, & ſimiliter eſt de tota linea z d, patet ergo ꝓpoſitum.

XXIX.

Aſſignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uiſu ad ſpeculum ſphæricum conuexum ductas præter uiſualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter ſuperficiem ſphæræ & punctum qui eſt imaginũ meta exiſtentibus ſunt loca imaginũ illius diametri.

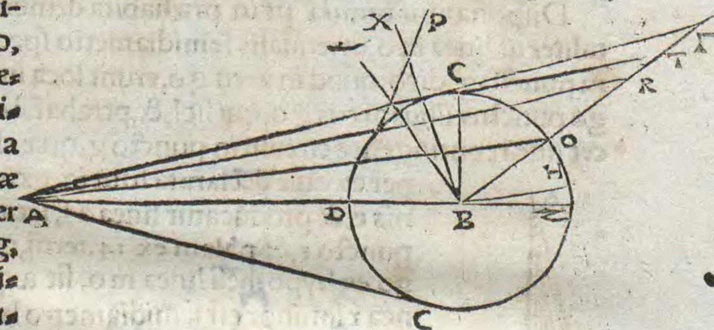
Sit b centrum uiſus, & ſunt u z & b e lineæ ſpeculum ſphæricũ conuexũ contingentes in punctis z & e, & ſit a centrum ſpeculi, & b h a diameter uiſualis, & ſit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum aſſignata ſit in puncto t, per p̄cedentẽ, & per 136. primi huius, ſecetq; linea a d, ſupficiem ſpeculi in puncto g, dico quod ſolum in punctis lineæ t g, quæ ſunt inter puncta g & c, ſunt loca imaginum diametri d g a, quia em̃ imagines illæ non cadant in punctũ g, qui eſt in ſuperficie ſpeculi, uel quia non cadant extra ſuperficiẽ ſpeculi, palã per 27. huius, oportet em̃ ſemper diametrum in qua locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi aut extra de miſſiorẽ eſſe puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, eſt inter lineas contingentes, nec ergo in ſuperficie ſpeculi, nec extra ſphæram ipſius apparebit imago ſecundum illam diametrum. Sed q̄d quilibet punctus inter puncta g & t ſumptus ſit locus imaginis, patet. Detur em̃ aliquod punctum lineæ g t, quod ſit q, & ducatur linea à uiſu ad illũ punctum quæ ſit b q, ſecans ſuperficiẽ ſpeculi in puncto p, & ducat̃ ꝑpendicularis a p l, & ſecundum ſæpius p̄miſſa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui ſit d p l, & ducatur linea b c, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto f, ducatur quoq; ꝑpendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior eſt angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor eſt angulo a p q, ſed angulus a f c, eſt æqualis angulo, f a t, per 5. primi, q̄m latus f t, eſt æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypotheſi, angulus ergo a p q, maior eſt angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui eſt pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, ſunt æquales per 15. primi, ſunt em̃ contra ſe poſiti, erit angulus l p b, maior angulo p a q, eſt ergo ꝑ 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igit̃ q̄d lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, ſit ergo d punctus concurſus ipſarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uiſum in punctum b, à puncto ſuperficiei ſpeculi quod eſt p, per lineam p b, & locus imaginis ſuæ eſt punctum q, per 11. huius, eadem quoq; eſt demonſtratio ſumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ eſt diameter uiſualis, non eſt aliquis locus imaginis, niſi ut proponit 10, huius, patet ergo propoſitum.



XXX.

Linea reflexionis circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi taliter ſecante, quod pars lineæ productæ intra circulum ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi pars diametri in terminis huius lineæ ſecantis ſpeculum interiacens punctum ſectionis ſpeculi, & punctum ſectionis ſui cum linea cõtingente à uiſu ducta ad ſpeculum, eſt locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiuſdem, eritq; locus imaginis ſemper extra ſpeculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum ſit punctũ b, ſit quoq; in puncto a, cẽtrum uiſus, ſitq; linea b z, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in pũctis d & z, ꝓtrahaturq; à centro ſpeculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, eſt minor quarta circuli, arcus ergo g z, eſt maior quarta circuli, ergo per ultimã ſexti, patet quod angulus z b g, eſt maior recto, hoc etiã patet ſic, cum em̃ in triangulo b a g, angulus a b g, ſit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, eſt minor recto, abſcindat̃ ergo ab ipſo angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquediſtans lineæ cõtingenti circulũ qui eſt a g, palã ergo q̄m lineæ b h & a g, ꝓductæ nunq; concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝓducta per ſecũdam uel 9. primi huius, q̄m angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo à puncto a, linea ſecans ſpeculum quæ ſit a m o, ita q̄d corda m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi quæ ſit b o, hoc aũt poſſibile eſt fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & punctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico q̄d in quolibet puncto lineæ t o, eſt locus imaginis, & ꝙ in nullo alio puncto diameter t b, eſt locus alicuius imaginis, & ſunt puncta o & t, metæ locoꝝ imaginum, punctum o in ſuperficie ſpeculi & punctũ t, extra ſpeculũ. Solũ em̃ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ ſunt a m & a g, ſumatur em̃ aliquod punctum lineæ t o, quod ſit k, & ducatur linea a n k, ſecans conuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus ſuꝑ punctum n, ut in alijs p̄miſſis, & ꝓducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, ſit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝓtrahat̃q; perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus em̃ concurſus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, q̄m concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ ſunt b & g, non em̃ ſecat ſpeculũ neq; ſecat lineam ipſum ſpeculũ contingentem in puncto g, quæ eſt a g t, niſi in uno pũcto quod eſt extra ſuperficiem ſpeculi ſupra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio ſuper punctum g, ubi fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto g, & ſic duæ lineæ rectæ ſuperficiem includerent q̄d eſt impoſſibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq; imago eius in puncto k, in cõcurſu katheti incidentiæ, qui eſt f b, cum linea reflexionis, quæ eſt a k extra ſpeculi ſuperficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t eſt demonſtrandũ, & imagines oĩm uident̃ extra ſpeculum, & q̄m à puncto m nulla poteſt fieri reflexio formæ alicuius punctoꝝ lineæ b f, q̄m omnes lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factæ æquediſtant diametro b f, q̄d patet ſi ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur uſq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

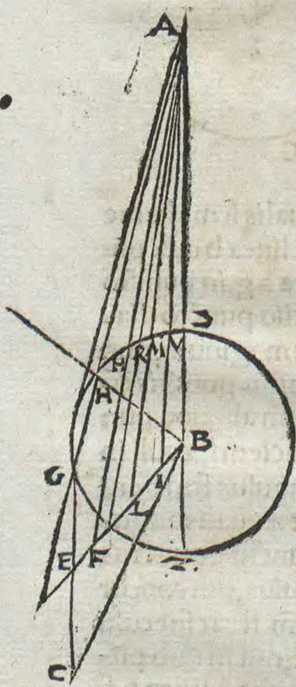


æqualis angulo q m a, tunc em̃ quia anguli b m o, & m b o, ſunt æquales ex hypotheſi, & per 5. primi, erunt ſicut oſtendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquediſtant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto ſpeculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f, omnia ergo illa loca ſunt extra ſpeculum in linea t o, ita quod puncta t o ſunt loca imaginum, patet ergo ꝓpoſitum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut ſimpliciter uiſum, & ut reflexum pro ut diximus in ſecunda huius, quoniam ipſum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ ſecante quęcunq; punctum arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uiſus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat arcum circuli non apparentem uiſui, erunt locorum imaginum plura intra ſpeculi conuexã ſuperficiẽ, unũ tm̃ in ipſa ſuperficie & plurima extra ipſam.

Diſponantur omnia ut in præhabita demonſtratione, ſecetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi, & linea a g t, contingat ſpeculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui ſit l, & ꝓtrahat̃ à centro ſpeculi diameter b l, uſq; quo ſecet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ eſt a t, ſecabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata ſunt in ꝓxima p̃cedente, Sit ergo punctus ſectionis e, & producatur linea a l, ſecans apparentem ſuperficiem ſpeculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor eſt q̃ linea m o, cũ ergo ex hypotheſi linea m o, ſit æqualis ſemidiametro b l, patet quod linea r l, minor eſt ſemidiametro b l. Si ergo p. 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius ſectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia ſi detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis em̃ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri ſicut in commento 29. huius, per 14. tertij oſtendimus de linea b p, quæ eſt maior q̃ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Eſt aũt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, eſt minor q̃ linea m o, quæ ex hypotheſi eſt æqualis ipſi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, ſed neq; in puncta l, ꝓpter eandem cauſam, cadit ergo inter puncta b & l, ſit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, ſecans portionẽ apparentem ſpeculi in puncto u, cuius pars u i, ſit æqualis parti diametri quæ eſt b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, ſumpto eſt locus imaginis, & ſunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur em̃ aliquod punctum lineæ l e, quod ſit f, & ducatur linea f a, ſecans apparentẽ portionem ſpeculi in pũcto h, & ducatur à centro ſpeculi perpendicularis quæ ſit b h k, fiatq; per 23. primi ſuper punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui ſit h k n y, palamq; ex præmiſſis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, ſit punctus concurſus y, & quoniam linea h y, cadit extra ſpeculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad ſpeculum, reflectetur quoq; à puncto ſpeculi quod eſt h, ad uiſum exiſtentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concurſu katheti incidentiæ qui eſt b f, cum linea reflexionis quæ eſt a h, extra ſpeculi ſuperficiem, & eodem modo eſt de omnibus punctis lineæ l e, demonſtrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra ſpeculum excepto ſolo l, in quo diametrum b l, ſecat ſpeculi ſuperficiem, quoniam in illo puncto locus



locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi, ideo quod in ſuperficie eius ſe interſecat linea reflexionis quæ eſt a l, cum katheto incidentiæ, qui eſt b y, eritq; punctũ cuius formæ imago uidet̃ in pũcto l, reflexa à puncto r, conſiſtens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet p. 17. Sed ut patet p. 29. huius, oẽs formæ pũctorũ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctorũ ſunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmiſſis punctum i, eſt meta imaginum, ultra quod pũctum nunq̃ apparet aliqua imaginum uiſu exiſtente in puncto a, & ſpeculi ſitu diſpoſito, ut patet ex hypotheſi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, ſumpto inter puncta e & i, eſt locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, ſequũtur loca intra ſpeculum, quædam extra ſpeculum, & una ſola in ſuperficie ſpeculi. ſ. in pũcto l, & eodẽ modo in q̊libet puncto arcus o g, poterit demõſtrari diametris data pũcta arcus o g, tranſeuntibus & ſuperficiẽ ſpeculi ſecantibus, prout demonſtrationũ neceſſitas requirit.

XXXII.

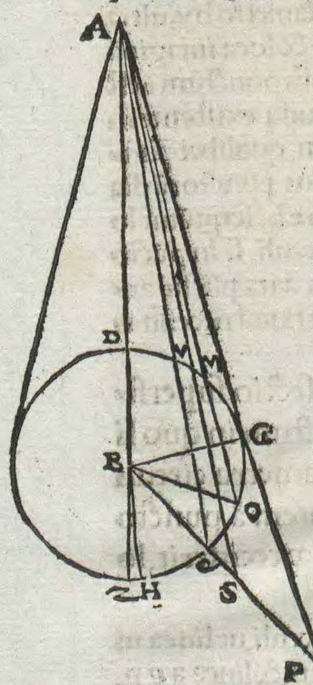
In quemcunq; punctum arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli in portione non apparente, ſecat circulum & punctum diſtantem à puncto contingentiæ per quartam eiuſdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis ſemper erit extra ſpeculum.

Diſponant̃ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, ſic ſecet circulũ ſpeculi, ut linea m o, ſit æq̃lis ſemidiametro ſpeculi, & ſic ut ĩ 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat ſpeculũ in pũcto g, dico q̃d arcui o h, kathetis ĩcidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit ſemp. extra ſpeculũ, ducat̃ em̃ per ali q̊d pũctorũ arcus o h, diameter b q, q cõcurrant cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cẽtro uiſus linea a u q, ſecans ſupius in portione uiſui apparente ſpeculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, eſt æqualis lineæ o p, & linea u q, eſt maior q̃ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, eſt maior q̃ linea q b, linea quoq; ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ eſt æqualis parti diametri p b, interiacenti ipſam & centrũ ſpeculi, non cadet inter puncta q & b. Si em̃ hoc ſit poſſibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̃ linea q b, quoniam ſi linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior q̃ linea u q, per 14. tertij. Reſtat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b eſt rectus, eſt ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq; linea taliter ducta, citra p, & ſit pũnctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & eſt eadem demonſtratio quæ in ſuperioribus. ſ. 30. & 31. huius, in quolibet quoq; puncto arcus h o, eſt eadem demonſtratio. Ex his ergo præmiſſis ꝓpoſitionibus palam eſt, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes ſunt extra ſuperficiem ſpeculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una ſola eſt in ſuperficie ſpeculi, ut illa quæ eſt in puncto l, aliæ uero ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ eſt i b, aliæ uero om̃es ſunt extra ſpeculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq; imaginum diametrorũ arcus o g, quædam ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, quædam extra ipſam, quædam in ipſa ſuperficie ſpeculi conuexa, ut ibidem in præmiſſa concluſum eſt, patet itaq; quod proponebatur.

XXXIII.

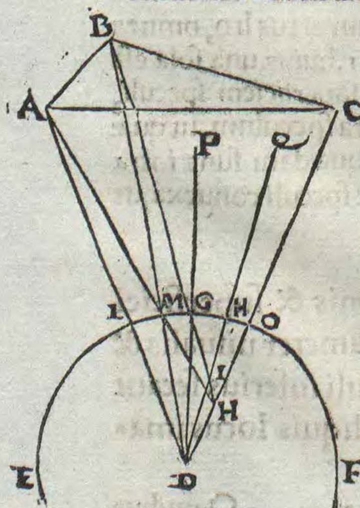
In arcum circuli communis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uiſualis & punctum diſtans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius ſecant circulum, non poteſt cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico q̃d in arcum h z, nõ potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, q̃m eñ linea contingens quæ est a g p, æquedistat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ est a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nõ apparentem ipsius speculi, utpote in portionẽ circuli quæ est g z c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c, uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentẽ uel ad uisum, omnia aũt ista quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi d c z, similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi d g z, similibus enim acceptis utrimq; dispositionibus arcuum & similibus factis ꝑtractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent passiones, & idem est demonstrãdi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, potest in uno quoq; circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficierũ conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatæ secundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiẽ, sicut si punctus g, uel aliter punctus signatus moueatur per sphæræ superficiem & circulum describat, passiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera superficie contenta sub terminis æquedistantiũ circulorũ per totam sphæram speculi: sicut si arcus aliquis æquedistãs polo motus speculi aliquã superficiem distinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, signabit ipsa motu suo secundum punctum z, portionem sphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea b z, immota existente moueatur arcus o h, describetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel æqualia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi, quædam extra, & quædam intra speculũ, uerum uisus non sẽp comprehendit quæ imagines sunt in superficie speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimũ, quia sentit quod sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis 6. theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis sup̃ficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum a & b, & punctus uisus sit c, sitq; d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt cõmunes sectiones superficierum ambarũ reflexiõis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f, sitq; punctus reflexionis & speculi formæ puncti c, ad uisum a, punctus g, & du punctus reflexionis formæ puncti c, ad uisum b, sit pũctus h, & secat̃ kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrũ speculi, qui sit e d, secans circulũ in puncto o, secetq; linea reflexionis quæ est a g, ꝑducta ipsum kathetũ c d, in puncto k, & linea b h, in pũcto i, suntq; primo uisus ambo æq̃liter distantes à cẽtro speculi d, & à pũcto rei uisæ qđ est c, dico qđ ambob9 uisib9 a & b, formæ puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m, & palàm, quoniã illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus à centro speculi quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, sunt æquales: si ergo situs puncti c respectu utriusq; uisus a & b sit idem, ita ut linea a t sit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi l o & m o sunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uisuales secant ex circulis cõmunibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ g e & h e æquales, linea uero b h, & a g necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi sunt æquales, erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h est æquiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ e g, erit ergo per 4. sexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i, puncta ergo k & i sunt pũctus unus, super idem ergo punctũ katheti c d, erit sectio ambarum linearũ reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui est c d, & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa, ad huc tamen unica uidebit̃ imago, licet enim imago pũcti uisi cadat in diuersis pũctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uisi ab uno uisu modico, est maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent similiter, q̃m ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à se distant, licet ꝑtialiter aliquãtulũ distent, patet ergo ꝓpositũ. Potest tamen quandoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisuũ, qđ ꝓpter obliq̃tatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficie reflexionis sunt centra ambarũ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliq̃d diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

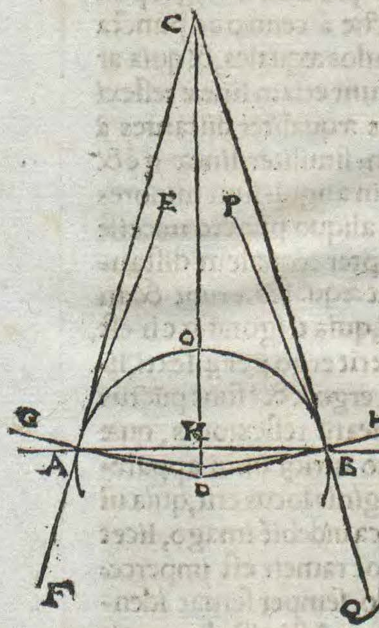
In speculo sphærico cõuexo est ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ est in re uisa duo katheti ad centrum speculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctorũ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinquioris in ꝓpinquiori, q̃m semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentie ducto ab illo puncto ad centrũ speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs p artiũ in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisis. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet pũctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aũt sumat̃ linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uisum ꝑductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝑductæ est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni, patet ergo propositũ.

XXXVI.

In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis pluribus uisibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b, cuius centrum sit d, & sit punctum c, punctum rei uisæ, ducaturq; linea c d, à puncto uiso in centrum d, secans speculi periferiã in puncto o, sitq; arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypothesi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, q̃m anguli c a b & c b a, sunt æquales, sed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; sup punctũ a terminum lineæ e a cõstituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui sit g a c, & super b terminũ lineæ c b cõstituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c, eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h, à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ similiter cõcurret p præmissa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmissis linea a t est æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipsi b d, quia semidiameter & linea c d cõis est ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, est æq̃lis h b c, sed & angulus p b c ostensus fuit æqualis esse angulo e a c. est ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus h e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k sunt æquiananguli, ergo per 4. sexti, cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, q̃m latus c k est in ambobus trigonis æquale sibiipsi, sed pũctus k est locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uisibus idem locus imaginis, secundum ergo propriã faciẽ aspicientes uideãt siue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a, q̃m in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio, palã ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sunt diuersi, tunc res una diuersis uisibus in locis uidebiť diuersis, & plura idola obtinebit, & hoc est notandũ, & satis patuit per præmissa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuersis punctis diametri speculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum constituunt diuersa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propositum.



XXXVII.

In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra.

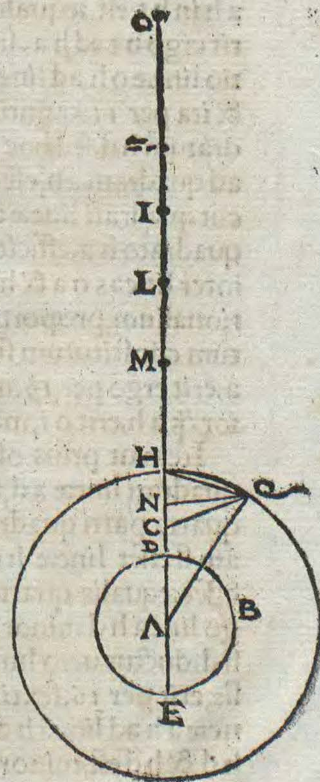
Esto circulus, qui est cõis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uisa oblique incidens speculo sit e f, sitq; centrum uisus b, & reflectatur punctus e, à puncto speculi h ad uisum b & f, à puncto q, ducanturq; lineæ e h, h b, f q, q b, & ducanť perpendiculariter super superficiẽ speculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. seceťq; linea e z circulum speculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra speculum secet e z in puncto a, & b q secet f z in puncto g, & producatur li

nea à g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ sit h t, & hæc producta secet lineam e z in puncto t, eritq; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, seceťq; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam e z per 11. primi, quæ producta secet e h lineam in puncto d, & sit d t, quia itaq; angulus b h l est æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis est angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t est æqualis angulo t h a, ergo per tertiam sexti erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h est maior q̃ linea h a, ergo & linea e t est maior, quàm t a. Quòd autem linea e h sit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d sit rectus, erit angulus e t h maior recto: est ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior est angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex præmissis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes simul sumpti sunt æquales angulis trigoni a t h, oĩbus simul sumptis per 22. primi. Relinquiťergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior est angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius est latere h a, per 18. primi: maior est ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r est maior quàm linea r a. Sed linea r a est distantia imaginis puncti a, à superficie sphæræ speculi intra speculum, & linea e r est distantia puncti uisi, qui est e, à superficie speculi extra speculum, & si à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, secet ipsum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis super f z, quæ producta ad f q sit m n, patebit similiter, quoniam linea f k est maior quàm linea k g. hoc est ergo propositum. q̊niam si à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ sicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipsorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conspecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uisu comprehendi non possit, nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per se uisui occurrens.

Sit a centrum speculi sphærici conuexi, & circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit e d b, & sit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, usq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, sit æquale quadrato a d, semidiametro per 127. primi huius, ac si e d & a d sint duæ lineæ datæ. Diuidaturq; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. sexti, istud quod fit ex ductu a h in d z, est æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam sexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale est quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius est quadrati h d, per 3. secundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus secundum quantitatem lineæ a h, quæ necessario æquedistabit circulo priori, quoniam ipsorum est idem centrum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt ĩæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ sit h q, & producantnr lineæ q a, q t, & super punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uicesimamtertiam primi, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis est angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,



lis per 32.primi.s.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h, sicut q h ad h n,ergo per 16.sexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h q,sed quadratũ h q est 4. pars quadrati h d,ꝑ 4.secũdi,est em̃ h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n,est æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, est ergo linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.sexti,cadit ergo punctũ n,inter pũcta h & t, remanetq; linea t n, tres quartæ lineæ h t,restat ergo ut ductus h t in t n,sit tres quartæ q̃drati h t,per 2.secundi.Sed & per 1.sexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadrati h d,qm̃ aũt angulus a q h,est acutus ꝑ 42.primi huius,& ipse est æqualis angulo q h a per 5.primi,qm̃ latera a h & a q,sunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, est æquale lateri h q, & angulus h n q est acutus,ergo ꝑ 13.primi,angulus q n t est obtusus,ergo quadratum lineæ t q,amplius est quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h,ꝑ 12.secundi. Si em̃ à puncto q,ducat̃ perpẽdicularis suꝑ h n,palam per 31.primi huius,cũ latera q h & q n,sint æqualia qđ ipsa cadet in medio pũcto lineæ h n, ex prima uero secundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatẽ h n bis. Sed ductus t n in n h,cũ quadrato n t,æqualis est ductui h t in t n, per 3.secundi, igitur ductus h t in t n,est excessus quadrati lineæ t q,suꝑ quadratũ lineæ n q,ergo & suꝑ quadratum h q,cũ h q,sit æqualis ipsi n q,si uero quadratũ t q,est maius quadrato h q, & linea t q,erit maior linea h q,sit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,sicut t q ad q h, quia ergo linea q t,est maior ꝙ linea q h,erit linea a i, maior ꝙ linea a h,erit quoq; per 18.sexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratũ lineæ h q,qm̃ sicut simpli ad simplũ, sic dupli ad duplũ,proportio uero quadratoꝝ dupla est ꝓportioni lateꝝ ex 18.sexti,erit ergo per 17.quinti,excessus quadrati a i,super quadratũ a h,ad quadratũ a h,sicut ductus h t in t n,ad quadratũ q h,& qm̃ ex 4.secũdi,& ex p̃missis quadratũ lineæ q h, quater sumptum,efficit quadratũ lineæ h d,& ductus h t in n t, quater sumptus efficit triplum quadrati h t,ideo qđ ductus h t in t n,est tres quartæ quadrati h t,ut p̃missum est, quater uero tria sunt 12.in quibus tria integra continent̃,erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t n,ad quadratũ q h,sicut tripli quadrati h t,ad quadratũ h d. Sit aũt h o,linea tripla ad lineam h t,erit ergo per primã sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed qm̃ ductus a h in h t,est æqualis quadrato h d,erit per 16.sexti,ꝓportio h a ad h d,sicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t,ad quadratũ h d,ex corollario 17.sexti. Verũ ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a,est sicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima sexti, & ita per 11.quinti,est ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t,ad quadratum h d,sed hoc erat ꝓportio excessus quadrati lineæ a i, super quadratum lineæ a h, ad quadratũ a h,est ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h,excessus em̃ quadrati a i,super quadratũ a h, cũ quadrato h a,efficit quadratũ a i,igit̃ ex 17.sexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a,est.n.ut in corollario 17.sexti,ꝓponit̃,triũ lineaꝝ continue ꝓportionalium,proportio primæ ad tertiã,sicut quadrati constitutæ super primã ad quadratum constitutum super secundam.igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,est sicut lineæ i a ad h a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio residui ad residuum.s.o i ad i h,cũ itaq; i a,sit maior ꝙ a h,erit o i,maior ꝙ i h,ergo linea i h, est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h,in lineam h d,est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,sed linea a d, est minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo sint altitudinis lineæ a d, est ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h. cũ itaq; linea a h sit maior ꝙ quintupla lineæ h d,ductus uero lineæ a h in lineã h t,sit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmissis,erit per 16.sexti, linea h d maior ꝙ quintupla lineæ h t,quoniã quæ est proportio lineæ a h ad lineã h d,eadẽ est proportio h d ad h t,est ergo h t minor quinta parte lineæ h d,& h d est minor quinta parte lineæ a h,ergo h t est minor 25.parte lineæ a h: est aũt ex

ex præmissis,ꝓportio lineæ o i ad i h,sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18.quinti erit cõiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h,sicut lineæ i a cũ linea a h,ad lineã a h.ergo per 15.quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam,sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartã:quia uero linea h o assumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t est tertia pars lineæ o h,est ergo proportio lineæ h t ad i h,sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineã a h. Est igitur ꝓportio lineæ h t ad i a,sicut duaꝝ tertiaꝝ lineæ a h cũ una tertia lineæ i h ad lineã a h,quia enim linea a h bis accipitur,semel per seipsam & semel in linea i h,ergo & eius tertia bis accipitur;linea uero i h accipitur semel in linea a i,unde & eius tertia est tantũ semel accipienda,quia uero linea o i est maior quàm linea i h,ut supra patuit,& linea i h est minor medietate lineæ o h,ergo tertia pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15.sexti. Sed cũ linea h t sit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h,est ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t,ergo duæ tertiæ lineæ a h cũ minore parte lineæ ꝙ sit medietas lineæ h t,habuit ꝓportionem ad lineam a h,illã quam habet linea h t,ad lineã i h, ergo econtrario per 5.primi huius,erit proportio lineæ i h, ad lineã h t,sicut linea a h, ad duas sui tertias,cum linea minore medietate lineæ h t,est aũt linea h t,ut patet per præmissa minor 25.parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25.partis lineæ a h. Sed linea a h in 25.partes diuisa,duæ eius tertiæ cũ medietate 25.partis nõ efficiunt 18. partes ipsius,qm̃ duæ tertiæ de 24.sunt 16.& remanet unũ,cuius duæ tertiæ cũ illo qđ est minus dimidio,fortè est plus ꝙ unũ integrum,minus autẽ ꝙ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineã h t,est maior ꝙ 25.ad 18.per 8.quinti. Item cũ linea h t sit minor 25.parte lineæ a h,erit linea a t,maior 24.ꝑtibus illaꝝ partiũ,quaꝝ linea a h,est 25. Sed linea i h,est minor medietate lineæ o h, est aũt o h,tripla ipsi h t,ergo linea o h,est minor una & dimidia partiũ ex ꝑtibus,quaꝝ a h,est 25.ergo multo magis linea i h,est minor una parte & dimidia illaꝝ 25.ꝑtium lineæ a h :est ergo ꝓportio lineæ a i,ad lineã a t,sicut lineæ minoris ꝙ 26.partes & dimidiæ ad lineam maiorẽ ꝙ 24.partes partium earundem. Est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26.& dimidij ad 24.per 8.quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineã h t,est maior ꝙ 24. partiũ ad 18. quoniã ex præmissis ipsa est maior ꝙ 25.partiũ ad 18. Igit̃ ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝙ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t,qm̃ minor est ꝓportio 26.& dimidij ad 24.ꝙ 24 ad 18.quæ est sesquitertia. Fit quoq; per 3.primi huius,ꝓportio lineæ i m ad lineã m t,sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t,ꝙ i m ad m t. cadit ergo pũctus m inter puncta i & h,per 9.primi huius,linea ergo m t est maior ꝙ h m. ergo ꝑ 8.quinti,maior est ꝓportio i m ad h m,ꝙ ad m t,ergo maior i m ad m h,ꝙ lineæ i a ad a t,ergo maior ꝓportio i m ad m h,ꝙ i a ad a h,qm̃ per 8.quinti maior est ꝓportio i a ad a t,ꝙ ad a h,cũ a t sit minor quâm a h. Sit ergo per 3.primi huius ꝓportio lineæ i l ad l h,sicut lineæ i a ad a h,cadet ergo ut prius pũctus l inter duo puncta m & i,quod potest ostendi sicut prius. Et his sic præmissis innouabimus figurã. Fiat itaq; omnimoda dispositio ut in præmissa figuratione,& in demõstratione ulterius ꝓcedat̃. A pũctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulũ d b e,ꝑ 16.tertij,quæ sint l b & m g,& copulentur lineæ i h,h b,i g,t g,a b,a g,& educãtur lineæ a b,a g,ad circulũ exteriorẽ quælibet in punctũ z,quia itaq; ex præmissis est ꝓportio lineæ i l ad lineã l h,sicut katheti i a ad sui partẽ a h,patet per 12.huius,qm̃ punctus h est locus imaginis formæ puncti i,reflexæ à puncto speculi,quod est b,quia danti oppositum accidit contrarium proportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h,erit enim tunc proportio lineæ i a,ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a,sicut lineæ i l ad lineam ductam à pũcto l ad locũ imaginis,& quia ut præostensum est,ꝓportio lineæ i l ad lineã h l,est sicut lineæ i a ad h a:erit ergo punctus h locus imaginis,erit quoq; angulus i h z contentus sub linea incidentiæ i b,& super perpendiculari a b z,ducta à centro speculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a,quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z,quoniam ut patet per 9.huius,illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ,quæ est a i; uterq; enim illorũ angulorum est æqualis cuidam

dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrũ uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquat̃ angulus i b z, p 20. quinti huius, p quẽ ostẽdit q angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cũ pũctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cũ linea m g sit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundũ præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimãsecundã primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus, angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p: & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam

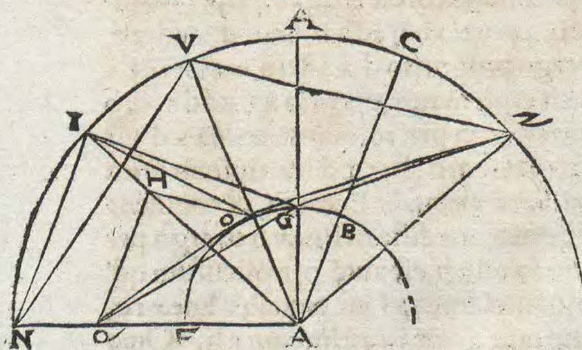


neam a t: & cum h p sit æqualis ipsi h b, & t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b, ad excessum quadrati a t, super quadratum t g, sicut lineæ a h, ad lineam a t, quia uero per 25. tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h, in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h, ad circulum d b e, q per 60. primi huius, & per 8. erit minor quàm linea h b, illud quod fit ex ducto lineæ e h, in lineam h d, est minus quadrato lineæ h b, patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h, in b d, minus est quadrato h b, fiat ergo per 127. primi huius, ut illud quod fit ex ductu a h in h u, minorem linea h d, æquale sit quadrato lineæ h b, & quoniam linea a h est maior q̃ linea h b, erit quoq; a h maior quàm h u, abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u, patet itaq; per 2. secundi, quia quadratum lineæ a h, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u, & in a u, illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b. Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u, ad excessum quadrati a t, super quadratũ t g. Si itaq; duæ lineæ a h & a t, ducant̃ in lineam a u, erit per 1. sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u, ad illud quod fit ex ductu a t in a u, sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti, illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u, est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n, est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g, palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u, est æqualis quadrato h b, & ductus a t in t u, est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uicesimam nonam tertij, ducaturq; linea a o, & à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per duodecimam primi, scilicet b f, o y, g k, & à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h, per tricesimamprimam primi, quæ sit g s, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g, quæ sit b t, & hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli, diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcũ cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g, quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij. Sed ille angulus per uicesimamsextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a, igitur angulus c b g est medietas anguli g a u. est ergo per uicesimamsextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti, ergo per tricesimam tertij, si imaginetur circulus, cuius diameter sit b g, transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c, & fiet arcus c s, in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimamsextam tertij sunt æquales. Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimamnonam primi, quoniam lineæ g s & a y æquedistant: est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s, ut autem prius ostensum est, angulus e b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s, sed anguli a y o & g s b sunt recti, est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s, ergo per quartam sexti, est proportio lineæ g b ad lineam b s, sicut lineæ o a ad lineam a y, & proportio g b ad g s, sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius, palam per decimamtertiam secundi, quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis, igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b, maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis, quæ est a d, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis, est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h, in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d, est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d, per septimam secundi: quadratum ergo lineæ a d, cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;, auferatur: remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis, æquale quadrato lineæ h p. Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod ex ductu a b in h u, est

æquale quadrato h b;erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t ſemel & bis in d f,ablato ergo ductu a h in h t,qui communis ponitur utrobiq;, relinquitᷓ ut illud qđ fit ex ductu a h in t b ſemel,ſit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis,ergo per 1. ſexti erit linea t u duplata linea d f. Item cũ angulus a t g ſit acutus,erit ſecundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d,& ei qđ fit ex ductu a t in t h bis,& ita ei qđ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis.Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d,& ei quod fit ex ductu a t in d k bis.Si autem per nonam ſexti, ut quæ eſt proportio a t ad t d,eadem ſit ipſius t d ad t ø: ergo per 16.ſexti,illud quod fit ex ductu a t in t ø,eſt æquale quadrato t d: ſed ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a t in t u,eſt æquale quadrato t g:ablato ergo utrobiq; eo qđ fit ex ductu a t in t ø,reſtat ut illud qđ fit ex ductu a t in in ø u ſemel,ſit æquale ei qđ fit ex ductu a t in d k bis,igitur per primam ſexti,linea ø u eſt dupla lineæ d k. Sed iam oſtenſum eſt,quod t u eſt dupla ipſi d f.Reſtat ut linea ø t ſit dupla lineæ k f. Item quia ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a h in h t,eſt æquale quadrato h d, ergo per decimã ſextam ſexti erit proportio a h ad h d,ſicut h d ad h t,eſt ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d:& ſimiliter per eandem rationem proportio a t ad t ø eſt duplicata proportio a t ad t d.Sed maior eſt proportio a t ad t d,quàm a h ad h d, per quartam primi huius,qnoniam eiuſdem lineæ quæ t h ꝓtioribus antecedenti & conſequenti fit additio,ergo maior eſt proportio lineæ a t ad lineam t ø,quàm lineæ a h ad lineam a t,ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h,quàm lineæ t ø ad lineam h t.Sed a h eſt maior quàm a t,quoniam totum eſt maius parte,ergo h t eſt maior quàm t ø ad h t.Sed t ø eſt dupla ad f k,ut patet ſuperius,ergo h t eſt magis quàm dupla ad f k. Item ut ſupra demonſtratum eſt,proportio b g ad g s, eſt ſicut o a ad o y,ergo permutatim per decimamſextam quinti, erit proportio b g ad o a,ſicut g s ad o y.Sed o a eſt æqualis ipſi b a per circuli diffinitionem, & g s eſt æqualis ipſi f k per triceſimamquartam primi,erit ergo per ſeptimam quinti ꝓportio b g ad b a,ſicut f k ad o y. Item quia ut prius quaſi in principio patuit,linea i h eſt minor medietate lineæ o h,& linea o h eſt tripla lineæ h t;erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipſius medietas.Sed linea h t eſt minor quinta parte lineæ h d,ut prius declaratum eſt,ergo linea i h eſt minor quàm linea c d: ſed linea n d eſt maior quàm c d,ergo i h eſt multo minor quàm n d;eſt autem m i minor quàm i h: ergo m i eſt multo minor quàm n d,& quoniam z h eſt æqualis ipſi h d,ut præmiſſum eſt;patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z,ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d,ſuppoſitum eſt æquale eſſe quadrato ſemidiametri a d,igitur illud quod fit ex ductu e m in m d,eſt minus quadrato a d, eſt autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum,qui m g,per triceſimam quintam tertij,quadratum ergo lineæ m g, eſt minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d eſt maior quàm linea m g.Igitur linea m g eſt minor quàm linea a g,æqualis ipſi lineæ a d,cum ſint ſemidiametri eiuſdem circuli.Et quia duo trigona a g m & m g k,habent unum angulum a m g communem.Sed & angulus a g m eſt rectus per decimam ſeptimam tertij,& angulus m k g eſt rectus per diffinitionem perpendicularis,ergo per triceſimam ſecundam primi,illa trigona ſunt æquiangula, ergo per quartam ſexti eſt proportio lineæ m k ad lineam k g,ſicut lineæ m g ad lineam g a ſed linea m g eſt minor quàm linea a g,ut iam patuit,ergo linea m k eſt minor quàm linea k g.Sed linea k g eſt minor quàm linea o y,per decimamquartam tertij, & linea h d eſt minor quàm linea m k,erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmiſſa & per decimam ſextam ſexti eſt proportio lineæ a h ad lineam h d,ſicut lineæ h d ad lineam h t.Cum itaq; linea h q ſit medietas lineæ h d,erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, ſicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t,patuit autem ſupra quod linea h t eſt magis quàm dupla lineæ k f;& linea h d eſt minor quàm linea o y, eſt ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d,quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

ius, eſt ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius,proportio q h ad a h, maior ꝗ f k ad o y. Item linea a q,ſecat circulũ e b d,ſit punctus ſectionis x,& ducatᷓ corda d x,quæ ꝓpter æquediſtantiã arcuũ h q,d x,erit æquediſtans cordæ h q,per 43.primi huius,& per 28.primi,erit per 29.primi,& per 4.ſexti,ꝓportio h q ad a h, ſicut d x ad a d, ſed ꝓportio h q ad h a,eſt maior ꝗ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a,maior ꝗ f k ad o y,eſt aũt ex p̃miſſis f k ad o x, ſicut g b ad a d,eſt ergo maior ꝓportio x d ad d a, ꝗ b g ad g a,ſed d a eſt æqualis ipſi g a,quia ſemidiameter,ergo per 10.quinti, corda x d eſt maior ꝗ corda b g,ergo per 27.tertij,erit arcus d x,maior arcu b g,ꝓducatur item linea a q,extra circulum ad punctũ s,donec per 3.primi,fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i,quæ per 7.quinti,& per ſecundã ſexti, erit æquediſtans lineæ h q, ergo per 29.primi, & per 4.ſexti erit ꝓportio s i ad h q,ſicut i a ad a h,eſt autẽ præoſtenſum qđ eſt proportio i a ad a h,ſicut t q ad q h,ergo per 9.quinti,linea s i eſt æqualis lineæ t q, cum ipſarũ ambarũ ad lineam q h, eadẽ ſit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus aſſumendarũ linearũ excedit multipliciter numerum literarũ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipſarũ literarũ, mutetur figura, & qm̃ linea nouiter aſſumpta, quæ eſt a s,poſita eſt æqualis lineæ a i,fiat circulus ſuper centrũ a,ſecundũ ipſarum quantitatẽ,& loco s,ponatur litera n,ſitq; circulus d g b,ſimilis priori circulo qui d b e,& ꝓducantur lineæ a b & a g,uſq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r,& ſint lineæ a b c,& a g r,permutenturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i,ſit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i,ſit linea a f n,ponaturq; loco literæ s,litera n, & loco literæ x, ponatur f,eritq; ut præoſtenſum eſt arcus d f,maior arcu g b.Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f,quod fiet per ultimã ſexti,ſi prius per 23.primi,ſuper a terminũ lineæ a b,fiat angulus æqualis angulo d a f,qui ſit b a m,ꝓducatur quoq; linea a m,ad exteriorẽ periferiam in punctum u,& ſit a m u,ducantᷓ etiã lineæ i b,i g,i m,n m,quæ producantur uſq; ad exteriorẽ circulũ,& cadit in punctũ z,& ducantᷓ lineæ z a,z g,cũ itaq; arcus b m,ſit æqualis arcui d f,addito cõmuni arcu d m,erit arcus m f,æqualis arcui d b,ergo per 46.tertij, erit angulus n a m,æqualis angulo i a b,quia itaq; trigonorũ n a m,i a b,duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo,ergo per 3.primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b,& angulus m n a,æqualis angulo i b a,remanet ergo per 13.primi,angulus n m u,æqualis angulo i b c.Et cũ in præmiſſa proxima figuratione linea a h, fuerit poſita æqualis ipſi lineæ a q,erit trigonorũ q a m,& a h b,duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m eſt æqualis angulo h a b, erit ergo p 4. primi,linea q m,æqualis lineæ h b,& angulus q m a,æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n,æqualis angulo h b i,& angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi,& quia lineæ a n & a i,ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q eſt æqualis ipſi a h,ex hypotheſi.Remanet linea n q,æqualis lineæ i h,quia itaq; angulus n m u, eſt æqualis angulo i b c,& angulus i b c,ut p̃oſtenſum eſt,æqualis eſt angulo h b a,angulo uero h b a,eſt æqualis angulo q m a,erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z,tota eſt extra circulũ,qa cum linea contingens circulũ ducta à puncto b,cadet inter puncta i & h,ut præoſtendimus, & quia eſt eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, qm̃ oſtenſum eſt, quod linea b h,eſt æqualis lineæ q m,& linea i h,eſt æqualis lineæ n q,patet qđ contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q,igitᷓ cũ linea q m,cadat ſub linea contingente, patet per 15. tertij, qm̃ ipſa ſecat circulũ,eſt ergo tota linea m z, extra circulũ,qm̃ linea q m z, poſita eſt eſſe linea una recta,propter qđ etiã erit per 15.primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, ſed angulus n m u,oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo q m a,erit ergo angulus n m u,æqualis angulo u m z,ergo per 8.huius,forma puncti n,reflectitᷓ à pũcto ſpeculi m, ad uiſum exiſtentem in puncto z,& erit per 11.huius,locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u,eſt æqualis angulo u m z,erunt per ſuppoſitionem primi huius lineæ n m,z m,æqualiter diſtãtes à diametro a u,ergo per 7.tertij,ipſæ ſunt æquales.Ducantur itaq; lineæ n u & z u,quæ per 4.primi,erunt æquales cõmuni exiſtente linea m u,ambobus trigonis n m u,& z m u,ergo per 27.tertij,arcus n u,eſt æqualis arcui u z, ergo per

26.tertij,angulus n a u,eſt æqualis angulo u a z. Sed ex p̄miſſis patet qđ angulus n a u, eſt æqualis angulo i a c,erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g,aut erit æqualis angulo g a m,aut minor aut maior,ſit primo æqualis, ſi igitur ab angulo i a b,ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a angulus g a m,remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g,& quia duo latera i a & a g ſunt æqualia duobus lateribus z a & a g,ergo per 4. primi,erit linea i g,æqualis lineæ z g, & angulus i g a,æqualis angulo z g a, ergo per 13. primi,angulus i g r, eſt æqualis angulo z g r, fiat itaq; ſup g terminū lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r,per 23.primi, qui ſit angulus t g a,

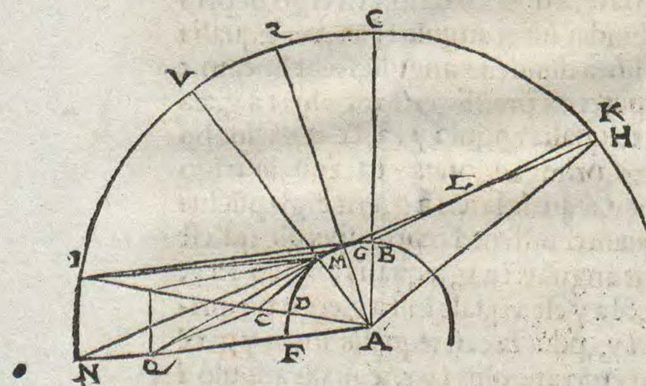


ducta linea g t,ſuper lineā i a,erit ergo angulus t g a,æqualis angulo z g r. Si igiť linea t g ,pducatur ad periferiam circuli,palam per 15.primi,qm̄ ipſa perueniet ad punctum z,linea em̄ z g & t g,coniunctæ in puncto g, fiunt linea una per 14. primi,eſt ergo t g z linea una recta,forma ergo puncti i,reflectiť à puncto ſpeculi g, ad uiſum exiſtentem in puncto z,& locus imaginis eius eſt punctum t,palam itaq; qm̄ ad uiſum exiſtentem in puncto z,reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z,à duobus punctis ſpeculi ſphærici conuexi quæ ſunt m & g,& loca imaginum ſunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q,erit imago totius lineæ m;pbatum eſt autē ſupra, quod linea t q eſt æqualis lineæ y i,palam ergo,qm̄ accidit in his ſpeculis imaginem eſſe æqualē rei uiſæ, quod eſt unum ꝓpoſitoꝝ. Quod ſi angulus b a g,fuerit maior angulo g a m,abſtrahatur b a g ab angulo i a b,& angulus g a m,ab angulo z a u,æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g,maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g,minor angulo z a g,per 23.primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k,& copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m,altius puncto g,linea ergo k g, ſecabit lineam z m. Sit ut ſecet ipſam in puncto l,& producatur k g,ſuper lineam i a,in punctum t,fiat quoq; deductio ut ſtatim in proxima linea t g,palam ergo qđ uiſui exiſtente in puncto l,reflectetur ad ipſum forma puncti n,à puncto m,& locus imaginis q,& ſimiliter ad ipſum reflecteť forma puncti i,à puncto g,& locus imaginis erit t,ſecundū priorem probationem,erit quoq; linea t q,imago lineæ y i,quæ eſt æqualis ipſi,ut ſupra oſtenſum eſt,& ſic ſequitur idem ꝓpoſitum quod prius. Si uero angulus b a g,fuerit minor angulo g a m,erit ut ſupra angulus z a g,minor angulo i a g. Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o,ad periferiā circuli æqualis angulo i a g,erit ergo angulus o a g,maior angulo z a g, eſt ergo punctum o inferius puncto z,& producatur linea o g,quæ incidat lineæ i a,in puncto t, palā itaq; quod forma puncti reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o, à puncto ſpeculi g, linea itaq; o g,aut ſecabit lineam z m q,extra circulum ſpeculi, aut non, ſi ſit poſſibile ſecet ipſam extra circulū,ſi in puncto ſectionis fuerit uiſus,reflecteť ad ipſum duæ formæ punctoꝝ n & i,à punctis ſpeculi m & g,& loca imaginum erunt puncta q & t,& tota linea q t,imago totius lineæ y i,& erit per præmiſſa æqualis ei,patet itē hoc qđ prius qm̄ imago rei uidebitur in hoc ſitu æqualis ipſi rei. Si forte linea o g, ſecet lineam z m q, intra circulum ſpeculi,tunc non poteſt accedere probatio præmiſſa, ſed extra totalem hanc ſuperficiem eſt poſſibile inueniri punctum,in quo poſito uiſu reflectanť ad ipſum formæ duoꝝ punctoꝝ n & i,à duobus punctis ſpeculi,& ipſorum imagines erunt puncta q & t,qm̄ em̄ ut patet ex prius præoſtenſis,angulus n a z,eſt duplus angulo n a u, æquali angulo i a b,ut patet ex p̄miſſis,& angulus i a o, eſt duplus angulo i a g,eſt aūt angulus i a b,maior angulo i a g,in angulo g a b,& quia angulus g a b,eſt ex hypotheſi minor angulo m a g,patet quod angulus g a b,eſt minor medietate anguli m a b,totus uero angulus m a b,eſt per ultimam ſexti,æqualis angulo n a i, qm̄ arcus d f, eſt æqualis arcui m b,ergo angulus g a b,eſt minor medietate anguli n a i,angulus ergo n a z,excedens

dens angulum i a o,in duplo anguli g à b,non excedet ipſum in angulo maiori q̄ ſit angulus n a i,duo ergo anguli n a i,& n a z,ſunt maiores tertio,qui eſt i a o, & duo anguli n a z,& i a o,ſunt minores tertio,qui eſt n a i,& duo anguli i a o,& n a i,ſunt minores tertio,q eſt n a z,ſunt ergo iſti tres anguli n a i,n a z,& i a o,quoꝝ quilibet duo ſunt minores tertio,omnes aūt tres ſimul 4.rectis ſunt minores,qm̄ anguli ſuper centrum a, 4. rectis ſunt æquales,ipſos impoſſibile eſt euacuare,ut patet,igitur per 23. undecimi, poſſibile eſt ex illis fieri unum angulum ſolidū,fiat ergo ille ſuper cētrum a, per eandem 23. undecimi,& ſit linea s a,eleuata ſuper ſuperficiem circuli in puncto a,taliter ut angulus i a s,ſit æqualis angulo i a o,& angulus n a s,ſit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut eſt in ſuperficie circuli immotus,fiat itaq; linea a s,æqualis alicui linearum a n,uel a a,uel a o, quæ om̄es ſunt æquales,quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli,& producantur lineæ t s,q s,quia itaq; angulus t a s,eſt æqualis angulo t a o,ut patet ex p̄miſſis,& duo latera t a & a o,ſunt æqualia duobus lateribus t a & a s,& angulus t a o, eſt æqualis angulo t a s,ut patet ex præmiſſis,erit per 4.primi,baſis t s,æqualis baſi t o,& totus triangulus toti triangulo,erit ergo angulus o t a,uel g t a,æqualis angulo s t a. Similiter q̊q; angul9 q a s,eſt æq̄lis angulo q a z,& duo latera duob. laterib. erit ergo,ut pri9 angulus z q a,qui eſt m q a,æqualis angulo s q a,diuidať itaq; angulus t a s,per æqualia per lineam a y,ex 9.primi,& ſit y punctus,in quo linea diuidens angulū,ſecat lineam t s,palā cū angulus i a g,ſit medietas anguli i a o,ut patet ex p̄miſſis,erit angulus t a g,æqualis angulo t a y,ſed & angulus g t a,oſtenſus eſt æqualis angulo y t a, & quia duob9 trigonis y t a,& g t a,latus t a,eſt cōmune,erit per 26.primi,trigonus y t a,æqualis trigono g t a,qm̄ latus t y,erit æquale lateri t g,& latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pūctus y,in ſupficie ſpeculi ſicut & punctū g,cū ambo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, qđ eſt a,& quia angulus t a g,eſt æqualis angulo t a y,erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus ſunt æqualia,qm̄ i a eſt cōmune,& a y eſt æquale ipſi a g,ergo p 4.primi,erit angulus a g i,æqualis angulo a y i, & linea i y, ꝓducta erit æqualis lineæ y g, & ꝓducatur a y,extra ſpeculū uſq; ad punctū p,reſtat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p,uerum cū linea t s ſit æqualis lineæ t o,ut ſupra patuit,& t y æqualis ipſi t g,reſtat linea g o,æqualis lineæ y s,duo ergo latera a y & y s,ſunt æqualia duobus lateribus a g,& g o,& baſis a s,eſt æqualis baſi a o,ergo p 8.primi,trigonoꝝ a y s,a g o,anguli æq̄s lateribus cōtenti ſunt æquales,angulus ergo a y s,eſt æqualis angulo a g o. Reſtat ergo per 13.primi,angulus s y p,æqualis angulo o g r,igiť duo anguli i g r, & o g r,æquales ſunt duob9 angulis i y p,s y p,uerū linea a s,ſecat ſupficiē cōuexā ſpeculi, ſit pūctus ſectiōis e,tria ergo puncta q̄ ſunt e y d,ſunt in ſupficie cōuexi ſpeculi, lineæ ergo à centro ſpeculi qđ eſt a,ad illa tria pūcta ꝓductæ ſunt æquales,q̄a uero trigonū t a s, eſt p ſecundā 11. totū in eadē ſupficie,patet qđ iſta tria puncta d y e,q̄ ſunt in laterib9 illius trigoni ſunt in eadē ſupficie,ergo linea e y d, eſt p 9.tertij,arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius cētrū eſt a cētrū ſpeculi,eſt aūt ī ſupficie reflexiōis cōmunis ſectio ſupficiei ſpeculi & reflexiōis t s p, p primā huius,ergo forma pūcti i,reflectiť ad uiſum exiſtētē ī pūcto à pūcto ſpeculi y,& locus imaginis eſt punctū t. Similiter diuiſio angulo n a s,p æq̄lia p lineā a x,ductā ſup q s,in punctū x,& ꝓductā extra ſpeculū ſupficiē in punctū ø,demonſtrabiť pdicto mō,q̄a linea q x,erit æq̄lis q m,& a x æq̄lis a m, & liea x s,æq̄lis m z,& duo anguli n x o,& s x o, erūt æq̄les duob9 angulis n m u,& z m u, & ita forma pūcti n, reflecteť ad uiſum exiſtentē in pūcto s,à pūcto ſpeculi x,& locus imaginis eſt punctū q, & ita ut prius formæ duoꝝ punctoꝝ n & i,reflectunť à duob9 pūctis ſpeculi x & y,ad uiſum exiſtentē in pūcto s,& erit linea t q,imago lineæ i n,eſt aūt linea t q, æq̄lis lineæ i n, patet ergo ꝓpoſitū,ut prius. Itē ſi à pūcto i,ducať ppendicularis ſup lineā n a, illa cadet īter pūcta n & q,nō extra punctū n,q̄a cū p 42.primi huius,angul9 i n a,ſit acutus,ſi caderet extra punctū n, fieret acutus extrinſecus recto,& ita maior p 16.primi,qđ eſt īpoſſibile,cadet ergo illa ppendicularis circa punctū n,faciet ergo illa ppendicularis angulū rectū,ſup lineā n q,quā reſpiciet linea i n,ergo p 46.primi,erit linea i n,maior illa ppēdiculari,ergo illa ppēdicularis erit minor q̄ linea t q,q̄ eſt æqualis lineæ i n,pūctus itaq; lineæ n q,ī quē cadit illa ppēdicularis,q̄ ſit k,reflectiť ad uiſum ī pūcto s,exiſtentē ab aliq̄

puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qđ eſt a,ultra punctũ q,ꝗ ſit ipſum punctũ q,ut patet per 17.huius, quanto enĩ remotiora ſunt puncta quoꝝ formæ reflectunt̃ à ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctũ t, quæcunqꝫ uero linea ducitur à puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cũ opponat̃ angulo obtuſo,ut patet, erit per 19. primi, maior ꝗ linea t q,ergo etiã erit maior ꝗ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo ꝙ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunqꝫ linea ducatur à puncto i,ad lineã n q,inter illam perpendicularẽ i k & lineã i n,erit enĩ ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior ꝗ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior ꝗ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt aũt hæc clarius pateſieri, quia enĩ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctũ q,patet qđ linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctũ ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulũ qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nõ poteſt cadere in punctũ m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nõ contingit,cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius ꝗ punctũ q,quoniam punctus in quem cadit,dicit̃ finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igit̃ perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineã n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginũ,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut ꝓmiſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pũctum ii,qui eſt meta imaginũ,uel inferius illo,tunc forma puncti nunqꝫ cadit perpẽdicularis nec reflectet̃,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ eſt inferior ꝗ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctũ n, infinita puncta,quoꝝ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

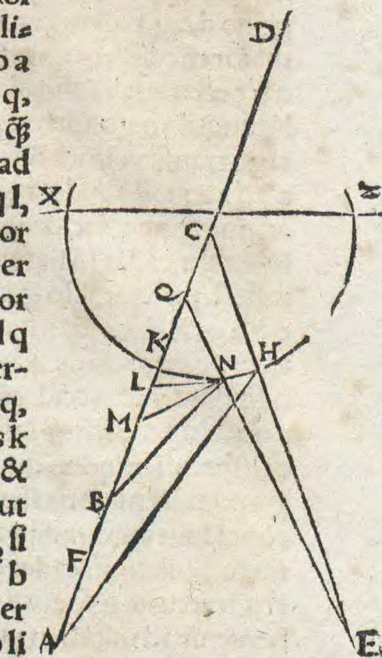


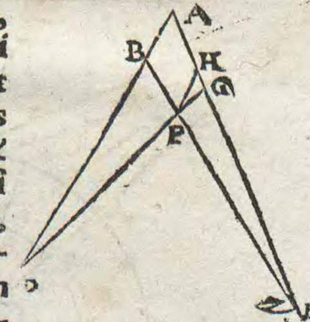
XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi,imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d,ſitqꝫ e centrum uiſus,& reflectet̃ forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligaturqꝫ linea a b,ꝓduci intra ſpeculũ,aut ergo ipſa tranſit centrũ ſpeculi, aut non. Sit aũt primo qđ tranſeat,& ducatur linea a b d,ducat̃ quoqꝫ à puncto n, linea contingens circulũ,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cõtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e h,ꝓducanturqꝫ lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum

ctum q,palam ergo per 11.huius,quoniam t eſt locus imaginis formæ puncti a, & q eſt locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b eſt maior ꝗ linea q t,patet enĩ ex 12.huius, quia ꝓportio a d ad d t,eſt ſicut a m ad m t.Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q, eſt ſicut ꝓportio b l ad l q,ſed a d eſt maior ꝗ b d, & d t eſt minor ꝗ d q,ergo per 9.primi huius,maior erit ꝓportio a d ad d t, ꝗ b d ad d q,ergo per 11.quinti,maior erit ꝓportio a m ad m t, ꝗ b l ad q l, ſecetur ergo linea a m,in puncto f,per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t,ſit ſicut h l ad l q,& ita cũ m t ſit maior ꝗ l q, erit per 14.quinti,f m maior ꝗ b l,ergo per 8.quinti,erit f m ad t m maior ꝓportio ꝗ b l ad t m,erit ergo minor ꝓportio b l ad m t,ꝗ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t,ꝗ b l ad q l, ſecet̃ ergo m t in puncto k,taliter ut ꝓportio b m ad m k, ſit ſicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis,& per 8.quinti,qm̃ punctus k neceſſario cadet ĩtra pũcta m & q,linea enĩ l q, minor eſt ꝗ m q, & linea b l eſt maior ꝗ linea b m, cũ igitur ſit ꝓportio f m ad m t,ſicut b l ad l q,& ſicut b m ad m k,erit per 19.quinti,ꝓportio f b ad k t, ſicut b l ad l q,ſed b l eſt maior ꝗ l q, ergo f b eſt maior ꝗ k t, ſed f b eſt minor ꝗ a b,& k t eſt maior ꝗ q t.Si ergo f b eſt maior ꝗ k t, ergo multo fortius a b eſt maior ꝗ q t,& hoc eſt propoſitũ. Si uero linea a b,producta nõ perueniat ad centrum d,ducatur à puncto a, linea ad centrũ d,quæ ſit a d,& à puncto b ducatur b d,& locus imaginis a ſit punctus g, locus imaginis b,ſit punctus p,& ducatur linea p g,erit ergo linea p g,imago lineæ a b, dico quia a b eſt maior ꝗ p g,aut enĩ p g eſt æquediſtans lineæ a b, aut nõ, ſi fuerit æquediſtans,palã quia p g eſt minor ꝗ a g,per 29. primi,& per 4.ſexti,cũ enĩ ſit ꝓportio a b ad p g,ſicut a d ad d g & a d, ſit maior ꝗ d g,erit a b maior ꝗ p g.Si uero linea p g, nõ ſit æquediſtans ipſi a b,ꝓducatur uſqꝫquo cõcurrat cũ a b,& ſit punctus cõcurſus z,& à puncto p ducatur æquediſtans a b,quæ ſit p h,angulus ergo p g h, ſi ſit rectus uel maior recto,erit per 18.primi,latus p h,maius latere p g, ſed p h eſt minus ꝗ a b,per 4.ſexti,ergo p g eſt minus ꝗ a b, ſi angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc ſequitur idem qđ prius:quod aũt angulus p g h,ſit minor angulo p h g,hoc non poteſt accidere,niſi cũ tanta fuerit rei à ſpeculo diſtantia, ꝙ illa diſtantia ipſi etiam uiſui uideretur minor ꝗ ſit ſecundum ueritatem,tunc autẽ poteſt imago uideri maior ꝗ forma per ſe uiſui occurrens,ut patet per præmiſſam,patet ergo propoſitum.

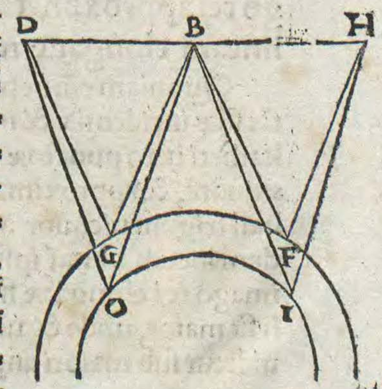




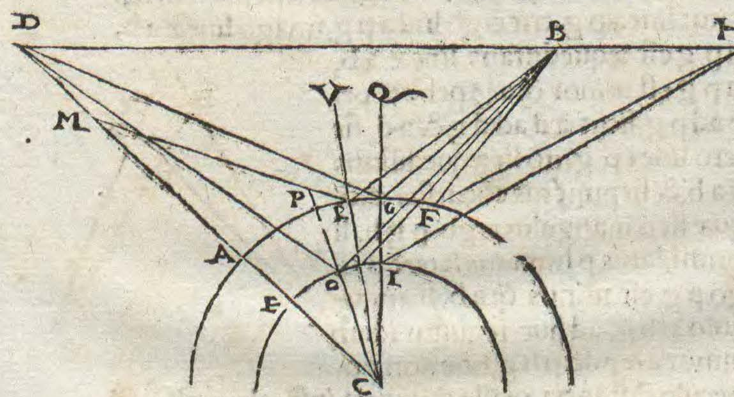
XL.

In minoribus ſpeculis ſphæricis cõuexis eiuſdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta ſpecula ſphærica conuexa ſuper idem centrum t, collocata, exempli cauſa quoꝝ maioris circulus cõmunis ſibi & ſuperficiei reflexionis ſit a g,minoris uero ſit e i,fiat quoqꝫ reflexio formæ alicuius uiſibilis ut ipſius h d,ab utroqꝫ illoꝝ ſpeculoꝝ ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g,circuli ſpeculi maioris.ſ. ipſius a g,ad uiſum qui ſit b. Si itaqꝫ idem uiſibile d reflectat̃ ad uiſum b ab aliquo puncto circuli e,ſpeculi minoris ut à puncto o,non eſt poſſibile ut linea reflexionis,quæ ſit o b,cadat in pũctum g ſpeculi circuli maioris: detur enĩ ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uiſum b,& ducatur linea d g,ut prius, manifeſtum itaqꝫ ꝑ 8. huius, qm̃ linea à centro ſpeculi t,ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b,per duo æqualia,quæ producta ſit t g q, & qm̃ forma puncti d,incidit pũcto ſpeculi minoris quod eſt o,ducatur linea t o,à centro ſpeculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-



ꝭta ſit t o p, quia itaqꝫ angulus d g b, extrinſecus eſt ex hypotheſi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, q̄m ipſe eſt maior illo, ergo medietas anguli d g b, eſt maior medietate anguli d o b, & ita angulus q g b, maior eſt angulo p o g, ſed angulus o g t eſt æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinſecus erit æqualis angulo o g t, intrinſeco in trigono t o g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile: nõ ergo tranſibit linea reflexionis o b punctũ g, ſed neqꝫ ultra punctum g, uerſus punctum a, ad aliquod aliud punctum ſpeculi maioris incidere poteſt, ſi em̄ hoc ſit poſſibile ſit ut ad punctum r incidens reflectat̃ linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a punctus lineæ d a, cadat in ſuperficie ſpeculi & reflectat̃ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipſoꝝ lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctoꝝ arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro ſpeculi, quod eſt t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uiſus, quod eſt b, aliquod ergo punctoꝝ lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, ſit illud m, & accidet idem impoſſibile q̄d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel ſit forma puncti d, reflectitur à puncto ſpeculi maioris quod eſt g, & item per reflexionem à puncto ſpeculi minoris quod eſt o, incidet puncto ſpeculi maioris, quod eſt r, à duobus ergo punctis maioris ſpeculi quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uiſum b, & concidunt ergo radij à duobus punctis huius ſpeculi reflexi, quod eſt contra 15. huius, & impoſſibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, ſpeculi minoris in aliquod punctum arcus a g, ſpeculi maioris, à quo fit reflexio formaꝝ punctoꝝ lineæ a d, ſed directe peruenit ad uiſum in punctũ b, trans aliquem punctoꝝ arcus circuli ſpeculi maioris, circa punctum g. Similiter'qꝫ ſit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uiſus b, ꝙ ſit punctũ d, reflectat̃ ad uiſum b, ab aliquo puncto ſpeculi maioris quod ſit f, erit'qꝫ f per 17. huius,



ex alia parte puncti g, reflectatur'qꝫ forma puncti h, à puncto i, minoris ſpeculi ad punctum b, fiet quoqꝫ reflexio à pũcto i ad b, ſimiliter ut prius, quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolũ in maiori ſpeculo eſt maior ꝙ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, q̄m in maiori ſpeculo maius apparet idolum ꝙ in minori, formæ em̄ magnæ coanguſtant̃ circa centra minorum ſpeculoꝝ, ꝙ circa centra maiorum, unde fiunt ſemꝑ maiores in ſpeculis maioribus, uniuerſaliter autẽ in omni ſitu proportionato rerũ ad ſpecula poteſt patere ꝓpoſitum per 46. primi huius, q̄m partes diametrorũ circuli maioris ſunt maiores & minoris minores, & fiunt ex conſequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propoſitum.

XLI.

In eodem ſpeculo ſphærico conuexo centro uiſus immoto exiſtente imago rei approximatæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam em̄ ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uiſæ uidentur in kathetis ſuæ incidentiæ & imagines rerum uiſaꝝ inter kathetos incidentiæ ſuoꝝ terminorũ katheti uero punctoꝝ terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea em̄ æqualis & æquediſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupremo maiori angulo ſubtenditur, & q̄m mutata re ſecũdum locum, mutat̃ ipſius imago in omni ſpeculo, ut patet per 28. quinti huius, patet q̄d imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ ſuperficiei ſpeculi fit maior, unde & uidetur maior, quod ſecundum præmiſſa in proxima præcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub lineis reflexionum ipſoꝝ punctorum

ctorum terminalium illius rei, ut patere poteſt per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propoſitum, & per hæc & per præmiſſam poteſt patere, q̄m ſi ſit ꝓportio elongationis rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi maioris ad elongationem à ſuperficie ſpeculi minoris, ſicut exceſſus imaginum quæ proueniunt in illis ſpeculis excedentes ſe ſecundũ proportionem diametroꝝ ſpeculoꝝ, poſſibile eſt in ſpeculo maiori plus elongato à re uiſa, & in ſpeculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiuſdem rei quæ aliàs in ſpeculo maiori appareret maior, & in ſpeculo minori minor, ut patet per præmiſſam, & hoc eſt notatu dignum.

XLII.

In ſpeculo conuexo ſphærico dextera rei uiſæ apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Hæc non requirit aliam demonſtrationem ab illa quæ ſimilem paſſionem declarat in ſpeculis planis, unde eodem modo demonſtrandum, nec aliter oportet in maiori.

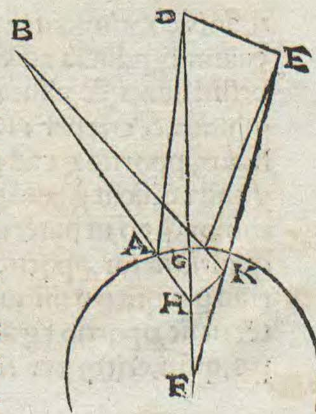
XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à ſpeculis ſphæricis conuexis, reuerſæ apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a d g, cuius centrũ m, incidat'qꝫ ſuperficiei ſpeculi perpendiculariter altitudo quæ ſit e a, cuius altius punctum ſit e, & ſit centrum uiſus u, reflectatur'qꝫ punctus a, à puncto ſpeculi qui ſit a, & ſit linea reflexionis quæ a b, reflectatur quoqꝫ forma puncti altitudinis e, à puncto ſpeculi g, ſit'qꝫ linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a, qui ſit t, inferior puncto e, reflectatur ad uiſum b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, ꝓducatur itaqꝫ linea altitudinis e a, ultra punctũ a, palam'qꝫ ex hypotheſi, et per 72. primi huius, q̄m ipſa tranſibit centrũ m, & producatur linea reflexionis u g, intra ſpeculũ, & quia lineæ e a & b g, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. quinti huius, palã cum non ſint æquediſtãtes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaqꝫ in puncto h, ſed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniã per 11. huius puncta h & f, ſunt loca imaginum punctoꝝ e & t, palã quod linea h f eſt imago lineæ, & ſimiliter quoqꝫ de alijs punctis lineæ e a demonſtrandũ. Erit'qꝫ imago lineæ e a, linea a h, reuerſa ergo uidetur altitudo, quod em̄ ſupremũ eſt uidetur infimum & econuerſo, patet em̄ per 23. huius, quoniã ſuper unum kathetum incidentiæ ſignatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti à centro ſpeculi ꝓpinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior, remotior itaqꝫ uidebitur à centro m imago puncti t, quæ eſt f, q̄m imago puncti e, quæ eſt h, palam itaqꝫ eſt propoſitũ primum, & eodem modo eſt de ꝓfunditatibus demõſtrandũ. Infimum em̄ punctum reflectitur ad punctum imaginis ſupremum, & econuerſo. Media quoqꝫ puncta modo medio reuerſe diſponuntur, propoſitum autem eſt hoc.

XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſuæ propriæ diſpoſitionis.



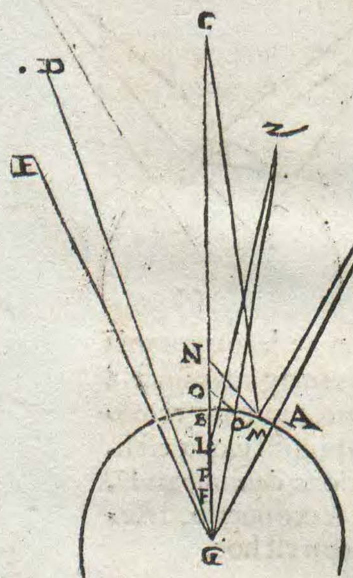
Eſto longitudo d e, oblique incidens ſpeculo ſphærico conuexo quod ſit a g, & eius centrum f, & ſit altius punctũ d ꝙ e, punctum à ſuperficie ſpeculi dati. Sit'qꝫ centrum oculi b, & reflectatur punctus d ad uiſum b, à puncto ſpeculi a, & punctus e, à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ per 72. primi huius, neceſſario tranſibit centrum ſpeculi q̄d eſt f, quæ ſit d f, & ſimiliter ducatur kathetus e f, ducantur'qꝫ lineæ reflexionum b a & b g, & ꝓducantur intra ſpeculum, concurrat'qꝫ b a cum d f, in puncto h & b g, cũ e f, in puncto k, & ducatur linea

h k,eritq́ per 11.huius,linea h k imago lineæ d e,eſt autē linea k h,oblique ſe habens ad uiſum b,ſicut linea d e ad ſpeculū,q̄m per 23.huius punctū e, quod eſt propinquius centro ſpeculi,imago quæ eſt k, remotior fit à centro ſpeculi f,& punctū h, quod eſt imago puncti d,remotioris à cētro ſpeculi fit propinquius centro ſpeculi, quod patet per hoc, q̄m alicuius puncti katheti d f,tantū diſtantis à puncto f,quātū punctū e, locus imaginis eſt remotior à cētro f,q̄ locus imaginis pūcti d,p 23.primi huiꝰ,eſt itaq́ h remotius à cōuexa ſuperficie ſpeculi apparens,& punctum k ꝓpinquius eidem ſuperficiei.Sic aūt & punctus d fuit remotior à ſuperficie ſpeculi,& punctus e propinquior, patet ergo ꝓpoſitum, q̄m obliquæ longitudines apparent illius diſtantiæ à ſuperficie ſpeculi,cuius ſunt ſecundum ueritatem in ſua propria diſpoſitione.

XLV.

Duobus punctis rei uiſæ æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi ſphærici conuexi, & inæqualiter à centro uiſus in eadem ſuperficie uel diuerſis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uiſus remotiora à centro ſpeculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter diſtantium à centro ſpeculi & à centro uiſus, imagines à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g,centro ſpeculi remota,& ſit e centrum uiſus,& ſit cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, circulus a b,cuius centrum erit punctum g,per primam huius.Sitq́ punctū d, ꝓpinquius uiſui, q̄ eſt e, q̄ punctum t,& ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d,ad centrum circuli g,qui ſint t g & d g, ſecetq́ kathetus t g, ſuperficiem ſpeculi in puncto b, fiatq́ angulus e g d,ſuper lineam t g, æqualis angulo qui ſit t g z,& angulus e g t,æqualis angulo qui ſit t g h, p 23.primi,ſecetq́ linea h g circulum in puncto a, & ſumatur per 20.uel 22.huius,in circulo punctū a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctū z,quod ſit punctum q,palā ergo quod forma puncti t nō refertur ad punctū h,ab aliquo puncto arcus b q,non em̄ à puncto b,quoniā cum ille ſit in katheto incidentiæ, palā per 10.huius,quia reflectitur in ſeipſum & nō ad punctū h. Sed neq́ à puncto q,q̄m ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq́ uero puncto ſumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctū ducta ſecabit lineā q z,igiẗ ad illud punctū ſectionis reflectiẗ forma puncti t,à pūcto aliquo arcus b q,& ad idem punctus ſectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi ad unum punctū q̄d eſt impoſſibile,& contra 16.huius,reſtat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h,ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m,& à puncto m ducatur linea cōtingens circulū per 16.tertij,& ꝓducaẗ uſq́ ad kathetū g t, & ſit m n, eritq́ punctus



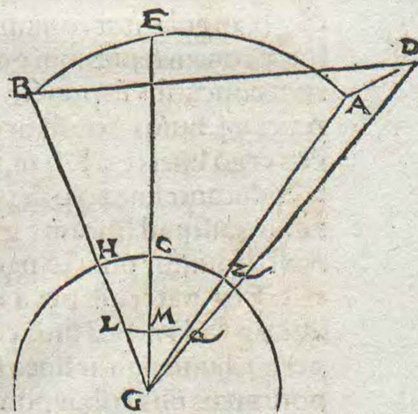
n,finis contingentiæ puncti t,reſpectu puncti h,& à puncto q ducaẗ linea cōtingens circulum,q̄ ꝓducta ad kathetum t g,ſit q o,hoc ergo neceſſario cadet ſub linea n m, p 60.primi huius,& ꝓducaẗ linea z q,donec cadat ſup kathetū g t,in puncto p,cadet aūt per 9.huius,& erit per 11.huius,punctus p locus imaginis formæ puncti t,erit q́q́ per 12.huius,ꝓportio g t ad p g,ſicut t o ad o p,ergo per 16.quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o,ſicut g p ad p o, ſed maior eſt ꝓportio g t ad t n, q̄ ad t o,p 8. quinti, cū t n ſit minor q̄ t o,ut patet ex p̄miſſis,maior erit ꝓportio g t ad t n,q̄ s p ad p o,eſt aūt per 8.quinti,maior ꝓportio g p ad p o,q̄ ad p n,ergo multo maior eſt ꝓportio t g ad t n,q̄ g p ad p n,q̄m p o minor eſt q̄ p n,diuidaẗ ergo p 119.primi huius, linea g n i pūcto l, taliter ut ſit ꝓportio t g ad t n,ſicut g l ad l n,eritq́ g l maior q̄ g p, nō æqualis neq́ minor p 8.quīti,eritq́ per 16.quinti,ꝓportio t g ad g l,ſicut t n ad l n,ergo per conuerſam 13.huius

huius,erit punctū l,locus imaginis puncti h.Sint ergo lineæ h g,e g,z g, æquales inter ſe,& g f ſit æqualis s p,& s p æqualis lineæ g o,cū igiẗ angulus e g d,ſit æqualis angulo t g z,erit ex principio primi huius,remotio puncti d,à puncto e,ſicut remotio puncti z, à puncto t,q̄m cum puncta d & t ſunt eiuſdem diſtantiæ à cētro ſpeculi quod eſt g, erūt lineæ d g & t g æquales,erit ergo per 23.huius,imago formæ puncti d,reſpectu uiſus e, tm̄ eleuata in katheto g d,quantū imago puncti t,eleuata eſt reſpectu puncti z,in katheto g t,erit ergo locus imaginis formæ puncti d,in puncto f,ſicut locus imaginis formæ puncti t,eſt in puncto p,cū lineæ g f & g p,ſint æquales, & ſimiliter finis contingentiæ puncti d,reſpectu puncti e,erit eiuſdem altitudinis cuius eſt finis contingentiæ puncti t reſpectu puncti z,erit ergo per p̄miſſa finis contingentiæ puncti d,in puncto s.Verum quia angulus e g t,æqualis eſt angulo t g h,& linea h g æqualis eſt lineæ e g,erit per ultimam ſexti,ꝓpter æqualitatem angulo℞ æqualitas arcuum interiacentiū kathetum t g, & lineas h g & e g,erit ergo p p̄miſſa punctus l,locus imaginis puncti t,reſpectu e, ſicut eſt reſpectu h,& erit punctus n,finis cōtingentiæ reſpectu puncti e,ſicut & reſpectu pūcti h,imago ergo p ūcti remotioris ab e, centro uiſus, remotior eſt à cētro ſpeculi q̄ imago puncti ꝓpinquioris,& finis contingentiæ puncti remotioris remotior eſt ab eodem centro q̄ finis cōtingentiæ ꝓpinquioris,& hoc eſt ꝓpoſitum. Ex quo patet quod ſi puncta uiſa in ſpeculo ſphærico conuexo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, & à centro uiſus,quod imagines ipſo℞ à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt,nec em̄ ut patet ex p̄miſſis fit diuerſitas in locis imaginum,cum fines contingentia℞ ſemper ſint æqualiter à centro ſpeculi diſtantes ſecundum quos accidit diſtantia imaginum à centro ſpeculi, quod eſt g,patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali erecta ſuper ſuperficiem incidentiæ uidetur curua, & ſemper æquediſtans arcui cuius eſt imago.

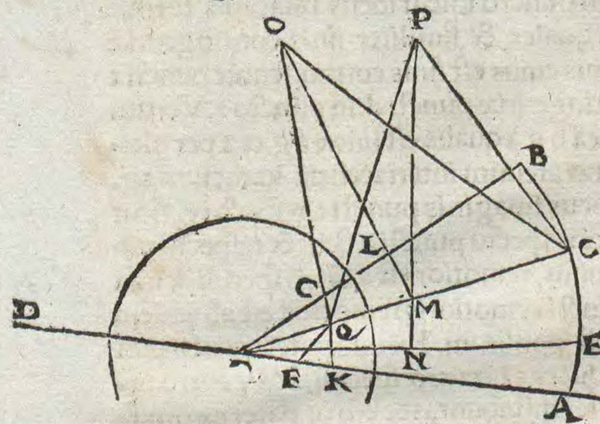
Eſto a b arcus oppoſitus ſpeculo ſphærico conuexo,in quo cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus h t z, & ſit g centrū illius arcus a b,& ſimiliter centrum ſpeculi,q̄m ex hypotheſi arcus uiſus & ſpeculū ſunt concentrica,ſitq́ d centrum uiſus,& ducātur lineæ d g,a g,b g,& ſumatur in arcu a b,punctus e,quocūq́ modo & ducatur linea e g,erit itaq́ ſuperficies a g b,ſuperficies incidētiæ in qua erit linea e g,& linea d g, eſt diameter uiſualis quæ ex hypotheſi eſt erecta ſuper ſuperficiem a g b,erit ergo p diffinitionem lineæ ſup ſuperficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oēs æquales. Sed & latera lateribus æqualia ſunt, q̄m d g eſt æquale ſibijpſi,& alia latera ſunt æqualia per diffinitionē circuli,ergo per 4.primi,baſes illo℞ triangulorum ſunt æquales,omnia ergo puncta arcus a b,eiuſdem diſtantiæ ſunt à centro uiſus,quare imagines omnium illo℞ punctorum eiuſdem diſtantiæ erūt à cētro ſpeculi p corollariū p̄miſſum. Sitq́ q m l,imago arcus a e b,erit igiẗ linea g q,æqualis lineis g m & g l,quare p̄ 9.tertij,linea q m l,erit arcus circuli cuius centrū erit punctū g,erit ergo cōuexitas ipſius reſpectu centri g,nō reſpectu ſupficiei cōuexæ ſpeculi ſiue loci reflexionis,& q̄m curuitas arcus a b,reſpexit cōuexitatē ſupficiei ſpeculi ut cōcentrica ipſi ex hypotheſi,patet q̄d idē arcus eſt concentricus ſuæ imagini,ergo p 73.primi huius,patet q̄ imago æquediſtat arcui uiſo q̄m eſt ſemp in ſupficie incidentiæ,eſt em̄ ſemp imago cuiuslibet puncti in katheto ſuæ incidentiæ p 11.huius,oēs aūt katheti illius ſunt in ſupficie incidentiæ, patet ergo propoſitum.



XLVII.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali ſuperficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquediſtans arcui cuius eſt imago,niſi perpendiculari ducta à uiſu ſuper aliquem punctum uiſu arcus incidente.

Diſponantur omnia ut in p̄cedente theoremate, niſi quod diameter uiſualis quæ eſt d g, nō ſit erecta ſed oblique incidens ſuperficiei a b g, dico q᷑ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em̄ perpendicularis à puncto d, ſuper hanc ſuperficiem per 11. undecimi, cū itaq; illa perpendicularis ſit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc ſuperficiē per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc ꝑpendicularis uerſus punctū g, minor quolibet angulo uerſus punctū g, imaginato, quē continet alia linea à puncto d ad ſuꝑficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad ſuꝑficiem illam ducta quanto remotior erit ꝑpendiculari, tāto maior erit & maiorem angulum continebit uerſus g, quia minorem continet uerſus ꝑpendicularem ꝑ 21. primi, ſi ergo hæc ꝑpendicularis nō cadat in arcum a e b, ſed ultra ipſum, tunc erunt oēs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtem unā, & remotiores maiores & minorem angulū contingentes uerſus punctum g, ꝙ ꝓpinquiores perpendiculari. Si ergo ſumantur tria puncta in arcu a b, quæ ſint a c b, & finis contingentiæ puncti b, ſit l, & finis contingentiæ puncti b c, ſit m, palam ꝑ 44. huius, quia ex eo ꝙ punctum c, eſt ꝓpinquius uiſui d, ꝙ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, ꝙ punctus l, ſunt autē lineæ g b & g t, æquales ex hypotheſi, & per diffinitionē circuli, eſt ergo linea t m, maior ꝙ b l, ſit autem q imago puncti c, & ſit t imago puncti b, & ducatᷣ linea q t, & ducanᷣ lineæ t b & m l, quæ quidē ꝓductæ concurrent, quia ſi à puncto m ducatᷣ linea æquediſtans lineæ c b illa ſecabit ex linea g b, lineam æqualē ipſi m r, ꝑ ſecundam ſexti, eſt autē c m maior ꝙ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̄ per 9. huius, ꝓportio eſt lineæ g t ad g q, ſicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad c m, ſicut g q ad q m, & ſimiliter erit g b ad b l, ſicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cū lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ ſint proportionaliter diuiſæ, & à punctis ſectionū ducanᷣ lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā q᷑ linea q t, cōcurret cū linea c b, m l, & erit ipſarum concurſus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, ſit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demiſſior eſt puncto m, erit ut prius e n, linea minor ꝙ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, ſit ergo punctus concurſus p, & ducatur linea q p, & procedat donec ſecet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, uſq; ad lineam e g quā ſecet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus n, eſt demiſſior puncto m, quia punctum k erit ſuperius ꝙ punctnm f, & linea g q, minor erit ꝙ f g, patet aūt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, eſt ſicut lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentiæ eſt punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis ꝑ 5. quarti, circūſcriptus, nō erit aūt ille arcus æquediſtās arcui ſpeculi neq; arcui uiſo, qm̄ ut patet lineæ t b & q t, & f e, ſunt inæquales, ꝓpter q᷑ remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̄q; demonſtrandum ſi ꝑpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipſum, tūc em̄ ſimilis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpoſitū primū. Si uero ꝑpendicularis ducta à puncto d, ſuꝑ ſuꝑficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuerſis partibus ad arcū ductæ æqualiter diſtantes à ꝑpendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uerſus punctum g, & imagines ipſaꝝ æq̄liter diſtabūt à centro g, & fines contingentiaꝝ, ſimiliter imago itaq; æq̄diſtabit arcui a b, & arcui ſpeculi, qm̄ imago figurabitur ſuꝑ centrū ſpeculi q᷑ eſt g, & erit illis concentrica ꝑ 73. primi, hoc poteſt ꝓbari p̄dicto mō de utraq; parte arcus ꝑ ſe ſecundū q᷑ diuidiᷣ à ꝑpendiculari, ꝙ eius imago ſit linea curua modo p̄dicto æq̄diſtans arcui uiſo ꝓpter æq̄litatē lineaꝝ à centro ſpeculi & arcus uiſui ad loca imaginū ꝓductaꝝ, q᷑ eſt ꝓpoſitū. De imagine em̄ arcus a c poteſt ſecūdū p̄miſſa idem patere.

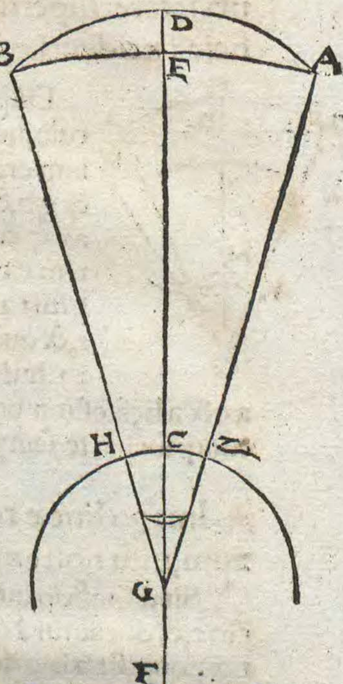


Imago

XLVIII.

Imago arcus ecentrici circulo, qui eſt cōis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi ſecundū mediū eius punctū propinquioris cētro ſpeculi uiſu exiſtente extra ſuperficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitatis ꝙ arcus eidem circulo ſpeculi æquediſtantis.

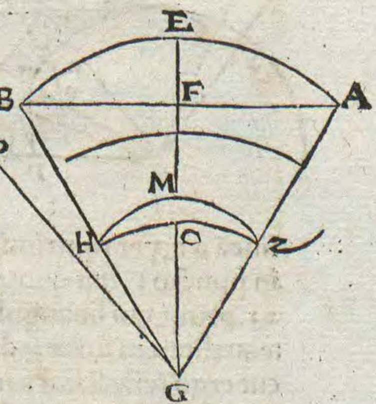
Eſto arcus uiſus b e a, circulusq; cōis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi arcus ſit h z, cuius centrū ſit g, ſitq; arcus b e a ecentricus arcui h z, ſint tn̄ iſti arcus in eadē ſuperficie, & ſit e medius pūctus arcus b e a, propinquior centro g, ſitq; uiſus extra ſuperficiem incidentiæ. Dico ꝙ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis ꝙ alterius arcus concentrici ipſi ſpeculo. Ducatur enim linea à centro ſpeculi quod eſt g, ad centrū arcus b a, quod ſit f, productaq; linea g e, palam per 7. tertij, quoniā ipſa eſt breuior oībus lineis à cētro g ad cētrū a d b ꝓductis, & qm̄ arcus b e eſt æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̄ linea g a æqualis eſt lineæ g b. ductisq; lineis g a, g b, ſecundū ipſaꝝ quantitatē deſcribatur arcus à centro g, palamq; per præmiſſa, qm̄ arcus deſcriptus ſecundū ſui pūctum mediū magis diſtabit ab arcu h z, ꝙ arcus b e a. Sit ergo deſcriptꝰ arcus b d a, & ducatᷣ linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifeſtum aūt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a eſt curua uiſu qualitercunq; ſe habente ad ſuperficiem reflexionis: puncta ergo cōia iſtis duobus arcubus, quæ ſunt a & b, habebunt imagines ſuas ſitas uniformiter prioribus: ſed tn̄ punctum d ſit remotius à centro g ꝙ punctū e, eius imago erit propinquior centro ſpeculi ꝙ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, eſt propinquior centro imagine puncti ſibi correſpondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a c b curuior imagine arcus a d b, & hoc eſt propoſitum. Et ſecundū hunc modum in alijs ſitibus arcuū & ſpeculoꝝ poteſt fieri demonſtratio, qn̄ uiſus nō fuerit in ſuperficie incidentiæ, ſed extra illam.



XLIX.

In ſpeculis ſphæricis conuexis uiſu nō exiſtente in ſuperficie lineæ rectæ æquediſtantis ſpeculo, imago uidetur curua.

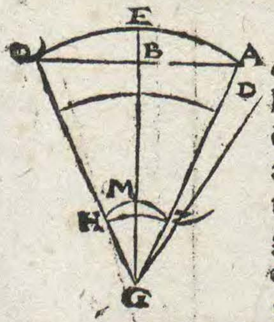
Sit linea recta uiſa a b, & ſit ſpeculi ſphærici conuexi centrū g, erit ergo ſuperficies incidentiæ a g b, extra quā ſit centrū uiſus quod ſit d, ſitq; linea a b æquediſtās ſpeculo, hoc eſt lineæ contingenti arcū circuli, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi ſecundum medium punctū illius arcus. Dico ꝙ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducanᷣ enim lineæ rectæ d g, à centro uiſus ad centrū ſpeculi, & lineæ g b, g a, à centro ſpeculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquediſtant ſpeculo, palā ꝙ ſunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus ſpeculo ſecundū quātitatem illarū lineaꝝ, quæ ſit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita ꝙ imago puncti a ſit z, & imago puncti e ſit t, & imago puncti b ſit h, & ducatur linea g e ſecans rectā a b in puncto f, palā ergo ꝙ punctus e eſt in eadem linea cū puncto f, ſed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro ſpeculi, ꝙ imago puncti f, cōmuni utroq; punctoꝝ quæ ſunt a & b, imagines ſunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aūt ꝙ linea z m h eſt linea curua, cū linea z t h ſit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū ordinen



dinentur secundum conuenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu arcus h m, patet ergo propositum, resectisq; lineis a f & b f æqualiter, eadē est demōstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.

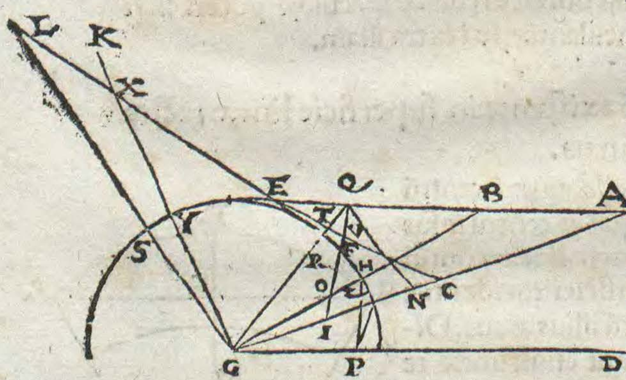


Disponantur omnia ut in præcedente, nisi q̄ linea a b nō æquedistet speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo q̄ lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q̄ g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, q̄ sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, qm̄ imago arcus a e est curua, pūctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq; z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet q̄ erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p̄ pūcta media arcus a e & a b, faciliter poterit ostēdi, patet ergo propositum, resecta quoq; linea a b, ex quacunq; sui parte semper eadē est demōstratio quæ prius.

L I.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conuexum, uisu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat speculum in puncto e, & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitq; ut supficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitq; sectio communis supficiei reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficiei speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficiei reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficiei speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectiōis. Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, est cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, est altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una supficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & p̄ducat̄ linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus



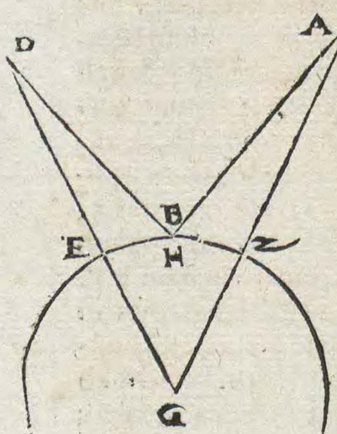
cus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Rescindat̄ ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatē lineæ g s, secabit necessario lineam f l, ideo quia linea g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa pūctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b, ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur pūctus k, & ad idem punctū à pūcto f, reflectetur pūctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma puncti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi q̄d est pūctū g, quoniā ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectētur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctū g cētrū speculi. Erunt ergo p̄ 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pūctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, si igit̄ ab illo puncto ducatur linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens â puncto s, quæ est f o, altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, q̄a ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, cētro speculi quàm punctū a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̄ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta. Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

L I I.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p̄ centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ puncti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

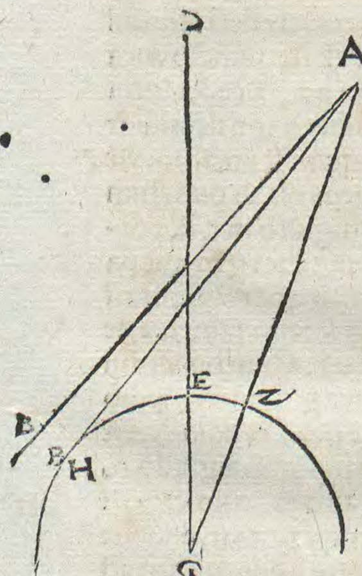
bz, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, ſicut in præcedente propoſitiõe præmiſſum eſt. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis uſq; ad punctum h, aut eſt æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmiſſa in præcedẽti arcus ille ſit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipſius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e tranſit per punctũ q, & ita linea m q, ſecat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, eſt in periferia circuli, & eſt punctũ unũ. Si uero arcus ille ſit minor arcu h e, ſecabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q, ſicut ſecet ipſam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, ſecabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; iſtorũ accidit iteretur probatio præmiſſæ, & eodem modo penitus probabitur, q̃ imago lineæ a b eſt curua, quod eſt propoſitum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãſiret centrũ circuli, q̃ eſt cõmunis ſectio ſupficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, cẽtro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, uel extra illã, non tamen in illa linea, ſemp uidetur recta.

Diſponentur omnia ut in præcedẽtibus, niſi quod hactenus locuti ſumus de paſſionibus harũ linearũ uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, & nunc uiſum ſupponimus qñq; eſſe in ſuperficie incidẽtiæ, qui ſit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, tranſiens ipſius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet ſuper g, centrũ ſpeculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipſa ſit in kateto ſuæ incidentiæ diſpoſita, apparebit in ipſa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, ſicut et ipſa linea a b producta, eſt linea recta, patet ergo propoſitum.

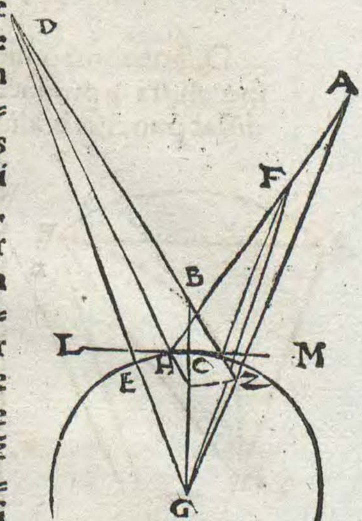


LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ, & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadẽ ſuperficie incidentiæ, ita q̊d declinatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, & ſit tangens ſuperficiem ſpeculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & ſit linea a b declinata ſuper circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uiſus d in ſuperficie incidentiæ, & ſit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua eſt uiſus, ut ſi uiſus ſit in parte dextra, declinet punctum a ad ſiniſtrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad ſuperficiem ſpeculi, dico q̊d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti poſſit aliquid ad uiſum, qui ſit h, & ſumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forſitan ſuper hanc lineam reflectionis d h, quod ſi fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, niſi ſecundum ſolum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui ſit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum ſectionis circuli e h z, per katetum a g quod ſit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut oſtenſum eſt in propoſitione 50. huius, producta ergo à centro uiſus ad centrum ſpeculi linea quæ ſit g d, ſecans circulũ e h z

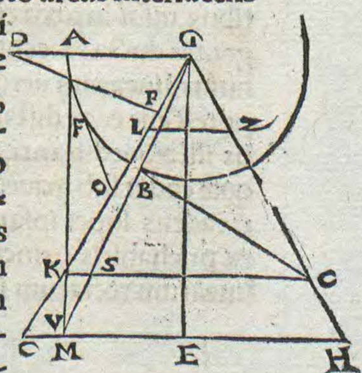
in puncto e, ſi ſumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uiſum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, ſed ille pũctus reflectitur à pũcto aliquo arcus h z prius aſſignati, qui eſt terminus lineæ ſuæ reflexionis, cum linea ſuæ reflexionis ſit ultra lineã reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uiſum à duobus punctis arcus ſpeculi, quod eſt impoſſibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpoſitam uiſui & ſpeculi. Item ſi aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia ſint in eadem ſuperficie incidentiæ, ſicut & centrum uiſus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum ſunt in eadem ſuperficie linea ergo incidentiæ ipſius pũcti ſecaret lineam incidẽtiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius ſectionis reflecteretur ad eundẽ uiſum d, à duobus punctis, ſcilicet, à puncto h. ſ. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum eſt impoſſibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus e h diſcooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius ſumpti, non tamen uidebitur, cum ſit in linea reflexionis quæ occultatur uiſui, per præcedentia puncta lineæ ſolidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uiſu ſic diſpoſito, ut præmiſſum eſt, patet ergo propoſitum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ ſit ad partem uiſus, ſiue ſit tangens ſuperficiem ſpeculi ſiue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, & ſumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio ſit ex parte uiſus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ poſſit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uiſum & ſpeculum & lineam d g, à cẽtro uiſus ductam ad centrum ſpeculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus ſumptum, hoc unum ſecabit lineam reflexionis, & punctus ſectionis reflectitur ad uiſum à duobus punctis ſpeculi, quod eſt impoſſibile. Si uero dicatur quod punctus ſumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui eſt ſub illa linea a b, hoc erit impoſſibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpoſitam uiſui, & ſpeculo abſcindente oẽs lineas reflexionum ſuorum punctorum, & præterea ſecundum hanc diſpoſitionem uiſus eſt ex parte anguli minoris lineæ oblique ſpeculo incidentis, reflexio uero ſolum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non eſt ergo poſſibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uiſum ſic ſituatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod eſt propoſitum.

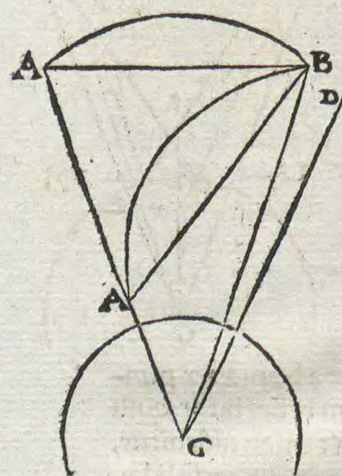


LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nõ tangentis ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi

uisu existente in superficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua.

Disponantur omnia ut in præcedentibus, sitq; linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita q producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliqualiter ab illa in aere existens, sitq; uisus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum p 16. tertij, quæ sit l o y, & super c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq; quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq; locus imaginis in linea f g, similiterq; forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineæ solidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis sectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ est res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi, unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & si taliter situetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius semper curua, quod potest ostẽdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uninersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo, impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum, illius imago nõ uidebitur in his speculis. Hæc autem quæ hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum, quoniam ille solum opponitur uisui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse equedistans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, similiter est conterminalis illi æquedistanti, & illa non uidebitur, similiter & conterminalis illi æquedistanti, quæ cadet sub æquedistante penitus occultabitur uisui, sed linea terminali æquedistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda, erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuæ.

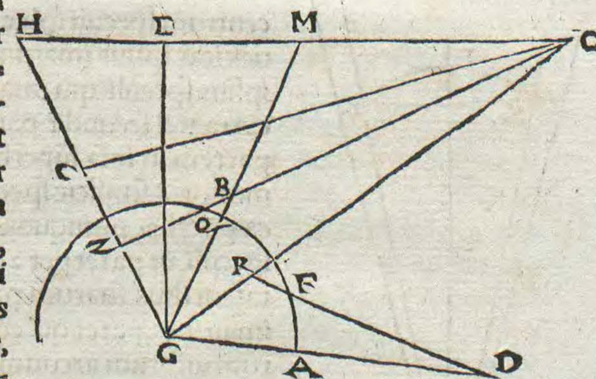


LVII.

Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum superficie speculi sphærici conuexi, sed æquedistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit

Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidẽ linea nõ cõcurrat cum circulo qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiei speculi ꝑpositi, & producat̃ linea h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturq; à puncto b, linea circulũ cõtingens, quæ secet lineã h g, super punctũ t, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiã linea g b, quæ producta necessario continet cũ linea h e. Si em̃ h e fuerit æquedistans d g, concurret quidam per secundã primi huius. Si uero d g concurrat cũ h e, multo fortius g b cõcurret cũ eadem p 29. primi huius, cõcursus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducat̃ quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sitq; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginũ. Similiter ducatur linea t s, copulãs fines contingentiarum, sit quoq; ut linea d g, secet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ sit a b, palã itaq;, qm̃ arcus a b, est minor quarta circuli, cũ uisus d uideat ex circulo minus medietate p 3. huius, q̃re angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igit̃ linea a u cõcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cõcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cũ per 17. huius, punctus m reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahat̃ ergo linea t s, donec cõcurrat cũ linea u a, cõcurret aũt per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cõcurret cum h m, per secundã, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto c, pũctus itaq; c reflectit̃ ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens speculũ usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior q̃ linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior pũcto k, sunt em̃ puncta k & o, fines contingentiarũ, producat̃ quoq; linea d f, usq; quo cadat super g c kathetũ, cadet aũt per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctũ r, & producatur linea z q, usq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̃ punctum l, est altius q̃ punctũ r, linea em̃ h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes aut concurrunt, sint primo æquedistantes, cum ergo hæ lineæ æquedistantes secent lineam c g i, super tria puncta c k l, & secent utrãq; lineaꝝ m g & h g, & cũ sit proportio lineæ h g ad h c, sicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cũ sit ꝑportio lineæ m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadẽ ꝓportio g e ad c k, q̃ g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, qm̃ r est imago puncti e, linea em̃ d f, est linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, est finis contingentiæ, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, q̃ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, q̃ g r ad r o, erit ergo econtrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, q̃ r o ad g r, est ergo minor proportio linea o r ad g r, q̃ k l ad g l, ergo coniunctim p 15. primi huius, minor ꝓportio est o g ad r g, q̃ k g ad l g, sed k g est minor q̃ o g, ergo per 8. quinti, l g est minor q̃ r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q r, est linea curua, ergo imago lineæ h e, est curua, erit ergo probare quod, imago lineæ



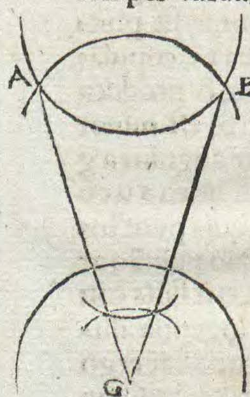
 h e rectæ

h e, rectæ ſit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non ſunt æquediſtantes, concurrãt ergo, & erit cõcurſus, aut ex pte d, aut ex parte h, ſit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, eſt ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonſtratione completa ut prius, hoc ergo eſt propoſitum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius ſuperficie incidentiæ fuerit centrum uiſus imago ſenſibiliter apparens intra ſpeculum ſphæricum conuexum uidetur ſemper curua.

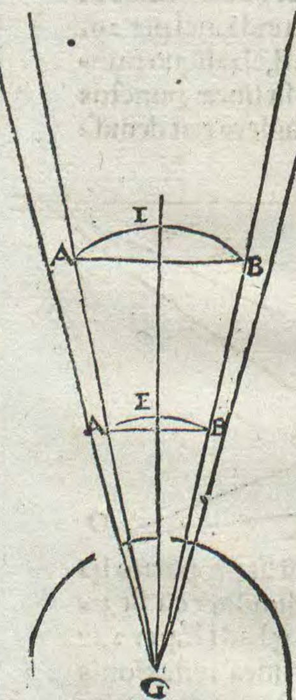
Sit arcus uiſus a b, & ſit centrum ſpeculi punctum g, & centrũ uiſus pũctum d, ſitq; hoc centrum uiſus in ſuperficie incidentiæ, quæ eſt a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet ſemper curua, qa ſenſibiliter intra ſpeculũ uidet, ducatur ẽm corda a b, palamq; ex præmiſſis ꝓpoſitionibus, qm̃ imago cordæ a b, ſecundum omnem ſui ſitũ, reſpectu ſpeculi uidet ſemper curua, niſi ſolũ tunc qñ ipſa ſit in katheto ſuperficiei incidentiæ unius ſuæ extreminatis, ut cum ipſa eſt perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem pertranſiẽs eius centrum, tunc ẽm ipſius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, eſſe ĩ katheto incidẽtiæ ſuaꝝ extremitatum eſt impoſſibile, cũ quilibet ſuoꝝ punctorum diuerſum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ uidebit imago arcus taliter diſpoſiti in linea recta, qm̃ ſemp loca imaginũ diuerſoꝝ punctorũ in diuerſis ſunt kathetis, curuitas uero imaginis poteſt faciliter concludi ſecundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis uſi ſumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propoſitum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipſarum eſt intra ſpeculum ſphæricũ cõuexũ uel extra ipſum, conuexitati arcuum ſit contraria ſecundum ſitum.

Eſto qđ arcus a b reſpiciat ſecundũ ſui concauũ uel conuexum centrum ſpeculi ſphærici conuexi, qđ ſit punctum g, dico quod cõuexitas ipſius imaginis erit contraria ſecundum ſitum conuexitati ipſius ſpeculi, qm̃ imago totaliter eſt intra ſpeculum, uel totaliter extra, uel ſecundũ partem intra, ſecundũ partem extra, & ſecundũ partem in ipſa ſuperficie ſpeculi, loca ẽm imaginum punctoꝝ remotioꝝ à ſupficie ſpeculi fuerint ꝓpinquiora centro ſpeculi, & loca pũctoꝝ ꝓpinquoꝝ ſpeculi ſuperficiei fuerint remotiora à centro ſpeculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem ſitus ſuarum partium à continuitate rerum, quaꝝ ipſæ ſunt imagines, patet qđ conuexitas ipſarum imaginũ conuexitati ipſorum uiſorum arcuum ſit contraria ſecundum ſitũ, prout etiã oſtendimus per 43. huius, patet ergo propoſitum.



LX.

Imaginum curuarũ eiuſdem arcus uiſi remotioris à centro ſpeculi ſphærici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus, cuius punctus medius ſit e, & cuius arcus imago ſit curua, & eius corda ſit a b, linea recta, ſitq; centrum ſpeculi g, dico quod accedente linea a b ad ſpeculum, imago eius ſit minoris curuitatis, & recedente ipſa ſit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad ſuperficiem ſpeculi, angulus a g b, fit maior, & recedente ipſa angulus a g b, fit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro ſpeculi fit propinquior centro ſpeculi, & imago eiuſdem approximantis ſpeculo fit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis ſemper ſunt in

kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro ſpeculi plus coanguſtatur, & approximatis plus ampliatur, & ſecundum hoc ipſius curuitatis modus uariatur modo propoſito, quoniam ipſius remotioris à centro ſpeculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, qm̃ ipſa ſemper ſit pars circuli maioris in acceſſu ad centrum ſpeculi, & ſit pars circuli minoris in receſſu à centro, & ſecundũ quantitatem acceſſus illius & receſſus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo ꝓpoſitum.

LXI.

Omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens ſemper apparet conuexa.

Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a g, ſit centrum uiſus e, & ſit linea recta uel curua uiſa d h, in qua ſignentur puncta b & q, ſitq; ut loca imaginum iſtorum punctoꝝ ſint in ſuperficie ipſius ſpeculi lineis incidentiæ exiſtentibus ipſis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoq; reflexionis exiſtentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearũ reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, palam per 72. primi huius, qm̃ ipſa tranſibit centrum ſpeculi, ergo per 8. ſecundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuiſſima omniũ linearum illarum reflexionis, & illi ꝓpinquiores ſunt remotioribus breuiores, patet ergo, qm̃ illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipſius propinquior eſt uiſui, & aliqua remotior: idem quoq; accidit, ſi nulla illarum linearum reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, qm̃ ducta perpendiculari linea à puncto e, ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus ſunt longiores, & ſic iterũ imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ eſt d k, occurrens uiſui in ſuperficie ſpeculi uidetur ſemper curua, & qm̃ eodem modo eſt demonſtrandũ de qualibet imagine apparẽte in ſuperficie ſpeculi, patet ergo propoſitum.

LXII.

Imago lineæ curuæ ſecundum eius concauitatem reſpicientis ſuperficiẽ ſpeculi ſphærici conuexi nonnunq̃ uidetur recta.

Sit linea curua a b c, oppoſito ſpeculo ſphærico conuexo ſecundum ſui partem concauam, dico quod nonnunq̃ imago ipſius poteſt uideri linea recta, ducatur ẽm eius corda recta linea quæ ſit a b, palam per plures præmiſſarum propoſitionum lib. huius, qm̃ in aliquo ſitu imago ipſius lineæ rectæ uidetur curua curuitate reſpiciẽte centrũ ſpeculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ ſunt a & c, uidẽtur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipſi curuæ imagini lineæ rectæ ſic ſubtendi corda intra ſpeculum, Si itaq; hoc accidit, quod eſt poſſibile, ſicut curuitas ipſi9 arcus quæ eſt a b, ſit ſimilis curuitati imaginis ipſius cordæ, ita quod eius ſitus uerſi hinc inde ſint ſimiles, palã per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta ſubtenſa per modum cordæ ipſi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipſius curuæ lineæ a b c, quod eſt propoſitum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmiſſa proxima dictum eſt, omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens, ſemper uidetur conuexa centrum ſpeculi reſpiciens ſecundum eius concauitatem, & eiuſdem arcus imago cadens intra ſpeculum reſpiciat centrum ſpeculi ſecundum ſui concauum, cũ ergo non eatur ab extremo in extremum ſine medio in huiuſmodi reflexionibus & ſuperficiebus partium eiuſdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo ſitu habeat diſpoſitionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem ſitum tamen & uiſus & rei uiſæ & ſpeculi perquirere



eſſet

esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut intersectione duoꝶ circuloꝶ inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quã ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua: & qđ ostendimus de lineis, accidit etiã in ipsis superficiebus planis cõcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsaꝶ. Si autẽ ꝓponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cũ ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nõ eñ bene discernit curuitas nõ magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nõ bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarũ opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia eñ diuersaꝶ sphæricaꝶ superficierũ diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autẽ centra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersoꝶ punctoꝶ in partes diuersas protrahantur, & qñ à tota superficie fit reflexio, & pũcta reflexa, secũdũ loca diuersificant, nõ secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctoꝶ aggregat & unit suaꝶ ptium recipit inordinatũ situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & fit extensio uniformis aliquaꝶ suaꝶ partium secundum uniformem extẽsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secũdũ q̃d partes aliquæ supficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.

LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrũ uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta anguloꝶ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdẽ punctis, ut in puncto g, linea s k, & qñ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam p 20. quinti huius, qñ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt est qđ ꝓponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam eñ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti & diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unq; puncto possunt concurrere, sed disperguntur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq; corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combustibile possunt incẽdere, ut reflectũtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculoꝶ cõpositione posset aliqđ huiusmodi effici, ita ut à quolibet illoꝶ speculoꝶ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctũ, cũ alioꝶ speculoꝶ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radioꝶ uirtutis. Hæc aũt speculoꝶ compositio plus esset difficilis q̃ utilis, unde tali operi nos nõ dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



ORdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphæricorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnariũ & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ speculoꝶ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istoꝶ speculorum ex figuris illoꝶ præmissoꝶ speculoꝶ aliqualiter cõponunt. Speculũ eñ columnare cũ sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qñ pyramis fit ex transitu rectanguli, quod uno suoꝶ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝶ rectum angulũ continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousq; ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumq; ergo istoꝶ speculoꝶ, quia ex motu linearũ rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculoꝶ figuras cũ circulariter circũferuntur, in tñ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quaꝶ origo est circulus, cõmuniter cõsequũtur, & hoc maxime in speculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istoꝶ speculoꝶ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum, & motus accidũt in illis, hæc ergo specula posteriorẽ ordinẽ recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quàm de quibuscunq; cõcauis & sphæricis, propter simplicitatẽ passionũ speculoꝶ cõuexoꝶ respectu concauoꝶ, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

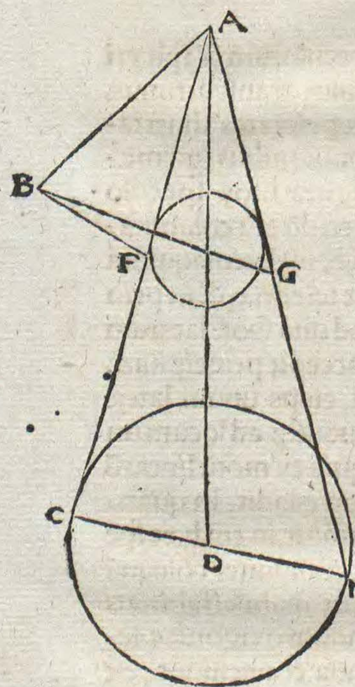
Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ꝓpositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quaꝶcũq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicit kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum lineaꝶ reflexio ꝓcedit. Finis cõtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetoꝶ secat lineã in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineã ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cẽtro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

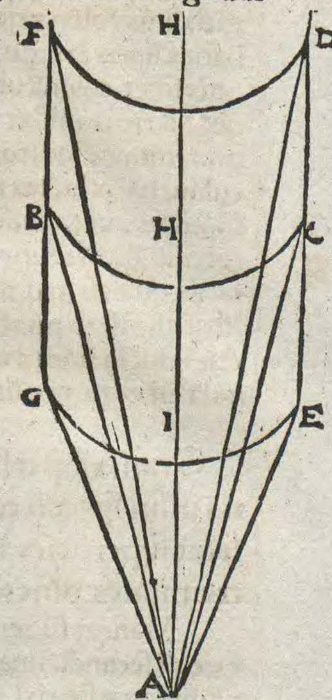
Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundũ acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper enĩ ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autẽ ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroqꝫ propoſitorum ſpeculorum, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitũ in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaqꝫ ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrũ baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cõcurratqꝫ linea b a, à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeũtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducant̃ duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaqꝫ quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget, & ſimiliter oſtendẽdũ eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniẽs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.



II.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

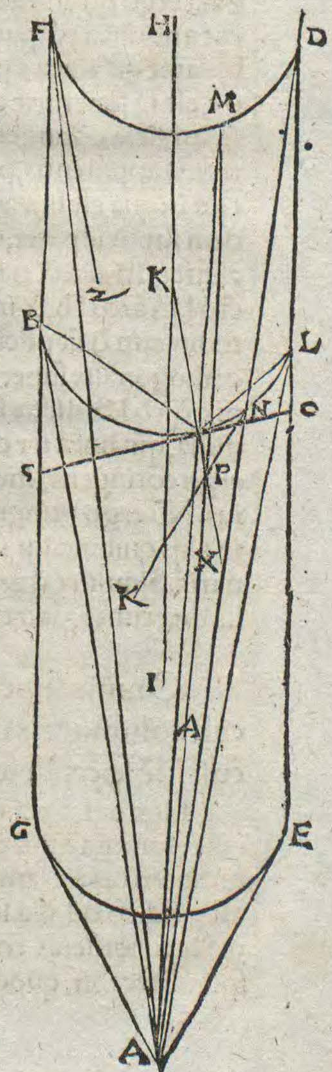
Verbi gratia, Sint conuexo ſpeculo columnari quod ſit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g, ſintqꝫ illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa, & per 78. quarti huius, & ſit centrum uiſus a, productiſqꝫ lineis a d, a f, a g, a e, erunt ſuperficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ ſuperficies cõtingent columnam. Si enĩ dicatur qđ altera ipſarum ſecat columnam, ut ſuperficies a d e, planum eſt quod illa ſectio erit ſuper lineam longitudinis d e, in qua cadit illa ſuꝑficies, & ſimiliter erit ꝓcedere ſi ſuperficies a f g, ſecet columnam, & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo ut ſuperficies plana pertranſiens centrum uiſus ſecet columnam æquediſtanter baſibus, eritqꝫ per 100. primi huius, ſectio communis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c, hæc ergo tranſit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnæ, ſecabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, qꝫ ſit illud quod ſub lineis circulum b c, contingentibus à centro uiſus puncto, ſ. a, ductis continetur, qđ eſt contra ea quæ declarata ſunt in 51. quarti huius, & ſimiliter de baſibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas, quod eſt cõtra hypotheſim. Eodem modo quoqꝫ eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandum, & ſequitur idem impoſſibile, q̊d prius per 84. quarti huius, quod eſt contra hypotheſim, patet ergo propoſitum.



III.

Communis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ cõtingentiũ ſpeculũ columnare conuexum, eſt linea tranſiens centrũ uiſus æquediſtanter axi illius ſpeculi.

Quod hic ꝓponit̃, eſto enĩ axis ſpeculi columnaris conuexi h k i, & baſis ſuperior columnæ circulus f d, cuius centrum ſit h, & inferior baſis circulus g e, cuius centrum i, & communis ſectio alicuius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi columnaris ſit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaqꝫ axis h i, qui orthogonaliter eſt ſuꝑ baſes, ut patet per 95. primi huius, ſit etiã orthogonalis ſuꝑ circulũ b l, per 100. & ꝑ 23. primi huius, & per eadẽ ſint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales ſuꝑ circulũ b l, ſuperficies ergo contingentes columnam ſecundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt ſuꝑ circulum b l, per 18. undecimi, ergo & ſuper ſuperficiem reflexionis ſecantẽ columnam ſecundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis ſectio illarum ſuperficierum contingentium columnã orthogonaliter erit ſuper illam ſuperficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum ſuperficierum cõmunis ſectio æquediſtans erit axi columnæ q̃ ſuper eandẽ ſuꝑficiem eſt orthogonaliter erecta, ſecant aũt illæ ſuperficies ſe in centro uiſus, qm̃ centrum uiſus in omnibus illis exiſtit, ut patet ex hypotheſi de ſuꝑficiebus planis ſpeculum ꝓpoſitum cõtingentibus, & de ſuꝑficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo ꝓpoſitum.



IIII.

Ad quodcunqꝫ pũctum ſignatũ in ſuperficie apparente ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uiſus ducatur linea recta, illa ꝓducta neceſſario ſpeculũ ſecabit.

Sit diſpoſitio omnimoda p̃miſſæ, ſigneturqꝫ in apparente uiſui portione ſpeculi, qđ eſt e d, f g, punctus q, & ꝓducat̃ linea a q, dico quod

eo quod linea a q, ꝑducta neceſſario ſpeculũ ſecabit, ꝑducatur ẽm à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ ſit q m, per 101. primi huius; hæc itaqꝫ linea erit æquediſtans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoqꝫ ut ſuperficies aliqua reflexionis ſecet colũnã ultra punctũ q, ſecũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m neceſſario tranſibit per circulũ ſectionis, qui eſt b l, ſecans ipſum in pũcto, ſit ergo illud punctum p, ducaturqꝫ linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uiſus a, ad circulum b l, ꝑductas illũ cõtingentes, quæ ſunt a b & a l, palã q̃a ſecabit circulũ, ergo etiã ſupficies à cẽtro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ꝑtenſa, in qua ſunt lineæ a p & a q, ſecabit ſpeculũ, q̃a illa ſuperficies ſecabit ſupficiem columnaris ſpeculi ſecundũ lineã longitudinis, quæ eſt m q, palã ergo q̃m linea a q, ꝑducta ſecabit ſpeculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in ſpeculis q̃qꝫ pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonſtrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunqꝫ in illius ſpeculi ſupficie datũ, palã eſt ergo ꝓpoſitũ.

V.

Omnis ſuperficies plana in aliqua linea longitudinis ſuperficiei apparentis uiſui ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens ſpeculum, ſecat ſuperficies à uiſu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omneſqꝫ illæ ſuperficies inter uiſum & ſpeculi ſupficiẽ extendunt.

Maneat ſuperior diſpoſitio, cõtingatqꝫ aliqua ſupficies plana ſupficiẽ apparentẽ ſpeculi ſecundũ lineã longitudinis, q̃ eſt m o, ꝑ 95. primi huius, ducaturqꝫ ſupficies reflexionis quæ ſit a b l, & in ea ꝑducat̃ linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ ſit s p t, palã ergo qđ linea s p t, ſecabit lineas a b & a l, ducat̃ ẽm linea p l, quia ergo linea s p t, ſecat angulũ a p l, patet ꝑ 29. primi huius, q̃m ipſa ſecabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qđ linea s p, ſecabit lineã a b, palã ergo, q̃m lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, eſt in ſuperficie cõtingente columnã ſecundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l eſt in ſupficie cõtingente columnã ſecundũ lineã longitudinis d e, quæ eſt extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝓpoſitũ primũ. Sed & oẽs tales ſupficies, qualis eſt ſupficies in qua eſt linea s t, inter uiſum & ſpeculi ſupficiẽ, & nõ extendunt̃, & de ſpeculi quidem ſupficie patet, qđ ſint illæ ſupficies cõtingentes ipſam ſpeculi ſuperficiẽ, & non ſecantes illã, ſed & patet de centro uiſus. Sit ẽm punctũ n, ꝓximũ punctũ ſignabile ſub puncto l, in arcu l b, & imaginet̃ aliqua ſupficies cõtingens ſupficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ ſit pũctus n, hoc ergo neceſſario ſecabit ſupficiẽ reflexiõis q̃ eſt a b l, q̃m eſt orthogonalis ſuper illã per 18. undecimi. Sit itaqꝫ per tertiã undecimi ſupficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ ſuperficiei cõmunis ſectionis linea recta, q̃ ſit n r, palam ergo per præmiſſa, q̃m linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, ſed punctũ n demiſſius eſt puncto l, ergo cõtingens linea quæ n r, erit demiſſior linea cõtingente q̃ eſt a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝑtinget linea n r, ad punctũ a centrum uiſus. Eodẽ modo demonſtrandũ in alijs quibuſcũqꝫ ſuperſciebus taliter cõtingentibus ſupficiem apparentẽ ſpeculi columnaris. Similiter q̃qꝫ demonſtrandũ eſt de ſupſciebus cõtingentibus ſpecula pyramidalia quæcunqꝫ, patet ergo propoſitum.

VI.

Omnis ſuperficies reflectionis in qua ſunt linea contingens baſem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiuſdem ſpeculi idẽ ſpeculũ ſecundũ lineam ſuæ longitudinis neceſſario eſt cõtingens.

Hoc patet per modũ ſecundæ huius, q̃m eadem huius & illius eſt demonſtratio. Sit ẽm reſumpta figura p̃cedẽtis ſupficies reflexiõis g a f, in qua ſit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ eſt g f, dico q̃d illa ſuperficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si detqꝫ illa ſuperficies columnam uel pyramidem ſpeculi ſecet, tunc et linea z f, baſem illius ſpeculi ſecabit, quod eſt contra hypotheſim, palam ergo propoſitum.

VII.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante, cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſuperficiei apparentis ſpeculi erit linia longitudinis ſpeculi, & ſi illa communis ſectio ſit lineæ lõgitudinis ſuperfiices reflexionis ſecat ſpeculum per axem.

Sit ſpeculũ columnare conuexũ, cuius axis ſit h i, cuius ſuperficies apparens uiſui ſit e d f g, ſitqꝫ a centrũ uiſus, & b punctũ uiſum, ſecetqꝫ ſupficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, neceſſario ſunt pũcta a & b, ipſum ſpeculũ ſecũdum axem h i, dico qđ cõmunis ſectio illius ſuperficiei reflexionis & ſupficiei e d f g, eſt linea longitudinis ſpeculi, q̃m enim per 93. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſupficiei totius colũnæ ſpeculi eſt quadrangulũ rectangulum ſub duabus lineis longitudinis & duabus diametris baſiũ columnæ contentũ, cum ſuperficies reflectionis tranſeat per centrum uiſus, cui directe in ſpeculo opponitur ſuperficies apparẽs uiſui, per primã huius, patet quod cõmunis ſectio illarũ duarũ ſuperficierũ, erit linea una longitudinis, quæ eſt unũ latus illius trianguli, quod eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei totius columnæ. Sic quoqꝫ patet per 90. primi huius, de ſpeculo pyramidali, q̃m cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei conicæ ſpeculi uiſui apparentis, ſit unum latus illius trigoni, quoniã eſt communis ſectio huius planæ ſuperficiei, & totius ſuperficiei ipſius pyramidis ſpeculi, quod eſt una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propoſitum.

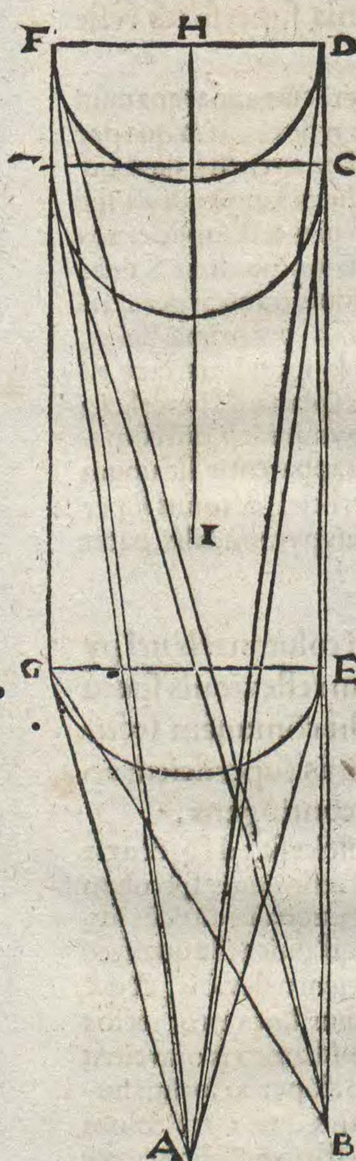
VIII.

Omnium ſuperficierum planarum ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica ſuper ſuperficiem reflexionis ſpeculum ſecundum axem ſecantẽ, eſt erecta, ut quæ ſecundũ cõmunem ſectionem illius ſuperficiei & ſpeculi lineam, ſcilicet longitudinis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia diuidentem ſpeculum eſt contingens.

Sit ſpeculum columnare conuexũ, cuius apparens uiſui ſuperficies ſit, e d f g, & axis h i, ſitqꝫ centrum uiſus punctum a, & communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecantis & ſpeculi, ſit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs ſupficiẽ e d f g, cõtingatqꝫ ſupficiẽ ſpeculi ſupficies planæ q̃tcũqꝫ, dico qđ unica illa quæ ſecũdũ lineã longitudinis m o ſpeculũ cõtingit, erecta eſt ſup illã ſupficiem reflexiõis, & qđ oẽs aliæ ſuper ipſam ſunt obliquatæ, ut enim patet ꝑ 92. primi huius, linea m o, rectos eſt angulos cõtinens cũ ſemidiamitris baſiũ colũnæ & ſimul cũ ſemidiametris oĩm circulorũ baſibus illis æquediſtantiũ ſecantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoqꝫ per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles ſunt ſemꝑ ipſam ſupficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ neceſſario trãſeũt per axẽ ſpeculi, oẽs uero illæ ꝑpendiculares cadunt in ſuperficie ſpeculũ ſecundũ axẽ ſecante, ergo per diffinitionẽ illa ſuperficies contingens eſt erecta ſup ſuperficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ, aliter enim illæ ſuperficies contingentes ſe neceſſario interſecarent, ſi ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, eſt communis ſectio illarum ſuperficierum, duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod eſt impoſſibile, non eſt ergo aliqua illarum ſuperficierum ſpeculum contingentium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta, niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingens, & eodem modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari, patet ergo propoſitum,

IX.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquediſtanti baſibus columnæ, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ.



Eſto columnare ſpeculum conuexum, cuius axis ſit h i, & baſis ſuperior circulus f d inferior baſis circulus g e, & ſit cētrum, uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, ſitq́ʒ ſpeculum directæ uiſui oppoſitum, ut proponitur, dico quod quoniam ſuperficies reflexionis quæ ſit a b c z, ſecabit ſuperficiē propoſiti ſpeculi, taliter quod communis ſectio quæ ſit c z, erit circulus æquediſtanter baſibus ſpeculi, hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100. primi huius. uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uiſu contingentes ſpeculum, quæ ſint a z & a c, ſintq́ʒ z & c puncta contingentiæ oppoſita adinuicem in eadem ſuperficie, & ab utroqʒ illorum punctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g, & quoniam linea d c, eſt æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypotheſi & per 25. primi huius, propter æquediſtantia baſium ſpeculi & ſuperficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi, æquediſtabit arcubus baſiū, quæ ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquediſtantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdem ſunt ſuperficiebus, erunt æquediſtantes & ſunt circulares, quoniam ſunt æquediſtantes in eadem ſuperficie columnari, patet ergo propoſitum.

X

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis ſuperficie reflexionis oblique axi ſpeculi incidente, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit oxigonia ſectio.

Eſto ut in præmiſſis ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i, & ſuperficies eiūs apparens uiſui ſit e d & f g, ſitq́ʒ centrum uiſus punctum a, & punctus rei uiſæ b, ſecetq́ʒ ſuperficies reflectionis ſpeculum oblique tranſaxem, ſcilicet non æquediſtanter baſibus columnæ, dico quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxigoniæ ſectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet ꝗ omnis ſuperficiei ſecantis columnā uel pyramidem tranſaxem non æquediſtanter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulum eſſe, eſt impoſſibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis ſuperficies plana nō ſecet pyramidē uel columnam, ſecūdū axis longitudinem, patet ꝗ communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ plana eſt & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neqʒ linea longitudinis, erit ergo pars ſectionis oxigoniæ, quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam ſectionem in 98. primi huius, patet ergo propoſitum,

XI.

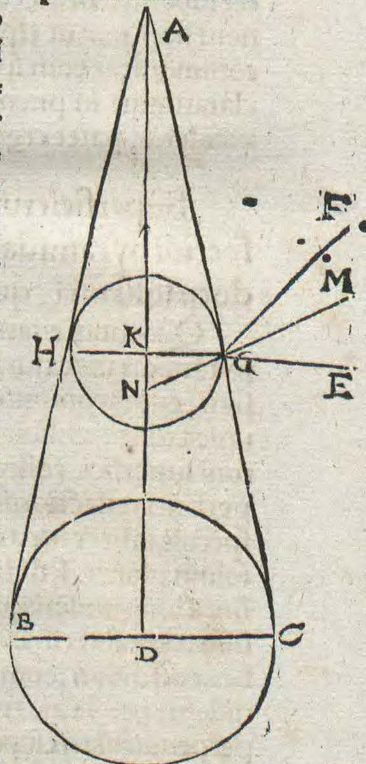
Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cōtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æquediſtantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionē ſuperficierū erectarum ſuperficierum ſunt ſuperficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cōuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq́ʒ axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq́ʒ centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pūcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto quod reflectatur forma puncti f, ad uiſum e à puncto ſpeculi g, ſitq́ʒ circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq́ʒ per 100. primi huius, circulus g h æquediſtans baſi b c, producatur ergo à pūcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis oblique ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquediſtantis baſi nō orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingētem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliꝗ puncto axis, qui ſit punct9 n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulū g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendiculauis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo ꝙd formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio à puncto ſpeculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculū in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq́ʒ rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis, impoſſibile eſt reflexionẽ fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctus rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus, quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝑpendicularis ſuper illũ circulũ per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiẽ reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pũctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſuꝑficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliũ acciderit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quãdoq; ſolũ unã, quandoq; plurimas ad eundẽ uiſum poſſibile eſt applicari.

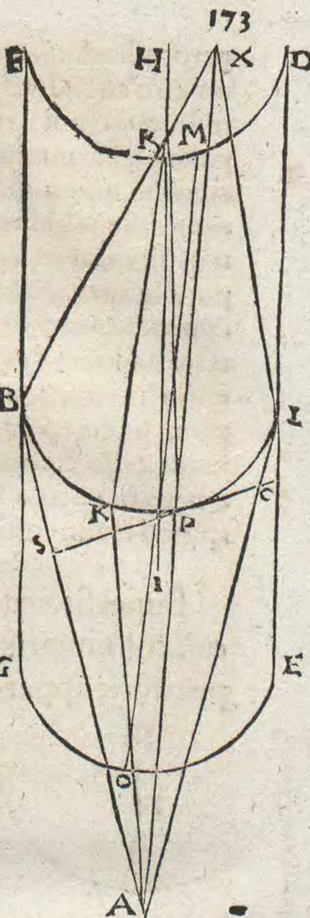
Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tũc ſolũ unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis ſit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniã quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itaq; per 6. huius, quoniam ſuperficies

perficies reflexiõis taliter ſecans ſpeculũ columnare uel pyramidale ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi e d f g, uiſui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, q̃d illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ſi ergo in linea m o ſignetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in ſuperficie ſpeculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquediſtantẽ baſibus, qui ſit b l, erit quoq; linea a p ꝑpendicularis ſuper lineam t p s, quoniam ducitur in ſuperficie ſuper illam ſuperficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x, ducãturq; lineæ a b & a l, quæ ſunt æquales per 58. primi huius, copulentur quoq; ſemidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula per 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, ſed arcus l p b, eſt æquediſtans baſibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparentem æquediſtant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & per 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia baſis columnæ, eſt autem linea m o in ſuperficie reflexiõis, palam ergo quod illa ſuperficies reflexionis diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia, & quoniam in ſpeculo pyramidali ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies reflexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XVI.

Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt lineæ longitudinis illius ſpeculi.

Sit diſpoſitio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti, eſt linea longitudinis ſpeculi, niſi ſolum ſuperficie reflexionis columnam per axem ſecante per 7. huius, in hoc autem ſitu ſuperficies reflexionis quæ eſt a h i, ſecat ſuperficiem e d f g apparentem uiſui per duo æqualia, ut patet per præmiſſam huius, aut ſuperficies tranſiẽs per axem h i, eſt unica, patet q̃d huius ſolius & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio, eſt linea longitudinis ſpeculi. Si autem dicatur quod & illa ſuperficies reflexionis eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi eſt linea longitudinis ſpeculi, ergo per 7. illa ſuperficies ſecat ſpeculum ſecundum axem h i, ducatur ergo in illa ſuperficie linea à centro uiſus ad axem h i, quæ ſit a r k, & ducatur in propoſita ſuperficie reflexionis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia ſecante linea a p k, palam ergo quod iſtæ duæ rectæ includent ſuperficiem, quod eſt impoſſibile, patet ergo pro poſitum. Vnica em̃ poteſt imaginari ſuperficies in qua ſunt axes columnæ & centrum uiſus & punctus rei uiſæ, & non plures.

XVII.

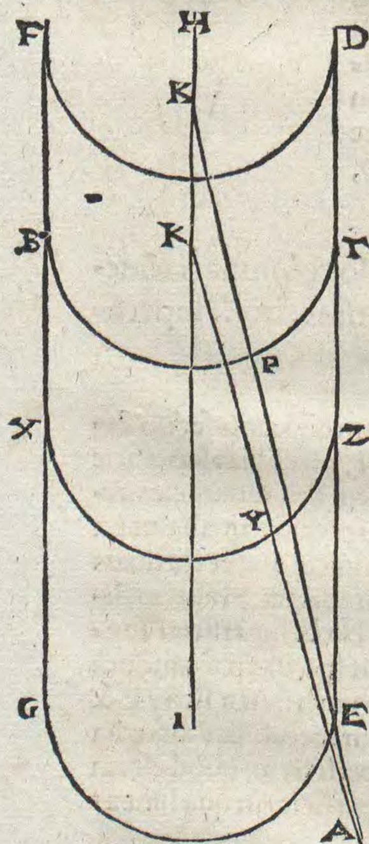
Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari conuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, ſit circulus, quia ergo in omni tali ſuperficie reflexionis linea

perpendicularis erecta ſup ſuperficiē cōtingentem ſpeculū in puncto reflexionis eſt diametro circuli baſibus columnæ æquediſtantis,& nō poteſt eſſe in ſuperficie columnæ niſi unus circulus æquediſtās baſibus colūnæ, quæ cū centro uiſus ſit in eadē ſuperficie, palam quia omniū ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cōuexo ad eundem uiſum factarum unica eius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi,eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ. Si em̄ dicatur quod ſint plures, ſit communis ſectio unius illarum ſuperficierum & ſuperficiei ſpeculi linea quæ ſit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum ſint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uiſus ad illa puncta, palam ergo per æquediſtantiam baſium ad iſtas,quoniam in trigono a k r duo anguli ad baſem k r, ſunt recti,linea enim h r,cum ſit pars lineæ h i axis columnæ, ſicut eſt recta ſuper baſes columnæ p 92. primi huius,ita & ſuper ſuperficies circulorū illis baſibus æquediſtantiū per 23. primi huius,ergo & ſuper diametros illorum circulorū eſt perpendicularis,ſunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r eſt perpendicularis ſuper ambas lineas a k & a r,quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt ſectio oxigonia, plures ab eadē portione apparenti ſpeculi ad eundem uiſum eſt poſſibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ ,quæ ſupra in 15. huius, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis tranſeuntis per axem h i, linea m o, & cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis æquediſtantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis ſuperficiei columnaris m p b & m p l, poteſt fieri reflexio ad uiſum a ſecundū partes ſectionis columnaris,quia enim ad quodlibet illorum pūctorum poteſt alius punctus rerum uiſarum incidere,patet quod ad quemlibet illorum punctorū fieri poteſt reflexio ad uiſum per primam huius,manifeſtum eſt ergo quod partes illarum ſectionum columnarium uel pyramidalium poſſunt eſſe infinitæ,quarum quælibet ſecundum lineam perpēdicularē ſuper axem ſecat columnam uel pyramidem ſpeculi, ut patet p 104. primi hui9 ,patet ergo ppoſitū.

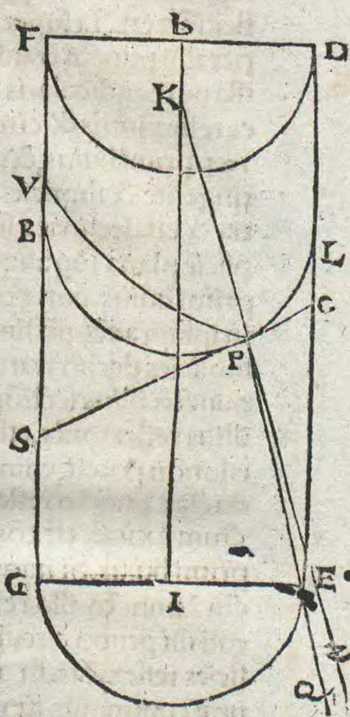
XIX.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi,à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uiſum,ſemper fit in eadem ſuperficie.

Signata ut in præmiſſa 15. huius , ſuperficie reflexionis circuli ut proponitur, q ſecet ſuperficiem ſpeculi ſecundū lineam m o,dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uiſum,ſemper omnes lineæ reflexionis erūt in eadem ſuperficie a m o . quoniam enim in ſuperficie a m o,eſt per 7. huius, axis h i & unica ſuperficies contingens ſpeculum in illa linea m o, erecta eſt ſuper ſuperficiem reflexionis,ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o,ſumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, ſemper erit in eadem ſuperficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem ſuperficiem columnæ ſecundum illam lineam m o , quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta eſt perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum ductam in ſuperficie columnam contingentem, ſuperficies ergo m o,h i , eſt erecta ſup ſuperficiem in linea m o ſpeculū contingentē, ſed centrum uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandem ſuperficiem , quoniam in ſuperficie una eſt centrum uiſus & linea m o & axis ſpeculi h i, ut patet per præmiſſa, una ſola autem ſuperficies eſt orthogonalis ſuper illam ſuperficiem contingentem ſecundum lineam m o, quoniam dato oppoſito contingeret duas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere,quod eſt impoſſibile per 13. undecimi,omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ ſunt in una & eadem ſuperficie,quod eſt propoſitum.

XX.

Sectione communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, exiſtente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, ſemper fit in eadem ſuperficie.



Fiat figuratio ut in 17. huius , & ſignetur quodcunq; punctū placuerit in circulo b p t,palam, quoniā ſemper ſemidiameter illius circuli,ducta à pūcto k,cētro illius circuli b p t, erit perpēdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in illo puncto reflexionis dato , erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra ſuper ſuperficiem contingentem columnam in eadem ſuperficie conſiſtens tota per primā undecimi. Eſt aūt illa ſupficies educta extra columnam ſuperficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium eſt in ſuperficie illius circuli, & punctum uiſus quod eſt a , ſimiliter eſt in eadem ſuperficie, in hac ergo ſola ſuperficie erit reflexio cuiuſcunq; puncti rei uiſæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis ſuæ uiſæ, quod eſt propoſitum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pūcto reflexionis ſuper ſpeculi columnaris conuexam ſuperficiem erecta producta intra ſpeculum , eſt diameter circuli æquediſtantis baſibus columnæ, & econuerſo.

Sit diſpoſitio figuræ ut prius , Sitq; pūctum reflexionis p, ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis uel circulus uel ſectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in eodem puncto p, quæ ſit p q, dico quod linea p q intelligatur produci intra ſpeculum quod ipſa cadet in punctum k, quod eſt centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia ſi detur quod non , cum conſtet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem eſſe ſuper lineam s t, cōtingentem circulum b p l, in puncto p , & ex conſequenti ſuper ſuperficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, eſt linea s t, cum & linea q p ſit perpendicularis ſuper eandem lineam & ſuperficiem in eodem puncto ſpeculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipſarum angulum rectum cum eadem, & danti oppoſitum etiam accidit ex eodem puncto p ſuperficiei contingentis duas erigi perpendiculares ſuper illam ſuperficiem , quod eſt contra 13. undecimi, producta enim diametro k p , extra ſpeculum , ſi ipſa uero pertingat ad punctum q, ſit ut ipſa pertingat ad punctum z, extra ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem, accidit ergo ipſum p z & perpendicularem q p, eandem ſuperficiem ad idem punctum p , productas perpendiculares eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum primum, conuerſa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, communi ſectione quacunq; linea exiſtente, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ non fit reflexio ad uiſum eundem, niſi ab uno tantum illius ſectionis puncto.

Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, niſi ab uno tantum puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45. quinti huius, ſi uero communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt per 16. ſexti huius, ſi uero illa communis ſectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrãdum, fiat ergo diſpoſitio figuræ ut in præmiſſa ꝓxima, ſitq́ pars columnaris ſectionis linea, quæ eſt p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uiſum in illa ſuꝑficie, dato eñ quocunq́ pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta ſuper ſuperficiẽ colũnæ, orthogonalis, eſt ſuꝑ lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ tranſeuntis, quare & ſuper axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquediſtãtis baſibus ſpeculi ꝑ præmiſſam, et ſuꝑficies reflexionis & circulus ille ſecat ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa eſt perpẽdicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſuꝑficies reflexiõis eſt ſecãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſuꝑ quã fit cõtingentia, & eſt declinata ſuꝑ eã, ergo & ſuꝑ axẽ erit illa ſuꝑficies reflexionis declinata, ſed in ſuꝑficie plana ſuꝑ aliquã lineã declinata, ut ſpecialiter patet de ſectione oxigonia per 112. primi huius, non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineã uel in ipſum axẽ, qm̃ linea terminãs illã ſuꝑficiẽ, in uno tantũ puncto ſecat illã lineã ſuꝑ quã ſuꝑficies declinatur: ab uno itaq́ puncto tantũ illius ſectiõis fiet reflexio. Si eñ à duob9 punctis illius ſectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uiſum, ſequeret̃ q̃d in eadẽ ſuꝑficie illius reflexionis, eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuꝑ axẽ columnæ, qđ eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexions cadit in circulum æquediſtantem baſibus colunmnæ in punctum axis, & eſt cõmunis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq́ fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquediſtantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet ſuperficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ ſuperficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem ſuperficie reſpectu eiuſdem uiſus, quamuis reſpectu duorum uiſuum poſſit fieri reflexio à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uiſu hæc fieri non poteſt, quoniam ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78. quarti huiuis, patet ergo propoſitum, quod nos demum particularius proſequemur, oſtendentes quod in his ſpeculis quacunq́ linea cũ ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantum puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſus.

XXIII.

Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſſior cẽtro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo, ſemper fiet ſecundum oxigonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.

Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́ axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducãturq́ lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius ſuperficie nõ ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonũ a d e ſiue nõ, ſecet ipſum, fiatq́ lineæ b c reflexio ad uiſum a, à ſuꝑficie ſpeculi propoſiti, palã aũt quod ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti nõ poteſt ꝑ 29. quinti huius, dico quod ſi linea b c reflectatur ad uiſum a, à linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit s g, ut ſi linea b c æquediſtet axi d e, & ſuperficies in qua eſt linea b c ſecet ſpeculum tranſaxem

tranſaxem orthogonaliter ſuper baſem ſpeculi. Secetq́ ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi qui eſt d e, ita ꝙ cõmunis ſectio illaꝝ ſuperficierũ ſit axis d e, fiet tñ reflexio ad uiſum ſecundũ oxigonias ſexiones, q̃uis fiat à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt s g, palam eñ per 27. quinti huius, qm̃ in omni ſuperficie reflexionis oꝑtet ut ſit centrum uiſus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uiſum, & punctus ſpeculi, qui eſt pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uiſum r, à puncto ſpeculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaq́ punctus b, lineæ b c, non eſt in ſuperficie a d e, ex hypotheſi, patet quod ſuperficies ſuæ reflexiõis quæ eſt a f b, ſecat ſuperficiem a d e, ſuper punctum a, & ſuꝑ punctum ſpeculi f, ſecat ergo ipſam ſecũdũ lineam a f, & ſecat ſpeculum tranſaxem d e, nõ aũt æquediſtat baſi ex hypotheſi, qm̃ illa linea uiſa quæ b c, nõ eſt in ſuperficie a d e, ſed extra illam, ſuperficies ergo b f a, quæ eſt ſuperficies reflexionis tranſuerſaliter ſecat axem d e, qm̃ linea uiſa eſt altior uel baſſior cẽtro uiſus ex hypotheſi, cõmunis ergo ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi per 10. huius, eſt oxigonia ſectio. Similiterq́ eſt de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq́ omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uiſus a, à linea longitudinis ſpeculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uiſum fiet ſecundum oxigoniam ſectionẽ. Similiterq́ demonſtrandũ, ſi ſuperficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter ſecet axem ſpeculi, & ſuperficiem a d e, tunc eñ cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ lineæ b c, & ſuperficiei ſpeculi, fiet circulus æquediſtans baſi ſpeculi, ꝑ 100. primi huius, unde ſi fiat reflexio ad uiſum fiet ab arcu circuli æquediſtantis baſi ſpeculi, q̃libet tñ ſuperficies reflexionis tranſiens centrum uiſus ſecabit oblique axem ſpeculi ſecundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq́ omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uiſum a, ab arcu circuli ſpeculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio ſecundum oxigoniam ſectionem. Si tñ aliquis punctoꝝ lineæ b c, fuerit cum centro uiſus in eadem ſuperficie æquediſtanter baſi ſpeculũ ſecante, illius ſolius reflexio fiet ſecundũ circulũ aliorum uero omnium punctoꝝ reflexio fiet ſecundũ oxigonias ſectiones, & ſic puncta illius ſuperficiei diuerſas afferunt uiſui paſſiones, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

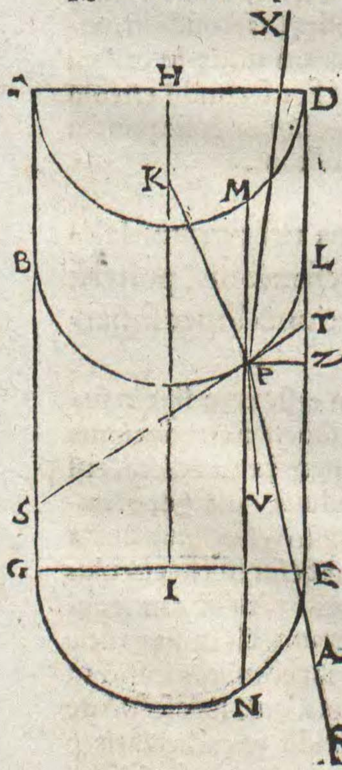
Quod centrum uiſus & punctum reflexionis & punctum reflexum ſint in ſuperficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ ſecundum lineam ſuæ longitudinis, palã per 7. huius, qđ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſunt in hac ſuperficie. Si uero cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui eſt punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes ꝑpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, eſt in ſuperficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus eſt in ſuperficie reflexionis. Si aũt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc ſectio decliuis eſt ſuper axem columnæ, interſecans axem in puncto cui incidit ꝑpendicularis ꝓ ducta à puncto reflexionis ſuper ſuꝑficiem contingentem columnam in puncto ſectionis

nis, patet ergo propoſitum ſecundum omnium diuerſitatem ductarum ſectionum.

XXV.

In ſuperficie apparente ſpeculi columnaris conuexi ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, ſiue circulus, ſiue oxigonia ſectio, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & ſit illa portio d f g, & ſit p punctus datus in ſuperficie illa apparente, ſitq́ꝫ x punctus rei uiſæ, Dico q̊d à puncto p, poteſt fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uiſus quod ſit a. Sit em̃ primo ut ſuperficies reflexionis in qua ſunt puncta uiſa, quod eſt x, & centrum uiſus a, & punctũ à quo fit reflexio quod eſt p, ſecet columnam ſpeculi ſecundũ axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi linea longitudinis columnæ quæ ſit m p n, ducat̃ itaqꝫ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis ſup lineam m n, per undecimã primi, quæ ſit p r z, & ſuper pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ ſit z p q, Si itaqꝫ centrum uiſus quod eſt a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, qm̃ à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uiſum a, exiſtentẽ in linea p q, q̊d ſi ſupficies reflexiõis ſecet colũnã ſpeculi æq̃diſtanter baſib9, palã, qa cõis ſectio erit circul9 p 9. huius, fietqꝫ iterũ à pũcto p, reflexio ad uiſum, ducat̃ em̃ p 102. primi huius, circulus æq̃diſtãs baſib9 columnæ tranſiens per punctum p, qui ſit b p l, cuius centrũ ſit k. in cuius ſuperficie extenſa extra ſpeculũ ſi fuerit punctũ uiſum, & ducatur linea x p, quæ ꝓducta ſi tranſeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, ſit orthogonalis ſuper ſuperficiem illius circuli, ſicut & ſuper baſes columnæ per 100, & per 23. primi huius, qm̃ & ipſe axis h k i, orthogonalis erit ſuper lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ eſt m p, erit orthogonalis ſuper lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in ſeipſum, & in ea exiſtente uiſui forma puncti x uiſui occurret. Si uero linea x p, ꝓducta non tranſeat centrum circuli k, ſed obliquetur ab illo, tunc copuletur ſemidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃miſſis erit orthogonalis ſuper axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis ſup lineam longitudinis, quæ eſt m p, & per 29. primi, erit ergo k p ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ columnam ſuper lineã longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ ſit s p t, educaturq́ꝫ linea k p, perpendiculariter ſuper illam ſuperficiẽ in punctũ u, ſitq́ꝫ ut prius centrũ uiſus qđ eſt a, in linea q p, in eadẽ ſuperficie circuli, & qm̃ in illa ſuperficie circulũ contingente eſt linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u eſt rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, eſt minor recto z, ergo eſt acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t eſt obtuſus, reſcindat̃ ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, qm̃ à puncto p reflectet̃ forma puncti x, ad punctũ a, centrum uiſus, quod ſi linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius ſup punctũ p, tm̃ lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̊qꝫ illum angulum continentẽ poſito centro uiſus a, patet ꝓpoſitũ, & qm̃ perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem ſuperficie, per p̃miſſam erit linea a p, in eadem ſuperficie cũ linea x p, & erit hæc ſuperficies ipſa ſuperficies reflexionis & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem ſecundũ lineam m n, qm̃ perpendicularis p u, quæ eſt in ſuperficie reflexionis erecta eſt ſup ſupficiem ſecundũ lineam m n, ſpeculũ cõtingentem, & eſt in ea circulus b p t, æquediſtans baſibus columnæ, & ſimiliter poteſt demonſtrari de alijs punctis datis in dicta ſuperficie

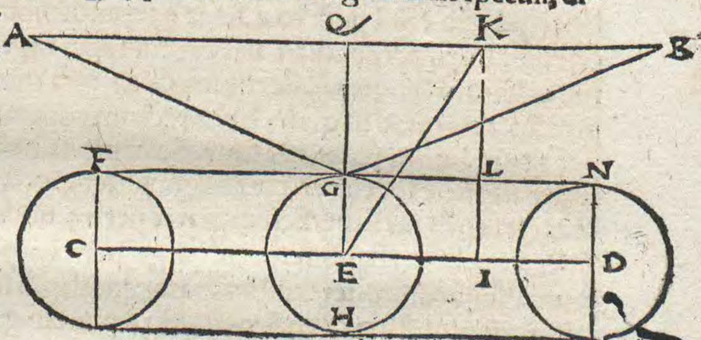


ſpeculi. Idem quoqꝫ patet ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris, fuerit ſectio oxigonia per 10. huius, qm̃ ut oſtendimus in 21. huius, patet q̊d ſemper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & eſt ſemidiameter circuli eiuſdem ſecantis ſuperficiẽ ſpeculi æquediſtãtem baſibus columnæ, ductaq́ꝫ linea in puncto dato ſpeculũ ſecundũ oxigoniam ſectionẽ contingentem, & ꝑpendiculari, ſi punctus rei uiſæ eſt centrũ uiſus, cadant in eandem perpendicularẽ, uel in lineas in eadẽ ſuperficie cũ perpendiculari exiſtentes, & æquales angulos cũ ipſa continentes, fiet ſecundum p̃miſſa reflexio ad uiſum, patet ergo uniuerſaliter propoſitum in omni ſectione, cõi ſuperficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione linea longitudinis ſpeculi exiſtente formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno tantum puncto totius ſuperficiei ſpeculi ad unum uiſum fit reflexio.

Eſto ſpeculum columnare conuexũ, cuius axis ſit c t, ſitq́ꝫ ſuperficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat̃ ad a centrum circuli à puncto g ſupficiei ſpeculi, & ſit cõmunis ſectio ſuperficierũ iſtarum linea f g n, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi, dico quod forma puncti b, non poteſt reflecti ad centrum uiſus a, ab alio puncto ſpeculi, q̃ꝫ à puncto d, ducatur em̃ à puncto g perpendicularis ſuper ſupficiem contingentem columnã ſecundũ lineam f g n, per 12. undecimi, quæ ſit linea g q ſecans lineam a b, ꝓductam inter punctũ uiſum & centrũ uiſus in pũcto q, palam p 21. huius, qm̃ hæc linea g q, producta intra ſpeculũ ſecat ipſum tranſaxem c d, ſecet ergo in puncto e, &



quia linea longitudinis quæ eſt f n, eſt in ſuperficie reflexionis, palam, qm̃ axis c d, erit in eadem per 7. huius, ergo & punctũ e, erit in illa ſuperficie, cũ itaqꝫ una ſola ſuperficies poſſit intelligi in qua ſunt ſimul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam qđ à ſuperficie totius ſpeculi non poteſt reflecti forma puncti b, ad centrũ uiſus, niſi à linea longitudinis f n, ſed per 45. quinti huius, oſtenſum eſt quod in ſpeculis planis ab uno ſolo puncto fit unius puncti reflexio ad uiſum, ergo & in his ſpeculis nõ poteſt fieri reflexio ab alio puncto, q̃ꝫ ab uno ſolo puncto. f. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uiſum a, ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi cõmuni ſectione exiſtente circulo baſibus ſpeculi æquediſtante ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi formæ eiuſdem puncti rei uiſæ fit reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio quæ in præcedente, palamq́ꝫ per 17. huius, qm̃ hac hypotheſi exiſtente ſuperficies reflexionis a b g, erit æquediſtans baſibus columnæ, circulus quoqꝫ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g, & columnæ cuius axis eſt c d, qui eſt æquediſtans baſibus columnæ ſit g h, cuius centrũ ſit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g, nõ poteſt fieri reflexio formæ b ad a uiſum, niſi ab uno tantũ puncto g, patuit em̃ per 16. ſexti huius, quia in ſpeculis ſphæricis conuexis à circulo ſup quem fit reflexio, nõ poteſt fieri reflexio niſi ab uno tantũ puncto, ergo nec in iſtis ſpeculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad uiſum, niſi ab uno tantum puncto quod ſit g. Si uero datur quod ab alio puncto ſpeculi huius, ut à puncto l, ſimiliter fiat reflexio ſicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ columnæ, hæc ergo ꝓducta cadet orthogonaliter ſuper axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, qđ ſit l. Similiter quoqꝫ linea l k. ut patet

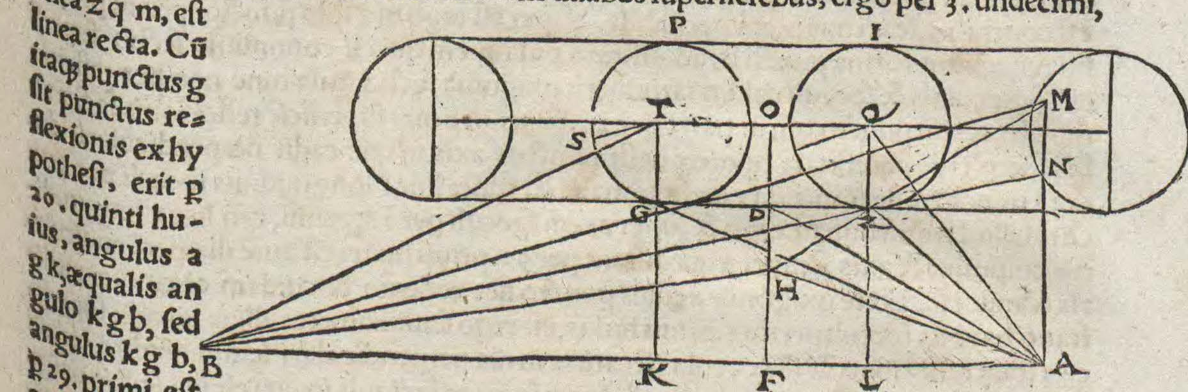
ut patet ex præmissis secabit lineam a b, ꝑductam inter punctũ rei uisæ & centrum uisus, secetq́ʒ ipsam in puncto k, quod siue fuerit idẽ cũ puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq́ʒ linea k e, orthogonalis super axem c d, qm̃ est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cũ linea e i, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pũcto superficiei totius circuli alio q̃ à puncto g, & hoc est ꝓpositũ.

XXVIII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cõmunis sectio cũ superficie speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in sup̃ficie speculi punctũ g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico qm̃ forma puncti b, nõ reflectitur ad centrum uisus a, ab aliq̃ pũcto totius sup̃ficiei speculi, nisi à pũcto g, ducat̃ eñ à pũcto a superficies æquedistans basibus columnæ secans speculũ secundum circulũ, qui sit e z l, quod si fiet ꝑducta eñ à puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiẽ columnæ, quia erit ꝑpendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̃ superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransire super sup̃ficiẽ speculi erit orthogonaliter erecta, & qm̃ per 4. undecimi, axis speculi erectus est sup̃ illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̃ illa superficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipsa secet superficiem columnæ æquedistanter basibus, patet quod ipsa secat secundũ circulũ qui sit e z i, cuius cẽtrum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur sup̃ficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculũ secundũ circulũ s g p, cuius centrum sit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctũ g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis super superficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea q́ʒ t g, ꝑducta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uisæ ducatur linea ꝑpendicularis super superficiẽ secãtem speculũ secundũ circulum e z i, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducant̃ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in sup̃ficie illa ad axem speculi linea z q, eritq́ʒ hæc linea z q, ꝑpendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendicularis super sup̃ficiem cõtingentẽ speculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiẽ necessario diuidit angulum h z a, eo quod cõcursu linearũ h z & a z, orthogonaliter ꝑducatur sup̃ superficiẽ contingentem, cui superficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝑducta linea z q, cõcurret cum linea a h, quæ subtendit̃ angulo i z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico qm̃ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, à puncto speculi z, ducatur eñ à puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utiq́ʒ per secundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum qua sua æquedistans cõcurrit, sunt eñ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficie reflexionis, sit ergo punctus cõcursus linearũ b g & a m, punctus m, palam quoq́ʒ per 6. undecimi, qm̃ linea g z, æquedistat lineæ b h, cũ utraq́ʒ ipsarũ orthogonalis sup̃ sup̃ficiem e z i, æquedistantẽ basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficie, cũ secet illas duas lineas æquedistantes. In sup̃ficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l, est

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt eñ lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex p̃missis, & linea t g ꝑducitur in punctũ k, & linea q z æquedistans lineæ a m. Sunt ergo per secundã primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̃ tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l, z m, sed iam patuit supra quod sunt in sup̃ficie m b h, igitur sunt in linea cõmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi,



linea z q m, est linea recta. Cũ itaq́ʒ punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi, erit ꝑ 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, ꝑ 29. primi est æqualis angulo a m g, cũ sit extrinsecus ad illũ, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextã primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex p̃missis, erit linea g z, orthogonalis sup̃ qualibet lineã superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq́ʒ per penultimã primi, quadratũ lineæ m g, æquale quadratis duabus linearũ m g & g z, & similiter quadratum lineæ a g, est æquale quadratis linearũ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobiq́ʒ quadrato cõmuni, qđ est quadratũ lineæ g z. Relinquitur quadratũ lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angul9 z a m, est æqualis angulo l z a, per eandẽ 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̃ ad a centrũ uisus à puncto speculi, qđ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̃ quod ab illo puncto g, potest forma pũcti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctũ aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat̃ à dato puncto lineæ g z, qđ sit d, linea perpendicularis super lineã g z, quæ ad utramq́ʒ partẽ ꝑducta sit linea o d f, & copulent̃ lineæ a d & b d, linea itaq́ʒ o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineã a b, & erit æquedistãs lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctũ d, necessario cõcurret cũ linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, qm̃ lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctũ m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineã b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̃ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̃ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius ꝓbatum est de linea m z, qm̃ eñ puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cõmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primã undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad

uisum a, nõ à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit flecti forma pũcti b ad a uisum, ducat̃ sup illud punctũ speculi linea longitudinis speculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quẽ cadit hæc linea, pbabitur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundũ pdictã pbationẽ, sed iam pbatum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita formæ eiusdem pũcti h, ad eundem uisum a, à pũctis duobus unius circuli fiet reflexio, qd' est contra 16. sexti huius, et impossibile. Super est ergo ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam em̃ quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio nisi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineã longitudinis speculi per punctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, qm̃ linea longitudinis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autẽ illa perpendicularis cõmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedistanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super periferiã circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigonia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrũ, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariũ, ut ĩ illa sectionis superficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cũ unus uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius, q duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est q̃ distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq; propositum.

XXIX.

Oxigonia sectione existente cõmuni supficiei reflexiõis & speculi colũnaris cõuexi dati pũcti uisi, ad datum centrũ uisus punctũ reflexiõis inueniri.

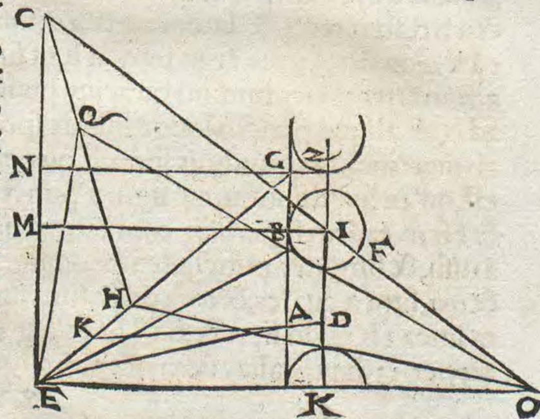
In omni sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonia qualis proponitur, sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis, ducatur em̃ à puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit hanc columnam super circulum qui sit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis sup superficiem per 11. undecimi, quæ sit b h, & per 20. uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphæricis cõuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum a, qui sit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducat̃ linea longitudinis quæ sit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis super lineam h a, per 12. primi, quæ sit 3 l, & huic ducatur æquedistans à puncto a, per 31. primi, quæ sit a m, & linea h 3, producatur usq; quo concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam 3 g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æquedistans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, sunt perpendiculares super eandem superficiem e & i, æquedistantẽ basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illaꝝ per septimã undecimi, & ita linea m b, erit in eadẽ superficie, quæ si secat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia plura'q; alia patent p ea q̃ dicta sunt in p̃cedenti demonstratione, & hoc est ppositũ, qm̃ secũdũ hũc modũ cuiuslibet dati pũcti ad datũ uisum pũctus reflexiõis poterit ĩueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi uisu non existente in eadẽ superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi colũnaris conuexi, linea 3 k, & sit linea uisa axi æquedistans, quæ t h, erit'q; centrũ uisus e, extra superficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est cõmunis sectio superficiei t h, 3 k, & superficiei speculi, & quia uisus e, nõ est ĩ supficie t h, 3 k, sit superficies per ipsum uisum transiens secans columnã speculi æquedistanter basibus, erit'q; hæc superficies secans colũnam secundũ circulum per 106. primi huius, qui circulus sit b f, palam ergo cũ linea h t ex hypothesi æq̃distanter axi 3 k, qd' aliquis eius pũctus reflectit̃ ad uisum e, ab aliquo puncto circuli b f, sit ergo hoc à puncto b, punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, sit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ sit a b g, & ducatur à puncto b, ppendicularis cadens super axem 3 k, in punctum l, quæ, pducta ad lineam q e, secabit ipsam p secũdã primi huius, qm̃ illæ duæ lineæ æquedistant, ut patet ex præmissis, qm̃ supficies e q b, est supficies reflexionis, patet qd' punctũ b cũ linea e q, est in eadẽ supficie, secet ergo linea b l, pducta ipsam lineam q e, in puncto m, & sit linea m l, ducatur'q; à puncto e, linea æquedistãs lineæ m l, p 31. primi, quæ sit e o, & pducat̃ linea q b, ultra punctũ b, q̃ quia cõcurrit cũ linea m l, palã per secundã huius primi, quia ipsa concurret cum eius æq̃distante, q̃ est linea e o, sit ergo punctus cõcursus o, palã aũt per 20. quinti huius, qm̃ angulus incidentiæ, q est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a, anguli uero m b g & m b a, sunt æquales, qa recti. Relinquit̃ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q est e b m, sed per 29. primi, angulus q b m, est æqualis angulo b o e, qñq; extrinsecus intrinseco est æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis est angulo b e o, quia coalternus est, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, p 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃le lateri b o. Sumat̃ aũt & alius punctus in linea t h, qui sit punctus c, & ducat̃ linea t a, quia ergo linea t h, æquedistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g, per 30. primi, ideo qd' utraq; illaꝝ est æquedistans axi 3 k, palã ergo per 1. primi huius, qd' lineæ t h & a g, sunt in eadẽ supficie cum linea t h & 3 k, axis sint in eadem supficie, er go per 7. undecimi, linea q b o, secans illas lineas æquedistantes, quæ sunt t h & a g, est cũ illis in eadem superficie, & similiter linea t o, est in eadẽ supficie cũ illis, per 1. undecimi, sunt em̃ puncta t & o, in dicta supficie, secabit ergo linea t o, lineã a g, sit pũctus sectionis g, & ducat̃ linea e g & e t, qa itaq; a g, q̃ est linea lõgitudinis speculi est ppẽdicularis sup supficiẽ circuli b f, per 8. undecimi, ideo qd' axis 3 k, cui æquedistat linea a g, perpendicularis est super eandẽ circuli superficiẽ per 23. primi huius, cũ ipsa sit perpendicularis super basem columnæ, p 92. primi huius, superficies aũt circuli b f, est pars superficiei e o b f, hæc em̃ superficies secat columnã æquedistantẽ basi, ut patet ex p̃missis. ergo p diffinitionem lineæ sup supficiem erectæ angulus g b o, est rectus, & angulus g b e rectus, ergo p penultimam primi, quadratũ lineæ g o, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b e, & qm̃ ostensum est qd' lineæ b e & b o, sunt æquales, erunt ipsaꝝ quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq; est commune, erit ergo quadratũ lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̃ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo p 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq; g, ducat̃ ppendicularis super axem speculi, qui est 3 k, per 12. primi, quæ sit linea g 3, & hæc pducta ultra punctũ g, ad lineã t e, sit 3 g n, erit'q; linea 3 n, æquedistans lineæ l m, per 28. primi, qm̃ lineæ n 3 & l m, ambæ sunt perpendiculares super axem 3 k, sed & linea e o, æquedistat lineæ l m, ut patet ex p̃missis, linea ergo 3 n, æquedistat lineæ

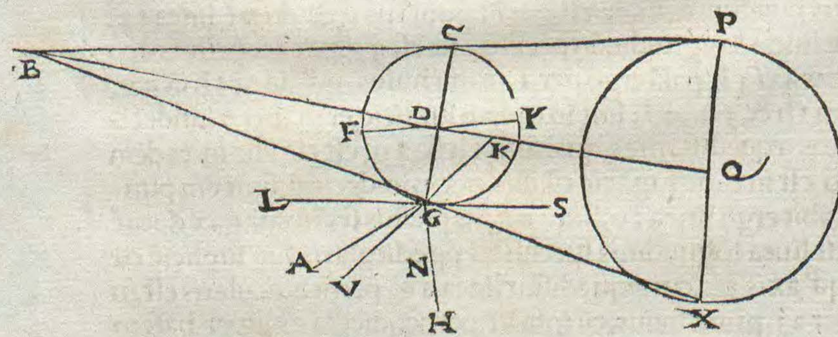


e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,existens extrinsecus æqualis an-
gulo g o e,intrinseco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia sunt coalterni. Sed
angulus g e o, ostensus est esse æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,est æqualis an-
gulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g 3,sunt in eadem superficie in qua est pun-
ctus g,puncta ergo a g t,erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt li-
neæ e g, o g,t g,per 1.undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uisum e,à puncto
speculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorũ t g n,& n g e. Sum-
pto aũt in linea t h,puncto h,eiusdẽ distantiæ à puncto q,& à centro uisus e,cuius est pũ
ctus t,& dicta linea h o,transibit hãc per lineã longitudinis speculi, quæ est a g,sit pun-
ctum transitus a,& ducta à puncto a,linea ꝑpendiculari super axem 3 k,quæ sit a d, & q
ꝓducta ad lineam h e,sit d k,& ducta linea e a penetrabit sicut prius,q̃a duo anguli a b e
& a b o,sunt recti, & latera a e & a o,sunt æqualia,fiuntq; ut prius duo anguli h a k, &
e a k,æquales,forma ergo puncti h,ut supra patuit,reflectitũ ad uisum e,à puncto speculi
a.Similiter quoq; sumpto quocũq; puncto lineæ t h,erit ꝓbare qđ ille punctus reflectitur
ad e,ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g,tota linea ergo t h, reflectitur
ab una linea longitudinis speculi,quæ est a g,ad uisum e,qđ est ꝓpositũ. Et notandum
est,qđ in hac dispositione figuræ punctum q,lineæ t h, est medius punctus illius lineæ,
& est in eadem superficie cum centro uisus e,ꝓpter qđ puncta t & h,æqualiter distant
à uisu,& similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b
& g a,sunt æquales,& tota dispositio figuræ sit secundũ illũ,quod si uisus sit inferior to-
ta linea t h,quod fit reflexio à linea a g,prout secat plurimas oxigonias sectiones,ut pa-
tet per 13.huius,alias uero qñq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi,à quolibet pũcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex sit b,& diameter basis x p,sitq; in
centrũ basis q,erit ergo linea b q,axis ipsius speculi.Sit quoq; q̃cunq; datus punctus in
ipsius superficie apparente punctus g,& sit centrũ uisus a,& punctus rei uisæ sit n,dico
qđ forma puncti n,reflecti potest à puncto g,ad uisum a:si fuerit in situ cõuenienti re-
flexiõi,circũducat̃ eñ ꝑ 102
primi huius,à pũcto g circu
lus pyramidi speculi æquedi
stans basi x p, cuius cẽtrũ sit



d,& cuius diameter sit g c,se
midiameter g d,q̃ necessario
erit ꝑpendicularis sup axem
b q ꝑ 29.primi, eo qđ e x q,
semidiameter basis speculi
est ꝑpẽdicularis super eandẽ
axẽ b q,sicut & alia semidia
meter basis in eadẽ supficie
existẽs cũ diametro g c æq̃distat illi,est eñ axis b q ꝑpẽdicularis sup superficies amborũ
circulorũ x p & g t,ꝑ 23.primi huius,& ꝓducat̃ linea g b,à dato puncto g,ad uerticẽ py-
ramidis b,palã ergo ꝑ 32.primi,qm̃ angul9 g b d est acutus,& similiter angul9 b g d,est
acutus,cũ angul9 b g d,sit rectus,in supficie q̃q; trigoni g b d, sit linea reflexiõis, q̃ est
a g,ꝑ 7.huius,& ex hypothesi erũt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d
q in eadẽ superficie,& qm̃ angulus b g d est acutus,fiat ꝑ 23.primi, angul9 b g k, rect9
ꝓducta linea g r,ad axẽ,eritq; r g linea perpẽdicularis sup lineã longitudinis, q̃ est b x,
eritq; g r liea in eadẽ superficie cũ alijs laterib9 trigoni b g r,ꝑ 2.undecimi, à pũcto q̃q;
g,ducat̃ liea cõtingẽs circulũ ꝑ 16.tertij,q̃ sit liea l g s,eritq; ꝑ 27.tertij,linea l g s perpẽ
dicularis sup diametrũ g c, ducaturq; alia diameter circuli g c, perpendicularis super
diametrum

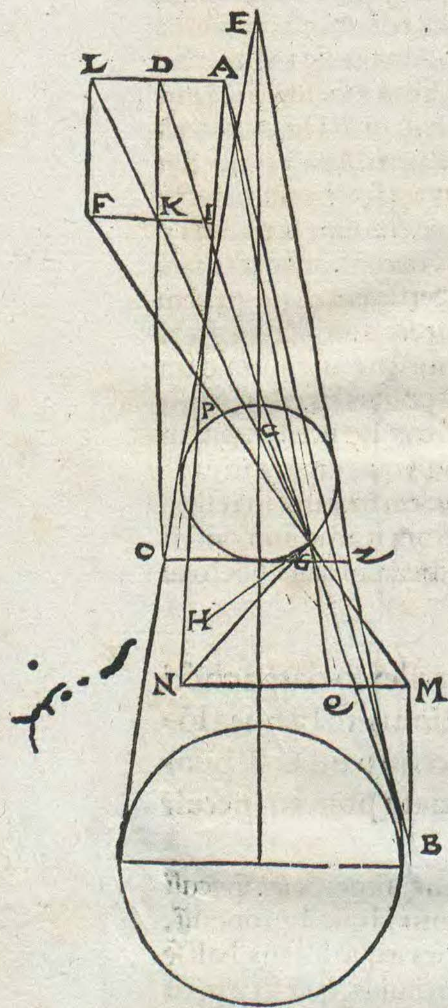
diametrum g r,quæ extrahatur à puncto d,per undecimã primi, & sit f k,eritq; sicut pri9
diameter f k perpẽdicularis super axẽ b q,erit ergo per 4.undecimi diameter f k perpẽdi
cularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q,eritq; diameter f k æquedistãs lineæ
contingenti circulum ,quæ est l g s,per 17. tertij,& per 28. ergo per 8. undecimi , linea
contingens circulum g c ,quæ est s g l,perpẽdicularis est super superficiẽ in qua sunt di-
ameter g c & axi e l q, ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ,angul9 l g r,est rect9:si ergo ima
ginemur superficiẽ contingẽtem pyramidẽ,in qua sit linea l g s,contingens circulũ b c,
palam quoniã linea r g,erecta est super illã superficiẽ,si ergo linea reflexionis quæ est a
g,transiens pyramidem,fiat una linea cũ linea g r,erit ipsa orthogonalis super superfici
em contingentẽ speculũ in pũcto g,fiet ergo per 21.quinti huius,formæ secundũ illã line
am superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ , & si punct9 n sit in illa linea,poterit
forma eius reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, per lineã a g,si uero linea a g nõ fiat
una linea cũ linea g t,palã per conuersam 14.primi,quod angulus a g l , est minor recto
uel maior,quoniã si erit rectus , tunc lineæ a g & g r,ambæ coniunctæ sunt linea una ꝑ
eandem 14. fit ergo angulus a g l acutus,& producatur linea r g , in continuum & dire-
ctum usq; ad punctum u,eritq; linea u g perpendiculais super superficiem cõtingentem
speculum in puncto g,& erit angulus u g l rectus per 15.primi,erit ergo angulus u g a a-
cutus,ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h , æqualem continens angulum cum
linea u g ,angulo u g a,per 23.primi.Si ergo punctus rei uisæ,qui positus est esse n, fuerit
in linea h g,palã per 20. quinti huius,quoniã possibile est à puncto g, fieri reflexionem
ad uisum a,eruntq; lineæ incidentiæ,quæ est n g cũ linea reflexionis quæ est g a in eadẽ
superficie orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexi
onis quod est g,reflecteturq; forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum,qui est
in puncto a,à puncto speculi quod est g,& eodem modo de quolibet alio dato pũcto su
perficiei speculi demonstrandum,patet ergo propositum.

XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi,à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis,uel à linea lõgitudinis speculi , possibile est loca inueniri,in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis , fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi prout est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus,b punctus rei uisæ,& sit g pũctus reflexionis superficiei speculi
pyramidalis cõuexi,cuius uertex sit e,dico quod possibile est inueniri id quod ꝓponit̃,
ducatur eñ pro ut docuimus in 28.huius,super punctũ g superficies æquedistans basi se
cans pyramidem super circulũ basi æquedistantem per 100.primi huius , quæ sit p g, cu
ius centrũ sit t,& ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli li-
nea g c,& uertice pyramidis,qui est pũctus e, ducatur axis e t,& quoniã superficies refle
xionũ semper est erecta super superficiem speculũ in puncto reflexionis contingentẽ,ut
patet per 15.& per 8.huius,uel per 25.quinti huius,ducatur in superficie reflexionis li-
nea perpẽdicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto reflectionis, qđ
est g , quæ sit h g , & palã per 26.quinti huius,quoniã hæc diuidit angulũ a g b , per æq̃
lia,ipsa ergo producta secabit lineã a b per 29.primi huius,sitq; ergo ut secet eam in pũ-
cto z,ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis speculi,quæ sit e g,
& huic lineæ e g ducatur æquedistãs à pũcto a,centro uisus, quæ necessario secabit super
ficiem circuli p g ,secet ergo ipsum in pũcto n,& sit a n, & similiter à pũcto b,ducatur li-
nea æquedistans eidem lineæ e g,quæ sit b m , secans superficiẽ circuli g p in puncto m,
quia itaq; ambæ lineæ a n & b m,æquedistant eidẽ lineæ longitudinis speculi , quæ est e
g,patet per 30.primi,quia ipsæ adinuicem æquedistant.s.lineæ a n & b m,à pũcto ergo
n ducatur ꝑ 31.primi,linea æquedistans semidiametro circuli,quæ est g r,sitq; illa æque
distans linea n s, & ducantur lineæ n g,m g,n m,palam itaq; per 29.primi huius , quia
linea t g producta secabit lineam n m,ideo quia secat angulum m g n ,est ei transuersim

ducta in eadem ſuperficie & lineæ n f & g t ſunt æquediſtantes, ſed linea n m ſecat lineã
n f, ergo & ipſa ſecabit per ſecundam primi huius, lineam g t, ſecet ergo in puncto q, pa
lam ergo per eandẽ ſecundam primi huius, quod linea m g producta ſecabit lineam n f,
cũ ſecet linea g t, æquediſtantẽ ipſi n f, ſitq́ꝫ punctus ſectionis f, & à puncto a ducatur li
nea æquediſtans lineæ perpendiculari ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in pũ
cto g, quæ eſt linea h z, & ſit illa æquediſtans linea a l, palam ergo per ſecundam primi



huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia ſecat eius
æquediſtantem lineam h z, ſit ergo punctus cõcurſus l, duca
tur quoqꝫ linea quæ eſt ſectio communis ſuperficiei contingẽ
ti ſpeculi in puncto g, & ſuperficiei circuli p g, quæ ſit linea g
o, palam quod linea g o erit orthogonalis ſuper ſemidiame
trũ circuli, quæ eſt g t per 17. tertij, ideo quia linea g o eſt con
tingens circulũ p g, quoniã ipſa ducta eſt in ſuperficie plana
contingẽte ſpeculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æ
quediſtant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis ſuꝑ line
am n f æquediſtante lineæ g t, ſumatur etiam linea quæ eſt cõ
munis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingen
tis ſpeculum in puncto g, palam per ſecundã primi huius, q
ipſa ſecabit lineam a l æquediſtantẽ lineæ g h, ſit ergo pũctus
ſectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis ſuper lineam a l,
per 29. primi, eſt enim linea g d perpendicularis ſuper lineã
g h, quia cum linea h g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem
cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter neceſſario per
pendicularis ſuper lineã g d, productã ab eodem puncto in il
la ſuperficie per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuꝑficiem erectæ, pa
lam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, eſt æquediſtans ſemi
diametro circuli p g & g c, ſimiliter quoqꝫ linea a l, eſt æque
diſtans lineæ g h. igitur per 15. undecimi ſuperficies in qua
ſunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, neceſſa
rio concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l
a f, ut patet ſunt minores duobus rectis, eſt æquediſtans ſuꝑ
ficiei g t h, ſed & linea e g, æquediſtat lineæ b m, ut patet ex
præmiſſis, ergo per primam primi huius, ipſæ ſunt in eadem
ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficies æquediſtantes
unã ipſarum ſuper lineã e g, aliã uero ſuper lineã f l, ergo per
16. undecimi, communes ipſarum ſectiones erunt æquedi
ſtãtes, erit ergo linea f l æquediſtans lineæ e g, ſed linea a n eſt æquediſtans lineæ e g, ut
patet ex præmiſſis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquediſtans lineæ a n: uerum ſuꝑ
ficies contingens ſpeculũ in puncto g, ſecat eaſdem ſuperficies æquediſtantes quæ ſunt
g t h & n f, & a l, unã earũ ſuꝑ lineam e g, ſecundum quam ipſa eſt ſpeculũ contingẽs,
& aliam ipſarũ ſuper lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquediſtat lineæ e g, i
gitur per 20. primi, erit linea o d, æquediſtans lineis a n, & l f æquediſtantibus lineæ e g,
& quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadem ſuperficie, per
ſecundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, ſunt in eadem ſuperficie. ducatur itaqꝫ à pũcto
f linea æquediſtãs liniæ l a, per 31. primi, ſecãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto
l, eritqꝫ linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & ſimiliter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqua
lis ipſi d a. Eſt autem per ſecundam 6. proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f, ergo per
7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex
præmiſſis angulus b g z, eſt æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a
g b per æqualia per 26. quinti huius, ſed angulus b g z, eſt æqualis angulo g l a, per 29.
primi, extrinſecus em̃ intrinſeco eſt æqualis, & lineæ h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ſimili
ter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis eſt angulo g a l, qa coalternus, angulus
ergo

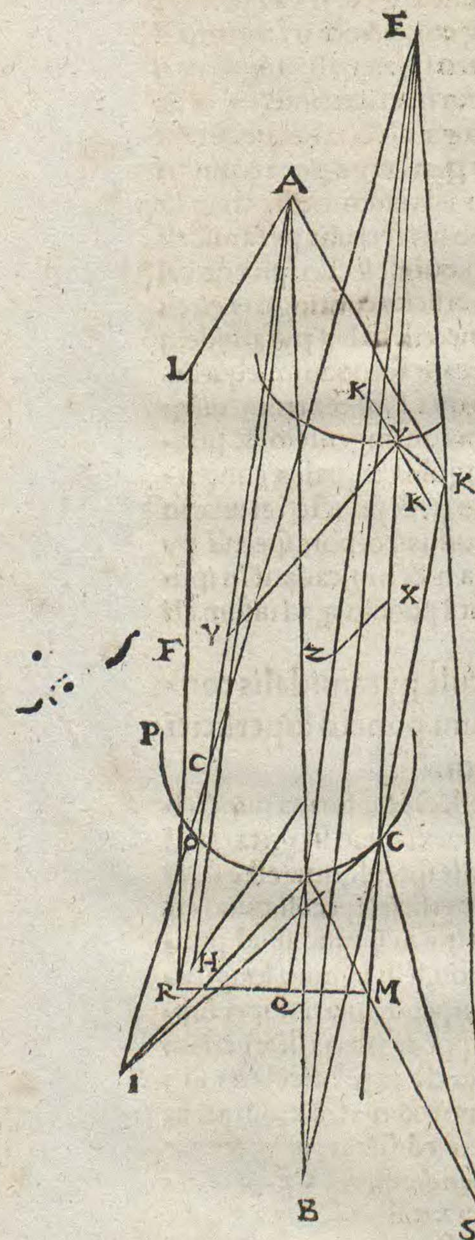
ergo g l a æqualis eſt angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l ſunt æquales, & li
nea g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis, trigonũ ergo a g l, diui
ſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles p 31. primi huius, eſt ergo proportio li
neæ a d ad lineã d l, ſicut lineæ g a, ad lineã g l. ſed linea a g, ut patet ex præmiſſis, eſt æ
qualis lineæ g l, eſt ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o eſt æqualis lineæ o
f, & linea g o eſt per 29. primi, perpẽdiculariter ſuper lineã u f, quoniã linea g o, eſt perpẽ
dicularis ſuper lineã g t, ut patet ex præmiſſis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquediſtãt
ut præmiſſum eſt, quia itaqꝫ angulus g o f, eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis li
neæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n
g, ſed angulus q g m, æqualis eſt angulo o f g, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & an
gulus q g n, æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, et lineæ c q & n f æquediſtant
ut patet ex præmiſſis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti
huius, à puncto g circuli p g, poteſt forma puncti m, reflecti ad uiſum exiſtentem in
puncto n, non tamen quod ſecundum circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidali
bus conuexis, ſed ſit ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphæræ uel
columnæ intra ſpeculum pyramidale, imaginare, quoniam ſuperficies contingens circu
lum p g, eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis, propter quod neceſſe habet pyramidem
ſpeculi in ſui parte ampliorem, ut in ea quæ eſt uerſus baſem ſecare ſecundum æquedi
ſtantiã axis pyramidis ſpeculi, & ſit ſuperficies reflexionis, in qua ſunt centrum uiſus
& punctus rei & circulus p g, erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentem & pun
cta n & m, ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecũdum angulos æquales conten
tos cum diametro ipſius collocato ergo centro uiſus in puncto n, & puncto rei uiſæ in
puncto m uel econuerſo, reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi py
ramidalis non præſtante impedimentum, ut ſi forte lineæ a n & b m, cadant in ipſo
circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeant à puncto g, ad uiſum ali
quod reflecti, & hoc eſt propoſitum.

XXXIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis con
uexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi, ab uno tantum puncto ſuperficiei
ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio omnino quæ eſt in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b
ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi quod ſit g, ita quod
cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, di
co quod forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt
g: ſi enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi, tunc illud pun
ctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut non, ſi ſit in linea longitu
dinis ſpeculi, quæ eſt e g, ſit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſuꝑ
ficiẽ contingentẽ ſpeculũ in illo pũcto p 12. undecimi, hæc ergo ꝑpẽdicularis ſit x i, eritqꝫ
linea x z per 6. undecimi æquediſtãs lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpẽdicularis ſuꝑ
eandem ſuperficiem, tamen punctũ g & x ſint in eadẽ linea longitudinis ſecundũ quã ſu
perficies illa pyramidẽ contingit, & quia linea h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ut patet per
illa quæ dicta ſunt in præmiſſa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquedi
ſtans lineæ a l, & quia linea e z æquediſtãs lineæ a l, & quia linea x z ſicut & linea z h eſt
in ſuꝑficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, eſt erecta ſuper ſuperficiem contigentẽ
ſpeculũ in linea e g, erit ergo ꝑ ſecundã primi hui9, linea a l in ſuꝑficie reflexionis huius
lineæ perpẽdicularis, quæ eſt x z, & erit ſimiliter in ſuꝑficie reflexiõis lineæ ꝑpẽdicularis
q̃ eſt z g, igit̃ illæ duæ ſuꝑficies reflexiõis lineæ ꝑpẽdiculariter ſecãt ſe ſuꝑ lineã a l per 19
primi hui9, ſed ſecãt ſe etiã ſuꝑ punctũ b, qm̃ illud eſt q̊d reflectit̃ ꝑ utrãqꝫ, hoc aũt eſt im
poſſibile, quoniã punctũ b nõ eſt in linea a l, oſtẽſum eſt em̃ prius lineã f l æquediſtãtẽ eſ
ſe lineæ b m, q̃ duæ lineæ uel cõcurrẽt ſi pũctũ b eſſet in linea a l, uel ſequeret̃ pũcta m et n
cadere ex una ꝑte lineæ g q, nõ ergo fiet reflexio pũctoꝝ m & n adinuicẽ à pũcto g, q̊d eſt
cõtra demõſtrata in ꝑmiſſa, reſtat ergo ut à nullo pũcto lineæ lõgitudis, q̃ e g, ꝑterqꝫ à pũ
cto g, forma puncti b, poſſit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens à pũcto a, ſi aũt poſſibile eſt,
ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a, ab aliquo puncto ſpeculi extra lineam longitudinis g e, ſit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c. quæ in puncto c, ſecet periferiam circuli g p, & ſumatur ſuperficies æquediſtans baſi tranſiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n ſecat hanc ſuperficiem, ideo quia linea e g, cui æquediſtat linea a n ſecat eandem ſuperficiem, ſunt autem per ſecundam primi huius lineæ a n & e g in eadẽ ſupſicie, cũ ſint æquediſtãter, ſicut ergo in linea a n ſecat illã ſuperficiẽ in puncto y, ſimiliter quoq; linea b m æquediſtãs lineæ e g, ſecabit eandem ſuperficiẽ, ſit quoq; pũctus ſectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa ſuperficies per 100. primi huius, ſecet pyramidem ſecundum circulum tranſeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ ſit r u, & producatur extra ſpeculum, & ſit illud u r, & à uertice pyramidis ſpeculi pũcto ſcilicet e, ducãtur lineæ e k, e y, quæ neceſſario ſecabunt ſuperficies circuli p g, & ſint puncta ſectionũ i & s, & ducantur lineæ i a & s c, ſicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à pũcto ſpeculi g: eodem modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto y, à puncto ſpeculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniã linea b h æquediſtat lineæ e g, & linea communis ſuperficiei b g, e k, & ſuperficiei circuli p g, eſt linea m g per 19. primi huius, quoniã linea m g, eſt in utraq; illarum ſuperficierum, patet quod linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiẽ circuli p g, cadet ſuper lineam communẽ, quæ eſt m g, cadet autem in punctũ ſuperficiei quod eſt o s ut præmiſſum eſt, quoniam linea e k o, eſt linea una, erit igit̃ linea s m g linea recta, eodem modo cum ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiem circuli p g, ſuper lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmiſſum, ergo linea i n g, eſt una linea recta, palam quod ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineam i t, ſecat autem ſuperficiem huic ſuperficiei æquediſtantem, quæ tranſit per punctũ u ſuper lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquediſtat lineæ y u, ſimiliter ſuperficies u c e ſecet ſuperficies illas æquediſtãtes ſecet ſupſicies g p t & u y ſuper duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u ſunt æquediſtantes: ſimiliter ſi ſumatur ſuperficies ſecãs ſpeculum ſuper lineam longitudinis, quæ eſt e o in ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt enim puncta r u, c m in eadem ſuperficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, ſunt in eadem ſuperficie, quia eadem eſt demonſtratio dato alio quocunque puncto lineæ c m. ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculũ ſecundum lineã e c, ſecabit illas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, ſunt æquediſtantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis eſt angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, ſed iam patuit quod angulus k u r, æqualis eſt angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis eſt angulo m q, quare forma pũcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i, à pũcto ſpeculi c, non impediẽte corpore pyramidis ſpeculi: ſed iam probatum eſt per præmiſſa, quod forma puncti m, reflecti poteſt ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam poteſt reflecti ad punctum n, & puncta

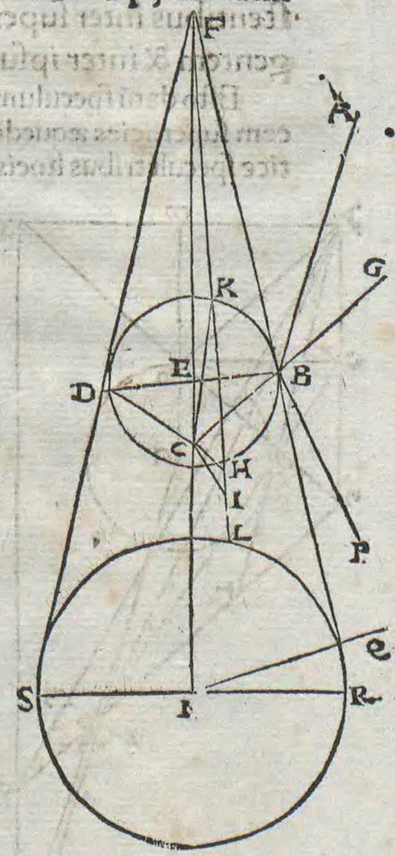


puncta n & l ſunt in eadẽ linea recta conſiſtentia, ut præoſtenſum eſt, poterit ergo forma puncti m à pũcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto l, & ita punctum s, quod eſt in linea s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto g, igit̃ forma puncti s reflectitur ad uiſum in punctũ l, à duobus punctis circuli p g, quod eſt impoſſibile, & contra ſedecimã ſexti huius, & cõtra 27. huius ſeptimi, reſtat ergo, ut primũ ſit impoſſibile, ſcilicet qđ forma pũcti b reflecti poſſit ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab aliquo alio pũcto ſpeculi, quàm à pũcto g, ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdem puncti communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexa exiſtente linea longitudinis ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Eſt o ſpeculũ pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter baſis k s, centrũq; baſis n, erit ergo axis ſpeculi linea f n, ſitq; centrũ uiſus punctus a, dico quod cõmuni ſectiõe ſupſiciei reflexiõis & ſpeculi exiſtẽte linea oxigõia, quæ ſit b l, poſſibile eſt à q̃libet pũcto ſpeculi ꝑpoſiti fieri reflexionẽ, alicui9 pũcti uiſi ad pũctũ a, qđ eſt cẽtrũ uiſ9, ſit enim pũct9 b dat9 in ſupſicie ſpeculi, de quo dubitamur utrũ ab eo poſſit fieri reflexio formæ alicui9 pũcti rei uiſæ ad cẽtrũ uiſus qđ eſt a, ducat̃ ergo à pũcto b linea lõgitudinis pyramidis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit b f, ducaturq; à puncto b ꝑpendicularis ſuper illam lineã longitudinis extra ſpeculũ, quæ ſit b g, & ſuper punctũ b terminũ lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ ſit g b p ducta linea b p, in eadem ſuperficie reflexionis, pateťq; per 20. quinti huius, quia omnis pũctus rei uiſæ exiſtens in linea b p, reflectetur ad uiſum in punctum a, ſed à ſolo puncto b uel duobus tantũ fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, palã eñ per 96. primi huius, quod ſi perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniã concurret cũ axe f n, ſitq; punctus concurſus e, palam ergo quoniam angulus g e f cũ ſit in ſupſicie ſectionis uerſus uerticẽ pyramidis eſt acut9 ꝑ 23. primi, q̃m in trigono b e f angul9 c b f, eſt rect9, circũducat̃ ergo per 102. primi huius à pũcto reflexiõis quod eſt b circulus ſpeculo pyramidali, cuius diameter ſit b d, et eius cẽtrũ e, ſecans axẽ f n in puncto e, & quia ille circulus per 100. primi huius, eſt æquediſtans baſi ſpeculi, palam quia perpẽdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem, quia linea æquediſtans lineæ g c, ſi producet̃ à puncto n cẽtro baſis ſpeculi, patet quod declinata eſt ſuper baſem pyramidis, ut ſit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c ſit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipſorũ eſt rectus, omnes enim anguli cõtenti ſub ſemidiametris circuli & axe f e ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea eſt cõmunis per 4. primi, palam quoniã latus b c, æquale eſt lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales, quia idem eſt de omnibus lineis à pũcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, ſecans ſpeculũ ſecundum oxigoniã ſectionẽ, fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e, ſuperficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxigoniam ſectionem, aut cõtinget hanc pyramidem c b d, aut ſecabit, ſi contingat dico quod à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis tantum fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem, palam enim quod ſuperficies reflexionis contingat pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua eſt punctum b, à quo ducitur

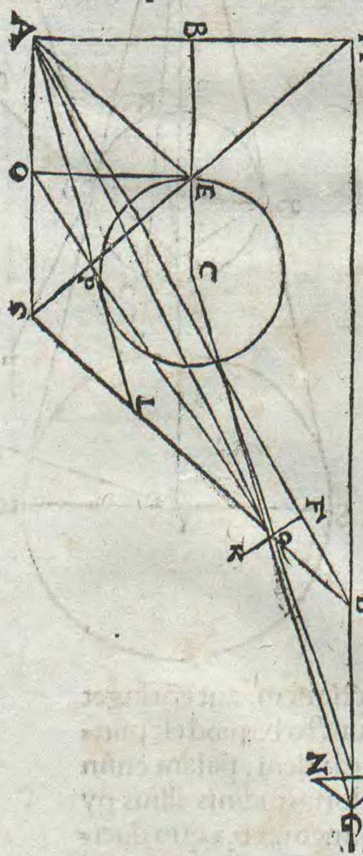


tur linea b c perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi ducantur lineæ plures ad ſectionem oxigoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s, omnes itaq; illæ lineæ cadent in ſuperficiem circuli b d, quæ eſt baſis pyramidis intellectæ, q̃m cadant in ipſam ſectionem præter unam ſolam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ eſt linea f b, à ſolo itaq; puncto b, fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ ſectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uiſum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod eſt uertex pyramidis intellectæ ducta quæ ſit i c, erit ut prius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis neceſſario ſit in ſuperficie reflexionis in qua eſt ſectio, oportet quod ipſa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis ſuper lineam longitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctum i tranſeuntem, quæ ſit f i l, ſit quoq; punctus in quo linea f i, ſecat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmiſſa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis neceſſario eſt perpendicularis ſuper illam, ſicut linea c b eſt perpẽdicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod eſt impoſſibile & contra 32. primi; non ergo fiat reflexio ab alio pũcto ſectionis oxigoniæ quæ eſt b i, quàm à puncto b ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq; uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus inter ſuperficiem æquediſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem & inter ipſum baſem poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis.

Eſto datũ ſpeculum pyramidale, cuius uertex ſit punctus g, & fiet ſuper ipſum uerticem ſuperficies æquediſtãs baſi pyramidis, quæ ſit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice ſpeculi tribus lineis perpẽdicularibus ſuper axem ſpeculi ꝑ undecimã primi, & imaginata plana ſuperficie inter illas lineas extenſa, Sitq; a punctus rei uiſæ, & b centrum uiſus, quæ ſint ambo ſub illa ſuperficie m n g, inter ipſum ſcilicet & baſem ſpeculi, ſitq; exempli cauſſa punctum b, propinquius uertici b ſpeculi g, quàm punctum a, quoniam ſi poſitum fuerit eſſe econuerſo ſemper eadẽ eſt demonſtratio, dico quod eſt poſſibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur enĩ à puncto a, quæ eſt pũctus rei uiſæ ſuperficies ſecãs pyramidẽ æquediſtãter baſi ut prius, & ducaẽ à uertice ſpeculi q eſt punctũ g, linea ad pũctũ b, q̃d eſt cẽtrũ uiſus, quæ ſit g b, hæc itaq; linea ꝓducta cadat in ſupficiẽ à pũcto a rei uiſæ ductã æq̃diſtãter baſi pyramidis, cũ illa linea g b, ſit inter ſupficies æquediſtãtes ducta à uertice axis ambas illas ſuperficies tranſeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, ſit pũctus h, ergo ꝑ modũ demõſtrãdi q̃ uſi ſumus in 32. huius demõſtrari poteſt q̃m forma pũcti a reflectet ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto h ab aliq̃ pũcto circuli, q̃d efficit ſupficies ſecãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ ſit pũctũ axis ſpeculi q̃d eſt t, & ſit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũct9 e, & ducaẽ inẽ a punctũ rei uiſæ & cẽtrũ uiſus .ſ. linea a b, & linea lõgitudis ſpeculi, quæ ſit g e & axis pyramidis ſpeculi ſit g t, & ducaẽ à puncto e linea ad centrum ſui circuli quæ ſit e c, hæc enim cadat ſuper axẽ g c ꝑpẽdicularĩ ꝑ 100. & ꝑ 89. primi hui9, uel ꝑ 21. hui9, & ideo q̃d axis g c cũ ſit ꝑpẽdicularis ſup baſem pyramidis ſpeculi & etiã erectus ſup ſupficiẽ circuli æquediſtantis illi baſi per 23. primi hui9, eſt ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ ſup ſupficiẽ erectæ axis



g c perpendicularis ſuper ſemidiametrũ e c, & erit linea e c erecta ſuper lineam contingẽtem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, ſecabit angulum ab eis contentum per æqualia, ſcilicet angulum h e a, per 26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã ſecabit, cum ſit cum illa in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet per 24. huius, ſit ergo linearum c e & h a punctus ſectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt ſuperficiem ſecantẽ lineã a b, ſit pũctus ſectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽdicularis ſup lineã lõgitudinis g e, q̃ ſit f q, eritq; linea f q per diffinitionẽ lineæ ſuper ſupficiẽ erectæ ꝑpẽdicularĩ ſup ſupficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ ſup lineã g e, deinde à pũcto a ducaẽ linea æq̃diſtãs lineæ f q, q̃ ſint linea a l, ꝓducaturq; linea f q, donec cõcurrat cũ axe g c, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquediſtans lineæ r c, quæ ſit a s, & ducatur à puncto e linea quæ ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a e h, & ſuperficiei cõtingentis pyramidẽ ſpeculi in linea lõgitudinis quæ eſt g e, & ſit hæc linea e o, quæ cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum circuli, quæ eſt e t, ut patet per 17. tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius eſt centrum punctum t, palam quod ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis ſuper lineam a s, quoniam linea a s æquediſtat lineæ t r, ut patet ex præmiſſis, ducatur quoq; linea b q, quæ producta neceſſario concurrat cum linea a l, per 2. primi huius, quia concurrit cum eis æquediſtante .ſ. linea f q, ſit punctus concurſus l, & ducatur à puncto q linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei contingentis ſpeculum ſecundum lineam longitudinis g e, & ſuperficiei a b l, quæ ſit q p, quæ per ſecundam primi huius ſecabit lineam a l, quæ ſecat eius æquediſtantem, quæ eſt f k, ſit punctus ſectionis p, producaturq; linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per ſecũdam primi huius, ſit punctus concurſus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; linea r t eſt perpendicularis ſuper axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angulus enĩ f q g per 32. primi, eſt acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmiſſis eſt rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c, ſed illarum æquediſtãtes lineæ quæ ſunt a l & a s concurrunt in puncto a, ſuntq; in alia ſuperficie quàm lineæ r t & f k, quæ ſunt in ſuperficie g e k per primam undecimi, palam ergo quoniam ſuperficies g a l s eſt æquediſtãs ſuperficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ quoq; q e & p o ſunt in ſuperficie contingente ſpeculum in linea longitudinis g e, & ſecãte illas duas ſuperficies æquediſtãtes ſuper duas lineas, quæ ſunt q e & p o, igitur linea q e æquediſtat lineæ p o per 16. undecimi, & quia linea h e producta cõcurrit cum linea a s in puncto s, erit ergo linea e s in ſuperficie h e g per primam undecimi, & in eadem ſuperficie eſt linea b l, & hæc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies æquediſtãtes, q̃ ſunt a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q eſt æquediſtans lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ eſt æquediſtans lineæ q s, ut ſupra patet, erit æquediſtãs ipſi lineæ l s, erit ergo per ſecundam ſexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, ſicut lineæ a p ad lineam p l. ſed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r eſt æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinſecus intrinſeco eſt æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia angulus e s a eſt æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s, quia linea e o eſt perpendicularis ſuper lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigoni a e o & s e o ſimiles, ergo ꝑ diffinitionem ipſorum latera æquos angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, ſed ex præmiſſis patet quod latus a e eſt æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & linea a p eſt æqualis ipſi lineæ p l, & linea p q eſt per 29. primi, perpendicularis ſuper lineam a l, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam f k æquediſtantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p ſunt æquales, quia recti, & latus l p eſt æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt cõmune, ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis eſt angulo q a l, ſed angulus q l a æqualis eſt angulo b q f, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q a l, æqualis eſt angulo a q f, cum ſit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, à pũcto speculi q, quod est propositum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

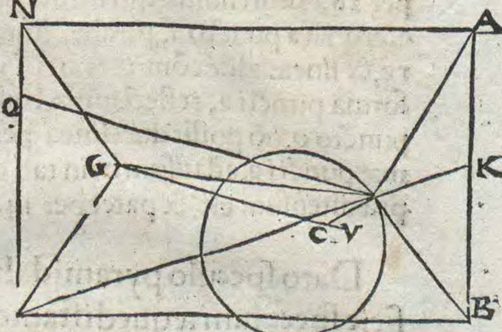
Fiat dispsitio ut proximæ præcedentis, sitq; uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum cõtingat superficies plana, quæ sit m n g æquedistãs basi ipsius, & sint cẽtrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quod unum sit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur enĩ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quæ sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis super hanc lineam lõgitudinis, quæ est g e, per 22. primi, quæ sit q e, super punctũ e ducatur superficies æquedistans basi speculi, quæ secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huic circulo sit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, quæ est e g, per 31. primi huius, quæ producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est pũctus rei uisæ ducatur linea æquedistãs lineæ g e, quæ producta in dictam superficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra speculum, quæ secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, æquedistat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa est cũ ipsa in eadem superficie, quæ superficies secat superficiẽ m n g, & superficiẽ b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m g n & b e a sunt æquedistantes per 24. primi huius, qm̃ ipsæ ambæ æquedistãt basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est æquedistans lineæ b e: similiter quoq; lineæ a n & g e sunt in superficie secãte illas æquedistãtes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquedistat lineæ a e, similiter superficies q g e secat easdẽ superficies æquedistãtes secũdũ duas lineas r e & q g. igĩ ut prius lineæ r e, & q g æquedistãt, igĩ duæ lineæ q g & m g æquedistãt duabus lineis b e & r e, ergo p 10. undecimi angulus m g q, est æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe est æqualis angulo r e a, ergo p 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e, si ergo à puncto a ducaĩ linea æquedistãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquedistãs lineæ r e, & copulentur lineæ m e & n e, & pducaĩ linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃distãte lineæ ducto à pũcto q, & ducaĩ lineæ cõmunes, ut in pxia pcedẽte, & itereĩ pbatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, potest reflecti ad uisum m à pũcto speculi e, igĩ punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

XXXVII.

Dato speculo pyramidali conuexo, & cẽtro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquedistantem basi speculum in uertice contingentem, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quæ prius, & sit b centrũ uisus, & a pũctus rei uisæ ultra superficiẽ m g n, speculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico q; est possibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est hæc pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quæ sit in uertice g, eritq; basis huius pyramidis æquedistans basi pyramidis primæ, ducatur itaq; à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans hanc secundam pyramidem æquedistanter basibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ ille bases ad inuicem æquedistãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa superficies æquedi-

æquedistat ambabus pyramidib9, palã aũt per 100. primi huius, qm̃ illa superficies secabit pyramidẽ illam secundã secundũ circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidẽ secante, aut nõ, si fuit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & cõpleatur demonstratio sicut i 35. huius, qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uisus b, ab aliquo puncto secundæ pyramidis quod sit z, quo habito cõpleatur demonstratio ut infra, statim patet qđ si punctus b, qui est centrum uisus y, nõ fuerit in illa superficie, ducatur à puncto g, uertice ipsius speculi ad centrũ uisus quod est b, linea g b, q̃ producatur usq; quo cõcurrat cũ hac superficie circuli y 3, & sit cõcursus in puncto d, palã itaq; qđ forma pũcti a, reflectiĩ ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ sit linea longitudinis secundæ pyramidis, palã q̊q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea pducta transuerticẽ pyramidis speculi, erit lĩea lõgitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q̃ sit lĩea 3 g e, palã ergo qm̃ supficies p 3 e, secabit lineã a b, secet ergo ipsam ĩ pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducaĩ linea ppẽdicularis sup lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis super superficiẽ cõtingentem pyramidẽ secundũ lineã g e, qm̃ linea q e, est perpendicularis super curuam sphæram pyramidis, ut patet supra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, superficies æquedistans basi, qui sit f e h, & ducaĩ à puncto b, centro uisus linea æquedistans lineæ 3 e, longitudinis speculi, quæ sit b q, cõcurrens cũ superficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uisæ, linea æquedistans quæ sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palã itaq; per 1. primi huius, cũ linea b h, sit æquedistans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, sunt in eadẽ superficie, quæ secat superficies illas æquedistantes. s. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igiĩ per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, sunt æquedistantes, & similiter qm̃ superficies ducta per punctũ a, secat pyramidẽ secundã æquedistantẽ ambabus basibus præmissarum pyramidũ speculi. s. & pyramidis imaginatæ secundũ circulum y 3, & superficies ducta per lineã quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundũ circulũ æquedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineæ a 3 & f e, sunt æquedistãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, sunt æquedistãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquedistant duabus lineis h e & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, est æqualis angulo h e f, copuleĩ quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, est diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, pducta trãsibit centrũ circuli y 3, superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo cõmunis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, transibit centrũ alterius circuli sup quẽ superficies f e h, secat pyramidẽ speculi æquedistanti basi, & quia superficies in qua sunt duæ lineæ p 3 & e r, secat illas duas superficies æquedistantes super duas lineas p 3 & r e, igiĩ per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, sunt æquedistantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, sunt æq̃distantes



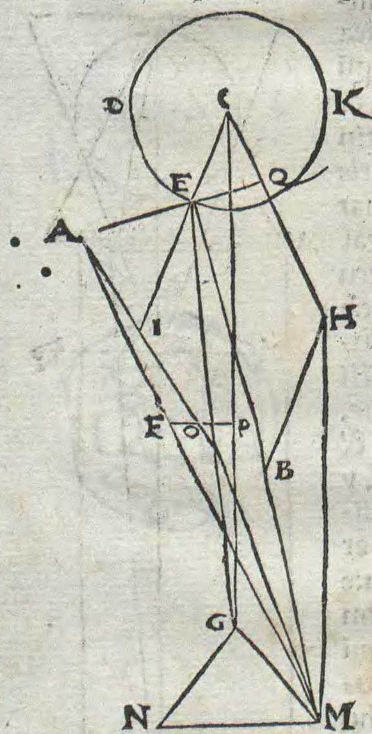


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a ʒ p, æqualis eſt angulo f e r. Similiter & angulus d ʒ p, eſt æqualis angulo r e i, q̃m ſicut totus angulus d ʒ a, eſt æqualis toti h e f, ſic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis eſt angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, q̃m forma puncti f, ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, à puncto ſpeculi e, ergo ſi à puncto f, ꝓtrahat̃ linea æquediſtans lineæ q e, & alia linea æquediſtans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonſtratione illius patebit, q̃m forma puncti a, reflectitur ad uiſum b, à puncto ſpeculi e, quod eſt ꝓpoſitum, quod ſi à puncto q, nõ poſſit duci linea perpendicularis ſuper lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uiſum b, in tali diſpoſitione conſtitutũ, aliàs aũt ſemper fiet reflexio ut præoſtenſum eſt, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cõtingente, & cẽtro uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior diſpoſitio p̃miſſaꝝ, & ſit a punctus rei uiſæ, qui ſit ſub ſuperficie n m g, cõtingente pyramidẽ ſpeculi in uertice g, æquediſtanter baſi, & ſit centrum uiſus in illa ſupficie, dico qđ ad hoc poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ſit n centrũ uiſus in puncto m, ſupficiei m g n, quæ poſita eſt ſup ſuperficiẽ cõtingens ſpeculũ in puncto uerticis g, æquediſtanter baſi ſpeculi, à puncto a, rei uiſæ, ducat̃ ſupficies æquediſtans baſi pyramidis, quæ per 100. primi huius, ſecabit pyramidem ſuper circulũ qui ſit d ek, cuius centrum ſit punctum c, & ducatur axis ſpeculi, qui ſit g c, & à puncto m, centro uiſus ducat̃ ad a, punctum rei uiſæ linea m a, & linea ꝑpendicularis ſuper ductam ſupficiem circuli quæ ſit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uiſæ, quæ eſt a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ ſecans periferiam circuli in puncto e, eſt ꝓducta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui eſt e q, ſit æqualis lineæ q t .ſ. parti diametri interiacente punctum ſectionis & centrũ, qđ poteſt fieri per 136. primi huius, & ducat̃ linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ ſuperficie ſpeculũ ſecante ſecundũ circulũ d e k, linea æquediſtans & æqualis lineæ t e, quæ ſit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq́ꝫ g e, linea longitudinis ſpeculi, palã q̃m ſuperficies g t e, ſecans ſpeculum tranſaxem, ſecat & lineam a m, ſit ergo punctus ſectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, cadens in punctũ o, & ꝓducatur ad axem g t, & ſit f o p, ſecans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o dico q̃m punctus o q, eſt punctus ſupficiei ſpeculi, cũ ſit in linea ſuæ longitudinis, quæ



eſt g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uiſus, pũctum m, palam eñ ex p̃miſſis, q̃m linea h b, eſt æqualis & æquediſtans lineæ t e, patet ꝑ 33. primi, erit linea h t ꝑ æqualis & æquediſtans lineæ b e, ſed linea m h, eſt æqualis & æquediſtans m t, axi g t, ꝑ 25. primi huius, eo quod ipſæ ſunt lineæ æquediſtantes inter ſupficies æquediſtantes ꝑ ductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquediſtat lieæ m g, ergo ꝑ 30. primi, linea m g, æquediſtat lineæ b e, & eſt æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, eſt æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex p̃miſſis ſunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis eſt angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, eſt æqualis angulo a e i, ſed angulus q t e, per 29. primi, eſt æqualis angulo i e b, ꝓpter hoc quod lineæ e b & t h, æquidiſtant, ergo angulus i e b, eſt æqualis angulo i e a, patet ergo ꝑ 29. quinti huius, q̃m forma puncti a, reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, à puncto ſpeculi e, & cũ linea b m æquediſtans ſit lineæ g e, ſi à puncto a, ducat̃ linea æquediſtans lineæ f o p, & linea æquidiſtans

diſtans lineæ i t, & iteretur figura ſupra dicta 35. huius, & probatio eiuſdem, palam quia forma puncti a reflectit̃ ad centrum uiſus exiſtens in punctũ m, à puncto ſpeculi o quod eſt ꝓpoſitum, nec refert quẽadmodum demonſtraui hoc in ſequenti ꝓxima, ſiue punctum rei uiſæ, ſiue centrũ uiſus ſit in ſuperficie m g n, q̃m idem eſt modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ultra ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cõtingentem & centrum uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Remanente diſpoſitione figuræ p̃cedentis, ſit centrũ uiſus in punctum m, ſupficiei g m n, & ſit a punctus rei uiſæ ultra illam ſuperficiẽ, fiatq́ꝫ pyramis alia, huic oppoſita, & fiat ſuper punctũ a, ſuperficies æquediſtans baſi huius pyramidis, & per ꝓximam p̃cedentem, & inueniat̃ in circulo huius ſuperficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in ſuperficie ipſius, ut ipſa fiat linea longitudinis pyramidis ipſius ſpeculi, inuenieturq́ꝫ punctus reflexionis ſecundũ ea quæ p̃miſimus in 37. huius, eiusq́ꝫ probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc eſt propoſitum.

XL.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie pyramidem æquediſtanter baſi in uertice contingente, & centro uiſus ſuper eandem, uel econuerſo, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

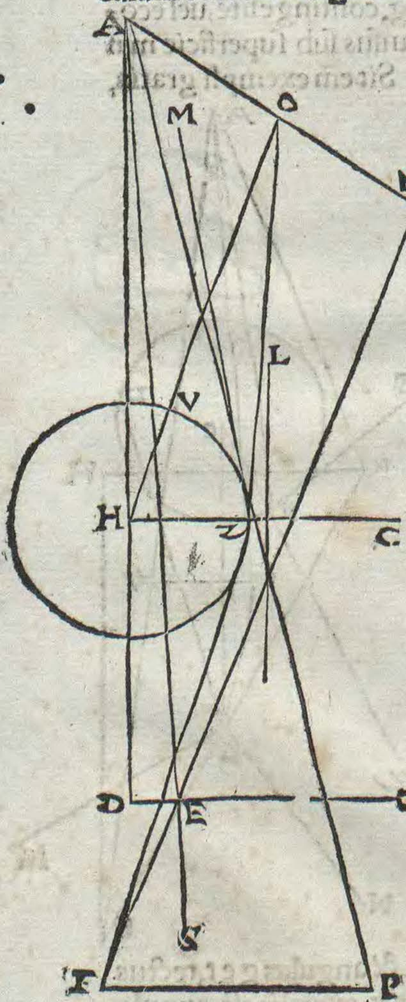
Diſpoſitione priori remanente, ſit pũctus a, rei uiſæ ſub ſuperficie m n g, & punctus b, centrum uiſus ultra eandem ſuperficiem ſpeculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerſo, a punctus rei uiſæ ſit ultra ſuperficiem m n g, & b centrũ uiſus ſub ſuperficie m n g, dico quod adhuc poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri. Sit eñ exempli gratia, punctum a, ſub ſuperficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq́ꝫ à puncto a, ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi ſecans per 100. primi huius, pyramidẽ ſpeculi ſuper circulũ qui ſit d e, cuius cẽtrum ſit t, & ducatur axis ſpeculi qui ſit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo eſt centrum uiſus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret neceſſario cum ſuperficie a e d, q̃m concurrit cũ axe ſuper ipſam erecto. Sit concurſus punctus k, in circulo d e, inueniat̃ per 135. primi huius, punctus qui ſit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e, ducta quæ ſit e s, diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq́ꝫ lineæ longitudinis quæ ſint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ g e, quæ neceſſario concurret cũ linea k e, concurrente cũ eius æquediſtante quæ eſt g e, per ſecundam primi huius, ſit concurſus in puncto h, palã itaq́ꝫ ꝑ primam undecimi, quia punctus h eſt in ſuperficie g e k, q̃m eſt in linea k g b, quæ ducta eſt in illa ſuperficie, & linea b h, eſt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius, q̃m ipſa linea b h, eſt æquediſtans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ contactus e, palam itaq́ꝫ q̃m ſuperficies g t e, ſecans ſpeculũ tranſaxem g t, ſecat etiã lineam b a. Secet ergo ipſam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝑpendicularis ſup ſupeficiem contingentem ſpeculum ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, hæc eñ ſupficies continget circulum d e, in puncto e, q̃ linea ſit u o p, ſecans ſupficiẽ ſpeculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducant̃ lineæ a o & b o. Cũ itaq́ꝫ ut patet ex p̃miſſis, angulus a e s, ſit æqualis angulo s e k, & cũ angulus i e s, ſit rectus ꝑ 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, eſt æqualis angulo t e k. Sed & angulus t e k, æqualis eſt angulo

i e h

e i h, ꝑ 15. primi, ergo angulus a e i, est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducat᷑ linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam q̄m forma puncti a, reflecte᷑ à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentē in puncto b, quod est ꝓpositū, & q̄m semper est eodem modo demonstrandū quodcūq; punctoꝝ a uel b fuerit ex quacūq; altera parte superficiei m n g, patet idem qd' ꝓponebat᷑, & imaginendū est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, qd' in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex p̄missis sex theorematibus, cū non sit possibile alio modo se habere punctū rei uisæ secundū sitū reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis ꝓpositis, q̄m aut ambo erunt sub supficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unū in illa, aliud sub illa uel ultra illam; aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctū est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis cōuexi quocunq; modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarū cum omniū punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.



Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis super supficiem contingentē speculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta necessario concurret cū axe a h, per 96. primi huius, sitq; linea h z t, secans axem a h, in puncto h, & eius punctus t, sit extra superficiē speculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, est acutus, ducatur quoq; à puncto a, uertice speculi linea extra pyramidē ultra superficiē contingentē pyramidē in linea a z, continens angulū acutū cum speculi axe, quæ est a h, & cū linea longitudinis a z, quæ sit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nō sunt in eadē supficie, sed in diuersis, & in superficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cōtinens angulū acutū æqualem angulo a h z, quæ linea cōcurret cū linea a n, per 14. primi huius, cū anguli h a n & a h z, sint acuti, ut patet ex p̄missis, concurrant ergo in puncto o, & sit linea h o, & facto sup punctum z, circulo æquedistante basi ꝑ 102. primi huius, palā q̄m linea h o, transibit superficiem illius circuli, sicut etiā linea h z c, transit ꝑ supficiē eiusdem circuli. Sit em̄ punctus h, polus illius circuli, ideo quod semidiameter illius circuli cū axe a h, cōtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, sunt acuti, ut patet ex præmissis, secet itaq; linea h z c, supficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis speculi quæ sit a u s, ducatur quoq; linea o z, quæ ꝓducat᷑ usq; ad punctū f, & q̄m linea o z, est ultra superficiē contingentē pyramidē in linea a z, cū linea h z, sit perpendicularis sup illam superficiē, palam quia angulus o z h, est maior recto, cū angulus a z h, sit rectus igit᷑ per 13. primi huius angulus f z h, est minor recto, à puncto ergo z, ducat᷑ linea contingens circulū ꝑ 16. tertij, qui sit z m, cadetq; linea z m, in superficie contingente speculum secundū lineam longitudinis quæ est a z, est ergo linea h z perpendicularis sup lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis sup lineam a z, per 12. primi, quæ sit linea f e, cōcurrens cū linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta concurret

concurret cū linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 31. primi. Itemq; ab eodē puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palā aūt qd' linea m z, est perpendicularis super lineā a e, per 22. primi huius, q̄m ipsa est perpendicularis super lineā t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cōtingens in puncto z igitur linea l e, cum ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29 primi, ꝑpendicularis super lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cū ipsæ sint æquedistātes, ꝓducaturq; linea q e, ultra punctū e, et hoc per 2. primi huius, secabit axē a h, cū ipsa sit in eadē superficie cū linea h t, ꝑ 1. primi huius, secet ergo axē in puncto d, eritq; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q̊q; superficies l e d q, secās pyramidem, erit ergo illius superficiei & supficiei pyramidis cōmunis sectio oxigonia per 103. primi huius, cū ergo linea a e, sit ꝑpendicularis sup lineā f n, & super lineā d q, & sup lineā l e, patet ꝑ diffinitionē lineæ erectæ sup superficiē, q̄m linea longitudinis pyramidis, q̄ est a e, erecta est super superficiē illius sectionis oxigoniæ, quæ est l e d q, & quia linea a e, est ꝑpendicularis sup lineā f e n, erit ergo linea f n, in superficie illa secante pyramidē secundū illam sectionē, fiat ergo ut in illa superficie sectionis à puncto f, ducat᷑ linea f p, per 31. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquedistans lineæ z t, uerū cū angulus o z t, est acutus ideo q̊d angulus o z h, est obtusus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducat᷑ itaq; à puncto z, linea faciens t z, angulū æqualē angulo o z t, q̄ quidē linea ꝓducta necessario secabit lineā f p, per 2. primi huius, cū linea f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducatur linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̄missis per diffinitionē lineæ sup superficiē erectæ, cū ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̄missis, in eadē superficie pyramidē secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palā per 20. quinti huius, q̄a forma puncti o, reflectitur ad uisum existentē in puncto p, à puncto speculi z, uerū q̄a angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi, Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palam quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo per 6. primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo q̄a linea a e est perpendicularis super lineā f n, palā per penultimā primi, q̄a quadratū lineæ f z, ualet ambo quadrata lineaꝝ e f & e z. Sed eadē ratiōe quadratū lineæ z p, ualet ambo quadrata lineaꝝ e z & e p, q̄m ut patet ex p̄missis, angulus p e z, est rectus, quadratū uero lineæ est æquale quadrato lineæ z f, q̄m ut patet ex p̄missis lineæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cōmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratū lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit᷑ latus f e, æquale est lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angul9 e p f, est æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, per 29. primi, q̄m extrinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̄a coalternus est illi, angulus ergo n e q & q e p, sunt æquales, q̄m cū sint in eadē superficie q̄ est p e n, palā ꝑ 20. quinti huius, q̄m forma puncti n, reflectit᷑ ad uisum existentē in puncto p, à puncto speculi q̊d est e. Similiterq; diuidat᷑ à puncto f, q̄cūq; linea ad aliq̊d punctū lineæ z e, & ꝓducat᷑ usq; ad lineā o n, semp ꝓbabitur de pct̄ō lineæ o n, in quā cadit ꝓducta linea q̊d ipsa flectet᷑ ad punctū p, à pūcto aliq̊ lineæ z e, quē secat illa linea, simili modo & omniū huius lineaꝝ ꝓbatio sumet initiū à linea ꝑpēdiculari, q̄ est f e, & à ꝑte lineæ e z, q̄ erit cōmunis oībus illis triangulis, & ita q̊dlibet pūctū lineæ reflectit᷑ ad uisum existentē puncto p, ab aliquo puncto lineæ z e, q̄a de oībus est eadē demonstratio, q̊d et patet ꝑ 34. q̄nti hui9. Si itaq; q̄cūq; linea recta cuiuscūq; rei uisæ, ponat᷑ in loco lineæ a o n, et cētrū uisus sistat᷑ in pūcto p, semper fiet reflexio ad uisum ab aliq̊ punctoꝝ lineæ a z e, q̄ est līea longitudinis speculi, & hoc ꝓponebat᷑ faciēdū, patet ergo ꝓpositū.

XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.

Quando cauſa in diuerſis ſubiectis uniuocatur,& paſſio uniuocabitur,ob hoc nõ repetimus illa hic quæ in ſpeculis planis dicta ſunt in quinto libro huius ſcientiæ,quia utrobiq; in planis,ſcilicet,& propoſitis ſpeculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidũt & reflectuntur à lineis rectis,erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi tantum diſtans à ſuperficie ſpeculi quantum punctus rei uiſæ diſtat ab eadem ſpeculi ſuperficie,ideo quod ſemper imago rei uiſæ uidetur in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ in omnibus his ſpeculis,ut patet per 37. quinti huius,patet ergo propoſitum.

XLIII.

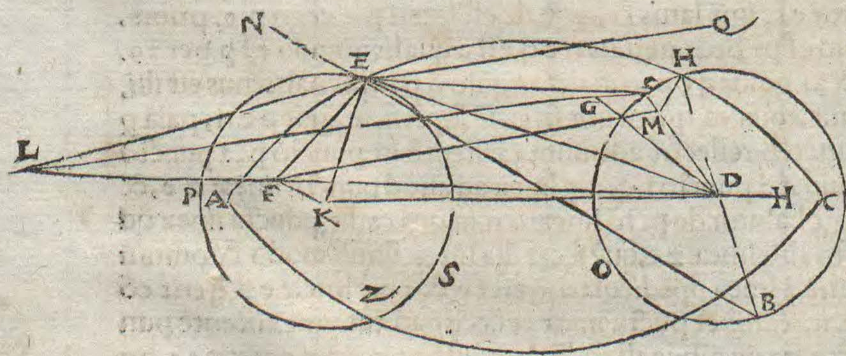
Cũm ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communis ſectio fuerit circulus,erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra ſpeculum columnare conuexũ,aliquando in ſuperficie ſpeculi,aliqñ extra ſpeculũ,ſecundũ modũ quē kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuerſis punctis concurrunt,cuius qui cauſam & demonſtrationē quæſierit,recurrat ad ea,quæ in ſexto huius ſcientiæ libro de ſpeculis ſphæricis cõuexis demõſtrata ſunt,nam eadē penitus eſt ratio hinc inde,quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca & eædem proportiones linearum ſunt in illis ſpeculis & in iſtis,patet itaq; per illa propoſitum,nec uiſum eſt nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto ſectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpēdicularē ductam à puncto reflexionis ſuper ſuperficiē ſpeculi columnaris cõuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concurſus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari ſub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonſtrandum patet per 114.primi huius,ut autē huic noſtro ꝓpoſito concluſio Mathematica ſenſibiliter applicetur,eandē demonſtrationē duximus imitandam.Sit ergo a e b c,columnaris ſectio,& ſit e datus pũctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n,qui ſit punctus rei uiſæ z b, ſit punctus reflexionis à quo ducta ſit linea b d,perpendicularis ſuper axem ſpeculi,qui ſit h k ſecetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n,qui eſt punctus rei uiſæ ipſum ſpeculum ſecundum punctũ propoſitæ ſectionis,qui eſt e,dico uerũ eſſe quod proponitur,ducatur enĩ linea e d, ſitq; & ita, ut fiat e d b angulus acutus,ſit ergo q e l,linea contingens ſectionem in puncto e & ſuper punctum ſectionis, fiat circulus æquediſtãs baſibus ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit b t o, cuius centrũ ſit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit e t, à puncto quoq; d per 11. primi,ducaẽ linea d g,perpendicularis ſuper lineam b d, in ipſa circuli ſuperficie, palam ergo quod ſuperficies h d g, cum per axem h k, tranſeat, qui per 92. primi huius, eſt erectus ſuper circuli ſuperficiem per 18.undecimi. Superficies uero cõtingens ſpeculum in puncto b, erit æquediſtans ſuperficiei h d g,ſpeculũ ſecãti,ideo enĩ quia linea longitudinis ſpeculi ducta à pũcto b,eſt æq̃diſtans axi h k,& linea h t o,circulum contingens ſuper punctũ b,eſt æquediſtans lineæ g d,per 29.primi,angulus enĩ g d b,eſt rectus, ut patet ex p̄miſſis,& angulus cõtentus ſub linea d b,& ſub linea cõtingente circulũ in puncto b, rectus, ꝑ 17. tertĳ, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 14. undecimi,igitur ſuperficies in qua ſunt lineæ



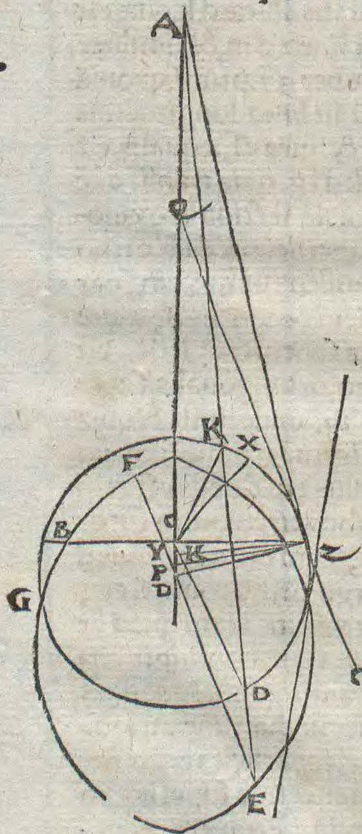
neæ l e & t e,non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g,quod patet per 24.primi huius,qm̃ ſuperficies contingens ſectionem oxigoniam in puncto b, nõ eſt æquediſtans ſuperficiei contigenti eandem ſectionem in puncto e,in quo ſunt lineæ l e q, cõtingens ſectionem & linea longitudinis quæ eſt e t, angulus enĩ e d b,ut patet ex hypotheſi eſt acutus,ſuperficies ergo h e g,non æquediſtat ſuperficiei l e t,ergo concurret cũ illa,concurrat ergo in linea l g,& ducatur linea g t,quæ neceſſario erit contingens circulũ b t o,cũ ſupficies in q̃ ducit̃ linea g t,ipſum ſpeculũ ſit contingens,ducta autē linea t d,erit angulus g t d, rectus,per 17.tertĳ,qm̃ linea t d eſt diameter circuli,& linea g t, contingit illum circulum in puncto t,fiat quoq; ut prius ſuper e, punctum ſectionis circulus æquediſtans baſibus ſpeculi q̃ ſit e s z p,et centrũ huius circuli ſit punctus axis, q̃ k,et ducaẽ linea k e,& ducaẽ etiam linea d l,quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e l p,ſecet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d,eſt in ſuperficie ſectionis per 24.huius,cum ipſa ſectionis ſuperficies ſit ſuperficies reflexionis,& punctũ l, qd' eſt punctũ lineæ contingentis ſectionem eſt in eadem ſupficie ſectionis,ergo per primã undecimi,tota linea d l,eſt in ſuperficie ſectionis,punctum ergo f,eſt in ſupficie ſectionis,ſed ipſum eſt in ſuperficie circuli e z p. Eſt ergo in cõmuni ſectione illarũ ſuperficierũ circuli & ſectionis,ſed & punctum e,eſt in ambabus eiuſdem ſuperficiebus,ergo item ꝑ 1.undecimi linea e f,ducta erit in ambabus illis ſuperficiebus,ergo per 19 primi huius,ſecundum lineam e f, ſecant ſe ſuperficies ſectionis & circuli e z p,ducatur itaq; linea k f,& à puncto f,ducatur perpendicularis ſupficiem circuli b t o,per 11.undecimi,qui ſit f m,cadetq; punctus m in linea d g, ut patet, & ducaẽ linea t m,palam qm̃ linea k d,æquediſtans e t,æqualis eſt lineæ f m, per 25. primi huius,ſunt enim lineæ k d & f m,ambæ ꝑpendiculares ſuper ſupficiem circuli b t a, qa illi circuli æquediſtant per 24.primi huius,utraq; enĩ ipſarũ æquediſtat baſibus columnæ per 100. primi huius, qm̃ ergo linea f m,eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k,quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi,linea k f, æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m,& ſimiliter erit m f,linea æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t,per 37.primi,quoniã linea e t,eſt æqualis & æquediſtans axi k a per 92.primi huius, cũ ſit linea longitudinis ſpeculi,& erit ut prius linea k e,æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f,æqualis eſt & æquediſtans lineæ t m,per eandē 33.primi,uerũetiã ſuperficies k d l g, quia tranſit axē columnæ,& angulus g d b,eſt rectus,orthogonalis eſt ſuper ſuperficiē ſectionis oxigoniæ,quæ eſt a e b c,per diffinitionē ſuperficiei erectæ,& eadem ſuperficies k d l g,orthogonalis eſt ſuper ſuperficiē circuli e s p,qm̃ illa ſuperficies k d l, tranſiens per axem, per 18.undecimi,erecta eſt ſuper baſes columnæ,ergo & ſuper ſupficiem circuli e l p, æquediſtans baſibus erecta eſt in eadem ſuperficie k d l,quia itaq; ducta ſuperficies k d l, eſt erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ & circuli e s p.Eſt ergo orthogonalis ſuper lineam communem dictæ ſectionis & circuli quæ eſt linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f,eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l,in qua ducta eſt linea k f,igitur ꝑ diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiē erectæ angulus e f k,eſt rectus,ergo & angulus t m d, eſt rectus ꝑ 19.undecimi,latera enĩ illos angulos continentia inæquediſtantibus circulorum ſuperficiebus ꝓtracta æqualia ſunt & æquediſtãtia,ut patet ex p̄miſſis, cum ergo angulus d m t,ſit rectus,& angulus g t d,ſit rectus per 17.tertĳ,in trigono ergo orthogonio d t g, ducta eſt ab angulo ad baſem perpendicularis t m,ergo per 8.& 16.ſexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m,eſt æquale quadrato lineæ m t,& qm̃ linea g t, contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod eſt t,palã quod linea l g,eſt æquediſtans axi k d,quoniã enĩ ſupficies ſecundum lineam longitudinis ſpeculũ cõtingentes ſunt erectæ ſuper baſem columnæ, ſuperficies ergo per 19.undecimi,earũ cõmunis ſectio quæ in ꝓpoſito eſt linea l g, ſuper eandē ſuperficiem baſium perpendicularis erit,æquediſtabit ergo axi h k,per 6.undecimi,ergo etiã æquediſtabit lineæ f m,per 30.primi,quia ergo in trigono l g d,linea f m,æquediſtat baſi l g, patet per ſecundã ſexti,quoniã ſecat alia latera illius trigoni ꝓportionaliẽ. Eſt ergo proportio lineæ d f ad f l,ſicut lineæ d m ad m g,ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, ſicut lineæ f l ad m g, ſed linea d f,maior eſt q̃ linea d m,per 19.

primi, q̃m in trigono f d m, angulus f m d, eſt rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l, eſt maior q̃ linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l, maius eſt illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g, ergo & quadrato lineæ t m, ſed linea t m, eſt æqualis lineæ e f, ut patet ex p̃miſſis, ergo illud q̃d fit ex ductu lineæ d f in l f, maius eſt quadrato lineæ e f. Eſt ergo in trigono d e l, angulus l e d, maior recto ꝑ 30. primi huius, q̄a ſi eſſet rectus, tunc cum linea e f, ſit perpendicularis ſuper lineam d l, eſſet per 8. & per 16. ſexti, idem q̃d fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Reſtat ergo ut linea perpẽdicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionẽ a e b c, quæ eſt linea q l, ducta à puncto e, cadat ſub linea e d, non perueniens in punctum d, ſit ergo illa ꝑpendicularis linea e b, & q̄a angulꝰ e d b, eſt acutus, & angulus d e u, acutus, q̃m angulus u e q eſt rectus, ergo per 14. primi huius, lineæ e u & b d, productæ concurrent in puncto aliquo ſub axe h k, & ſub concurſu lineæ e d, cum linea b d, quod eſt euidens, patet ergo propoſitum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiem ſpeculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice ſpeculi q̃ ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi concurrere eſt neceſſe, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem ſuper axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ꝓpoſitio patet per 113. primi huius, ut iam facilius pyramidalibus ſpeculis applicetur. Sit ſpeculum pyramidale cõuexum a b g, cuius uertex ſit a, & axis a k, cadatq; in ipſum ſectio oxigonia, â cuius circũferentia formæ punctoꝝ lineæ uiſæ reflectãtur ad uiſum, quæ ſit b f e z punctũ quoq; reflexionis ſit e, & ſit linea e d, exiſtens à pũcto e, quod eſt punctũ reflexionis ꝑpẽdicularis ſup ſupficiẽ contingentẽ ſpeculũ, q̃ ꝓducta in ſuperficie ſectionis, concurrat quidẽ cũ axe a k, per 14. primi huius, angulus eñ e a k, eſt acutus, & angulus a e d eſt rectus, concurrat ergo in puncto d, ſitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto ſpeculi e z, q ſit h z, dico q̃d kathetus h z, cõcurret cũ perpendiculari e d, ultra punctũ d, ſub axe ſpeculi ducatˀ eñ linea t z q, quæ contingat ſectionẽ b e f, in puncto z, cũ ſit punctum z, remotius à puncto a, uertice ſpeculi, q̃ ſit punctum e, ducta quoq; linea z d, angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d, ſuper ipſum axem ſpeculi in quo cadit punctũ d, tranſeat quoq; ſuper punctũ z, ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi, quæ ſecando ſpeculum faciat circulũ r z g, per 100. primi huius, iſte ergo circulus ſecat ſectionẽ b e f in duobus tm̃ locis per 104. primi huius, q̃m circulus eſt ꝑpendicularis ſuper axẽ a d, & ſectio eſt obliqua ſuper eandem axem, & ducãtur lineæ a z & a e, linea quoq; a e, quæ ex hypotheſi eſt breuior q̃ linea a z, ideo quod punctum z, remotius eſt â uertice pyramidis q̃ punctum e, ꝓtrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g, & ſit concurſus punctus o, ergo punctus o, eſt remotior à puncto a, uertice ſpeculi q̃ ſit punctus e, eritq; linea a o, æqualis lineæ a z, per 89. primi huius, ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã. Cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis ſup ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ ſecundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k, ultra punctum d, cui prius data eſt incidere perpendicularẽ e d, per 2. primi huius. Sit ergo punctus concurſus k, erit eñ linea o k, æquediſtans lineæ e d, per 6. undecimi, ducantur ergo lineæ k z & d z, & q̄a linea k z eſt æqualis lineæ k o, ꝑ 65. primi huius, eſt eñ k polus circuli, ſed linea a d, eſt æqualis lineæ a z, ꝑ 89. primi huius, cũ ſint lineæ lõgitudinis unius pyramidis, & linea a k, cõis eſt ambobus



ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æq̃anguli, ſed angulus a o k eſt rectus, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingente ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & ſuperficies z k o eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem, & quia à puncto z ducta eſt linea contingens ſectionem quæ eſt c z q, cum ergo ut patet linea k z ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentẽ ſecundum lineã a z & cõmunis ſectio ſuperficiei ſectionis, & illius ſuperficiei ſpeculũ contingentis ſit linea t z q cõtingẽs ſectionẽ, erit linea k z ꝑpendicularis ſuper lineã t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiẽ cõtingentẽ, & quia ut patet ex præmiſſis angulus k z q eſt rectus, trigonũ q̊q; a z k erectũ eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ ſecundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea b z eſt ſimiliter perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ contingentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ ſectionẽ ſuperficiei circuli r z g, & ſupficiei pyramidẽ ſecundũ lineam a z contingẽtis, hoc aũt per 3. undecimi eſt linea recta, ſit ergo hæc linea z y, eſt palã per præmiſſa q; linea z y cõtingit circulũ r z g, ſit quoq; cẽtrũ huius circuli c, & producatur c z angulus c z y, eſt rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, quod eſt centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per 13. primi, & ſit linea c f, linea ergo c r, eſt æquediſtans lineæ z y per 28. primi, linea uero c r, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r eſt rectus ex præmiſſis, & angulus z c a, eſt rectus, ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis eſt perpendicularis ſup baſem pyramidis, cui circulus æquediſtat, ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23. primi huius, linea ergo z y æquediſtans lineæ c r, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens ſectionem, eſt obliqua ſuper ſuperficiẽ a z c, ergo & ſuper lineam c z, producatur ergo â puncto z in ſectionis ſuperficie extra ipſam ſectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimam primi, quæ ſit z b, & quia punctus d per 24. huius eſt in ſuperficie ſectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipſum aliud eſt à puncto k, qui eſt punctus axis inferior puncto d extra ſuperficiem ſectionis, ſed punctus z eſt in ipſius ſuperficie, patet ergo quoniam linea k z eſt extra ſuperficiem ſectionis, linea ergo k z ſecat lineam, z h, nec continuatur cum ipſa, quoniam linea z h eſt in ſuperficie ſectionis, & linea k z eſt extra illam, & quoniam lineæ k z & h z ſecant ſe in puncto z, patet quod ipſæ ſunt in alia ſuperficie una per 2. undecimi, ſint ergo lineæ z k & z h in alia ſuperficie præter ſuperficiem ſectionis, quæ ſecet ſuperficiem ſectionis ſuper lineam p z h in ambabus iſtis ſuperficiebus exiſtentem per 19. primi huius, & ſit z p eadem linea cum z h, quæ eſt producta in ſuperficie ſectionis, linea uero d z, quæ eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperficiem in qua ſunt lineæ k z & z h, ſed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum ideo quia ut prædictum eſt linea k z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem quæ tranſit lineas a z & z q, & ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z h, ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus communem, per 19. primi huius, quæ eſt h z, una linea d z eſt in ſuperficie ſectionis ut ſupra patet, & ſecatur à linea k z in pũcto z, & pũcta c & q ſunt â lateribus ſuperficiei k z p h, ergo & ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem d z q, differẽtia ergo cõmunis ſupficieꝝ h z k & d z q, & in ſupficie h z k eſt quoq; illa cõis ſectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea z q angulũ rectũ, nã linea z q cũ ſit ꝑpẽdicularis ſup lineã z h, et ſup lineã z k, patet ꝑ 4. undecimi, q̃m ipſa eſt erecta ſup ſupficiẽ h z k, ergo & ſup lineã z p, & q̃m ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem d z q & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q fit ex parte ſemidiametri z t, erit linea quæ eſt differentia communis his duabus ſuperficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q 3 d eſt obtuſus, & h z eſt in ſuperficie in qua ſunt lineæ d z & z q, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra ſectionem ultra punctum z, ſecabit angulum d z q, & linea h z, concurret cum linea e d ſub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e eſt acutus ex hypotheſi, & angulus d z p acutus, kathetus itaqꝫ incidẽtiæ qui eſt h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem, concurret ſub axe & ſub pũcto ipſius axis, qui eſt d, ſit itaqꝫ punctum concurſus p, & hoc eſt propoſitum.

XLVI.

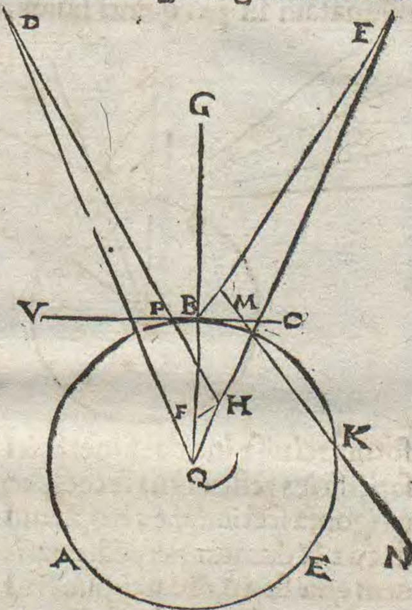
Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi pyramidalis cõuexi, cũ katheto incidentiæ puncto ꝓpinquiori à uertice ſpeculi quàm ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi cõcurrere eſt neceſſe, altioris quoqꝫ puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius ſub axe, dum tamẽ linea à puncto ſuperiori cũ ꝑpẽdiculari ducta à pũcto inferiori ſuper axem angulũ cõtineat acutum.

Sit ut in præmiſſa ſpeculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex ſit a, & axis a d, ſitqꝫ in ipſo ſectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoqꝫ reflexionis ſit e, ſitqꝫ linea e d perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi cõcurrens cum axe a k in puncto d in ſuperficie ſectionis, ſitqꝫ kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto e, qui ſit h z, cuius punctum z ſit propinquius uertici ſpeculi quàm pũctum e, ita tamẽ quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerũ eſt quod ꝓponitur, circũducatur eñ à puncto z, ipſi ſpeculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoqꝫ a e ex hypotheſi eſt longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abſcinditur per ſuperficiem circuli r z g, ideo quia pũctum z propinquius eſt uertici pyramidis, quæ eſt a, quàm punctũ e ſit ergo ut abſcindatur in pũcto o, eſt ergo punctũ o propinquius uertici ipſius ſpeculi, quàm e pũctum, eritqꝫ linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis ſuper lineam a o, quæ ſit o k, ſecans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquediſtans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & qͣ linea k z eſt æqualis lineæ k o per 65. primi huius, eſt eñ pũctus k polus circuli k z b g, ſed linea a o eſt æqualis lineæ a z ꝑ 89. primi huius, et linea a k, eſt cõmunis ambobus illis trigonis, erũt ergo ꝑ 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, ſed angulus a o k, eſt rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d eſt rectus, & linea e d & o k æquediſtans, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingentem ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineã a z, ducta quoqꝫ à puncto z linea cõtingentem ſectionem in puncto z, quæ ſit t z q. Perficiatꝰ demonſtratio, ut in proxima præmiſſa, pateťqꝫ propoſitum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ ſit communis ſectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cũ perpendiculari e d ſub axe a d & ſub puncto d, & ſi in periferia ipſius ſectionis ſignetur punctus ꝓpinquior uertici quàm ſit punctum z, qui ſit pũctus x, ab eo quoqꝫ ducatur kathetus incidentiæ qui ſit x y, qui eodem modo ſi angulus x d e, fuerit acutus demonſtrabitur cõcurrere cum perpendiculari e d ſub axe a d, ſit concurſus in puncto y, dico quod pũctus y remotior erit ſub axe a d, quàm punctum p, non enim ſecabit linea x y angulũ a z p, neqꝫ lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur ſub axem, & kathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non ſecabit lineam d p, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra ſectionem oxigoniam ſecante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem ſui reſectam intra ſectionem oxigoniam, ſicut partis extrinſecus reſectæ ad eam quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones.

Eſto a b c ſectio oxigonia, cuius punctus b, ſit punctus reflexionis, & ſit e punctus rei uiſæ, d centrum uiſus, à puncto quoqꝫ reflexionis quod eſt b, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b, qui ſit g b q, ducta intra ſpeculum propoſitum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, aut ſuper lineam ſectionem contingentem, ut fuerit poſſibile, ducatur quoqꝫ linea cõtingens ſpeculum in puncto b, quæ ſit t b u, & alia contingens ſectionem in puncto k, duæ itaqꝫ perpendiculares, quæ ſunt g b q & o k, concurrent intra ſectionem ſub axe ſpeculi per tres præcedentes, ſit ergo punctus cõcurſus illarum perpendicularium pũctum q, ſed hoc in propoſito aliter declarandum. Ducãtur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmiſſis, quoniam linea k m, cadet intra ſuperficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem ſuperficiem, igitur linea b t, ſecabit lineam e k, ſit ut ſecet ipſam in puncto t, & linea k m ſecabit lineam b e, & ſit ut ſecet ipſam in pũcto m. Cũ ergo angulus e k m ſit rectus, ut patet ex præmiſſis, palã quod angulus e k b maior eſt recto, & ſimiliter quod angulus g b t eſt rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ ꝑpendiculares g b & e k cõcurrent in aliquo puncto ſuperficiei reflexionis, cum ſint in eadem ſuperficie, ſit ut prius earum cõcurſus in puncto q, ſimiliter ꝙꝙ angulus d b k, eſt maior angulo recto, qui eſt g b t, qui eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cõcurrẽt, ſit ipſarũ concurſus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, eſt locus imaginis formæ puncti e, dico itaqꝫ ꝙd erit proportio lineæ e q, quæ eſt kathetus incidẽtiæ formæ puncti e, ad lineã q h, ſicut lineæ e t ad lineã t h, qͣ eñ lineæ e k et b e cõcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æquediſtans lineæ e b, per 31. primi, & qm̃ angulus e b t, eſt per 20. quinti huius, æq̃lis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, eſt æqualis angulo t b h, palã ꝙd angulꝰ e b t, erit æqualis angulo c b h. Reſtat ergo ut angulꝰ e g b, ſit æqualis angulo h b q, ideo qͣ anguli c b q & c b g, ſunt recti et æquales, cũ igitur linea c b diuidat angulũ e b h ꝑ æqualia, erit ꝑ 3. texti, proportio lineæ e t, ad c h, ſicut lineæ e b, ad b h, ſed per 29. primi, angulus e b g, eſt æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, eſt æqualis angulo h b f, qm̃ ut p̃oſtenſum eſt angulus e b g, eſt æqualis angulo h b f ergo ꝑ 6. primi, lineæ h b, eſt æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineam h f, ſicut ad linea h b, eſt aũt proportio lineæ e b, ad h f, ſicut lineæ e q ad q h, per 4. ſexti, qͣ ꝑ 29. primi, trigona e q b & h q b, ſunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, ſicut lineæ e q ad q h, erit ergo per 11. quinti, proportio lineæ e t, ad lineam t h, ſicut lineæ e q, ad lineam q h, quod eſt propoſitum.



XLVIII.

In omni ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, communi ſectione ſuperficie reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente linea recta interiacens pũctum concurſus duarum præmiſſarum perpendicularium & locũ imaginis maior eſt linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

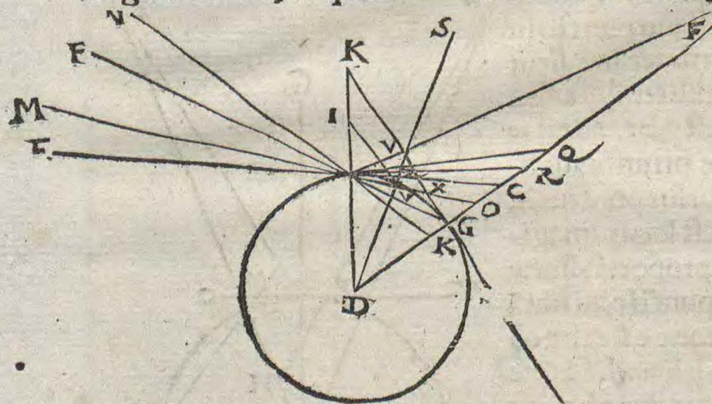
Sit omnimoda diſpoſitio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia eſt proportio lineæ e q ad lineam q h, ſicut lineæ e b ad lineam h f, per 4. ſexti, & proportio lineæ e b ad h f, eſt ſicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineã b h, ſicut lineæ e q ad lineã q h, per 11. quinti, ergo ꝑmutatim ꝑ 16. q̃nti, ꝓportio lineæ e q ad e b, ſicut q h ad h b, ſed linea e q maior eſt ꝙ linea e b, ꝑ 19. primi, eo ꝙd angulꝰ e b q maior eſt recto, ut patet ex p̃miſſis, qͣ angulꝰ t b q, eſt rectꝰ, ergo linea q h eſt maior ꝙ linea h b, ꝙd ẽ ꝓpoſitũ, eſt eñ pũctũ q illud in ꝙ cõcurrũt duæ ꝑpendiculares g b q & e b

& e b,quæ eſt kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b eſt punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uiſus exiſtens in puncto d.

XLIX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia,formaq; rei uiſæ oblique ſpeculo incidente,locus imaginum formarum uiſorum punctorum quandoq; erit in ſuperficie ſpeculi,quandoq; intra ſpeculum,& quandoq; extra ipſum.

Quod hic proponitur locum habet,cum punctus rei uiſæ non fuerit in diametro uiſuali perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi,tunc enim unius ſolius forma pũcti ſuper lineam perpẽdicularem accedit ad ſpeculum,& ſecũdum eandem lineam reflectetur ad uiſum,utpote pũctus ipſius ꝑpendicularis lineæ,quæ eſt in ſuperficie oculi uidentis,pũctus eñ ultra ſuperficiem oculi ſumptus non poteſt reflecti ſuper hanc ꝑpendicularem, quia non poteſt accedere ad ſpeculum ſuper lineam perpendicularem propter rationẽ aſſignatam in 32. quinti huius, & ſimiliter non poteſt reflecti forma illius puncti ad



uiſum ab alio puncto ſpeculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis,ſi enim daretur hoc poſſe fieri,tunc accideret duas perpendiculares ductas à ſuperficie ſpeculi cõcurrere in cẽtro eiuſdẽ uiſus, q̊d eſſet contra 6. undecimi, & contra 20.primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod eſſet contra 33.primi,& impoſſibile,in tali ergo ſitu perpendicularis reflectitur tantum in ſeipſam,ſit autem nunc ut forma rei uiſæ incidat ſuperficiei ſpeculi non perpendiculariter, ſed oblique, & eſto ut ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculum columnare conuexum,& cõmunis eorũ ſectio ſit oxigonia ſectio,quæ a b g,à cuius punctum a ſumatur linea cõtingens ſectionem, quæ ſit e a t,& ducatur perpẽdicularis à puncto a per 11.primi,ſuper lineam,e t intra ſectionem quæ ſit a d,cadatq; punctus d intra ſectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit ſectionem in duas partes, in quarum utraq; eſt punctus unicus in quo pũcto linea ſectionem cõtingens erit æquediſtans lineæ d a,ſit ergo citra unum illorum punctorum alius,qui ſit pũctus g,cuius puncti contingens concurrat cũ linea d a in puncto h extra ſectionem,& ducatur linea perpendicularis ſuper hanc lineam cõtingentem,quæ eſt g h per undecimam primi,perpendicularis ſit g q, ſecans lineam aliam contingentẽ quæ eſt e a t,in puncto t,erit ergo punctum t,finis cõtingentiæ per diffinitionem,& hæc quidem perpendicularis,quæ g q,neceſſario concurret cum linea h d per 14.primi huius,ideo quod angulus q g h eſt rectus.& angulus g h d acutus, ſit ergo in puncto d ipſarum concurſus,& ducatur linea g a, quæ producatur extra ſectionem uſq; ad punctum p, & ducatur linea q a,igitur angulus q a h, aut eſt æqualis angulo h a p,aut maior aut minor,ſi ſit æqualis,incidit ergo forma pũcti q ſpeculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uiſus exiſtens in puncto p per 20.quinti huius, & locus imaginis punctus g,qui eſt punctus ſectionis oxigoniæ & ſuperficiei columnæ ſpeculi per 37. quinti huius,quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei riſæ,quæ eſt q,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto g,cũ linea reflexionis, quæ eſt p a,& quia punctus g eſt in ſuperficie ſpeculi,patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in ſuperficie ſpeculi,ſi uero in linea g q ſupra punctum a,ſumatur alius punctus ut f,& ducatur linea f a,erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Eſt enim angulus f a h minor angulo q a h,qui eſt æqualis angulo h a p,fiat ergo angulus f a h ſuper a terminum b e h a æqualis angulo qui ſit h a n,per 23.primi,& producatur linea n a intra

intra ſectionem,concurretq; cum katheto f q g d,& ſit punctus concurſus k,palam ergo per 20.quinti huius, quod forma puncti f,reflectitur à puncto ſpeculi,quod eſt a,ad uiſum exiſtentem in puncto n,et locus imaginis formæ puncti f,erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ,q f,quæ ſunt ultra pũctum q,erunt intra columnã ſpeculi,ut patet per 34.quinti huius,& ex præmiſſis, ſi non inter punctum q & punctum t, qui eſt finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod,ut r,& angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p,fiat ergo ei æqualis angulus,qui ſit h a m,palam quod linea m a producta cadet ſuper lineam g q extra ſectionem, ideo enim quia linea p a cõtinens cum linea a h,angulum p a h æqualem angulo q a h,cadit in ipſum ſectionem in punctum g,patet quia linea m a,ſecabit lineam g q, extra ſectionem, ſitq; ut cadat in punctum o,erit ergo per 37.quinti huius,imago formæ puncti k,in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q,excepto puncto q,imagines erunt extra ſpeculum intra puncta o & g,ſi autem angulus q a h,fuerit minor angulo h a p,ſecetur ex angulo h a p,angulus h a n,æqualis angulo q a h,per 27.primi huius,palam ergo ut prius quod formæ pũcti q,imago erit in puncto k, & omnium ſuperficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra ſectionem, ſi uero punctus r, ſumatur inferior puncto q,ita ut angulus r a h ſit æqualis angulo h a p,tunc erit imago formæ puncti r in ſectionis puncti g, quod eſt in ſuperficie ſpeculi & omnium punctorum inter r & q,imagines erunt intra ſpeculum & omnium punctorum inter puncta k & d,imagines erunt extra ſpeculi ſuperficiem, ſi uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p,fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta ſecabit ſectionem, linea enim e a t,eſt contingens ſectionem in puncto a,propter quod linea m a producta neceſſario ſectionem ſecabit,ſecet ergo in puncto b,& ducatur linea contingens ſectionem in puncto b,qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14.primi huius,angulus enim d b l eſt rectus,& angulus l d b acutus,ducta linea d b, eritq; angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l ſit rectus, eſt ergo per 13. primi, angulus h l b obtuſus, linea ergo l b concurret cum linea h g,ut patet per 69.primi huius,ex parte punctorum b & g,quia quãtum ad hoc eadem ratio eſt in circulis & in ſectionibus,facietq; cum ipſa angulum acutum,ducatur ergo perpendicularis ſuper lineam l b à pũcto b,& per 11.primi, quæ ſit g s,hæc ergo coniuncta cũ linea d b,fiat linea una per 14.primi,quoniam utraq; ipſarum cum linea l b, in eodem puncto qui eſt b, continet angulum rectum, & linea b s,ſecabit lineam h g, ſit ut ſecet ipſam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g,& angulus s b l,eſt rectus,patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14.primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapoſitus ſimiliter eſt acutus per 15.primi, quando uero linea h g,ſecat lineam q a,ſit punctus ſectionis u, & quoniam angulus h g d,eſt rectus,& linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ ſunt in una ſuperficie, palam per 14.primi huius, quod linea h g cum linea, q a,continet angulum acutum ſuper punctum u,qui eſt angulus h u a,quia ergo angulus s x h eſt acutus, & angulus q u g,contrapoſitus angulo h u a,per 15.primi, eſt acutus,patet per 14. primi huius,quod lineæ s b & q u concurrunt,ſit ergo concurſus ipſarum in puncto z, forma itaq; puncti z, mouebitur ad ſpeculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uiſum exiſtentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra ſectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ ſunt circa z, loca imaginum erunt extra ſectionem, quod eſt propoſitum.

L.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, centroq; uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, reflexionem poſſibile eſt fieri à tota linea longitudinis ſpeculi ad uiſum, imagoq; eius uidebitur recta æqualis rei uiſæ.

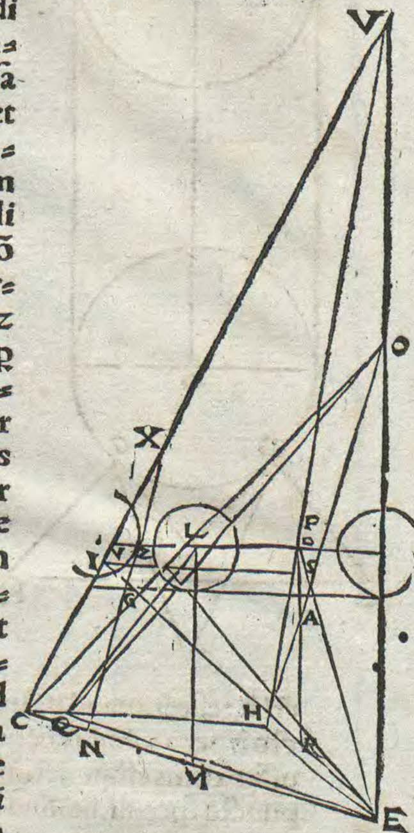
Eſto ſpeculum columnare,ut in 30.huius,cuius axi z h,æquediſtat linea recta quæ ſit t h,erit ergo per 30.primi huius,& per 92.primi huius,linea t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi columnaris,quæ exiſtens in eadem ſuperficie t h z k, ſit linea a g,dico quod ſi uiſus, cuius centrum ſit e, fuerit in eadē ſuperficie t h z k cū linea t h,& cum axe z k,poſſibile eſt,ut oĩa puncta lineæ t h reflectantur ad uiſum e,quoniam per 30. huius, poſſibile eſt,ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h, ſint in linea longitudinis columnæ, quæ eſt g a, quia illa linea ſuperficiei reflexionis in qua ſunt uiſus e, & axis z k & linea t h, & ſuperficiei columnæ eſt communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem ſuperficie cum uiſu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h eſſe ſecundum lineam rectam diſpoſita,ſicut in ſpeculis planis per 52.quinti huius,exiſtit probatum de lineis rectis uiſi, patet ergo propoſitum.

LI.

Lineæ rectæ æquediſtantes axi ſpeculi columnaris conuexi, uiſu non exiſtente in eadem ſuperficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor reuiſa.

Sit diſpoſitio quæ prius in 30.huius,reflectaturq́; forma lineæ t h,à linea lōgitudinis ſpeculi,quæ ſit a g,dico quod imago lineæ t h,uidebitur aliqñ curua, forma enim pūcti eius quod eſt q,ut ſupra patuit reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi b,qui eſt punctus circuli b f,linea ergo à puncto q,ducta ad centrū circuli b f,quod eſt l,quæ erit q l,& ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti q,quoniam ut patet per 17.tertij,linea q l,eſt ꝑpendicularis ſuper lineā contingentem circulū b f,cuius periferia eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,hic quoq; kathetus q l,ut patet,concurret cum perpendiculari producta à puncto b,quod eſt punctū reflexionis ſuper ipſam ſuperficiem ſpeculi ſuper axē z k,& erit cōcurſus in pūcto axis l,ſcilicet in cētro circuli b f,ꝑ 96.primi huius, q̄ cōcurrat ergo linea q l cū linea m l, in puncto axis l,producatur q́q; linea reflexionis, eſt e b,quouſq; cōcurrat cū katheto q l,& ſit punctus concurſus c,uidebitur ergo per 37. quinti huius,imago formæ puncti q in puncto c,& eſt punctus c,per 1.undecimi, in ſuperficie in qua ſunt linea q h,& axis z k,eſt linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto ſpeculi g, q per 10.huius, eſt punctus ſectionis oxigoniæ cū punctus c ſit altior centro uiſus,quod eſt e,nec ipſa ſunt in eadem ſuperficie. Eſt aūt à puncto t,unā tm̄ ducere ꝑpendicularē ſuꝑ ipſam oxigoniā ſectionē, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,uel ſuper lineā cōtingentē ſpeculū in pūcto aliq oxigoniæ ſectionis per 12.primi,ſit ducta,hæc ergo per 114.primi huius,uel per 44.huius, cōcurret cū perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis quod eſt g, ſuper axē z k,quæ eſt linea n g z,eritq́; cōcurſus ſub axe,hoc eſt ſub puncto z,qui eſt concurſus ꝑpendicularis,n z,& axi z k,qm̄ ducta linea t z,erit angulus t z n acutus,ideo quod angulus n z y eſt rectus,axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad puncto x,& ducatur à puncto g,linea cōcurrēs cum linea n z,producta ultra punctum z in puncto x,concurret autem per 14. primi huius, ideo qa angulus x n t,eſt rectus,uel acutus,& angulus x t n acutus,ſecetq́; linea t x axē k z in puncto y,& producatur linea e g,ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x,cōcurrent autem per 29.primi huius,linea enim e g producta ſecat angulum t g x, ergo & baſem t x, quoniam illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie ut patet, ſit ipſarum ſectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37.quinti huius, ſimiliter ducta à puncto h,lineæ t h, quæ ſit orthogonalis ſuper lineam contingentem ſpeculum in aliquo puncto ſectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uiſum e, per decimam huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, ſub puncto d, qui eſt punctus axis per 114.primi huius,uel per 44.huius,concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p & ſit

ſecundum præmiſſos modos punctus concurſus s,erit quoq; ut prius pūctus s imago puncti h,ducatur quoq; linea s r,palam ergo cum linea c i concurrat in pūcto x cum perpendiculari,n z,quæ eſt æquediſtans lineæ e o,quod eadem concurrat cum linea e o, per ſecundam primi huius,concurrat ergo in puncto u, ſimiliter linea h s, cum concurrat cum perpendiculari d r, quæ eſt æquediſtans lineæ e o,concurrat cum linea e o per eandem ſecundam primi huius,ſed quoniam ſitus puncti t lineæ t h, reſpectu puncti e, quod eſt centrum uiſus,idem eſt cum ſitu puncti h,& eadem diſtantia à uiſu,qm̄ linea t h,æquediſtat axi z k, & ſimiliter puncta t & h, æqualiter diſtant à puncto q,& ut patet ex præmiſſa in 30.huius,ſitus puncti t & puncti h,ad punctum o,eſt idem,et punctorum i & s reſpectu puncti o,eſt etiam idem ſitus, ut patet ex præmiſſis in præſenti demonſtratione, ergo per primam undecimi,erit linearum c i & h s reſpectu lineæ e o,idem ſitus, lineæ ergo c i & h s concurrent ſuper idem punctum lineæ e o,cōcurrent ergo in puncto u,erit ergo c u h triangulus,& in ſuperficie huius trianguli erit linea i s, axis autem ſpeculi, qui eſt z k,non eſt in hac ſuperficie, uerum linea c h, eſt in eadem ſuperficie cum axe,ut patet ex hypotheſi & per ſecundam primi huius,ergo ſuperficies illa ſecat ſuperficiem trianguli c b h ſuper lineā cōmunem,quæ eſt e h,non ſuper aliam,cum ergo punctus c ſit in ſuperficię lineæ t h,& ſimiliter axis z k,ſit in eadem ſuperficie,& punctus c non ſit in linea t h, ergo non eſt in ſuperficie trianguli t u h,& duo puncta i & s,ſunt in ſuperficie illius trianguli,linea ergo i t s erit curua per primam undecimi,& quia ipſa eſt imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ eſt t h,eſt curua,quod eſt primum propoſitum,ſed eius curuitas modica eſt,quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctū.ſ.ſectionis lineæ i s,& ſuperficiei circuli eſt ualde parua ſed quanto maior fuerit linea uiſa,quæ eſt t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi,tanto imago eius erit minus curua, & quāto minor fuerit linea t h,tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor eſt quàm linea t q,& linea s c,minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s,cadit inter lineas t u & h u,concurrentes in puncto u, & eſt quaſi æquediſtans lineæ t h,ſicut & axi k z,patet ergo quod linea imaginis quæ eſt i t s,minor eſt reuiſa,in qua eſt linea t h, & hoc eſt ſecundum propoſitum,patet ergo totum quod proponebatur.



LII.

Superficie lineæ rectæ uiſæ,ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columnaris conuexi orthogonaliter ſecante,centroq́; uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie à circumferentia circuli,quæ eſt communis ſectio ductarum ſuperficierū & ſpeculi fiet reflexio, lineæq́; rectæ uiſæ imago erit curua.

Eſto linea t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus e,& axis dati ſpeculi columnaris,qui ſit d f,ſitq́; punctum e in ſuperficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ ſuperficies ſe interſecant,quod neceſſe eſt eſſe per 19.primi huius,& per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli,quæ eſt communis ſectio ſuperficiei, t h e, & ſuperficiei columnæ ipſius ſpeculi qui ſit g b,fiet reflexio ad uiſum,aut enim centrum uiſus, quod eſt e, erit retro lineā t h,& tunc cum illa linea ſit corporalis eſt diafona,eius denſitas occultabit uiſui ſpeculum, & non fiet reflexio,niſi forte ſolæ formæ capitum lineæ quæ ſunt t & h,appareant & reflectantur ad uiſum à circulo ſpeculi,qui eſt b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, ſicut per 65.ſexti huius, patuit

de ſpeculis ſphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona groſſæ diafonitatis, ut criſtallus, de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ, ſed ſi linea t h ſiue exiſtente diafona ſiue non, fuerit uiſus ſub illa intra ipſam. ſ. & ſpeculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝑpter interpoſitionem capitis in quo eſt uiſus, pars autem illa lineæ t h, quæ uideri poteſt non obſtante capitis impedimẽto, reflectetur à circulo b g, ad uiſum, eodem penitus modo quem de ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtẽdimus ſuo loco, eſt ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uiſæ ſemper curua, quod ſi centrum uiſus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem ſuperficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uiſum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa, & hoc eſt propoſitum.

LIII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq́ꝫ uiſus nõ exiſtente in eadem ſuperficie, factaq́ꝫ reflexione ad uiſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit ſupficies plana in qua eſt linea t h orthogonaliter ſecãs ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g. Sitq́ꝫ centrum uiſus e, non in eadẽ ſuperficie cum linea t h, cuius extrema t & h, ſicut ꝑponitur æqualiter diſtent à centro uiſus e, palamq́ꝫ per 10. huius, quoniam communes ſectiones omnium in ſuperficierum reflexiõis & ſpeculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypotheſi forma pũcti h, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi propoſiti, ſit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e quod eſt centrum uiſus, cuius eſt punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi, ſit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ ſunt b & g eiuſdẽ diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus, igitur duo puncta b & g, erunt in circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, quæ cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem trãſeuntem centrum uiſus e, & ſecantem ſpeculum æquediſtanter baſibus ipſius ſpeculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionũ quæ ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & c, quorum formæ reflectuntur, ſit ergo ille circulus b z g, cuius centrum ſit d, ducantur itaq́ꝫ lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ ſunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares ſuper lineas circulum b z g, cõtingentes in pũctis b & g, quæ ſint d g & d b o, palã quia per 21. huius, q̃m illarũ perpendiculariũ partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uiſus quæ ſit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ aũt pũcta h & t, ſint eiuſdẽ ſitus & diſtãtiæ reſpectu puncti e, & reſpectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, eſto q̃d cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturq́ꝫ linea lõgitudinis columnæ ſpeculi in qua ſit punctus z, & ſit hæc linea in ſuperficie plana, in qua eſt cẽtrũ uiſus & axis ſpeculi, ſitq́ꝫ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniã ſuperficies in qua ſunt centrũ uiſus & axis ſpeculi interſecat ſuperficiem in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo hæc ſectio punctus q, & à puncto q, ducatur linea æquediſtans lineæ d z c, cadat quidem hæc linea per 2. primi huius, ſuper axem ſpeculi ex una parte & ſuper lineam l z n ex alia cadat ergo in pũctum n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, q̃m angulus h b o, q̃ eſt angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, eſt æq̃lis angulo o b e, q̃ eſt angulus reflexionis, ſed angulus h b o per

h b o, per 15. primi huius, eſt æqualis angulo l b d, q̃m eſt ei contrapoſitus, & angulus o b e, æqualis eſt duobus angulis b e d, & b d e, per 32. primi, cum in triangulo e b d, ipſe ſit extrinſecus angulus ergo l b d, æqualis eſt eiſdẽ duobus angulis. ſ. b e d, & b d e, ſecetur itaq́ꝫ ex angulo l b d, angulus qui ſit m b d, æqualis angulo b d e, per 27. primi huius. Remanet ergo angulus m b i, æqualis angulo b e d, quia ergo in triangulo e b m, angulus b e m, eſt æqualis triangulo m b l, & angulus b m e, cõmunis uterq́ꝫ illoꝝ trigonoꝝ erit per 32. primi, angulus m b e, trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, eſt ergo per 46. proportio lineæ e m ad b m, ſicut lineæ b m ad m l ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale eſt quadrato lineæ b m, ducatur quoq́ꝫ linea m z, & q̃m angulus b d m, maior eſt angulo z d m, quia eñ angulus s d e, eſt æqualis angulo o d e. ꝑpter identitatem ſitus punctoꝝ reflexionũ, quæ ſunt b & g, à centro uiſus e, quæ cauſatur ut præoſtenſum eſt ex identitate ſitus punctoꝝ uiſorum, qui ſunt h & t, reſpectu uiſus e, angulus uero s d e, maior angulo z d m, nec totum ſua parte ergo & angulus b d m, eſt maior angulo z d m. Sed & duo latera z d & d m, ſunt æqualia duobus lateribus b d & d m, q̃m d b & z d, ſunt ex centro ad circũferentiã, & latus d m eſt commune, erit ergo p 24. primi, latus m b, maius latere m z, illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius eſt quadrato lineæ z m, ſit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor q̃ ſit lineæ m l, æqualis quadrato lineæ m z, & ducantur lineæ l b, i z, e z, & quia trianguli e z m, & z i m, quoꝝ cõmunis angulus eſt z m i, per 6. ſexti, ſunt æquianguli, ꝑpter laterum ſuoꝝ proportionalitatem ex 16. ſexti, quæ continent illum communem angulum, erit ergo angulus m z i, æqualis angulo z e i, eſt ergo angulus m z l, qui eſt maior angulo m z i, maior angulo z e d. Sed q̃m angulus m b d, conſtitutus eſt æqualis angulo b d m, erit linea m d, æqualis lineæ m b, per 6. primi. Sed linea m b eſt maior q̃ linea m z, ut patet ex p̄miſſis, ergo linea m d, eſt maior q̃ linea m z, ergo per 18. primi, erit angulus m d z, maior angulo m z d, igitur angulus d z l, maior eſt duobus angulis e d z, & z e d, angulus enim d z l, continet angulũ m z l, maiorẽ angulo z d e, q̃m angulus m z i, qui eſt pars anguli m z l, æqualis eſt angulo z e d, ut ſupra patuit. Item præter angulum m z l, cõtinet angulum d z l, & angulũ d z m, maiorẽ angulo m d z, angulus uero n z e, eſt æqualis angulo d z l, per 15. primi, & angulus e z c, per 32. primi, æqualis eſt duobus angulis z d e & z e d, eſt ergo angul9 n z o, maior angulo e z c, ſecet̃ ergo ex angulo n z c, p 27. primi huius, angulus æqualis angulo e z c, qui ſit z c f, ducta linea z f, quæ quidem concurret cum linea n q, per 2. primi huius, q̃m concurrit in puncto z, cum linea c d, æquediſtante lineæ n q, concurret ergo ſuper punctum f, cũ ergo angulus f z c, ſit æqualis angulo e z c, palam per 20. quinti huius, q̃m reflectetur forma puncti f, ad uiſum e, à puncto ſpeculi e, ſed forma puncti q, reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineæ longitudinis ſpeculi tranſeuntis per punctum z, reflectitur ergo à pũcto quod eſt ultra punctũ z, q̃a ſi detur ut reflectatur à pũcto quod ſit circa punctũ z, ꝑpinquius puncto e, q̃ ſit punctũ z, tunc linea ducta à puncto q, ad illum punctum reflexionis ſecabit lineam f z, ille ergo punctus ſectionis reflectet̃ ad uiſum e, à duobus punctis lineæ longitudinis ſpeculi, qui eſt z a. ſ. à puncto z, & ab alio puncto dato, quod eſt impoſſibile, per 26. huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti q, ultra punctũ z, & ſit punctus k, à quo reflectat̃ forma pũcti q, ad uiſum e, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit l k, & linea reflexionis quæ e k, & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q, concurret autẽ linea e k, cum

linea n q,per 2.primi huius,quia concurret cum linea d c,æquedistante lineæ n q, hæc em̃ in eadem superficie est inter puncta e & k,cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q,& sit punctus concursus p,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p,locus imaginis formæ puncti q,sed pũctus h,reflectit̃ ad uisum e,à puncto sectionis oxigoniæ,cũ non sit in eadem superficie cũ uisu e,si ergo à puncto h,ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentẽ sectionem oxigoniam in aliquo puncto ipsius sectionis,palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari o b d, sub axe per 44.huius,concurrant ergo in puncto aliquo,similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ,lineam.s.perpendicularẽ super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uisum e,quæ sicut prius concurret cũ perpendiculari s g d , sub axe,& q̃m semidiameter b d & g d,non possunt esse linea una, ut patet per 78,quarti huius,palam per 112.primi huius,q̃m reflexio formarũ punctorũ h & t,fit ex hypothesi,& per 23.huius,à duobus punctis duarum sectionũ columnarum scilicet lineã z d,ꝓductam transspeculum se intersecantium per 24.huius,& per 1.undecimi,& 19.primi huius,& q̃m puncta h & t,lineæ h t,sunt eiusdẽ situs respectu lineæ e d, ideo em̃ quod illa puncta h & t,sunt eiusdẽ situs respectu uisus e,ex hypothesi, linea uero e d,quia diameter uisualis est in eadem superficie cũ axe speculi & centro uisus,habẽt ergo puncta h z t,eundẽ sitũ respectu lineæ e d,& puncta sectionis similiter ꝑ quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorũ h & t,respectu uisus e,& respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti sup̃ illas sectiones,quorũ ut patet ex p̃missis quilibet concurrit cũ linea e d,ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d,concurrant ergo in puncto u, quia linea e b,ꝓducta cõcurret cũ linea h u,sit punctus cõcursus r,concurrat'q; linea e g, cum linea t u,in puncto y,& ducat̃ linea r y,palã ergo per 37.quinti huius, quia punctũ r est imago formæ puncti h , & punctum y,est imago formæ puncti t , habemus quoq; triangulũ e r y,& extra superficiẽ huius trianguli est punctum z,superficies ergo huius trianguli altior est q̃ linea e p , si centrum uisus fuerit altius q̃ linea h t,& est bassior si centrum uisus fuerit bassius q̃ linea h t,est ergo punctus p,semper extra illam superficiẽ linea ergo r p y,est semper curua per 1.undecimi,sed ipsa imago lineæ t h ut patet ꝑ 37. quinti,est ergo imago lineæ h t,modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica,quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem , imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

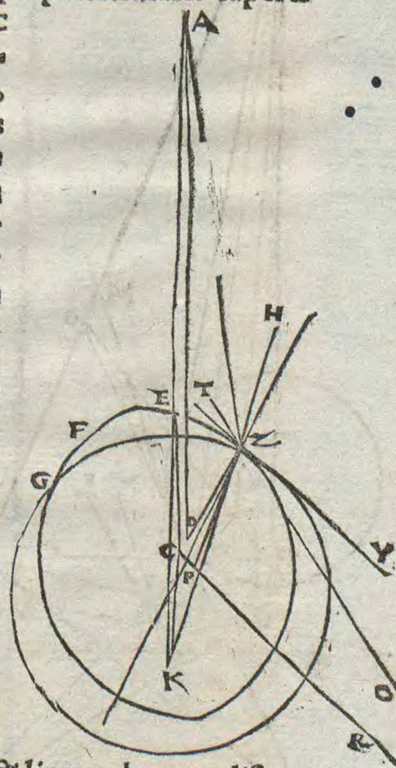
Quia em̃ per 51.huius,patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginẽ habet non rectam sed curuã,licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cũ linea uisa,imago semper uidetur curua per proximã p̃missam,palam per eandem,q̃m lineæ inter has duas sitæ,quæ magis accedũt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ,habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis,quarum superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem,& augmentatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum,& hoc est propositũ.

LV.

Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi,imago'q; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

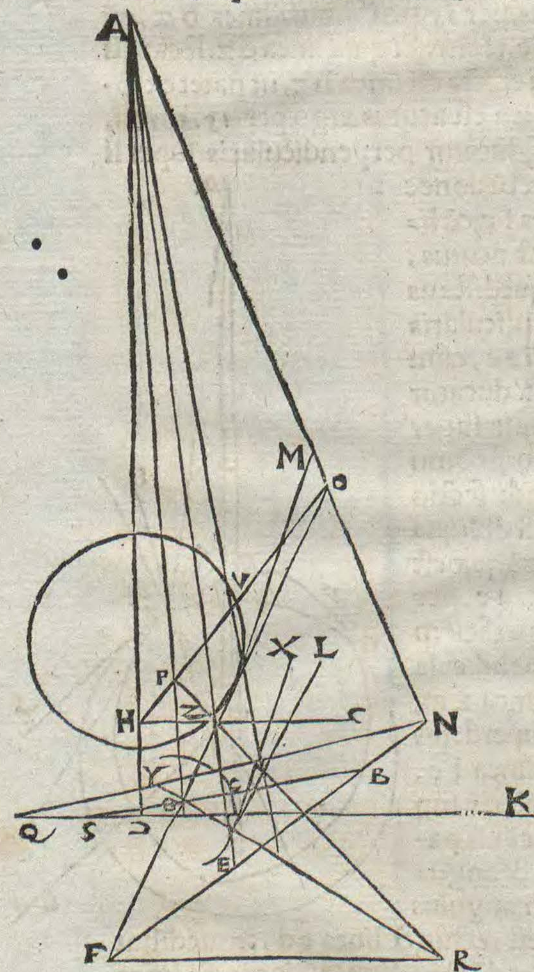
Sit speculum pyramidale conuexũ a b g,cuius uertex sit a,& cuius axis sit a d, signetur'q;

tur'q; in sup̃ficie conica eius linea longitudinis utcũq; contingit,quæ sit a z,per 101.primi huius,ducatur'q; punctum z, superficies æquedistans basi pyramidis , hæc ergo per 100.primi huius,secabit pyramidẽ speculi secundũ circulũ qui sit z u,& ducat̃ per 11.primi,à puncto z,perpendicularis super lineam longitudinis z a , quæ ꝓducta ad axem speculi, quæ est a d,cadat in punctum h,concurret autem cũ axe per 96.primi huius,uel per 14.primi huius,ideo quia angulus d a z,est acutus,& à puncto z ducatur linea contingens circulũ z u,per 16.tertij,quæ sit z m,& ducat̃ à puncto a,linea continens cũ utraq; linearũ a z & a h,angulum acutũ,quæ sit extra superficiẽ cõtingentẽ pyramidẽ super lineam a z,hoc em̃ est possibile,cũ angulus h a z,sit acutus.Sit ergo illa linea a n,& in superficie in qua sunt lineæ a n & a h,ducatur à puncto h,linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a,per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14.primi huius,ideo quod ut patet expræmissis, duo anguli n a h,& a h z,sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o,linea itaq; h o, secabit circumferentiam circuli z u, ideo em̃ quod angulus a h o,est æqualis angulo a h z,oportet quod lineæ z h & o h,sint in eadem superficie,secet ergo linea h o,periferiã circuli in puncto u , & ꝓducatur linea lõgitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z,extra speculum ad punctum c,& ducatur linea o z,& ꝓducatur in continuũ & directum,& sit o z f , & producatur linea a z,ad punctũ e,angulus ergo f z h,est acutus,per 15.primi,quia linea o z, cũ linea t z,continet angulum acutũ.Est em̃ angulus a z c,rectus,& quia linea o z, secat superficiẽ contingentẽ speculũ super lineã a z,super quã erecta est linea h z, ut patet ex p̃missis , angulus , itaq; a z h,existente recto,angulus o z a,est acutus,ergo per 15.primi, relinquitur ut angulus e z f,sit acutus,à puncto ergo f,ducatur perpendicularis super lineam a e,per 12.primi,& ꝓducatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o,in puncto n, cõcurret autẽ linea f e,cũ linea a o , per 14.primi huius , ideo quia angulus e a o est acutus, & angulus a e n,rectus,& ducat̃ à pũcto e,linea e d,æquedistans lineæ z h,erit ergo per 8. undecimi,linea e d , perpendicularis super superficiẽ contingentẽ pyramidẽ secundum lineã a e , cum linea z h,sit perpendicularis super eandẽ superficiem, & ducatur à puncto e,linea e l æquedistans lineæ z m, & imaginetur superficies,in qua sint lineæ e l et e d,secare pyramidẽ, erit quoq; cõmunis sectio huius sup̃ficiei & sup̃ficiei conicæ ipsius speculi sectio oxigonia ꝑ 103.primi huius,q̃m illa superficies l e d , est obliqua super axem a d . Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m z , quæ est contingens circulũ z u,est perpendicularis super lineam a e , per 22.primi huius.Ideo quia axis a h,erectus est super superficiem illius circuli per 89.primi huius,& linea z m , est perpendicularis super illius circuli diametrũ per 17.tertij , est ergo linea z m, erecta sup̃ superficiẽ a z h,ut patuit in 41.huius , q̃m superficies circuli,& superficies a z h,sunt adinuicẽ erectæ , ergo linea l e, æquedistans lineæ z m,per 8.undecimi , est perpẽdicularis sup̃ superficiẽ a d e,ergo angulus a e l,est rectus,q̃d tamẽ facilius patet per 29.primi,quia em̃ angulus a z m,est rectus,erit & angulus a e l,rectus.Sed angulus a e n est rectus , & similiter angulus a e d,est rectus per 29.primi.Ideo quia angulus a z h,est rectus,& linea e d , æquedistat lineæ z h,ergo per 5.undecimi,lineæ n e,l e,d e,sunt in eadẽ superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiẽ illius sectionis,cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e,concurrant ad angulos æquales & rectos,ergo linea f n,est in superficie sectionis,ꝓtrahatur itaq; linea d e,in continuũ & directũ usq; ad punctum k,& extrahat̃ à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k,quæ sit f r,hæc ergo linea æquedistabit lineæ h z,per 30.primi, & producatur à puncto z,in superficie o z h,linea recta continens cũ linea z c, angulũ æqualem angulo o z c,qui est acutus per 13.primi,quia ut supra patuit,angulus o z h, est obtusus



tusus

tuſus,hæc ergo linea cõcurret cum linea f r,per 2.primi huius,quia ſecabit lineam 3 h, æ quediſtantẽ lineæ f r,& eſt in ſuperficie eius,quia linea 3 f,eſt in ſuperficie eius . Oẽs aũt lineæ æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1.primi huius, concurrat ergo in puncto r, & ſit angulus r 3 c,æqualis angulo o 3 c,& quia angulus o 3 c,eſt æqualis angulo 3 f r,per 29.primi,quia eſt extrinſecus illi,& angulus c 3 r,æqualis eſt angulo ſibi coalterno,qui eſt angulus 3 r f,palã quod angulus 3 f r , eſt æqualis angulo 3 r f,ergo per 6. primi,lineæ 3 f & 3 r,ſunt æquales.Et quia linea f e n,eſt in ſuperficie ſectionis , & linea f r,eſt æquediſtans lineæ e d,quæ eſt in ſuperficie ſectionis.Eſt ergo per 2. primi huius, & per 7.undecimi,linea f r,in ſuperficie illius ſectionis,ꝓducatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e,ſimiliter in ſuperficie ſectionis per 7.undecimi,& qm̃ ſuperius declaratũ eſt, quod linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt e a,eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis, uterq; ergo angulus a e r,eſt rectus per diffinitionẽ lineæ ſuꝑ ſuperficiẽ erectæ , quadratum ergo lineæ f 3,ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & f e,ꝑ 46.primi. Similiter quadratum lineæ 3 r , ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & e r.Sed quadratũ lineæ 3 f,eſt æquale quadrato lineæ 3 r,quia & linea lineæ eſt æqualis ex p̃miſſis.Eſt autẽ amboꝝ cõmune quadratum lineæ 3 e.Relinquit̃ ergo quadratũ lineæ f e,æquale quadrato lineæ e r ,erit ergo linea f e,æqualis lineæ r e,ergo ꝑ 5.primi,duo anguli e r f,& e f r,ſunt æquales.Sed angulus n e r, eſt æqualis angulo e f r,per 29.primi,quia eſt ei extrinſecus,& angulus k e r, eſt æqualis angulo e r f,quia eſt ei coalternus.Sũt ergo anguli n e k,& k e r æquales,ergo per 20.quinti huius,forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpeculi e,& forma puncti o,reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ in puncto r,à puncto ſpeculi 3 ,& omnis linea ꝓducta à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, ſecabit lineam 3 e,patet quoq; ſecundũ præmiſſa quod illa linea erit æqualis lineæ ꝓductæ à puncto r,ad idẽ punctum, quia linea a e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua ſunt lineæ r e & f e,quæ eſt ſuperficies ſectionis, & duæ lineæ f e & r e,ſunt æquales,omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r,ad aliquod unum punctum lineæ 3 e,ſunt æquales iterandu modũ ꝓbandi quo uſi ſumus prius,patet ergo qđ forma omnis puncti, q eſt in linea o n,cõuertetur ad uiſum exiſtentem in puncto r, ex illo puncto ſpeculi quod ſecatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis,qui eſt a,cadensq; obliq; ſuper axẽ pyramidis ſpeculi, q eſt a d,ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea lõgitudinis quæ eſt a 3,uel alia quocũq; p̃miſſo modo demonſtrari poteſt,quia aliqua pars ipſius reflectit̃ ad uiſum tunc diſpoſitũ reſpectu illius uiſibilis ut nunc eſt diſpoſitũ punctum r, reſpectu lineæ o n.Similiterq; patet,ꝙ in hac diſpoſitione formæ pũctorum totius lineæ a o n,reflectent̃ ad uiſum in puncto r exiſtentẽ,& ſi punctus r,ulterius ꝓducat̃ in maiori diſtantia à puncto 3,& augmentabit̃ quantitas lineæ a o n,ſecundũ illud,& huius quidẽ ſimile demonſtratũ eſt per 41. huius,nunc uero hoc p̃miſimus in hoc propoſito theoremate,ut ſtudioſus indagare ea quæ ſequuntur facilius poſſit.Omnibus itaq; ex his ſuo modo diſpoſitis cõtinet̃ linea n d, ſecabit ergo linea n d, circumferẽtiã ſectionis,nam duo puncta d & n,ſunt in eadem ſuperficie ſectionis, & punctũ n,eſt extra circũferentiã ſectionis,d uero eſt intra illam,ſecet ergo linea n d,circũferentiã ſectionis in puncto e, & quia triangulus a h o,eſt totus in eadem ſuꝑficie per



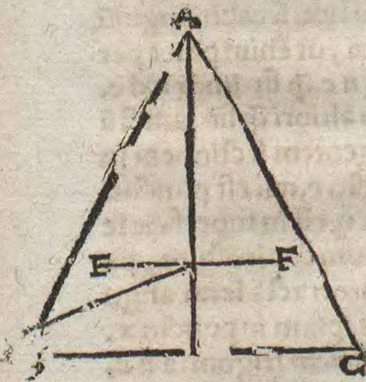
per 21.undecimi,palam quoniam linea n d,erit in ſuperficie trianguli a o h,per 1.undecimi,puncta enim d & m,ſunt in lineis a o & a h,ergo & linea n d, eſt in ſuperficie eadẽ cum illis,erit ergo punctus c , in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ut patet ex præmiſsis,quoniam linea h o,ſecabat periferiam circuli 3 u, in puncto u,ſic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ ſunt a & u & c,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h , ſed puncta a b c,ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi,ergo tria puncta a u c,ſunt in linea communi,quæ eſt linea recta per 90.primi huius.Fiat enim ſectio ſecundum axem ſpeculi, ergo puncta a u c , ſunt in linea recta,protrahatur ergo linea a u,recta ad punctum c,& producatur linea r 3,ultra punctum 3,quæ ſecabit lineam o h , per 29.primi huius , ideo quia lineæ r 3 & h o , ſunt in eadem ſuperficie,& linea r 3,quæ ſecat angulum f 3 c,ſecat angulum eius contra poſitum , qui eſt h 3 o , ergo & baſem illi ſubtenſam quæ eſt h d,neceſſario ſecabit,ſecet ergo ipſam in puncto p.Eſt ergo punctus p,in ſuperficie trianguli a o h, producatur quoq; linea a p,& protrahatur ultra p,ſecabit ergo lineam d n,per 29.primi huius,ſecat angulum d a n,ſecet quoq; ipſum in puncto g,& quia punctus f,non eſt in ſuperficie contingente pyramidem ſpeculi tranſeuntem per lineam a 3 e,ſed oblique incidit eidem,ut patet ex præmiſsis.Eſt autem in ſuperficie ſectionis,& quoniam ſuperficies ſectionis nõ eſt erecta ſuper ſuperficiem a d e,per 103.primi huius,patet per 4.undecimi,quia neceſſario erit angulus a e d acutus,quoniam angulus a e f eſt rectus,angulus ergo d e n,per 13.primi,eſt obtuſus,ergo angulus e d n,eſt acutus,per 32.primi,cadit ergo in triangulo amplygonio , qui eſt d e n, & ſit linea e x i,contingens ſectionem in puncto c , per ea ergo quæ præmiſſa ſunt in demonſtratione 4.quinti huius , & etiam ex eo quoniam angulus d e x eſt obtuſus,palam quod perpendicularis extracta ex puncto c,ſuper lineam c x,cõtingentem ſectionem ſecat angulum d c x , & quod concurret cũ linea e d ſub puncto d, hæc ergo perpendiculariter ſecet lineam e d,producta ultra punctũ d,in puncto r,perpẽdicularis ergo extracta ex puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem ſecabit lineam e d,ultra punctum ſ,remotius à puncto d,ꝙ ſit punctum ſ, ſiue iſta perpendicularis cum linea e d,concurrant ultra circumferentiam ſectionis uel intra illam: perpendicularis enim extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem non ſecabit angulũ d e x,ſicut linea perpẽdicularis ducta à puncto c,ſecat angulum illum , ut enim patet per 46.huius,& per 113.primi,erit illa perpendicularis remotior à linea n e,ꝙ ſit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter ſecat axem ſpeculi,qui eſt a d,in puncto altiori ꝙ ſit punctũ d,ſit ergo perpendicularis extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q,& linea r e,ſecat lineam n e,in puncto e,qui eſt punctus circumferentiæ ſectionis,& eſt in ipſius ſuperficie,& ſimiliter linea n q,eſt in ſuperficie ſectionis.Si ergo linea r e,quæ eſt linea reflexionis extrahatur motiuum & eirectum , palam quod ipſa ſecabit lineam n q,per 29.primi huius,quoniam ipſa protracta ſecat angulum q e n , ſecabit ergo baſem q n in trigono n e q , ſic ergo n t,ſecet ipſum in puncto x. Item quia punctum e,quod eſt in ſuperficie ſectionis eſt extra ſuperficiem trigoni a n d, quod trigonum ſecabit ſuperficiem ſectionis,quia ſuperficies a n d,non eſt ſuperficies ſectionis,cum ſicut patet ex præmiſsis,punctum a,ſit extra ſuperficiem ſectionis,& linea a e ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectionis,& punctus e,eſt in circumferentia ipſius ſectionis, eſt autem linea n c d,communis ambabus illis ſuperficiebus trigoni,ſcilicet a n d,& ſectionis,ergo per 19.primi huius,linea n c d,eſt communis ſectio illarum ſuperficierum,ſcilicet trigoni a n d,& ſectionis linea n q,concurrit cum ipſa ſectione ultra punctũ e,ut ſupra declaratum eſt,ergo linea n q,eſt ultra ſuperficiem trigoni a n d,ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d,punctus ergo y,qui ꝑ 37.huius,eſt locus imaginis formæ puncti n,cum ipſe ſit communis ſectio lineæ reflexionis,quæ eſt r e,& katheti incidẽtiæ formæ puncti t,quæ eſt linea n q,erit ultra lineam a p g,uiſui itaq; exiſtente in puncto r,& forma alicuius rei uiſæ reflexa ad centrum uiſus in puncto r , à linea longitudinis ſpeculi , quæ eſt 3 e , ut nunc in præcedentibus oſtenſum eſt; quod forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r,à puncto ſpeculi 3,& forma puncti n,à pũcto

ſpeculi e,tunc punctus p,erit locus imaginis formæ pũcti o,per 37.quinti huius, quoniã ipſum punctũ p,eſt cõmunis ſectio lineæ reflexionis 3 r,& katheti incidẽtiæ forma pũcti o,qui eſt linea o h,& punctus y,eſt locus imaginis formæ pũcti n,forma uero pũcti a, uidebitur in ſuo loco ꝓprio,q̃a eſt in uertice pyramidis,& erit imago lineæ a o n, linea trãſiens per pũcta a p y,ſed hæc linea eſt cõuexa,q̃a punctũ y,eſt ultra lineã a p g, ſit ergo illa linea imaginis curua,quæ eſt linea a p y,iam aũt patuit ꝙd formæ omniũ pũctorũ lineæ a n,reflectãtur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto r,à linea lõgitudinis ſpeculi,q̃ eſt a e, lineæ ergo reflexionũ ꝑ quas reflectũtur illæ formę ſunt oẽs in ſupꝼicie trianguli r a e,oẽs ergo imagines pũctoꝝ lineæ a n,ſunt in hac ſupꝼicie,ergo linea a p y,q̃ eſt cõuexa,eſt in hac ſuperficie,& pũctus p,q̃ eſt locus imaginis formæ pũcti o,& ꝓpior cẽtro uiſus qui eſt punctus r,ꝙ ſit pũctus y,q̃ eſt locus imaginis formæ pũcti r, ꝓpter ꝙd erit conuexitas huius imaginis reſpiciẽs centrũ uiſus,eritq́ꝫ cõuexitas parua,& diameter huius imaginis,q̃ diameter eſt linea a y,erit maior ꝙ ſit linea a n,cuius imaginis eſt ipſa diameter, erit aũt illius diuerſitatis exceſſus in modica quãtitate,imagines ergo linearũ q̃ extrahũtur ex uerticibus pyramidaliũ ſpeculorũ cõuexorũ oblique ſup axẽ ſpeculi,cõprehendũtur à uiſu,à talibus ſpeculis ſecũdũ lineã lõgitudinis ſuæ reflexæ,& apparẽt cõuexæ,& hoc eſt ꝓpoſitũ.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquediſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis conuexi uiſu exiſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi ſecantem reflectitur ad uiſum ſecundum oxigonias ſectiones,imagoq́ꝫ ipſius uidetur curua maximæ curuitatis,cuius conuexitas eſt ad uiſum.

Eſto ſpeculum pyramidale cõuexũ,cuius uertex ſit a,diameter baſis b c, eſt ergo ipſius latitudo trigonũ a b c,ſitq́ꝫ centrũ uiſus d,& linea recta uiſa ſit e f, æquediſtans ſuperficiei trigoni a b c,ſitq́ꝫ centrũ uiſus d,extra ſuperficiem,in qua linea e f,exiſtẽte per ipſam ſecaretur ſpeculũ æquediſtanter ſuæ baſi,dico ꝙd forma lineæ e f, reflectitur ad uiſum d, ſecundum oxigonias ſectiones ſpeculi ſuperficiẽ ſecantis,nõ enim poteſt reflecti ſecundum lineam longitudinis ſpeculi,quoniam tũc oportet ut cõcurret cũ axe ſpeculi uerſus uerticem per 41.huius,& quod oblique incidet eidem,cuius oppoſitum dicit hypotheſis,â ſuperficie uero iſtorũ ſpeculorũ ſecundum circulum non fit reflexio per 12.huius,oportet ergo de neceſſitate ut harũ linearũ reflexio cum ſit ad uiſum fiat ſecũdũ oxigonias ſectiones,& quoniã katheti incidentiæ qui ſunt perpendiculares ſuper illas oxigonias ſectiones, qui ſunt perpendiculares ſuꝑ lineas illas ſectiones cõtingentes cũ lineis reflexionum,concurrunt enim in eadẽ linea æquediſtãte lineæ uiſæ,ſed in lineis diuerſis,ideo imagines talium linearũ ſic diſpoſitarũ reſpectu ſuperficierum iſtorũ ſpeculorũ uidentur curuæ, ſicut de ſpeculis columnaribus oſtendimus in 53.huius. Sunt aũt imagines harũ linearũ multum curuæ, ita ut ipſarũ curuitas ſit manifeſta ſenſui, ſitq́ꝫ cẽtrum illarum imaginum extra ſuperficies,in quibus eſt conuexitas formarum harũ linearum,fiantq́ꝫ diametri imaginum harum linearum multo minores ipſis lineis, quod accidit propter augmentum ſuæ curuitatis,patet ergo propoſitum.



LVII.

Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexorum non ſecundum concurſum cum uertice axis neq́ꝫ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ſed inter hæc oblique incidẽtium imagines ſunt curuæ diuerſæ curuitatis ſecundum modum quo plus participant ſitibus extremis.

Quod hic ꝓponitur ſatis euidentẽ habet cauſam,lineæ eñ rectæ applicatæ his ſpeculis neq́ꝫ ſecundũ lineam longitudinis ut in 41.& 55.huius, neq́ꝫ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ut in præmiſſa medio modo ſecũdum quod plus approximant uni ſitui uel alteri participant

participant modos curuitatis,unde illæ quæ plus approximant in ſuo ſitu lineis exiſtentibus in longitudine ſpeculi,habent formas minus cõuexas,quæ uero plus approximãt lineis in æquediſtantibus latitudini ſpeculoꝝ,habent formas magis manifeſte cõuexas, ſed tortuoſe tamẽ,quia quæ appropinquãt plus uertici ſpeculorum, habent formas ſtrictiores & cõuexiores,quæ uero appropinquant plus baſi ſpeculi,habent formas ampliores,ueruntñ omniũ illorum imaginũ cõuexitas erit manifeſta,patet ergo propoſitum.

LVIII.

Omnis forma rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis ſimilis ſpeculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet ꝑ 40.ſexti huius,q̃m ibidem monſtratum eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis,quod quanto minus fuit illud ſpeculũ,tanto minores erunt circuli cadentes in ſuperficie ipſius,& ſic imagines erunt propinquiores centro,& ideo erũt minores,ſimiliter quoq́ꝫ ſectiones cadentes in aliquo ſpeculo pyramidali,illæ quæ ſunt propinquiores uertici ſunt minores & ſtrictiores,& ſic locus imaginis erit propinquior pũcto in quo cum axe ſpeculi concurrunt perpendiculares ductæ ſuper ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum oxigoniarum ſectionũ,à quarum punctis fit reflexio ad uiſum,erunt ergo illæ imagines minores,ſectiones uero oxigoniæ q̃ ſunt ꝓpinquiores baſi habent contrariã diſpoſitionem alijs ſuperficiebus,q̃m ipſæ ſunt ampliores,ut patet per 116.primi huius,unde loca imaginũ fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt p̃dictæ perpendiculares ductæ ſuꝑ ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum,fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit,quod imagines formaꝝ uiſarũ in ſpeculis pyramidalibus cõuexis fiunt pyramidales ſimiles pyramidalitati ſpeculorum,quod enim ex formis fuerit propinquius uertici ſpeculi, erit ſtrictius & quod fuerit propinquius baſi erit latius,omnino enim forma rei uiſæ quæ comprehẽditur per reflectionem ab aliquo ſpeculorum facta aſſimilabitur ſuperficiei ſpeculi à qua reflectitur illa forma,ut patet per 38.quinti huius,reliquæ uero oẽs fallaciæ quæ accidunt uiſui ex ſpeculis columnaribus conuexis,accidunt etiam iſtis,unde non eſt iterum talibus immorandum,econuerſo etiam quæcunq́ꝫ fallaciæ accidunt in ſeculis his pyramidalibus,accidunt etiã in ipſis columnaribus,excepta pyramidatione imaginum, q̃m oxigoniæ ſectiones columnariũ ſpeculoꝝ, quæ ſunt eiuſdẽ decliuitatis ſuper axem columnæ,omnes ſunt æquales, & pars omnis talis ſectionis cacumen ſpeculi reſpicientis eſt ſimilis parti ſibi æquali in eodẽ ſitu reſpicienti baſem ſpeculi,quod non eſt in ſectionibus oxigonijs pyramidũ,quæ ut oſtenſum eſt per 116.primi huius, omnes ad partem baſis pyramidum dilatantur, ſecundũ quod circuli ipſas æquediſtanter baſibus ſecantes ſunt maiores,qui circuli omnes in columnis ſunt æquales,patet itaq́ꝫ propoſitum.

LIX.

In ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola,reiq́ꝫ uiſæ propinquioris imago uidetur maior.

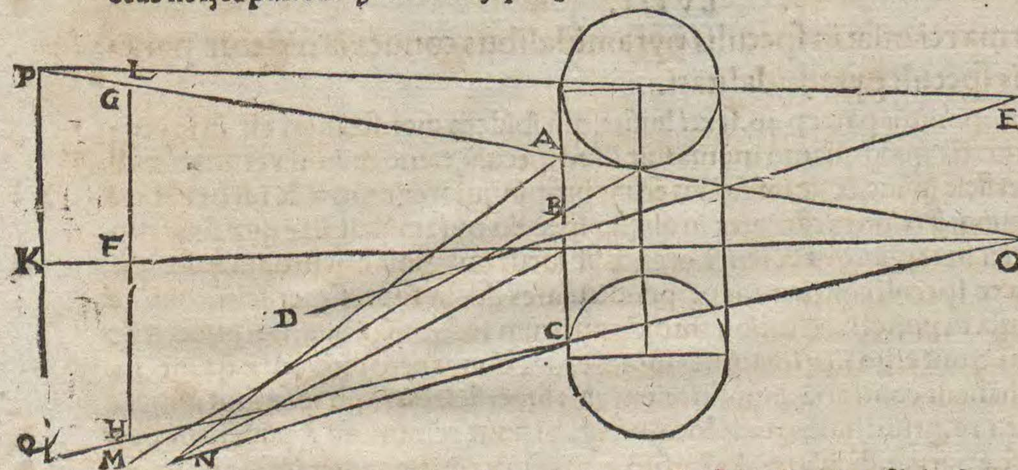
Propoſitæ paſſiones aliæq́ꝫ ꝙ plures cõmunes ſunt his ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus & ſpeculis ſphæricis cõuexis,unde iſtarũ paſſionum ſicut & aliaꝝ communium idem hinc demõſtrandi eſt modus,uerum ſi in propoſitis his ſpeculis fiat communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia,quæ nõ accidit in ſpeculis ſphæricis,cũ in illis ſolum ſint circuli,tũc in his quæ in hoc noſtro libro præmiſimus, hic erit in ipſis ſectionibus ut illic in circulis demonſtrandum,patebitq́ꝫ propoſitum ingenio diligenti.

LX.

Poſſibile eſt ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum taliter ſiſti, ut intuens uideat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit ſpeculum columnare conuexũ,cuius linea longitudinis ſit a b c,quod erigatur ſuper baſem ſuam in loco aliquo domus cõuenienter amplæ,ita ut linea a c,cuius medius punctus ſit b,erecta ſuper pauimentũ domus,ducaturq́ꝫ linea contingens ſpeculum in puncto b,perpendiculariter ſuper lineam a b,quæ ſit d b e, quæ ſecundum puncta d & e

tangat parietes domus, & illa puncta ſignentur in ipſis domus parietibus. Superficies itaqꝫ in qua eſt linea d b e, quæ eſt orthogonalis ſuper axem ſpeculi, palam qm̄ ſecat ſpeculum ſecundū circulū per 100. primi huius, ſup punctū itaqꝫ d, parietis domus ſignato puncto f, ut ꝓpinquius, cōuenienter poſſit fieri, ducat̃ à puncto f, linea æquediſtans lineæ ſpeculi, quæ eſt a b c, cuiuſcunqꝫ quantitatis placuerit, quæ ſit g f h, & eius medius pūctus ſit f, copuleturqꝫ linea f b, quæ producatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries ſecundū lineã g f h, itaqꝫ ergo ex alia parte ſupficiei muri maior fiat exciſſio rimæ parietis quã uerſus ſpeculum, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorum, fiatqꝫ totalis illa exciſſio rimæ ſecundum extenſionem lineæ b f k, ſitqꝫ illa rima f k l, & à puncto ſpeculi, quod eſt b, ducatur linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ erit perpēdicularis ſuper lineam d b e, quæ educta extra ſpeculū ſit b m, angulo quoqꝫ k b m, fiat ſuper punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui ſit m b n, ducta linea b n, à punctis quoqꝫ g & h, quæ ſunt extrema puncta lineæ g f h, ducãtur lineæ ad ſpeculum quæ ſint g a & h c, quæ ꝓductæ cōcurrant in puncto o ſuperficiei circuli ſecantis ſpeculū in puncto b, ducaturqꝫ linea b o, facta quoqꝫ tali reſectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipſa fiat æqualis lineæ b o, dico quod ſi in puncto n, ponatur centrum uiſus, quòd ad ipſum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis ſpeculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma quoqꝫ totius lineæ g f h, uidebitur extra ſpeculū. ſ. intra ſpeculū & inter lineam g f h. ſ. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens ſpeculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaqꝫ lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murū in puncta, & copulet̃ linea una quæ ſit p k q, in q̃ tabula aliqua depicta ordinetur ultra murū, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ ſituetur ſuper lineam p k q, taliterqꝫ diſponat̃ quod per uiſum exiſtentē in pūcto n, uel citra illud uideri nō poſſit forma depicta in tabula, uidebit̃ tñ uiſu ſic diſpoſito imago illius formæ in aere reflexa à ſpeculi ſuperficie columnaris. Simili quoqꝫ modo diligens intuitor poteſt ſiſtere ſpeculū pyramidale cōuexū in centrū uiſus per 41. & ꝑ 49. huius: à ſpeculis uero ſphæricis conuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ꝓpoſitis ſpeculis, patet ergo ꝓpoſitum. Secundū hunc itaqꝫ modū ſtudioſus percuntator inuigilet, quoniã hoc quod hic præmiſimus in præſenti theoremate exempli cauſa fecimus, ut ex huius libri ſeptimi diffuſiore uia perquiſitionis diuerſi artifici pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.


Otificatis aliqualiter paſſionibus ſpeculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariū ut ſphæricoꝝ columnariū & pyramidaliū, ſupereſt nunc ut de ſpeculorum cōcauoꝝ proprietatibus aliqua cōſcribamus, ſicut de illis in quibus plus reſultat reflexionum diuerſitas & mirabilis diffuſio naturaliū formarum uiſuumqꝫ aſpicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius ſciētiæ libro propoſitiōe octaua declarauimus, ſunt tantū tria, ſcilicet

ſcilicet ſphæricūm, columnare & pyramidale, inter quæ primo de ſphæricis concauis in præſenti libro tractabimus, utpote de illis quorum paſſiones ueluti ſimpliciores alijs in reliqua concaua ſpecula deſcendūt. Et quoniam principia communia his ſpeculis ſphæricis concauis & ſphæricis conuexis, in principio ſexti libri ſcientiæ huius præmiſimus, ideo ipſa, ut ex præmiſſis ſuppoſita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria ſunt his ſpeculis duximus explicanda.

Imaginem conuerſam dicimus, quæ totalem ſitum rei uiſæ uariat, ut ſi caput intuentis, quod eſt ſurſum, uideatur deorſum, & ſecundum hoc totus ſitus partium imaginis reſpectu ſitus partium rei uiſæ uarietur.

THEOREMA I.

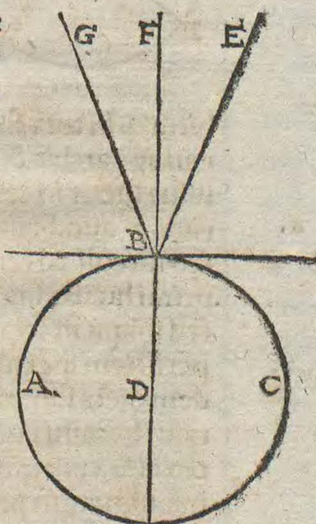
Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico concauo, communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei concauæ ſpeculi, erit circulus ſphæræ quandoqꝫ magnus quandoqꝫ minor illo.

Quandoqꝫ enim tota ſphæræ concauæ ſuperficies uidetur, quandoqꝫ pars eius maior, quandoqꝫ minor, ut patet per 72. quarti huius, ſecundum hoc ergo illa communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi uariatur, cum autem ſuperficies baſis pyramidis ſit ſuperficies plana, & ſuperficies concauorum ſpeculorum ſit ſphærica, patet per 110. primi huius, quod ipſorum communis ſectio ſemper eſt circulus, hoc ergo quandoqꝫ eſt circulus magnus, ut quando tranſit centrum ſpeculi, quandoqꝫ minor circulo magno, ut cum non tranſit centrum ſpeculi, ſed cadit extra illud, patet ergo propoſitum.

II.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui neceſſe eſt circulum magnum uel arcum circuli magni ſuæ ſphæræ eſſe, ex quo patet, quod omnis ſuperficies reflexionis ſecat ſphæram ſpeculi concaui per æqualia.

Huius propoſiti theorematis nō eſt alia demonſtratio, quâm quæ facta eſt ſupra in primo theoremate ſexti libri huius, ubi idem proponitur de ſphæricis ſpeculis conuexis, & quia ſphæræ concauitas ſic reſpicit centrum, ſicut & ipſius conuexitas & ſuperficies reflexionis, eſt ſuperficies plana erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, per 25. quinti huius, patet propoſitum, quoniam idem erit modus demonſtrandi hic qui ſupra. Eſto enim ſpeculum ſphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & ſit centrum uiſus g, reflectaturqꝫ forma puncti e ad uiſum g, à puncto ſpeculi b, dico quod ſuperficiei reflexionis, quæ eſt e b g & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio eſt circulus a b c. Sit enim ſuperficies plana contingens ſphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto b contingentem per 12. undecimi huius, hæc ergo cadet neceſſario in ipſa ſuperficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b neceſſario tranſibit centrum ſphæræ per 72. primi, quæ eſt d, producta quoqꝫ ſit diameter ſphæræ, ergo & circuli magni illius ſphæræ, & quoniam hæc diameter communis eſt ſuperficiei reflexionis & ipſi ſphæræ, palã ergo propoſitū.



III.

In omni ſuperficie reflexionis, à ſpeculis ſphæricis concauis centrum uiſus centrum ſpeculi, punctum reflexionis, punctum uiſum, terminumqꝫ diametri uiſualis à centro uiſus per centrum ſphæræ ducti, ad ſphæræ ſuperficiem conſiſtere eſt neceſſe.

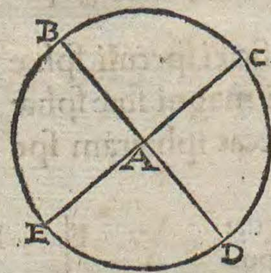
Cum ſuperficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uiſæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uiſus ad quod reflectitur, & quoniam cōmunis ſectio ſuperficiei

reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, eſt circulus magnus per æqualia diuidens ſphæram per præmiſſam, palam, quia in qualibet ſuperficie reflexionis eſt centrũ ſpeculi, quia quælibet ipſarum tranſit centrum ſphæræ ipſius ſpeculi, cum quælibet illarum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per 1. undecimi, producta diametro uiſuali per centrum uiſus & centrum ſphæræ, terminus illius diametri neceſſario erit in eadem ſuperficie, cum alijs duobus ſuis punctis, prædicta ergo 5. puncta neceſſario ſunt in omni ſuperficie reflexionis, quæ fit à propoſitis ſpeculis, & hoc eſt propoſitum.

IIII.

Centro uiſus uel puncto rei uiſæ in centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtẽte, à quolibet puncto fiet reflexio in ſe ipſum, ex quo patet, quod in hoc ſitu uiſus non comprehendet, niſi ſe tantum, & quod punctus rei uiſæ exiſtens in centro ſpeculi non reflectitur aliqualiter ad uiſum.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius centrum ſit a, & ſignetur in ipſo aliq̃s ſuorum magnorum circulorum, qui b c d e, & centrum uiſus in centro ſpeculi, quod eſt punctum a, dico quod à quocunq; puncto fiet reflexio ad uiſum, ſemper oportet ut reflectatur radius in ſe ipſum: dato enim quôd à puncto b, fiat reflexio ad centrum ſpeculi a, in quo eſt centrum uiſus, palam ergo per 72. primi huius, quoniam linea u a, quæ eſt linea reflexionis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b, ſed omnis perpendicularis in ſe ipſam ſemper reflectitur per 21. quinti huius, ſi ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim oppoſito, ſequitur angulum incidẽtiæ inæqualem eſſe angulo reflexionis quod eſt contra 20. quinti huius, & impoſſibile, linea itaq; a b, reflectit̃ in ſeipſam, ut ipſa eſt facta linea b a, & quoniam in hoc ſitu uiſus, omnes lineæ incidentes ſuperficiei ſpeculi, ſed ſemidiametri ipſius, palam quoniam omnes anguli incidẽtiæ ſunt inter ſe æquales, per 43. primi huius, q̃a ſunt anguli ſemicirculorum, reflectũtur ergo neceſſario in ſeipſos, uidebiturq; in tota ſuperficie ſpeculi forma aſpiciẽtis oculi una forma, & apud ſuperficiẽ ſpeculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uiſum, & ex hoc patet, cum uiſus fuerit in centro a, quod ipſe uidebit ſe a quolibet puncto ſpeculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionẽ à ſuperficie ſpeculi, quoniã ab uno puncto ſpeculi ad centrum plures perpendiculares duci non eſt poſſibile, ut patet per 20. primi huius, ſimiliter neq; punctus rei uiſæ exiſtens in centro uiſus reflectitur ad uiſum, ſed ſolum in ſeipſum, quoniam omnes lineæ incidentiæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi, unde non reflectentur niſi in ſeipſas, & hoc eſt propoſitum, & hæc quidem dicta ſunt non præſtante impedimentum uiſui capitis denſitate. Si ergo centrum uiſus hominis uidentis conſtitutũ, fuerit in diametro ſphæræ ſpeculi concaui, & in centro eius, cum quælibet linea à uiſu ad ſuperficiem ſpeculi ducta ſit perpendicularis ſup ipſam, tunc ut prius demonſtratum eſt, comprehendet uiſus ſe ipſum, & non comprehendetur forma alicuius puncti ſpeculi, niſi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uiſualis, quæ à centro ſpeculi intelligitur protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in ſpeculis ſuper lineam à uiſu declinatam, & neceſſario reflectetur ſuper illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non tranſibit per centrum ſpeculi, & ita non pertingat ad centrum uiſus, patet ergo propoſitum.



V.

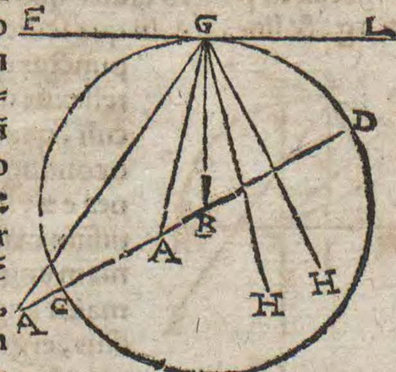
Centro uiſus exiſtẽte in aliqua ſemidiametro ſpeculi ſphærici concaui extra centrum ſpeculi, impoſſibile eſt ad uiſum reflecti formam alicuius punctorum illius ſemidiametri oblique ſpeculo incidentem, reliqua uero ſemidiameter eſt poſſibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, ſi enim centrum uiſus fuerit in ſemidiametro aliqua propoſiti ſpeculi, ſed non in centro, non comprehendet uiſus formam alicuius puncti ſemidiametri, in qua eſt oblique ſpeculo incidentem, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto ſumpto in illa ſemidiametro, & alia à centro uiſus in idem ſpeculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum ſpeculi, ſecundum formam alicuius puncti alterius ſemidiametri coniunctæ ſemidiametro, in qua eſt centrum uiſus, ad complendam diametrum ſpeculi, in qua conſtitutus eſt uiſus oblique ſpeculo incicidentem, percipere poteſt uiſus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum ſpeculi, ab eodem puncto ſpeculi ducta linea reflexionis ad uiſum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum ſpeculi productam, hæc enim eſt proprietas reflexionis in omnibus ſpeculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perdendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in ſpeculo uideri, & non eſt niſi unicus talis punctus in quibuſcũq; diametri ſpeculi conſiſtens, qui ab uno circulo ſpeculi ad uiſum reflecti poſsit, quoniam centro ſpeculi ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis & centro oculi exiſtentibus fixis, erit punctus ab uno circulo ſpeculi reflexus ſemper unus, à diuerſis uero circulus ſpeculi diuerſa puncta diametri poſsibile eſt reflecti, patet ergo propoſitum.

VI.

Poſito uiſu extra centrum ſpeculi ſphærici concaui à quolibet puncto ſpeculi poteſt fieri formæ alterius reflexio ad uiſum, niſi ſolum ab illo puncto cui incidit diameter uiſualis.

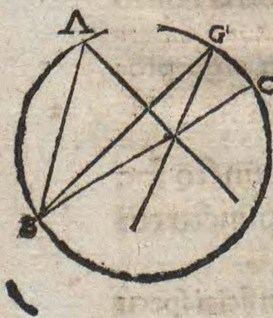
Eſto per ſecundam huius, communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui ſit g d c, cuius centrum ſit b, & centrum uiſus ſit a, & ducatur a b à centro uiſus per b centrum ſpeculi diameter uiſualis, quæ ſit a b d incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto ſpeculi dati poteſt fieri reflexio formæ puncti alterius rei uiſibilis ad uiſum a, niſi à ſolo puncto d, ſit enim datus alius punctus qui ſit g, ducatur ad ipſum ſemidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ ſit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum ſpeculi tranſeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l ſunt recti per 42. primi huius quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ eſt extra ſpeculum, ubicunq; ponatur eſſe centrum uiſus ſiue intra, ſiue extra circulum g c d, conſtituatur quoq; per 23. primi, in eiuſdem circuli ſuperficie ſuper lineam l g ad punctum g, angulus æqualis angulo f g a, quæ ſit h g l, erit ergo angulus h g b, æqualis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiæ eſt minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abſciſo quocunq; angulo acuto rectilineo, ſemper linea illũ acutum angulum continens cadet intra circulũ g c d, quoniam ſolus angulus contingentiæ cadet extra circulum: poſito itaq; quocunq; puncto uiſibili in linea h g, ſemper fiet reflexio formæ alicuius ſui puncti ad uiſum a, & eodẽ modo de quolibet alio ſpeculi puncto extra punctum d, dato demonſtrandum, ſed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto d, quia linea a d reflectitur in ſeipſam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uiſus, quod eſt a, & punctũ ſpeculi d, nulla fiet reflexio ad uiſum impediente medio. Si uero nullum tale interponatur, ſolius puncti ſuperficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud, & hoc eſt propoſitum.



VII.

In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra periferiam uel extra ponatur centrum uiſus, oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur.

Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitqꝫ centrum uiſus in puncto b, ſuper ſpeculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia nõ fiet reflexio ſecundam lineam a b, ſed fiet ad partẽ maioris anguli, & ſimiliter eſt de puncto g, quoniam non fiet reflexio ſecundam lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, ſi enim forma puncti b, à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, eſſent æquales, quod eſt impoſſibile, & contra 43. primi huius, per diametrũ tamen cuiuſcunqꝫ circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli, anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tunc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b

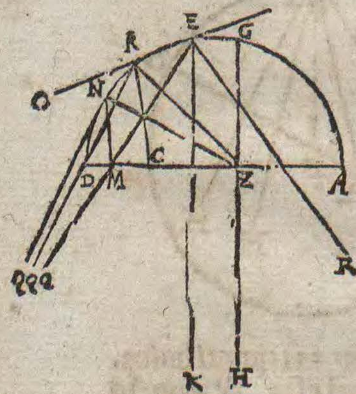


c, quæ non percipitur, quia indiuiſibilis eſt, & omne quod uidetur diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & nõ perueniunt ad uiſum niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaqꝫ ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi, uel extra ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi propoſiti oculus ponatur, & eodem modo demonſtrandum, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propoſitum.

VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illã, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z, & producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h, ducaturqꝫ à centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineã h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi, quæ ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e, dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri, detur enim ſi ſit poſsibile, ut



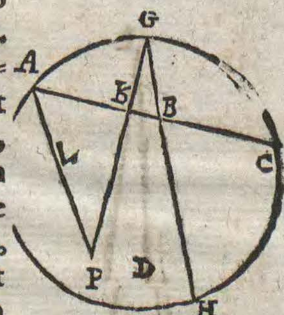
punctus q, ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatqꝫ forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e, & à puncto e contingens circulum per 16. tertij, quæ ſint p e o, & ducatur linea e z, ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto e, eſt palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, ſed angulus b e p eſt maior angulo recto, quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13 primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b, ſed neqꝫ ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſsibile, ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoqꝫ patet uiſu poſito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea c k, uel poſito ipſo in

puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoqꝫ lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſsibile eſt ut quandoqꝫ in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

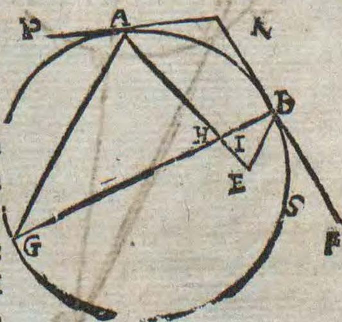
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoqꝫ ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatqꝫ reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto p, producantur quoqꝫ lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales, aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius angulus proportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaqꝫ in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam puncti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterqꝫ demonſtrandum ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g, erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetqꝫ per modum quo



præceſsimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietqꝫ angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitqꝫ cõcurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b, maior eſt angulo p g h. Si itaqꝫ angulus l a c, ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearũ a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoqꝫ ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineæ a l & p g æquediſtabunt. In nullo ergo pũcto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrũ uiſus à duobus punctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum

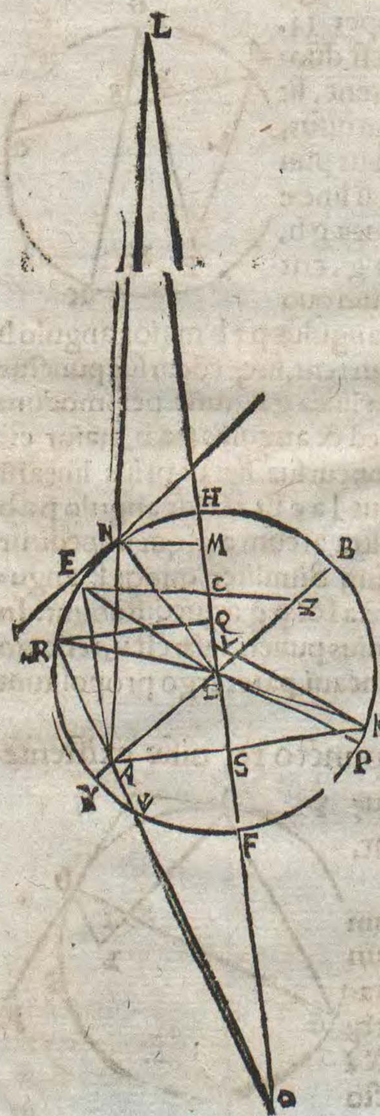
X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtente in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.



Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b ſ, ſitqꝫ punctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circumferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitqꝫ u t g punctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ ſint puncta a & b, fiatqꝫ reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ sunt b e & a l, possibile est cōcurrere, ducantur itaq; lineæ contingētes speculum in punctis a & b, contingatq; ipsum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b, secent se in puncto h, quia itaq; omnes anguli constituti super punctum b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a, per 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f, est æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis est angulo p a g, & anguli contingentiæ omnes sunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior est angulo p a g, ergo angulus e b f maior est angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g. Sed angulus l a g est minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l est maior angulo g b e, sed angulus l h g cū angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, sit concursus punctus e. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti reflexio g, quod si extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem est demonstratio, non est tamen hoc uniuersale, quia possibile est non concurrere, ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propositum.



XI.

Locus imaginum formarum à speculis sphæricis concauis reflexarum, quandoq; est in puncto reflexionis, quādoq; est ultra speculum, quandoq; inter uisum & speculum, quandoq; in superficie ipsius uisus, quandoq; retro uisum.

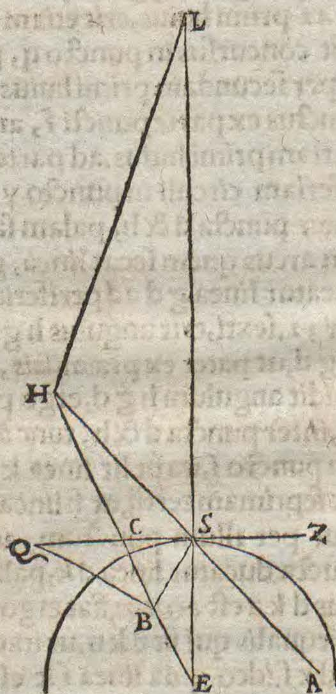
Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundum kathetum suæ incidentiæ, tūc enim necessario imago uidetur in ipsa superficie speculi in puncto scilicet suę reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt superficiebus propositorum speculorum, tunc diuersificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus, & punctus d centrum speculi sphærici concaui, & ducatur superficies plana per hæc duo puncta, quæ erit superficies reflexionis, quoniam ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem contingentem speculum secundum punctum illum superficiei speculi, cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati, & erit communis sectio illarum superficierū circulus magnus per secundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi, quæ sit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ sit a e & à puncto d, ducatur ad circulum linea æquedistans lineæ a e, quæ sit d h & producatur linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter i a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, est maior, quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus

lus e a d, est minor angulo a d e, est ergo per 32. primi, angulus a e d, minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super punctum quoq; e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t, palam itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam si caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, si linea producta circulum contingeret, aut obtusus, si secaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e, patet per 16. tertij, & quia hoc est possibile, ut patet ex præmissis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, secabitq; lineam d h, sitq; punctus sectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, sunt enim anguli e d t & c de æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquedistat lineæ a b, concurrant ergo, sitq; punctus concursus z, deinde à puncto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h, sibi æquedistantem producatur, palam per secundam primi huius, quia concurret cum linea d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur linea d n, & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ sit m n d, & quia angulus d n a, est acutus per quadragesimam secundam primi huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunq; linea & termino diametri, palam quod est acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e i f, quæ sit a g, & ducatur linea d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a, & quoniā ut prius angulus d g a, est acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, cōcurret ergo linea g q, cū linea d h sit concursus in puncto q, palam quoq; cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per secundam primi huius, concurret cum linea d h illius æquedistante, sit concursus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimamquartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concursus, secetq; linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h, quod autem linea g q, cadit inter puncta d & h, palam satis est ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat linea, g o ex circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in pūctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, sed angulus q g d est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo angulus h g p, est maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29 primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à puncto a ducatur ad arcum f b, linea a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit linea k s maior quàm pars diametri, quæ est s d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctū d, hæc itaq; linea a k, sic ducta, ducatur linea d k, palā ergo per quadragesimamsecundam primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaq; per decimamoctauam primi, angulus k d s, sit maior angulo d k s, ideo quia linea s k est maior quàm linea d s, erit ergo angulus k d s maior angulo d k u, palam ergo per decimamquartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, sit ergo concursus in puncto u, palam itaq; per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a, kathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t, est linea t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistās lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo concurret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in puncto a, kathetus quoq; suæ incidentiæ qui est b z d, ductus à puncto z, per centrum speculi concurrit cum linea reflexionis, quæ est a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum ui

sus quod est a, forma uero puncti m à pũcto speculi, quod est n, reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locũ imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q, peruenit ad punctũ speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o, quod est ultra uisum, & forma puncti u peruenit ad punctũ speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrum speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto s, locus itaq; imaginis suæ est punctum s, quod est inter uisum & speculũ, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis, quædam uidentur ultra speculũ, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrum uisus sit extra circulum speculi, uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum, quoniam semper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.



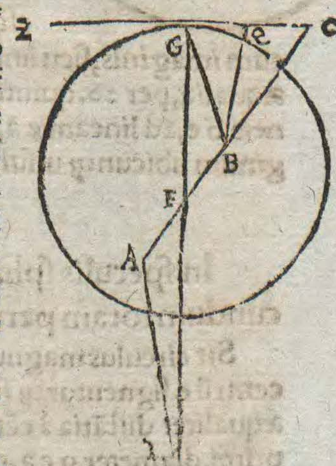
Remaneat dispositio præcedentis in tota formfigurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculũ ut in puncto s, tunc quia formas sibi oppositas sema per perfectius acquirit uisus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexonis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cũ pũctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cũ sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra mediũ punctum sumptũ apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum mediũ apparebit inter uisum & speculum, & cũ totalis forma secundũ partes ulteriores sui sphæræ speculi, & cõciteriores uersus uisum semper uideatur una & cõtinua, necessario forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in puncto s reflexionis, aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacẽtis illud punctum uidebũtur ab illo puncto declinare modo dicto, quædam ad uisum & intra speculum, quædam ultra speculum, uerum in imaginibus, quarum locus est punctus a, quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur, unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non solum demonstratio, sed etiam experientia doceat quod præmisimus, erigatur super superficiem speculi sphærici concaui, stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior quàm distantia centri uisus à diametro per stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cum tamen stipes sit formæ lineæ

lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nõ comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

XIII.

In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ductæ ad lineam à fine cõtingentiæ ad locum imaginis productam.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulum qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, concurrent autẽ per 14. primi huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cũ per 17. tertij, angulus e g 3, sit rectus & angulus uero g e b sit acutus, sit ergo punctus t, finis contingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur q; que extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, sunt duæ lineæ rectæ, quarum a g secat lineam z g, in pũcto g, & sit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g acutus, per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nõ sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctum g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctum g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, interiacentem centrum speculum, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est proportio lineæ b t, interiacentis punctum rei uisæ, & finem contingẽtiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, producatur enim perpendicularis quę e g, ultra speculum, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31, primi, quæ necessario per 2. primi huius, concurret cum producta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, concurrat cum eadem, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g h, quæ ut prius necessario concurret cum linea z t, per secundam primi huius, cum linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per uigesimam quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per uigesimamnonã primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15 primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, æqualis lineæ g h. Similiter q; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cũ anguli e g z & e g q.



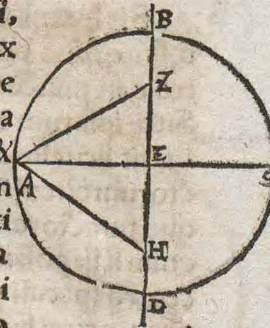
g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales. Remanent anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, per 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaq; lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineam h g, per 7. tertij, sunt enim antecedētia & cōsequentia æqualia inter se, quia uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b & g t h sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est proportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero per 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit per 4. sexti, proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam lh, ergo ut prius erit proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b t, ad lineam t h, quod est propositum, eadem quoq; est demōstratio, si locus imaginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in pūcto a, aut ultra illā. Si uero linea in pūcto reflexiōis speculū cōtingens, quæ est z g, non concurrat cum katheto incidētiæ, qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto contingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, per 12. primi, eritq; per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaq; angulus b e g, est æqualis angulo h e g, quia uterq; est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e p 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, quoniam triangulus b g e, æquiangulus est triangulo h g e, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ b e, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, quod est propositum, ut prius, non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quām punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterq; demonstrandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc enim punctum b, qui est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, fit idem cum puncto a, qui est centrum uisus, nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3. sexti est proportio katheti b e, ad lineam e a, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicu lineæ b g, ad lineam g a, quoniam linea g e, diuidit angulum a g b per æqualia, per 20. quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est propositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.



XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrū e, signenturq; sup diametrū b e d, duo puncta ex utraq; pte cētri e, quæ sint h & z, æqualiter distātia à cētro e, erūt ergo lineæ h e & z e æquales, ducatur quoq; à cētro p 11 primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrū b d, & copulētur lineæ h a & z a, quia itaq; in trigonis h e a & z e a, duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cōmunis est utriusq; trigonorū anguli h e a & z e a sunt ęquales, quia recti palam per 4. primi, q̄niā angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicē mutuo reflectūtur à puncto speculi quod est a, idē quoq; patet ductis lineis h g & z g q̄niā istorū punctorum mutua reflexio fiet à puncto g, si itaq; fixa diametro b d imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrū b d, linea trigoni, quæ est h z, manente fixa tunc punctū a, motū perueniet in pūctum g, & exinde reuertetur ad locū suum primū, motuq; suo describet in concauitate speculi circulū, à quo totali fiet formarū punctorū h & z, ad seinuicē mutua reflexio, q̄niā ad quemcūq; punctū illius circuli ducātur lineæ à pūctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctū anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tamē pūcta h & z, inæqualiter, distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

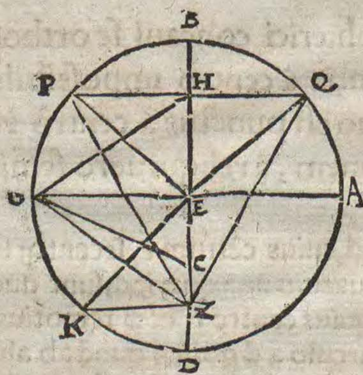
Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius cētrum e, secentq; se in ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quarum una quæ k d, sunt duo puncta h & z, inæqualiter distantia à cētro e, sitq; h propinquius centro e, & z remotius, sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorum semicirculi a d g, non potest fieri istorū punctorū adinuicē reflexio, sit etenim, si possibile est, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palam ergo per 4. primi quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorū h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, per 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat istorū punctorū reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulū h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e ad lineam e z, sed linea e h est minor q̄ e z, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̄ h z, est aūt linea h k maior q̄ k z, q̄niam est maior q̄ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̄ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̄ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorē, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctū z, uel econuerso ab aliquo pūctorū arcus a k g, ab aliquibus uero pūctis periferiæ semicirculi a p g, mutuā reflexionē istorū punctorū fieri est possibile, quoniā est possibile esse aliquod punctū arcus a b, ut pote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniam ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus punctis in una diametro speculi sphærici superficiei concaui existentibus sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mutuam reflexionem.

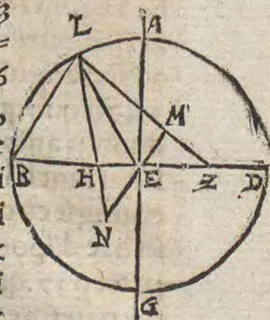
Sit ſpeculi ſphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrum e, & diameter b d, ſintqꝫ duo puncta 3 & h, conſtituta ſuper illam diametrum b d, quorum remotior à centro e, ſit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior quàm linea h e. Sitqꝫ ipſarum exceſſus linea 3 t, dico quod ſi proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit ſicut lineæ 3 h, ad lineam h b, quod impoſsibile eſt reflexionem fieri ab aliquo punctorum circuli a b d g, patet enim per præmiſſam quod non poteſt fieri reflexio ab aliquo punctorum ſemicirculi a d g, ſed neqꝫ ab aliquo punctorum ſemicirculi a b g, detur enim ſi ſit poſsibile à puncto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipſi æquediſtans ducatur à centro ſpeculi per 13. primi, quæ ſit linea m e n, & ducãtur lineæ l 3, l e, & l h, ſecabit itaqꝫ per 2. primi huius, linea l 3, linea n m, ſit punctus ſectionis m, perducatur quoqꝫ linea l h, ultra punctum h, quæ ſimiliter per 2. primi huius, ſecabit lineam m n, ſit punctus ſectionis n, quia itaqꝫ ex hypotheſi eſt proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, ſicut lineæ 3 h, ad lineam b h, erit ergo per 18 quinti, coniunctim proportio lineæ 3 e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineam h e, ſicut lineæ 3 b, ad lineam b h, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim proportio lineæ 3 e, ad lineam 3 b, ſicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquediſtant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h & n h e, ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ e n, ad lineam b l, ſicut lineæ e h, ad lineam b h, ſimiliter quoqꝫ trigona b l 3, & e m 3, ſunt æquiangula per 29. primi, quia lineæ b l, & e m, & e a, æquediſtant. Erit ergo proportio lineæ e m, ad lineam b l, ſicut lineæ 3 e, ad lineam 3 b, ſed eadem eſt proportio lineæ e h, ad lineam h b, quæ lineæ 3 e, ad lineam 3 b, eadem ergo proportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineam b l, quia ergo linearum n e & m e, ad lineam b l, eadem proportio lineæ, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e ſunt æquales, quia itaqꝫ angulus n m l, diuiditur per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, fit enim reflexio punctorum h & 3, à puncto l, erit per 3. ſexti, proportio lineæ l n, ad lineam l m, ſicut lineæ n e, ad lineam e m, eſt ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, eſt communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m & l e n, ſunt æquales, ſunt ergo recti per diffinitionem angulorum rectorũ, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, contingit circulum, & cadit extra circulum per 15 tertij, quod eſt impoſsibile, eſt enim ducta ſecans circulum per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, ſequitur autem magis impoſsibile ſi ſit proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, ſicut lineæ 3 h, ad aliquam lineam minorem linea h b, patet ergo propoſitum, quoniam de quolibet dato puncto eſt penitus eodem modo decernendum.

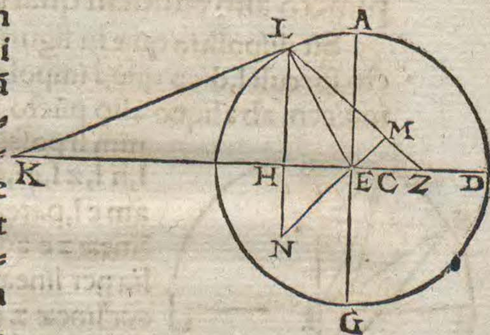


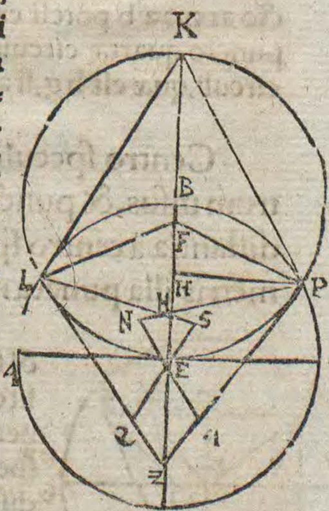
XVII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in una diametro ſpeculi ſphærici concaui & inæqualiter diſtantibus à centro, ſi exceſſus diſtantiarũ ad minorem diſtantiam proportionem habeat quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & periferiam fiet reflexio, poſsibileqꝫ eſt punctum reflexionis inueniri.

Sit ſpeculi ſphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrũ e, & diameter ſit b d, in qua ſit centrum uiſus quod ſit 3, & punctus rei uiſæ quod ſit h, diſtetqꝫ centrum uiſus 3, plus à centro ſpeculi quod eſt e, quàm punctus rei uiſæ qui eſt h, ſitqꝫ proportio exceſſus diſtantiæ maioris quod eſt 3 e, ad minorẽ quæ eſt h e, ſicut partis diametri inter pũcta data cadentis, quæ eſt 3 h, ad lineam maiorẽ parte diametri quæ eſt inter punctũ h & periferiam, quæ eſt h b, dico q̃d in hoc ſitu fiet reflexio, & quod eſt impoſsibile, punctum reflexionis inueniri, ducatur enim diameter a g, orthogonaliter ſuper diametrũ b d, & quia linea 3 e, eſt maior ꝗ linea h e, ſit linea e t, æqualis lineæ h e, patet p 3. primi, erit linea 3 t exceſſus lineæ 3 e, ſuper lineam h e, quæ ergo eſt proportio lineæ 3 t, ad lineã h e, eadem ſit per 3. primi huius, proportio lineæ 3 h, ad aliam lineam quæ ſit h k, eritqꝫ ex hypotheſi linea h k, maior ꝗ linea h b, cadet ergo punctũ h extra periferiam circuli, à pũcto itaqꝫ k, ducatur linea contingens circulũ a b g d, per 16 tertij, quæ ſit k l, cõtingens circulũ in puncto l, & copulentur lineæ l 3 & l h, & l e, & à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquediſtans lineæ k l, quæ ſit n, ſecans lineam in pũcto m, & linea l h, producatur: hæc ergo p 2. primi huius, cõcurret cũ linea m e n, quia cõcurrit cũ eius æquediſtante, quæ eſt linea l k, ſit punctus cõcurſus n, quia itaqꝫ eſt proportio lineæ 3 h, ad lineã h k ſicut lineæ 3 t, ad lineã e h, uel ad eius æqualẽ lineam, ſcilicet r e per 7. quinti erit per 18, quinti, coniunctim proportio lineæ 3 k, ad lineam h k, ſicut lineę 3 e, ad lineam t e, eritqꝫ permutatim per 16. quinti, proportio lineæ 3 k, ad lineam 3 e, ſicut lineæ h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Eſt autem proportio lineæ k h, ad lineam e h, ſicut linea k l, ad lineã e n, per 4. ſexti, quoniã trigona h l k, & h n e, ſunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, ſunt æquediſtantes, proportio uero lineæ k 3. ad lineam e 3, eſt ſicut proportio lineæ k l ad lineã e m, per 4. ſexti, quoniam trigona k l 3 & e l 3 ſunt æquiangula per 29. primi, quia linea e m æquediſtat lineæ k l, lineæ itaqꝫ n e & m e, ad lineã k l, eãdẽ habẽt proportionẽ, quoniam ex hypotheſi eſt proportio lineæ k 3, ad lineã 3 e, ſicut lineæ k h, ad lineã h e, ergo per 9. quinti, lineæ e n & e m, ſunt æquales, linea uero l e eſt cõmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n et l e m, ſunt æquales, qui ſunt recti per 29. primi, angulus enim k l e, eſt rectus per 17, tertij, ergo per 4. primi, duo anguli 3 l e, & e l h, ſunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti h, reflectitur ad punctum 3, uel econuerſo, à puncto ſpeculi quod eſt l, patet ergo propoſitum. Oſtenſum eſt enim, quia fit reflexio mutua datorũ punctorũ in hoc ſitu, & inuentus eſt pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaqꝫ manifeſtũ eſt, quod ſi linea e 3, fuerit maior ꝗ linea e h, & ſit proportio lineæ k 3, ad lineam 3 e, ſicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus ſpeculis ſphæricis concauis conſtitutis ſuper centrum e, quorum ſemidiameter fuerit maior ꝗ linea e h, & minor ꝗ linea e k, fiet mutua reflexio punctorum h & 3, adinuicem à duobus punctis communis ſectionis circuli ſpeculi & circuli cuius diameter eſt linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui ſit b, & ſuper centrum e, deſcribatur circulus ad quantitatem unius ſemidiametri e b, qui ſit a b g d. Sitqꝫ in ſpeculo ſphærico concauo, & diuidatur linea e k, per æqualia in puncto f, per 10. primi, fiatqꝫ ſuper centrum f circulus, cuius diameter ſit e k, hæc ergo ſecabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quæ ſint puncta l & p, dico quod punctorum h & 3, mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur enim lineæ k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e rectus, per 30. tertij, ergo per 15 tertij, linea k l contingit circulum a b g d cum ſit perpendicularis ſuper diametrum ipſius quæ eſt e l, ducta itaqꝫ à puncto e, linea n e o y, æquediſtanter lineæ k l demonſtrabitur ut prius, quoniam puncta h & 3, mutuo reflectentur adinuicẽ, à puncto k & l. Similiter quoqꝫ ductis lineis 3 p & h p, & linea q e ſ, æquediſtante lineæ k p, nam eadẽ eſt demonſtratio hinc inde. Semper enim anguli incidẽtiæ & reflexionis ad puncta l & p, fiunt æquales, patet ex præmiſſis quod ſi linea incidentiæ & reflexionis quæ eſt h l, ſit perpendicularis ſuper lineam e k





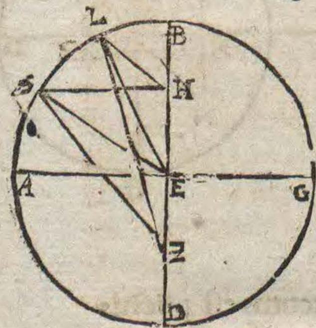


quoniã linea z l,necessario circulũ cõtingit,cuius diameter est linea e k, efficiturq; tunc angulus z l h,maximus illorũ angulorũ,secũdũ quos in hoc situ potest fieri reflexio,ducatur enĩ à puncto f,q̊d est centrũ circuli k l e p,linea f b,erit ꝑ 5.primi,angulus f l e,æqualis angulo f e b,Sed angulus f e l,est æqualis duobus angulis e z l,& e l z,ꝑ 32. primi,cũ sit illis extrinsecus in trigono z e l,angulus q̊q; f e l,est æqualis duobus angulis e z l,& e l z.Sed angulus e l z,est æqualis angulo e l h,remanet ergo angulus f l h,æqualis angulo e z l.Sit quoq; angulus h l z,cõmuniter additus utrobiq;,erit ergo angulus f l z,æqualis duobus angulis e z l & h l z,ex hypothesi est rectus,patet per 32.primi,q̊d illi duo anguli qui sunt h l z,& h z l,sunt æquales uni recto.Angulus ergo f l z est rectus,linea ergo l z cõtingit circulũ k l e m,ꝑ 15.tertij.Sequitur ergo idẽ q̊d prius,& hoc est notandũ,quod in hac dispositiõe centrũ uisus & ipsorũ uisibiliũ semper locus imaginis est in cẽtro uisus patet ꝑ 37.quinti huius,quoniã ut patet ibi,cõcurrit kathetus incidẽtiæ cũ linea reflexionis,pateťq; ex p̃missis,quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis,imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorũ circulorũ,patet ergo propositum.

XVIII.

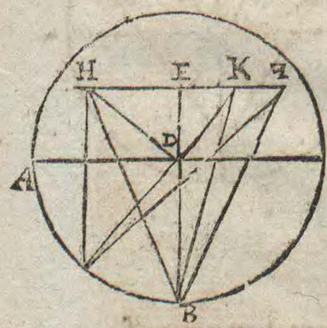
Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphærici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

Sit dispositio quæ in figuris proximis,reflectaturq; forma pũcti h,ad punctũ z,à puncto speculi l,dico quod impossibile est,ut formarum illorum punctorum reflexio fiat adinuicem ab aliquo alio pũcto illius eiusdẽ quartæ circuli,quæ est b a,ꝙ à puncto l. Sit enim si possibile est,ut fiat à pũcto s,eiusdẽ quartæ,& ducantur lineæ z l,h l,z s,e l,e s,quia itaq; angulus z l h,diuisus est per æqualia per lineam e l,patet per 3.sexti,quia est proportio lineæ z l,ad lineã l h. Sicut lineæ z e ad lineã e h,similiter quia angulus z s h,diuisus est per æqualia per lineam e s. Erit per 3 sexti,proportio lineæ z s,ad lineam s h,sicut lineæ z e,ad lineam e h,ergo per 11.quinti,erit proportio lineæ z s,ad lineam s h,sicut lineæ z l ad lineam l h,ergo per 16.quinti,erit permutatim proportio lineæ z s ad lineam z l. Sicut lineæ s h, ad lineam l h,sed linea z s est minor quàm linea z l,per 7.tertij,ergo linea s h est minor quàm linea h l,quod est contra eandem 7.tertij,quoniam est linea s h,propinquior centro speculi quod est e,quàm linea h l,& quoniam de quolibet puncto arcus a b,potest eadem fieri deductio,patet ergo quod nõ potest fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio ꝙ à puncto l.Similiter quoq; demonstrandũ est in quarta circuli,quæ est b g,si ab illius aliquo puncto fiat reflexio,patet ergo propositum.



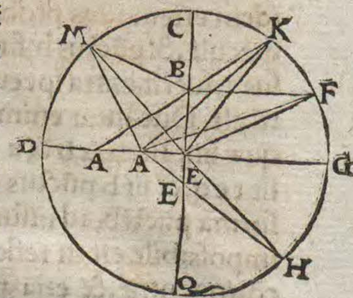
XIX.

Centro speculi sphærici concaui existente extra lineam connectentem centrum uisus,& punctum rei uisæ in diametris diuersis existentia, & æqualiter distantia à centro speculi,ab uno tantum puncto semicirculi,in cuius semidiametris illa puncta non consistunt,fit reflexio ad uisum.



Sit speculi concaui circulus a b g,cuius centrũ sit d, diameter a g,& semidiamerer d b,orthogonaliter erigatur super diametrum a g,sitq; centrum uisus punctum z, & punctus rei uisæ sit h,& ducatur linea z h,secans productam semidiametrũ d b,in puncto e,ita q̊d centrũ speculi d,sit inter lineam z h,& superficiem speculi à qua fit reflexio,distentq; puncta z & h,æqualiter à puncto d,quod est centrum speculi propter quod erit linea b d e, perpendicularis super lineam z h,dico qđ forma puncti h,reflectitur ad uisum z,ab uno tantum pũcto semicirculi a b g,quod est b,ducantur enim lineæ d z,d h,z b,& b h,& quia per tertiam tertij, linea d e b, diuidit lineam h z,per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, sunt æqualia duobus lateribus b e & z e,& anguli b e h, & b e z,

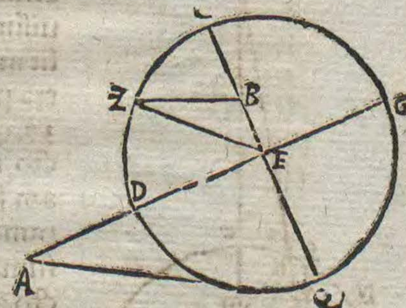
sunt æquales,quia recti, ergo per 4.primi,patet quoniã anguli z b e,& h b e,sunt æquales,fit ergo ꝑ 20.huius reflexio formæ puncti h, à pũcto speculi b,ad centrũ uisus q̊d est z,dico itaq; q̊d nõ potest ab aliquo alio pũcto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t, ducantur lineæ z t & t h,& à centro d,ducatur ad punctum reflexiõis t,linea d t,quæ producta ad lineam z h,secet ipsam in pũcto k, qa itaq; per 20.quinti huius,linea k t,diuidit angulũ z t h,ꝑ æqualia, patet per 3.sexti,quoniã est proportio lineæ z t,ad lineam t h. Sicut lineæ z k,ad lineã k h,sed linea z k,est minor ꝙ linea z e,ergo & ꝙ linea k h. Erit ergo linea z t,minor ꝙ linea t h, sed ꝑ 7. tertij linea z t,est maior ꝙ linea z h,& linea h b maior ꝙ linea h t,erit ergo linea z b,minor ꝙ linea h b,q̊d est cõtra p̃missa,& cõtra 4.primi.Nõ ergo reflectetur forma pũcti h,ad cẽtrũ uisus existẽs in pũcto z,à pũcto speculi t. Similiter q̊q; demõstrandũ est de q̊libet pũcto semicirculi a b g,patet ergo propositum.



XX.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphærici speculi concaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, sit d g t q,& sit a centrũ uisus intra speculũ sphæricũ concauũ,& sit e centrũ speculi, & sit b punctus rei uisæ, & ducatur diameter d a g,per centrũ uisus a,& ducatur diameter t q, ut contingit,dico quod si fuerit b,punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a,ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi,qui est d q g, ducatur enim à pũcto b,rei uisæ ad aliquod punctũ semicirculi g t d arcus quartæ t d,quod sit pũctus m,linea incidentiæ quæ sit b m, & ducantur lineæ b a & m a,& ducatur diameter e m quæ quia diuidit basem a b,trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a,ꝑ 20.primi huius,producatur ergo semidiameter m e,ad partẽ circumferentiæ,quæ opponitur puncto m in punctũ,qui sit punctus h,arcus g q,& ducantur lineæ b h & a h,secabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut secet ipsum in pũcto t,& linea h b,secabit eandẽ diametrũ t q,in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h,diuidet angulum a h b,per 29.primi huius, quoniam diuideret ei basem subtẽsam,quę est b c,dico itaq; quod forma puncti b,potest reflecti ad uisum a,uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d,in quibus sunt pũcta a & b,qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illi conterminales,qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus,qui est a g,& quod non potest reflecti ab abliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t,qui sit k,propinquius puncto t,& ducantur lineæ a k & k b,producatur linea k b,donec cadat super diametrũ d g in punctũ o,cadet autẽ per 14.primi huius, ideo quia angulus b e d est rectus,& angulus k b t est acutus,& omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie,quoniã ergo puncta o & a,sunt in eadẽ parte centri circuli, quod est e, patet q̊d perpendicularis ducta à puncto k,ad centrũ e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b,non potest reflecti ad uisum a à puncto speculi quod est k. Similiter sumpto alio puncto quod sit f,ita ut linea b f,sit æquedistans diametro d g,uel quod angulus f b t,fiat obtusus. Semper enim tunc patebit,quoniã perpendicularis e f,nõ diuidit angulũ b f a, ꝑ 29.primi huius,quoniã cadet extra a b,basem trigoni a b f,nõ ergo potest reflecti forma puncti b,ad uisum a,à puncto speculi f,ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppositi arcui



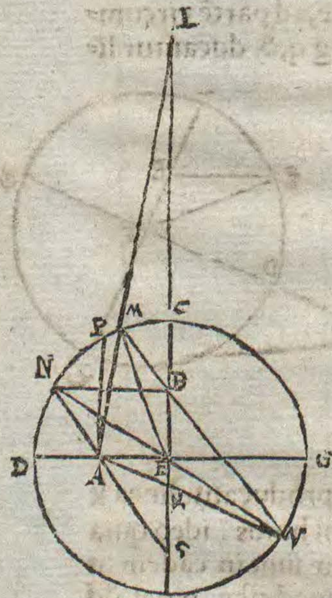
 g t,qui

g t,qui eſt arcus d q,eodẽ quoqꝫ modo demõſtrandũ ſi b punctus rei uiſæ fuerit in ſuperficie ſpeculi,aut extra ſpeculũ,dũ tamẽ punctũ a,quod eſt centrũ uiſus,ſit intra ſpeculũ, & idem erit modus probandi. Similiter quoqꝫ ſi punctus a , centrũ uiſus fuerit in ſuperficie ſpeculi ,& pũctus b,fuerit interius uel exterius,idẽ eſt probandi modus. Si etiã centrũ uiſus a,fuerit extra ſpeculũ,& pũctus b,rei uiſæ fuerit intra ſpeculũ,patet idẽ quod propoſitũ eſt. Ducantur enim à pũcto a,cẽtro uiſus lineæ cõtingente circulũ g t d , per 16. tertij, quæ ſint lineæ a h & a 3,& ducantur duæ diametri una uiſualis quæ ſit a e g , & alia quæ ſit t e q,& ſit b pũctus rei uiſæ in diametro t e q,palam itaqꝫ ex præmiſsis,quia reflectitur forma pũcti b,ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pũcto arcus t 3,gã impoſsibile eſt ut reflectatur ab aliquo pũcto arcus 3 d,quoniã ille arcus cadit ſub pũcto cõtingentiæ,& etiã ꝓpter inæqualitatẽ angulorũ,quoniã per 15. tertij,angulus e 3 a eſt rectus,& angulus b 3 e per 42. primi huius,erit minor recto,cui fiũt inæquales oẽs anguli cõſtituti ſuper lineã 3 a. Similiter ꝗqꝫ ab aliquo pũcto arcus q g,q eſt oppoſitus arcui t d,poteſt fieri reflexio formæ pũcti b ad uiſum exiſtentẽ in puncto,ſed ab arcu t g,uel d q nulla fiet reflexio propter ſupradicta,ſimiliterqꝫ permutato puncto b,in aliam diametrũ quæ ſit idem diameter t q,idem accidet quod prius,patet ergo propoſitum.

XXI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diuerſis diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui,ſi à centro uiſus ducatur linea æquediſtans diametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecans circulum,erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu ſpeculi interiacente terminum diametri rei uiſæ,& illam æquediſtantem extra ſpeculum & loca imaginum reflexarũ à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uiſum,oppoſiti uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uiſus & ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ prius,& ducatur à pũcto a,linea æquediſtans ſemidiametro t e,quæ ſit a p,dico quod loca imaginũ reflexarum à punctis arcus t p, erunt extra ſpeculum,loca uero imadinũ arcus p d,erunt ultra centrũ uiſus,qd' eſt a, loca uero imaginũ arcus q g,erũt inter centrũ uiſus & ſpeculi ſuperficiẽ, dato enim qd' forma pũcti b,exiſtens in ſemidiametro t e , reflectatur ad uiſum exiſtentẽ in ſemidiametro t e , ab aliquo pũcto arcus p t , qui ſit m & b,palã per 14. primi huius,qd' lineæ a m & b e, cõcurrent ultra pũcta m & b,extra ſpeculũ. Sit quoqꝫ punctus concurſus l, qui per 37. quinti huius,erit locus imaginis formæ puncti b,quod ſi à puncto n,arcus d p,fiat reflexio,patet per eandẽ 14. primi huius, quoniam linea a n & b e,concurrent ultra puncta a & e , ſit concurſus in puncto ſ,eritqꝫ punctum ſ,locus imaginis formæ puncti b,retro uiſum. Si uero forma puncti b,reflectatur ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus q g,quoniã in præmiſſa oſtẽſum eſt hoc eſſe poſsibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g,quod ſit u,palã itaqꝫ quoniã linea b e,producta diuidit angulũ a e u,ergo per 29. primi huius, patet qd' ipſa ſecat baſem a u,ſit ut ſecet ipſam in puncto x, linea itaqꝫ a u,quæ eſt linea reflexionis,& kathetus incidẽtiæ formæ puncti b, qui eſt b e,ſecat ſe in puncto x,eſt ergo per 37. quinti huius, punctũ x,locus imaginis formæ puncti b,& ipſe eſt inter uiſum & ſpeculum ſecundũ hoc itaqꝫ loca imaginũ diuerſantur,ut etiam declaratũ eſt in 10. huius,nunqꝫ aũt eſt poſsibile locũ imaginis eſſe in cẽtro uiſus,niſi cũ punctus rei uiſæ & cẽtrũ uiſus in eadẽ ſunt diametro. Tũc enim facta reflexione,utcunqꝫ ſit poſsibile, ſemper patet qd' linea reflexionis & kathetus incidentiæ cõcurrunt in centro uiſus, quoniam ſolus ille punctus ambabus illis lineis eſt cõmunis,patet itaqꝫ quod proponebatur. Semper enim eodẽ modo eſt demonſtrandũ propoſitum,ſiue punctũ a,centrũ uiſus ſit intra ſpeculũ,ſiue in ſuperficie ſpeculi,ſiue extra ſpeculũ , dũ tamen linea à puncto a , ducta æque

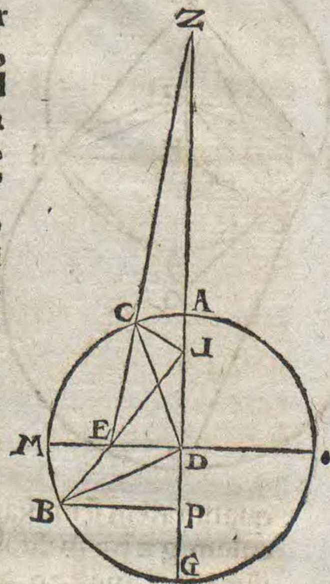


æquediſtanter diametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecet circulum ſpeculi,& non contingat ipſum,forma uero reflexa à puncto p ſecundum lineam p a , ſi punctus cuius forma reflectitur fuerit in ſemidiametro t e,cui æquediſtat linea a p,poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie,ut oſtendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſphærici concaui poteſt eſſe locus imaginum quantumcunqꝫ producatur.

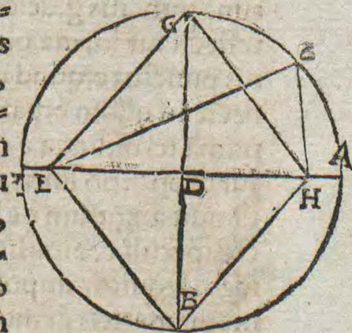
Sit a d diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui,qui ſit a p m g,cuius circuli centrum ſit d,producaturqꝫ extra circulum,& ſignetur in ipſa punctum z,ſitqꝫ punctus e cẽtrum uiſus intra circulum in ſemidiametro m p,dico quod punctus z,poteſt eſſe locus imaginis,ducantur enim linea e t z, per t pũctum circumferentiæ circuli,& ducatur linea d c , erit angulus e c d acutus, per 43. primi huius,fiat itaqꝫ angulus d c l ſuper terminum lineæ d c,æqualis angulo e c d,per 23. primi,ſecetqꝫ linea c l diametrum d a in puncto l,palam itaqꝫ per 20. quinti huius,quoniam forma puncti l,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e,à pũcto ſpeculi qd' eſt c,& eius imaginis locus eſt in pũcto z,per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ, qui eſt d l z , cũ linea reflexionis quæ eſt c e,& aſſumatur punctus diametri a g intra circulum,qui debet oſtendi poſſe eſſe locus imaginis, ut ſi ille pũctus ſit l,palam quia & ipſe erit locus imaginis alicuius formæ,ducatur enim linea e l,& producatur uſqꝫ ad punctum circumferentiæ quod ſit b , & ducatur linea d q,eritqꝫ angulus d b e acutus, per 42. primi huius,fiat ergo æqualis ſibi, qui ſit d b p, palam itaqꝫ per 20. quinti huius,quoniam reflectitur forma puncti p ad uiſum e, à puncto ſpeculi b,& locus imaginis formæ puncti p eſt punctus l,per 37 quinti huius,ſumpto quoqꝫ quolibet puncto alio eadem eſt probatio,patet ergo propoſitum.



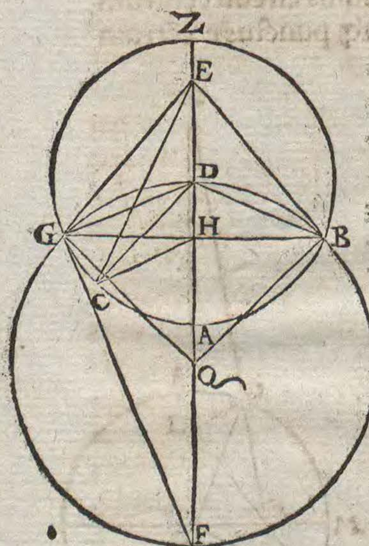
XXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in eadem circuli magni diametro exiſtentibus punctorum reflexorum à ſpeculis ſphæricis concauis quilibet eſt locus imaginis centrum uiſus,poſsibile eſt ut ab uno tantum ſemicirculi puncto fiat reflexio ad uiſum , uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Eſto circulus ſpeculi ſphærici concaui g z b a, cuius centrum ſit d,& interſecent ſe in ipſo duæ diametri z a & g b orthogonaliter , & ſit in diametro z a punctus e , qui ſit centrum uiſus z h , qui ſit punctus rei uiſæ , ſit in eadem diametro z a , quoniam ubicunque fuerint centrum uiſus , & punctus rei uiſæ in una illius circuli diametro, ſemper poſſunt dictæ diametri taliter produci, ut ſe orthogonaliter interſecent , diametro z a , per puncta e & h tranſeunte,aut ergo linea e d interiacẽs centra uiſus & ſpeculi eſt æqualis lineæ d h aut non . Si ſit æqualis , ita quod illa puncta æqualiter diſtent à centro ſpeculi , ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaqꝫ per 4. primi , quoniam triangulus h g d eſt æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipſorum anguli reſpicientes æqualia latera ſunt æquales, & quoniam angulus h g d eſt æqualis angulo d g e , palam quia angulus h g e , diuiditur per æqualia per lineam g d,poteſt ergo per 20 quinti huius , forma puncti h à puncto ſpeculi g,reflecti ad uiſum in punctum e,& erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e , quod eſt centrum uiſus Similiterqꝫ poteſt forma puncti h à puncto ſpeculi b reflecti ad uiſum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e,per eandem quæ prius. Si itaqꝫ diametro z a manente



nente immobili, semicirculus z g a, imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam solus triangulus h g e, moueatur fixa manente latere e h, palam quia punctus g, motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e, & locus imaginis erit semper punctus e quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non poſsit forma puncti h, reflecti ad uisum e, menifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu suo causat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod sit e, & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi, ducātur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7. tertij, non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales, ergo per 3. sexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c, & eadem est deductio si sumatur punctus c inter puncta g & z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uisus quod est e, à puncto rei uisæ, quod est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposito, quod si puncta ducta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à cētro speculi puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, per 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h sit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. sexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q, cuius centrum sit q, & quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis per decimam tertij, sunt illa loca sectionis puncta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b & quia linea q g, est æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis est utriq; triangulorum qui sunt e q g, & h q g, ergo per 6. sexti, illi duo trianguli sunt æquianguli Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. sexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g sicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam g q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. sexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ, & similiter forma puncti h, à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e, locus imaginis suæ: Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans sphæram speculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, describet circulum in superficie concaua speculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e, & semper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non poſsit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet ut prius. Si enim sumatur punctus c inter puncta g & a, erit per septimā tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea b g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. sexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c. Similiter quoq; sit punctus c, à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z, idem sequitur impoſsibile, patet ergo propositum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt, sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarū intelligenda sunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum & est media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari speculi

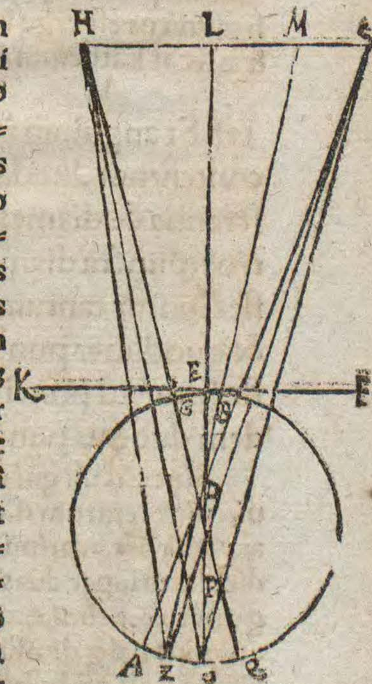


speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excesſus lineæ e d super lineam d h, ad lineam h d maior q̃ lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h, aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uisum in punctum e, quia si detur quod poſsit reflecti, sit ut reflectatur à pũcto g, dico itaq; quod neceſſario sequitur, ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaq; à puncto g, linea cōtingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo neceſſario concurret cum linea e h, per 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit concursus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d e, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius erit econuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm sit lineæ e f ad lineam f h, per 4. primi huius, quoniam æquali linea quæ est f a, addita utrobiq; minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uisum e, neceſſarium est ut proportio lineæ e a ad lineam h a, sit maior quàm lineæ a d ad lineam d h, hoc itaq; cum fuerit erit ex hac diſpositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

XXIIII.

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi non poſsibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantũ puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Esto c punctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, superficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, est superficies h d c, secat superficiem speculi per secũdam huius, super circulum qui sit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c non reflectitur ad uisum h, nisi ab aliquo pũcto huius circuli, nō enim fit aliqua reflexio extra superficiem reflexionis, producatur itaq; linea h d, ultra centrum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus sectionis a, & producatur linea c d ultra punctum d, secans circulum in pũcto q, incidatq; linea h d circulo in puncto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cum solum sit poſsibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & punctus rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentem in puncto h, non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaq; aut ab aliquo pũcto arcus g b, aut ab aliq̃ pũcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per ęqualia per 9. primi, diuidatq; ipsum linea d e l, secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint super aliam lineam contingentem, ubicunq; consistant, palam quod non est poſsibile reflecti formam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus, linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum ex



terius

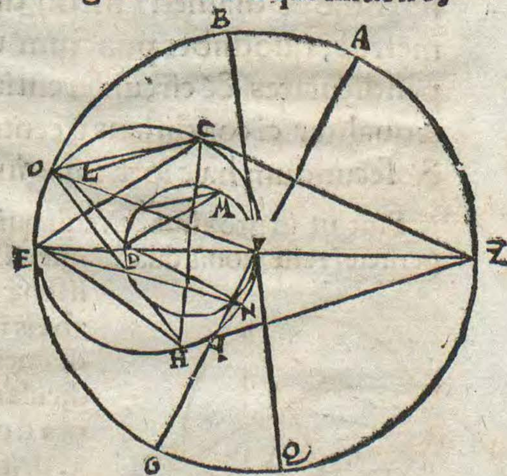
terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, scilicet speculi ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d, donec secet arcũ a q, & pũctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentiæ, qui est c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet q̃d angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est cõmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h, est diuisus per æqualia per lineam d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctũ h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o, & ducãtur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor q̃ linea h z, est autem per 3 sexti, cum angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandẽ 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per 9. primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, q̃ lineæ h o ad lineã c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineam l c, q̃ lineæ h m maioris, q̃ sit linea h l ad lineam m c minorem, q̃ sit linea l c, quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem q̃ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à puncto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatẽ minoris, per 3. primi, & ordinetur demonstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunque speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis nõ immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; istarum linearũ fuerit maior q̃ alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione cẽtri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantum puncto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet punctus p, in quo est linea reflexionis quæ est h z secat kathetum incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

XXV.

Si angulum à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & æquianguli, quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autẽ per 20. huius, q̃d nõ reflectet forma pũcti c ad punctũ existentẽ in pũcto h, ab aliq̃ puncto arcus a b, uel ab aliq̃ pũcto arcus g q, nec ab aliq̃ pũcto arcus a q, nec à pũcto z, per 19. huius, & q̃m idem accidit impossibile contra 9. primi huius, q̃d in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus secundũ quantitatem diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d fiunt recti, quoniã ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq; punctus e, sit communis utriq; illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cõtingat circulus maior minorem tantum in puncto e, per 12. tertij, & nõ in alio, circulus itaq; minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, per 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cõmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æq̃lis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quàm linea h e, & linea c o est minor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quàm linea c o, non ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neq; ab aliquo alio pũcto arcus e b. Similiterq; est deducendũ, si punctus o, à quo supponit fieri reflexionem cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur



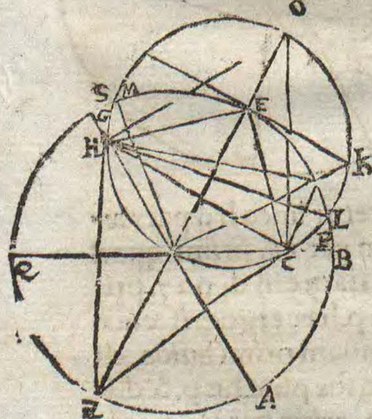
ut contingit linea e m super partem diametri b q, quæ est c d & secetur linea h d pars æqualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod angulus e m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaq; e m d, per 27. primi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æquedistans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per secundam primi huius, cũ linea e d, cum qua concurrit sua æquedistans, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & ducatur linea n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p, eritq; per 30. tertij, ille circulus transiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus p n d rectus, cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 26. tertij, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. primi, & quia linea n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, linea m p æqualis lineæ n p, & quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̃lis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p existente communi triangulo n e p, & triangulus

gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma punctim, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à puncto z, & nõ ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pũcto arcus b g quàm à pũcto e, nec ab alio pun‑ cto arcus q a quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad pun‑ ctum illud à punctis c d h, & sumpto pũcto ultimo in quo circulus minor secabit diame‑ trum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d n, tantundem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est pun ctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cõcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tũc lo‑ ca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tũc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio lineæ reflexiõis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circun ferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas dia‑ metros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens per‑ pendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphærici concaui, & su‑ perficiei reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum specu‑ li sphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semi‑ diametro b d punctus c supra punctum, in quẽ cadit perpen‑ dicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d, & in li‑ nea d g, sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma pun‑ cti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, & à puncto z, sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, est autem necessarium formam puncti c, reflecti ad ui‑ sum existentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, per‑ pendicularis super lineam c d, per 11. primi, quæ sit c o, &



quia linea c o est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e, super semidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulũ speculi non secans punctum e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipso rum est minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cũ linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum an‑ gulus d c o sit rectus, quod etiam d h o est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transi‑ ens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, necessario transibit per pũctum o, & erit linea d o dia‑

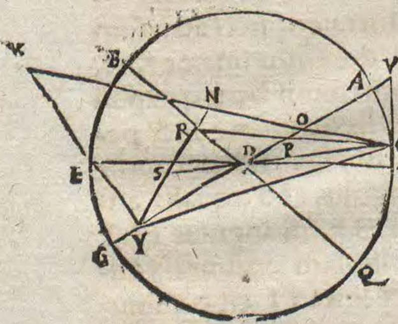
d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniã circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præ‑ missis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c d m est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à pun‑ ctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, fit lo‑ cus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus ima‑ ginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uici‑ norum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab a‑ lio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in pun cto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & pe‑ riferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis an‑ gulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi an‑ guli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est commu‑ nis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, qm̃ idem se‑ quitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si pun‑ ctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copula tis lineis à punctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo a‑ lio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z cõstitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæqua‑ les resecant, & ab hoc in æquales angulos cõstituunt super circunferentiam circuli ma‑ ioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam pri‑ mi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni specu li sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à cen‑ tro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiame‑ tros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentũ per æqualia, sitq́ꝫ c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineã f l, erit itaqꝫ angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, secetq́ꝫ lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m qui sit i d a, sitq́ꝫ pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousqꝫ ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile



est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam linea m c k, cum itaqꝫ angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est extremus, ergo p 22. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaqꝫ n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, producatur itaqꝫ linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq́ꝫ angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 31. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cum triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o. sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, q̃m triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primi, cũ em̃ anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y b, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaqꝫ à puncto

à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatur quoqꝫ linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius æquedistante quæ est h x, fietq́ꝫ concursus punctus u, eritq́ꝫ triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex p̄missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitq́ꝫ punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaq́ꝫ per 13. primi huius, qđ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, &, lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportione lineæ h d ad lineã d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, q̃m angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per p̄missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, & angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t uterqꝫ tñ illorꝝ angulorꝝ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos ꝑ 13. primi, q̃m ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̄missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempq́ꝫ eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit em̃ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & q̃m à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non consistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit diſpoſitio figuræ præcedentis, ſecentq́ circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſphærarũ ſpeculi ſphærici concaui duæ diametri, quæ ſunt b q & a g, ſuper centrum d, diuidatq́ diameter e d 3, angulũ b d g per æqualia, dico quod quicunq́ punctus ſumat̃ in arcu a q, præter punctũ 3, ab illo poſſunt reflecti infinita paria pũctorum inæqualiter à centro diſtantiũ. Sumatur eñ in arcu a q, punctus h, & ſumatur in ſemidiametro d g, pũctus l, & à ſemidiametro b d, ſecetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducãtur lineæ l m, l h, m h, d h, ſecabitq́ diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, qui ſecat angulum b d g, cui ſubtenditur linea l m, ſit ergo punctus ſectionis f, eritq́ per 4. primi, & ex hypotheſi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq́ h d, quouſq́ cadat ſuper lineam m l, per 29. primi huius, ſitq́ punctus ſectionis n, eritq́ linea l n, minor ꝙ linea n m, ideoq́ linea d n, ſecat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, eſt æqualis angulo n d f, minor eſt angulo a d 3, eſt æqualis angulo f d l, uerũ cum angulus f d m, ſit æqualis angulo f d l, ex hypotheſi, & angulo q d 3. per 11. primi, & angulus m d a, ſit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, eſt maior angulo n d l, & angulus h d q, eſt maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, eſt maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, eſt maior ꝙ linea h m, cũ linea m d, ſit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, q̄m ſi detur quod ſit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, ſicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. ſexti, quod eſt impoſſibile per 8. quinti, ſi uero detur quod angulus d h l, ſit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, ſecet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & ſequet̃ impoſſibile ut prius, ꝓducta alia linea ſecãte ad lineã l n, ꝑ 29. primi huius, eſt igit̃ angulus d h l, minor angulo d h m, ſecet̃ igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui ſit angulus t h d, ergo forma puncti t, ꝑ 20. quinti huius, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à puncto ſpeculi quod eſt h, & linea t d eſt minor ꝙ linea l d, q̄m eſt minor ꝙ linea d m, ſimiliter ſi ſumãtur in ſemidiametris b g & g d, alia puncta ꝙ l & m, æqualiter diſtantia à punctis l & t. Similiter ꝓbabit̃ ꝙ à puncto h, fit reflexio pũctorum inæqualiter diſtantiũ à centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris ſumptis ſemꝑ ſimilis erit proportio, & à quocũq́ puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadẽ eſt demonſtratio, à puncto uero 3, non eſt poſſibilis reflexio propter angulorũ t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet ꝑ 4. primi, reſecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3. patet ergo propoſitum.

XXIX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus intra ſpeculum in diuerſis diametris circuli magni ſphærici concaui exiſtentibus, inæqualiterq́ diſtantibus à centro, ſi ab aliquo puncto ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros, in quibus illa puncta non conſiſtunt fiat reflexio formarum eiuſdem puncti ad eundem uiſum, ab alio puncto eiuſdem arcus eſt impoſſibile reflecti.

Remaneat omnimoda diſpoſitio theorematis præcedentis, & ſit ut punctus rei uiſæ, q eſt t, in ſemidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod ſit h, reflectat̃ ad uiſum exiſtentem in puncto l, ſemidiametro d g, plus diſtantem à centro ſpeculi quod eſt d, ꝙ punctus rei uiſæ qđ eſt t, ſintq́ puncta t & l, ambo intra ſpeculũ, dico quod forma puncti t, ad uiſum l, poſſibile eſt reflecti ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h. Si enim fit ipſum poſſibile ab alio puncto reflecti ad uiſum l, ſit illud punctũ k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quouſq́ cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ ꝑ 29. primi huius, ut in ꝓmiſſa oſtendimus, quia itaq́ ut patet ex hypotheſi, forma puncti t, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à puncto ſpeculi h, palam per 20. quinti huius, q̄m angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

go per 3. ſexti patet, q̄m eſt proportio lineæ l h ad ad lineã t h, ſicut lineæ l n ad lineam n t, & ſimiliter cũ angulus t k p, ſit æqualis angulo l k p, ex hypotheſi, erit per eandem 3. ſexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, ſicut lineæ l p ad p t, ſed linea l h, eſt maior ꝙ linea l k, per 7. tertij, & linea t h, eſt minor ꝙ linea t k, igit̃ per 9. primi huius, maior eſt ꝓportio lineæ l h ad lineam t h, ꝙ lineæ l k ad lineam t k, maior ergo erit ꝓportio lineæ l n ad lineam n t, ꝙ lineæ l p ad lineam p t, qđ eſt impoſſibile, & contra eandẽ 9. primi huius, quocũq́ uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impoſſibile, palam ergo q̄m ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h, eſt impoſſibile formam puncti t ad l centrũ uiſus reflecti, ergo nec aliquẽ punctorum æqualiter diſtantiũ à puncto t, & à puncto l, poſſibile eſt ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h q, reflecti, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaq́ duobus theorematibus patet uniuerſalis paſſio, quæ accidit uiſibilibus, & uiſui ſic diſpoſito reſpectu centri ſpeculi ab omnibus punctis arcus a q, q̄m à nullo puncto aliorũ arcuũ eſt poſſibilis reflexio punctorum taliter diſpoſitorum, ut etiã hoc patet ꝑ 27. huius.

XXX.

Centro uiſus intra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflectiõis & ſpeculi ſphærici concaui in eius diametro exiſtente, à quolibet puncto illius ſemicirculi reflectuntur ad uiſum formæ punctorum æqualis uel inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi cum ipſo centro uiſus.

Sit a centrum uiſus, centrum uero ſpeculi ſphærici concaui ſit b, & ſit a intra ſpeculum, ducaturq́ una diametros quæ ſit d a b g, & imaginet̃ ſuperficies plana, in qua ſunt puncta a & b, quocũq́ modo extenſa, hæc ergo per 69. primi huius, ſecabit ſphærã ſpeculi ſecundum circulũ qui ſit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius iſtorum ſemicirculorum reflectunt̃ ad uiſum a, formæ punctorum inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cũ ipſo puncto a. Sumatur eñ in alicuius ſemicirculorum illorum periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palam itaq́ quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum ſemicirculi, ſuꝑ punctum itaq́ e, tm̃ lineæ b e, fiat ꝑ 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, q ſit p e b, & producatur linea p e quantũ placet, palam itaq́ per 20. quinti huius, q̄m quodlibet punctũ illius lineæ reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi qđ eſt e, ducta ꝗq́ à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineã p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, ſecundũ quã diſtat centrum uiſus à centro ſpeculi, aut maior aut minor, ſi fuerit æqualis, tunc cũ omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, ꝓter illam perpendicularẽ, ſint maiores illa perpendiculari per 18. primi, q̄m opponunt̃ angulo recto in illo triangulo, palã qđ omẽs lineæ erũt maiores ꝙ linea b a, & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, ſuper lineam p e, inæqualiter diſtabit à centro b cum puncto a, centro uiſus, ſi uero perpendicularis fuerit maior ꝙ linea b a, tunc patet ſecundũ præmiſſa qđ omnia puncta lineæ p e, plus diſtabunt à centro b, ꝙ punctus a. Si autẽ illa perpendicularis fuerit minor ꝙ linca b a, tunc poſſibile eſt duci à puncto b, duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet ſubtenſis illis angulis rectis, ex utraq́ parte lineis æqualibus lineæ a b, ꝑ 16. primi huius, & omnes lineæ aliæ ductæ à cẽtro b, ad lineã p e, aut ſunt minores aut maiores, ꝙ linea b a, palam itaq́ ꝑ 28. huius, q̄m à puncto e, reflectũtur omnia puncta lineæ p e ad a centrum uiſus, quorum diſtantia à centro ſpeculi inæqualis eſt diſtantiæ centri uiſus, quod eſt a, ab eodẽ centro ſpeculi. Sed ut patet ex ꝓmiſſis, inter hæc ſunt puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi cũ puncto a, ſumpto quoq́ quocũq́ puncto in toto ſemicirculo illo, in quo ſumptum eſt punctum e, ſemper eſt eodem modo demõſtrandum, eodem quoq́ modo poteſt in alio ſemicirculo circuli d l g, demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

XXXI.

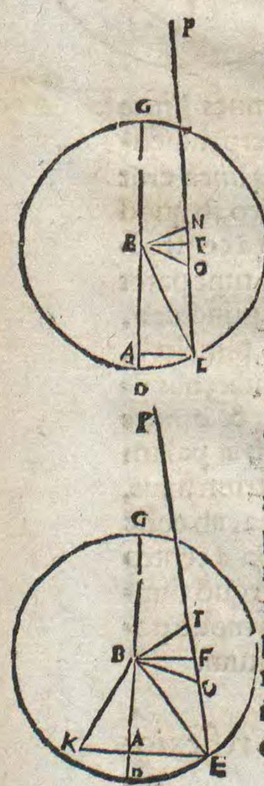
Centro uiſus extra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis

nis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, ſi à uiſu ducantur duæ lineæ circulũ contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiæ præter ꝙ ab illis punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum punctorum inæqualiter diſtantium à centro circuli cum centro uiſus.

Huius demonſtratio euidens eſt per p̃miſſa, ſit eñ centrũ uiſus h, extra circulũ d l g, cuius centrũ eſt b, ducatur diameter h d b g, patetq́; per 6. huius, quod à puncto g, nõ fit aliqua reflexio ad uiſum, ducanturq́; à puncto h, quod eſt centrũ uiſus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ ſint, h t & h q, palamq́; eſt per ea quæ dicta ſunt in 24. huius, quoniã ab arcu q d t, nulla fit reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, ſed nec ab aliquo punctorum contingentiæ quæ ſunt q & t, poteſt fieri reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, qm̃ angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, & lineæ q h & t h, ſint circulũ contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus ſub termino cordæ & diametri eſt acutus, angulus uero b q h eſt rectus, nõ ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uiſum in punctum h, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, poteſt fieri reflexio, demonſtratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propoſitum, ſeruata hypotheſi præmiſſa.

XXXII.

Centro uiſus intra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, factaq́; reflexione ab aliquo pũcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cum centro uiſus diameter circuli in qua eſt punctus reflexus, cum diametro in qua eſt centrum uiſus facit angulum extrinſecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



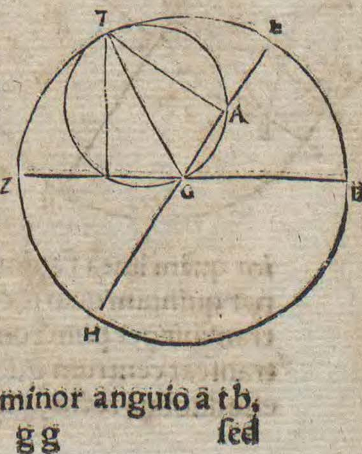
Stante priori diſpoſitione 30. huius, ducatur à centro ſpeculi quod eſt b linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, aut ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper lineam e a, aut non, ſit primo ꝑpendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 3?. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli ſunt recti ex hypotheſi, ducatur itaq; linea o, ſuper lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e eſt obtuſus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cũ angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum trianguluſ e b f, ſit æqualis triangulo e b a, qa cũ angulus b f e ſit æqualis angulo b a e, qm̃ uterq; rectus, & angulus b e f, eſt æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e a b, æqualis angulo e b f, eſt eñ b e latus utriq; illorũ trigonorum cõmune, eritq; p 4. ſexti, latus f b, æquale lateri b a, qm̃ ipſa reſpiciunt angulos æquales, ſed latus o b, per 18. primi, eſt maius latere b f, ergo & ipſum eſt maius latere b a, ducta uero linea b n, ſuper aliquod punctũ lineæ f p, erunt per p̃miſſa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, ſed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor eſt angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior ꝙ linea b f, erit ipſa maior ꝙ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto a, à puncto ſpeculi quod eſt e, & inæqualiter diſtat à centro ſpeculi quod eſt b, cum centro uiſus quod eſt a, & diameter b n, in qua eſt punctus rei uiſæ quod eſt n, cum diametro a b g, in qua

qua eſt centrum uiſus quod eſt a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui eſt angulus cõſtans ex angulis incidẽtiæ & reflexionis, diameter uero o b, cũ diametro a b g, continet angulum o b g, maiorẽ angulo o e a, patet ergo propoſitum. Si uero linea b g, non fuit perpendicularis ſuper lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b ſuper ꝓductã lineam e a, ducatur perpẽdicularis quæ ſit b k, quæ quidem ſiue cadat ultra lineã a b, uel citrauerſus punctũ e, ſemper eadẽ ꝓbatio. Sit enim linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, & ſit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palã itaq; quoniã in trigono f e b, angulus e k b, eſt rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo f e b, linea uero e b, eſt latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, ſunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, ſed linea a k, æqualis eſt lineæ f t, ex hypotheſi, ergo ꝑ 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, ſed duo anguli k b f, & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui ſunt b f e & b k e ſunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, ſed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis eſt angulo t e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſi igitur à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineam t e, ducatur linea ultra pũctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui eſt æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit ꝑ 18 primi, maior quàm linea b t, quæ eſt æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum ſpeculi quod eſt b, faciet angulum cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit quælibet illarũ linearũ minor ꝙ linea b t, ergo erit minor ꝙ linea b a, patet ergo propoſitum.

XXXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus, & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoſsibile eſt diametrum in qua eſt punctus rei uiſæ cum diametro in qua eſt centrum uiſus angulum extrinſecum angulo reflexionis æqualem conſtituere angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uiſus, & centrũ ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ ſit z d, ſitq; a punctus rei uiſæ, & eſto ut aliqua ſuperficies plana ſecet ſphæram ſpeculi ſuper circulum z e d, per 69. primi huius, dico ſi forma puncti a, exiſtentis in diametro h g e, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & ſi inæqualis eſt diſtantia punctorum a & b, à centro ſpeculi quod eſt g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impoſſibile eſt eſſe æqualem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, ſi uero hoc ſit poſsibile ponatur ineſſe, & ſit punctus reflexionis t, ſitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus tranſiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, tranſibit ergo ille circulus neceſſario per punctum t, ſi enim tranſeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

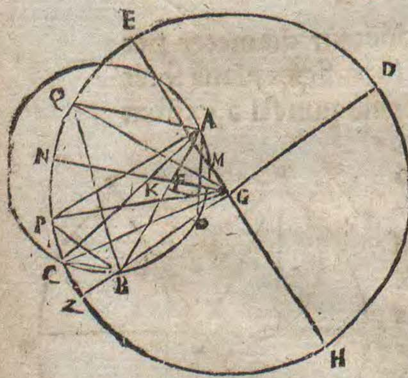


ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palã enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam oẽs duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a b g, cũ angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoque accidit idem impoſsibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo, ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25. tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, propoſita autem eſt eſſe inæqualis, hoc ergo eſt impoſsibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris, in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrum uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis, quod eſt propoſitum.

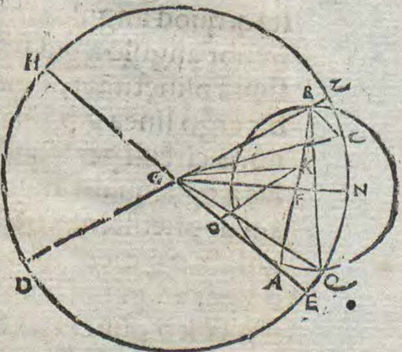
XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus, & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ ſit reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici cõcaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit 3 d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius, ſectio communis circulus qui ſit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior q; linea a g, dico quod ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum dxiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, nõ erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus ſit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e 3, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3, per æqualia per nonam primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per tertiam ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor quàm linea g a, eſt ergo linea b f, maior quàm linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per quintam quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus non tranſibit per punctum g, ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualem eſſe duobus rectis, quoniam illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto



illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoq; dico quod non tranſibit ille circulus minor punctum reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſsibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritq; palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, quod eſt impoſsibile, non ergo tranſibit ille circulus per pũctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit chordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo chordis b o, & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſsis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus, & angulus g f b obtuſus, per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſsis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta cõcurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoq; ſi concurret cum linea g f, in pũcto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per tertiam ſexti, lineam b k, fieei maiorem quàm ſit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſsibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior quàm linea k a, quod totum eſt impoſsibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in pũcto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmiſsis diuidit chordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copuletur ut prius chordæ b o & a o, pateíq; per 4. primi, quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſupra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g a,



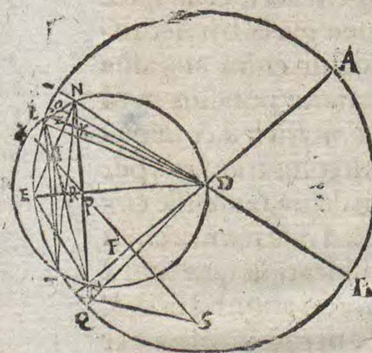
sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uisum in punctum b, à puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrum uisus, & in altera punctus rei uisæ, patet ergo propositum, quoniam semper similis erit improbatio sumpto quocunq; alio puncto arcus e n, sed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formæ pũcti a, rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterq; minor angulo a g d, remanente enim dispositione figuræ prioris, quæ est anguli a t b, sit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uisum b. Sit itaq; quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus constãs ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctum t, minor est eodem angulo a g d, ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmissum est linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, est enim per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præostensum est, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaq; punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaq; duæ lineæ g t & g p sint æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpẽdicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitq; angulus t o k, minor recto per 42 primi, linea enim o k, est pars semidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circulum minorem transiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus qui fit super punctum t, tantum lineæ g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l secabit illum circulum sicuti priorem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaq; a b p, secabit circulum a b t, in duobus pũctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum uersus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij, & impossibile. Restat igitur ut forma pũcti rei uisæ, qui est a, non reflectatur ad uisum existentem in puncto b, à duobus pũctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad uisum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui est e 3, ita ut uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis sit minor angulo a g d, quod est propositum.

XXXV.

In speculis sphæricis concauis duo puncta qui diuersis diametris, & inæqualis distantiæ à centro speculi existentia à duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur, possibile est inueniri.

Sit circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui, cuius centrum d, & sumatur in ipso duæ diametri, quæ sint g a & b h, secantes se in centro d, dico quod possibile est fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per semidiametrum d e, & in semidiametro b d sumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e, super diametrũ b d, & sumatur linea n d, in diametro d g, æqualis lineę m d, & fiat per 5 quarti, circulus transiens per tria puncta m d n, hoc ergo necessario transibit ultra punctũ e, si enim detur, quod ille circulus transeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulũ d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut quæ sunt à puncta m & n, sunt æquales duobus rectis, quod est impossibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo sunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, super semidiametros b d & g d, similis quoq; fiet deductio, si circulus transeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes super punctum m & n, erunt iterum minores rectis, transit igitur circulus d m n extra punctum e, secabit ergo circulum proportio ipsius speculi in duobus punctis per 10. tertij, sint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n secans lineam e d in puncto f, & lineam c d in pũcto p, cum itaq; ut patet ex præmissis linea m d sit æqualis lineæ n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d, æqualis est triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d est acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis super lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circumferentiã minoris circuli sit linea f k, hæc itaq; secabit lineam l n, uel non secabit, si non secet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, si secet palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctum k sit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur usq; ad circumferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut est minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abscidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea à pũcto c, & erit idem sicuti si arcus n o sit minor arcui l c, sit ergo arcus n o minor quàm sit arcus c l, ergo per ultimam sexti angulus c n l est maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui sit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & super punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n, qui sit angulus q c m, cũ itaq; angulus c m l sit maior angulo m c q, quia arcus c l est maior arcu n o, ut patet ex præmissis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui est æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, sit itaq; cõcursus in puncto q, cum igitur angulus l m c sit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c sit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, sunt enim constituti super eundem arcum qui est l c, & cum angulus i n z ex præmissis sit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, est ergo per 32. primi, angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n sit æqualis angulo m c q, & similiter triangulus i n z, est per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis sit communis, & angulus i n c sit æqualis angulo o c n, est ergo per 4. sexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, sicut lineæ n i ad lineam m q, & similiter est proportio lineæ c n ad lineam c z, sicut lineæ n i ad lineam n z, sed linea c z, est maior quàm linea c q, quod patet per hoc, sit enim r, pũctus in quo linea c z secat lineam k f, angulus itaq; c f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam c d,

ergo p̃ 32.primi,angulus f c r eſt acutus,qa uero linea d m,ut patet ex præmiſsis eſt æq̃
lis lineæ d n,erit per 27.tertij,arcus d m æqualis arcui d n,ergo p 26.tertij, angulus m c
d eſt æqualis angulo d c n,ſed angulus q c m eſt æqualis angulo o c n,ex præmiſsis,fit er
go angulus q c f æqualis angulo f c r,quia ex æqualibus angulis conſtat, angulus ergo
q c f eſt acutus,& linea k f eſt perpendicularis ſuper lineam c d, angulus quoq; c f k eſt
rectus,ergo per 14.primi huius,linea k f producta cõcurret cum linea c q, ſit punctũ cõ
cursus ſ,& linea producta à puncto c,uſq; ad punctum ſ, quod eſt
punctum concurſus,cuius pars eſt linea c q, eſt æqualis lineæ c r,
quoniam enim illorũ trigonorum anguli ad pũctum f, fiunt recti
ad punctum c, ex præmiſsis ſunt æquales per 32. primi,quoniam
illi trigoni c f ſ & c f r ſunt æquianguli,& linea c f communis, reli-
qua ergo latera quæ ſunt c d & c r,ſunt æqualia per 4. ſexti, ſed li-
nea c ſ eſt maior quàm linea c q,& linea c z,eſt maior quàm linea
c r,linea ergo c q eſt minor quàm linea c z, eſt ergo per 8.quinti,
minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineã
c z,igitur maior eſt proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad
lineam n z,quare per 10.quinti, linea m q eſt minor quàm linea n
z,ſecetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q,quæ ſit n x, &

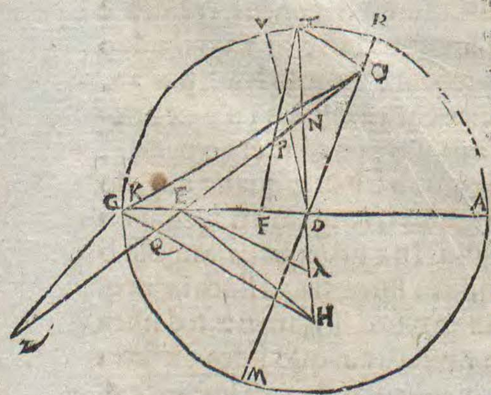


ducatur linea d x,& quoniam per 22.tertij,angulus l n d cum angulo l m d,ualet duos re-
ctos,& angulus l n d æqualis angulo q m d,ergo per 4.primi,triangulus x n d eſt æqua-
lis triangulo d m q,& linea d x æqualis lineæ d q,& angulus x d n eſt æqualis angulo q d
m,& angulus d x n æqualis angulo q d m,ſed angulus d x z eſt maior recto,cum ſit ma-
ior angulo d n x,per 16.primi,& angulus d n x eſt maior recto per 30.tertij,quoniam ca
dit in proportionem minorem ſemicirculo qui eſt d n l,& etiam patet hoc per 21. tertij,
quoniam enim angulus l m d eſt acutus,patet quod angulus d n l eſt obtuſus,ergo per 19
primi,linea d z eſt maior quàm linea d x,ergo linea z d eſt maior quàm linea q d, form a
ergo puncti q poteſt reflecti ad punctum z, à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt c & l, &
puncta q & z,ſunt inæqualis diſtantiæ à centro & in diuerſis diametris, quod patet ide o
quod angulus x n d eſt æqualis angulo q d m,addito ergo communi angulo q d x,ſed an
gulus n d m eſt minor duobus rectis,ergo & angulo q d x,ergo magis angulus q d z eſt
minor duobus rectis,ergo duo puncta q & z,non ſunt in eadem diametro,ſed in diuerſis
& hoc eſt propoſitum.

XXXVI.

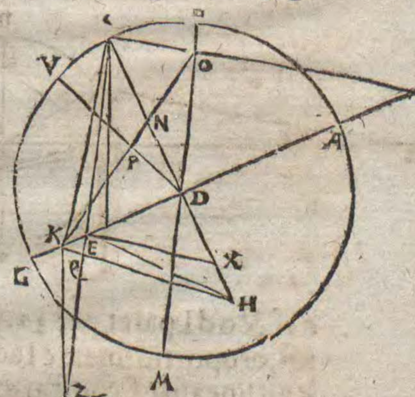
A ſpeculis ſphæricis concauis duobus punctis inæqualiter diſtantibus à centro,& in diuerſis diametris exiſtentibus ad ſe inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt impoſsibile eſt ipſa à puncto alio illius arcus ad ſe inuicem reflecti.

Sit circulus ſpeculi ſphærici concaui a g h,cuius centrũ ſit d,& ſint duo puncta k & o,
ad ſe inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g,ſitq; punctum k,remotius à centro ſpe-
culi quod eſt d quàm punctus o,& ſint lineæ g d a & b d m,
duæ diametri, in quibus ſunt puncta illa k & o,ſitq; pun-
ctum k,in ſemidiametro g d, & punctus o, in ſemidiame-
tro b d,reflectanturq; formæ iſtorum punctorum adinui-
cem à duobus punctis arcus g b,ut oſtenditur per præcedẽ
tem,& ſit angulus o d k maior angulo o d a, & ſit c unus
punctus arcus b g,à quo ſit reflexio,palam ergo ex 34.hu-
ius,quod uterq; duorum angulorum conſtantium ex an-
gulis incidentiæ & reflexionis,non erit minor angulo o d
a, neq; eſt aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d
a,ut patet per ea quæ declarata ſunt in 33.huius, alter er
go illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o



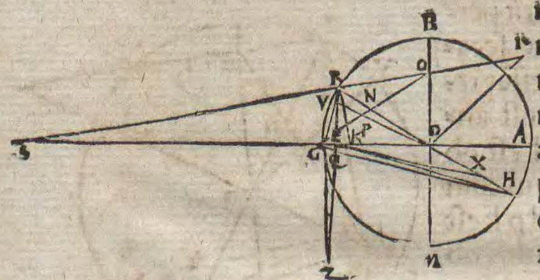
c,d c,k c,& ex angulo o c k,ſecetur per 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a,
qui

qui ſit c o f,ducta linea c f ſuper diametrũ g d,& diuidatur angulus f c k per æqualia,per
9.primi,ducta linea c e ſuper lineam k f,& à puncto k, ducatur linea æquediſtans lineæ
c f,per 31.primi,quæ ſit k z,& quoniam linea c f æquediſtans lineæ k z,concurrit cum li-
nea c e in puncto c,patet quod linea k z concurret cum linea c e,producta per ſecũdam
primi huius,ſit ergo linea k z concurrẽs cũ linea c e in puncto z,& ducatur linea o k, &
per 9.primi,diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o,in puncto p, cũ ergo ſit li-
nea k d maior q̃ linea o d,ut patet ex hypotheſi, & quia per 3.ſexti,eſt proportio lineæ
k d ad lineam d o,ſicut lineæ k p ad lineam p o,erit linea k p maior q̃ linea p o. Item ſit
ut linea d c ſecet lineam k o in puncto n,palam quod linea d p u cadet inter duo puncta
k & n,nõ autẽ inter duo puncta n & o,quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d
& p d o,& angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, ſed angulus p d o eſt æqualis
angulo p d k,& angulus k o d maior eſt angulo o k d,per 19. primi, ergo angulus k p d
maior eſt angulo o p d,eſt ergo angulus k p d maior recto per 13.primi, & angulus o p
d,eſt acutus,ſed angulus k n d eſt acutus,quod patet ſi fiat circulus tranſiens per tria pun
cta o c k,per 5.quarti,hic enim tranſibit infra punctũ d, quod eſt centrũ circuli maioris,
quoniam cũ angulus o d k ſit maior angulo o d a ex hypotheſi,erunt duo anguli o d k &
o c k,maiores duobus rectis,quod eſſet impoſsibile per 21.tertij,ſed ſi circulus ille tranſi-
ret punctũ d,uel ſupra punctum d,quoniam eadẽ eſt demonſtratio,linea uero n d diuidet
k c o,arcum illius circuli per æqualia,per 25.tertij quoniam diuidit angulũ o c k per æ-
qualia ex hypotheſi,fiet aũt illa diuiſio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo pun-
cto diuiſionis arcus o k,ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k,quæ eſt chorda illius
arcus o k,erit linea illa perpendicularis ſuper lineam o k,per 8.primi,& cadet illa perpẽ
dicularis inter puncta p & k,cũ linea k p ſit maior q̃ linea p o, & angulus ſuper punctũ
n,ex parte illius perpendicularis erit acutus,ergo & ex parte p erit acutus,& angulus ſu-
per punctum p ex parte o,erit acutus,hoc enim oſtenſum eſt ſuperius. Si ergo detur, q̃d
punctus p cadat inter duo puncta n & o, impoſsibile erit per-
pendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tunc ſeca-
ret lineam d p,& fieret triangulus cuius unus angulus eſſet re-
ctus,& alius obtuſus,quod cum ſit impoſsibile, neceſſe eſt an-
gulum k n d eſſe acutũ,ergo per 13.primi,angulus o n d eſt ob
tuſus,punctũ ergo p nõ cadet inter pũcta n & o, quoniam cum
angulus o n d ſit obtuſus,& ut patet ex p̃miſsis angulo d p k eſt
obtuſus,ſequeretur ergo in trigono d n p,duos eſſe angulos ob
tuſos,quod cũ ſit impoſsibile per 32.primi,palam quia pũctus
p,non cadet inter pũcta n & o,non cadit etiam in punctũ n, ut
eſt euidens,cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet
ex præmiſsis angulus k c d eſt medietas anguli k c o, ſed & an-
gulus k c e eſt medietas anguli k c f,angulus uero k c o maior eſt angulo f c o, in angulo



k c f,reſtat ergo ut angulus e c d ſit medietas anguli f c o,ſed angulus f c o eſt æqualis an
gulo o d a,igitur angulus e c d eſt medietas anguli o d a,cũ angulus o d f ualet duos re-
ctos per 13.primi,& tres anguli trianguli e c p,ualẽt duos rectos per 32.primi, tres ergo
anguli trigoni e c d ſunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c,
hincinde illis angulis cõmuni,& ablato angulo e c d,qui eſt medietas anguli o d a,reſtat
ut angulus c e d æqualis ſit medietati anguli o d a,& toti angulo o d n,ſed angulus o d p
qui eſt medietas anguli o d k cũ medietate anguli o d a eſt rectus,eſt autẽ angulus o d p
maior angulo o d n,quod patet per 29.primi huius,cũ ſicut patet ex præmiſsis pũctum
n,lineæ d n cadat inter pũcta p & o,eſt ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a ma
ior angulo c o d,cũ medietate anguli o d a,patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate an
guli o d a ſit rectus,quoniam angulus c e d eſt acutus,quare per 15 primi, ei contra poſi-
tus, qui eſt angulus k e z,eſt acutus,igitur ſi per 12.primi,à puncto k ducatur perpendi
cularis ſuper lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmiſsis linea
k e,non eſt perpendicularis ſuper lineam c e z, Si uero dicatur quod illa perpendicula-
ris ca-

ris cadat ultra punctum e,ſuper lineam c e,tunc cum angulus c e k,per 13.ſit obtuſus,accidit triangulum habere duos angulos,unum rectum & alium obtuſum,quod eſt impoſſibile,per 32.primi,cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ ſit linea k q, hoc autem ſeruato nunc quidem neceſſarium interponimus,ſcilicet quod linea k c,ſe habet ad lineam c f,ſicut linea k d ad lineam d o, eſt enim linea c o, aut æquediſtans lineæ k o,aut concurrens cum illa. Sit primum æquediſtans,erit ergo per 29.primi,angulus o d a,æqualis angulo c o d,eſt ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmiſſis,angulo o c f & o d a ſunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f,aut æquediſtabunt,aut concurrent. Si æquediſtent,cũ illi cadent inter lineas k d & c o æquediſtantes,palam per 34.primi,quoniam ipſæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f,cõcurrunt facient triangulum,cuius duo latera erũt æqualia,per 6.primi,quoniam duo æquianguli qui ſunt f c o & d o c ſunt æquales,linea uero f d ſecat illa duo latera æqualia æquediſtã ter baſi d o,erit ergo per 2.ſexti,& 18.quinti,proportio unius illorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam f c,eſt ergo linea c f æqualis lineæ o d,per 9.quinti, ſit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt ſub linea k d,quaſi concurrant ſub linea c o,erit eadem probatio,quia fiet triangulus cuius unũ latus eſt linea c o,& alia duo latera æqualia per 6.primi,ut prius,quia linea c o eſt æquediſtans lineæ d f,erit per 2.ſexti, proportio unius illorum duorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut prius per 19.quinti,lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, eſt æqualis angulo d c o per 29.primi,ideo quod linea c o data eſt æquediſtans eſſe lineæ k d, ergo angulus c d f eſt æqualis angulo d c k,cum anguli d c o & d c k ſint æquales ex hypotheſi & per 25.quinti huius,ergo per 6.primi,lineæ d k & c k ſunt æquales ,eſt ergo p 7.quinti proportio lineæ c k ad lineam c f,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ideo quod antecedentia & conſequentia ſunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquediſtat , ſed concurrit cum linea k d,aut hoc eſt ad partem puncti g, diametri a g,ſi fiat concurſus ex parte a,ſit hoc in puncto l, manifeſtum ergo per 13.primi huius,quoniam proportio lineæ c k ad lineam c f,cõponitur ex proportione lineæ c k ad lineam c l,& ex proportione lineæ c l ad lineam c f,ſed proportio lineæ k c ad lineam c l,eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d l,per 3.ſexti, linea enim d c diuidit angulum k c o per æqualia ex hypotheſi,quia uero angulus o d l per præmiſſa eſt æqualis angulo l c f,& angulus ad pũctum l,communis eſt ambobus trigonis c l f & o d l,patet per 32.primi,quod tertius angulus eſt tertio æqualis,erit ergo per 4.ſexti,proportio lineæ c l ad lineam c f,ſicut lineæ d l ad lineam d o,proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f.conſtat ex proportione lineæ k d ad lineam d l,& lineæ d l ad lineam d o, ſed proportio lineæ k d ad lineam d o,conſtat ex eiſdem proportionibus poſita linea d l media per 13.primi huius,ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat,cum linea k d ex parte g, ſit concurſus in puncto ſ,& à puncto d,ducatur linea æquediſtans,lineæ k c , quæ ſit d r cõcurrens cum linea c o producta ultra punctum o,in puncto r,igitur angulus k c d æqualis eſt angulo c d r,per 29.primi,ſed & angulus k c d ex hypotheſi æqualis eſt d c o,ergo anguli d c r & d r c ſunt æquales,ergo per ſextam primi,linea d r eſt æqualis lineæ c r , ſed quoniam triangulus ſ c k æquiangulus eſt triangulo ſ r d,per 29. primi , & propter angulũ a ſ d cõmunẽ erit per 4.ſexti,proportio lineæ d r ad lineam ſ r , ſicut lineæ k c ad lineam c ſ, ſed linea d r eſt æqualis lineæ r c,eſt ergo per 7.quinti,proportio lineæ r c ad lineam r ſ,ſicut lineæ k c ad lineam c ſ,ſed proportio lineæ r c ad lineam r ſ,eſt ſicut proportio lineæ d k ad lineam d ſ,per ſecundam ſexti,& per 18.quinti,igitur per 11. quinti,eſt proportio lineæ k c ad lineam c ſ, ſicut lineæ k d ad d ſ,ſed quoniam angulus f c o æqualis eſt angulo o d a , erit angulus o d ſ æqualis angulo f c ſ,per 13.primi,& angulus ad punctum ſ eſt cõmunis,erit ergo triangulus o d ſ æquiangulus triangulo f c ſ, per 32. primi, ergo

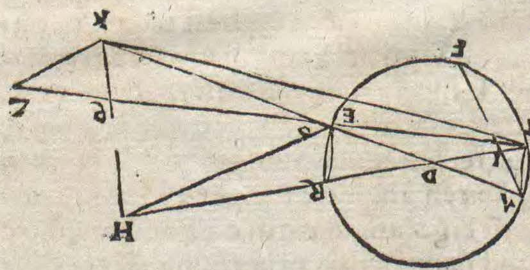


ergo p 4.ſexti,eſt ꝓportio lineæ c s ad c f,ſicut lineæ d s ad d o, eſt aũt ꝓportio lineæ k c ad lineã c s,ſicut lineæ k d ad lineam d s,& eſt ꝓportio lineæ c s ad lineam c f,ſicut lineæ d s ad lineam d o,ergo per 22.quinti,erit ꝓportio lineæ k c ad lineam c f,ſicut lineæ k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquediſtat lineæ c f,ut patet ex præmiſſis,erit p 29.primi,angulus k z e æqualis angulo e c f,ſed angulus k e z eſt æqualis angulo c e f,per 15. primi,ergo trigoni k z e & e c f,ſunt æquianguli per 32.primi,ergo per 4.ſexti,erit proportio lineæ k e ad lineam e f,ſicut lineæ k z ad lineam c f,ſed proportio lineæ k e ad lineam e f,eſt ſicut lineæ k c ad lineam c f, p 3.ſexti,quia angulus k e f,diuiſus per lineam c e,lineæ ergo k z & k c,ad eandem lineam c f,eandem habẽt proportionem,ergo per 9. quinti,linea k z eſt æqualis lineæ k c,ſed ex præmiſſis patet,quod eſt proportio lineæ z k ad lineam c f,ſicut lineæ z e ad lineam e c,eſt ergo per 11.quinti,ꝓportio lineæ z e ad lineam e c,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quâm linea d o,linea ergo z e eſt maior quâm linea e c,hoc quidem pro alijs reſeruares,nũc ad ꝓpoſitum redeamus,quia uero ut ſupra patuit linea k q,eſt perpendicularis ſuper lineã e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti,ſed angulus e c d eſt acutus,quoniã eſt medietas anguli f c o,ut ſuperius oſtenſum eſt,ergo per 14.primi huius,linea k q cõcurret cũ linea c d ſit punctus concurſus h,& ducatur linea e h,& à puncto e,ducatur linea æquediſtans lineæ k h,producta uſq; ad lineam d h quæ ſit e x,ſecans lineam d h in puncto x,fiatq; per 5.quarti,circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt e c x, & immutatur figura ſi placet ꝓpter diuerſam intricationẽ linearũ,quia itaq; angulus c q h eſt rectus, ut patet ex præmiſſis,erit p 29.primi,angulus c e x rectus,ergo per 30.tertij,linea x c erit diameter illius circuli qui eſt e c x,& ꝓducatur linea k e, per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m circunferentiæ circuli c e x, & ducatᷣ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e,per 26.tertij,cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui eſt e c,ſed angulus c x e æqualis eſt angulo c h k,per 29.primi,quoniam lineæ e x & k h,ductæ ſunt æquediſtãtes,erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k,ſed angulus c h k maior eſt angulo d h e,quod patet per 29.primi huius,ſecat eñ linea h e baſem k d, ergo angulus c m e maior eſt eodem angulo d h e, reſecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27.primi huius,qui ſit angulus f m d ducta linea f m,& punctus in quo linea f m ſecat lineam c x,ſit i,palã ergo cũ ex præmiſſis angulus i m d ſit æqualis angulo d h e,& per 15.primi,angulus i d m ſit æqualis angulo e d h,quoniam per 32.primi,triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo g h e,ergo per 4.ſexti,eſt ꝓportio lineæ h d ad lineam d m,ſicut lineæ e h ad lineã i m,& ſimiliter triangulus c m d ſit ſimilis triangulo k h d,cũ ſicut patet ex præmiſſis angulus d h k ſit æqualis angulo c m d,& per 15.primi,angulus c d m ſit æqualis angulo k d h,& tertius tertio per 32.primi,erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c,ſicut lineæ h d ad lineam d m,eſt autem proportio lineæ h d ad lineã d m,ſicut lineæ e h ad lineã i m,eſt ergo per 11.quinti,ꝓportio lineæ k d ad lineam d c,ſicut lineæ e h ad lineã l m,ſed proportio lineæ k d ad lineam d c eſt nota, qm̃ ſemper una & eadem permanet,quicunq; punctus reflexionis ſit c,in arcu b g,quia ſemper linea d c,quæ eſt ſemidiameter eſt una,& linea k d,ſimiliter eſt ſemper una,quoniã ipſa eſt diſtantia alterius punctorũ reflexorum à centro ſpeculi, linea etiã e h,una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quãtitas,quoniam non mutatur quantitas anguli e c h,qui eſt medietas anguli o d a,qui nõ mutatur, quare linea i m,ſemper erit una & æqualis,erit ergo punctus circunferentiæ in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui eſt punctus f,ſemper eſt notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g,poſſit fieri reflexio,contingat ducere à puncto f,ad circulum c x e tres lineas,quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x,& periferiam circuli ſit æqualis lineæ i m, per 9.quinti, quia ſemper erit proportio lineæ k d ad lineã d c,ſicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearũ,patet autẽ hoc eſſe impoſſibile,per 133.primi huius, qđ ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ ꝑ ipſam diametrũ ad circũferentiã,ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã partem circunferentiæ ſit æqualis datæ lineæ,non niſi duæ lineæ æquales duci poſſunt,quare à duobus tantum punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio,quod eſt propoſitum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto ſpeculi ſphærici concaui ductæ poſſibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantum alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur.

Remaneat diſpoſitio proximæ, ſitq́ʒ datus quicunqʒ punctus ſpeculi, qui ſit c, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtẽtia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantũ alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuo reflectantur, ſit enim ut quantacunqʒ placuerit ſumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineæ z e ad lineã e c, ſicut in præcedenti propoſitiõe prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineæ k ad lineam d o, & quoniã ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq́ʒ linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis ſuper lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo ꝑ 24. primi huius in linea t d, concurret cũ perpendiculari ducto à puncto q, ſuper lineã z t, ſit concurſus in puncto h, completum eſt ergo trigonũ orthogoniũ, quod eſt t q h, in cuius altero laterũ rectum angulũ t q h continentiũ quod eſt t q, datus eſt punctus e, poſſibile eſt ergo à puncto e per 137. primi, duci lineam ad baſem trigoni t q h quæ eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cũ altero laterũ rectum angulũ continentium, quod eſt q h, producto ultra punctũ q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partẽ abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineã datam, ſic à puncto e, taliter ꝓducta linea d e k, ita ut ſit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrum ſphæræ ſpeculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis ſemidiametro, punctũ ergo d, eſt centrum ſpeculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, ſuper punctũ t, terminũ lineæ d t æqualis angulo qui ſit o t d, dico q̄m punctus ſpeculi qui eſt t, eſt punctus reflexionis formæ puncti o, ad uiſum exiſtentem in puncto k, uel econuerſo formæ puncti k, ad punctũ o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantũ alio ꝓpoſiti arcus puncto, fit illorũ punctorũ mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis p̄cedentis ꝓut huic ꝓpoſito eſt neceſſe, patet ergo ꝓpoſitũ.

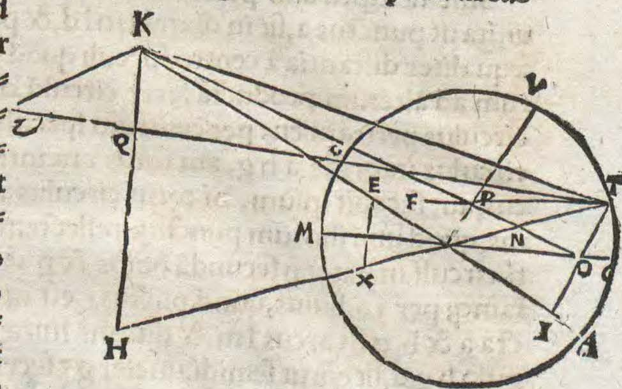


XXXVIII.

Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulũ, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inæqualiter diſtantibus à centro reſpicientibus arcum ſpeculi à quo fit reflexio, ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris non eſt ea poſſibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrũ ſit g, ſintq́ʒ illæ diametri a e & b d, & ſit pũctus reflexionis t, & ducantˉ lineæ b t, a t, g t, illa itaqʒ b t ſecabit arcũ circuli, ſit pũctus ſectionis q, ſed & linea a t, ſecabit periferiã eiuſdem circuli, ſit pũctus ſectionis m, & q̄m angulus b t g æqualis eſt angulo a t g, palam ꝑ 25. tertij, q̄m cadunt arcus æquales, ꝓducãtur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, ſi igitur forma pũcti b, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ à puncto a, ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem, ſit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & ſecet linea b h circulum in puncto l, & linea a h, in pũcto n, producaturq́ʒ ſemidiameter b g, in punctũ circunferentiæ qui ſit k,

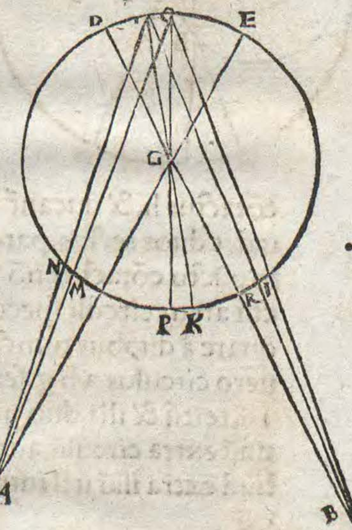
ſecundum prædicta itaqʒ erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitũ eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſſibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunqʒ uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſſibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppoſitis diametris in q̃bus ſunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoqʒ accidit impoſſibile, & eodem modo deducendum ſi unũ datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

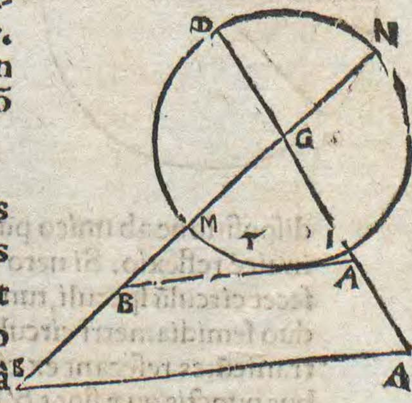
Duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui exiſtẽtibus ambobus extra circulũ, ſi linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſſibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantum illius ſpeculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum ſit g, ſintq́ʒ illi diametri l d & n m, ſitq́ʒ punctus a, in ſemidiametro l g, & pũctus b in ſemidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b, & hæc cotingat circulũ illũ, à quo per ſecundam huius, poteſt fieri reflexio, ſitq́ʒ ille cõtactus in arcu circuli q ſit arcus l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculũ, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus ſunt illa puncta fit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad punctum reliquum ſumpto enim q̊cũqʒ puncto in arcu lm, ut pũcto c, ductisq́ʒ lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculũ, linea b c, neceſſario cadet extra ſpeculũ, quoniam hoc requirit talis ſitus ſpeculi, & econuerſo, ſi linea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadat extra, ſemper enĩ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculũ, & ſic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, ſimiliter quoqʒ patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculum nõ contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m, quia neqʒ tunc ambæ lineæ a c & b c, cadẽt intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculũ, reliqua erit tota extra ſpeculũ, unde non fiet reflexio ſecundum illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, poteſt fieri reflexio ꝑ 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorũ reflexio ad inuicem nõ fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

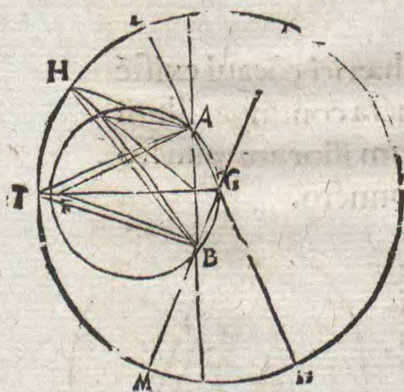


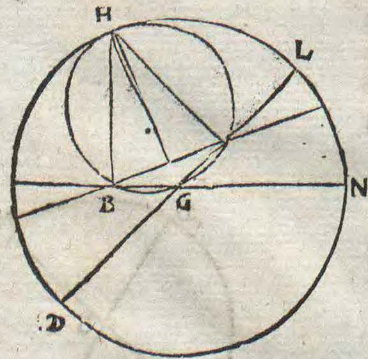
XL.

Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut tribus, aut à quatuor poſſibile eſt reflecti, & ſecundũ hoc loca imaginum numerantur.

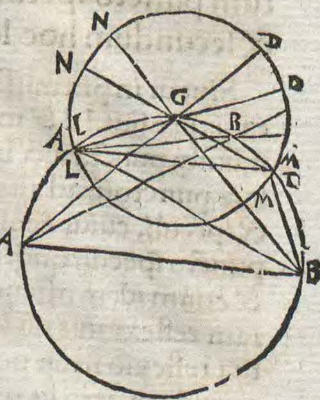


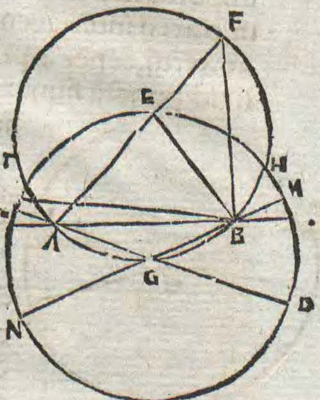
Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq; illa pũcta inæqualiter distantia à centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum pũctorum ad alterum producta secet circulũ, dico quod uerum est quod proponitur, fiat em̃ circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, ꝑ 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulũ speculi, aut cõtingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulũ, palam ꝑ 6. huius, quod unũ illorum punctoꝝ reflectetur ad alterũ ab aliquo puncto speculi, & propositi circuli, ut patet ꝑ secundã huius, & ꝑ 27. quinti huius, sic ergo pũctus reflexionis t, palamq; per 20. huius, quod pũctus t, est in arcu interiacẽte diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducanẽ lineæ a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, sit em̃ ut semidiameter g t secet circulũ a b g in pũcto f, & ducanẽ lineæ a f & b f, fientq; duo trigona a t b & a f b, sup unã basem, q̃ est a b, palã ergo ꝑ 21. primi, qm̃ angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a f b cũ angulo a g b, ualet duos rectos, ergo ꝑ 13. primi, angulus a f b est æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus sic factus sup arcũ l m, ut super punctũ h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaq; speculi qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantũ puncto speculi, qm̃ iam ostensum est ꝑ 34. huius, quia non est in huius pũctoꝝ reflexoꝝ dispositiõe possibile reflexionẽ fieri à duobus pũctis speculi, ita ut uterq; anguloꝝ constans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositiõe ab uno tm̄ puncto speculi fiet reflexio quod est unum ꝓpositorum. Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulũ speculi, sit punctũ cõtactus h, & ducanẽ lineę a h, b h, g h, g a itaq; angulus a h b, ꝑ 21. tertij, cũ angulo a g b ualet duos rectos, patet ꝑ 13. primi, qđ angulus a h b est æq̃lis angulo b g d, quare ab illo pũcto cõtactus nõ fiet reflexio ꝑ 33. huius, angulus q̃q; factus sup quocũq; aliud punctũ arcus circuli speculi erit minor illo angulo, ꝑ modũ quo iam superius ꝑostensum est, quare à duobus punctis illius arcus nõ fiet reflexio ꝑ 34. huius, sed solũ ab uno pũcto, si uero circulus a b g, secet circulũ speculi, patet ꝙ tm̄ in duobus pũctis secare necesse est ꝑ 10. tertij & illa duo pũcta a & b, aut ambo erũt extra speculũ circuli, aut ambo intra, aut unũ extra circulũ, aut aliud intra illũ, aut unũ illoꝝ punctoꝝ in circũferentia circuli & aliud extra illũ uel intra illũ. Si fuerint ambo extra circulũ speculi, tũc patet qđ linea a b, nõ secabit circulũ speculi, fietq; reflexio ab uno tm̄ speculi pũcto, ut patet ꝑ p̃cedentẽ, tunc em̃ manifeste patet, qđ circulus a b g, nõ secabit circulũ speculi secũdũ arcũ l m, qm̃ ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pũcta periferiæ circuli ipsius speculi, cũ ambo puncta a & b sunt extra circulũ speculi, si uero pũctus b, sit in periferia circuli speculi uel intra, pũcto a cõstituto extra, patet tunc qđ arcus l m, in duobus pũctis nõ secabitur, sed arcus b g, trãsibit punctũ aliq̃d arcus l m, qđ sit t, ergo angulus factus super arcũ l m, erit maior angulo b g d, qm̃ ductis lineis l t, b t & a t, patet secundũ p̃missa ꝑ 21. tertij, qm̃ angulus l t b est æqualis angulo b g d, angulus uero a t h est maior illo, patet ergo ꝑ 24. huius, qm̃ in hac dispositione ab unico pũcto, uel à duobus pũctis arcus l m, fiet formaꝝ illoꝝ punctoꝝ ad inuicẽ reflexio. Si uero duo pũcta a & b, fuerint extra circulũ speculi, & circulus a b g, secet circulũ speculi, tunc patet qđ circulus a b g, secabit arcũ l m in duobus punctis, qm̃ & duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secãt circulũ a u g, in pũctis a & b, & in duobus transeũtes resecant ex circulo speculi arcũ l m, secat ergo circulus a b g, arcũ l m, in duobus punctis quæ sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cõstitutus sup arcum circuli speculi qui est t h,

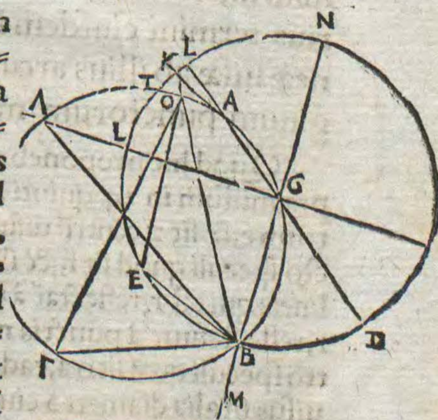




erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille em̃ est maior angulo b g d, ꝓducta em̃ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandũ, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet ꝑ 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantum puncto, & forsan à duobus, quod si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis ꝑtibus ipsius circuli a b g, tũc secũdũ præmissa om̃es anguli super illos arcus consistentes cõtenti sub lineis à punctis a & b, ꝓductis, erunt minores angulo b g d, fiat em̃ angulus b k a, super punctũ arcus b t, & qm̃ arcus a t, circuli a b g, est intra circulũ speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo ꝑ 21. tertij, & per 13. primi, qđ angulus a o b, est æqualis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, est demonstrandũ, ergo ꝑ 34. huius, ab uno tantũ illoꝝ arcuum puncto fiet reflexio, in hac itaq; situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qđ ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliq̃n à tribus pũctis speculi, aliquãdo uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm̄ puncto, qui sit t, qm̄ in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens em̃ in altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qđ est cõmunis sectio illaꝝ, & sit ĩ puncto b, existente in puncto m & puncto a, intra speculũ, restabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundũ p̃missa ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliq̃d punctũ arcus l m, qđ sit e, qm̃ per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcũ t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq; secabit circulũ speculi secundũ arcũ l m, qm̃ semidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ secat arcum t b, nec secatur ab illo, om̃es itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forsan à duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio pũctorum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc situ reflexio à duobus aut à tribus punctis speculi & non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter distantia à centro speculi aliquando ab uno tm̄ puncto, aliq̃n à duobus, aliq̃n à tribus, aliq̃n à quatuor, nunq; à pluribus reflectanẽ, secũdũ hæc quoq; loca imaginũ numeranẽ, quẽadmodũ patuit iam pluries in præmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.



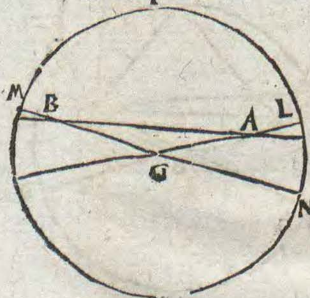




XLI.

Exiſtentibus duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui & æqualiter diſtantibus à centro ſi linea cõtinuans illa pũcta ſecet circulum, poſſibile eſt unum illorum punctorũ ad alterum reflecti ab uno tantum puncto ſpeculi, uel à duobus aut à quatuor, ſed impoſſibile eſt à tribus, & ſecundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmiſſa duo pũcta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui quæ ſint l d & m n, ita ut punctus a ſit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, ſintq; puncta a & b, æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, & linea a b, ducta ab uno illoꝝ punctoꝝ ad alterũ ſecundum circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrũ ſit g, dico quod uerũ eſt qđ proponitˀ, quod em̄ ab uno tantum puncto ſpeculi qñq; fiat illoꝝ punctoꝝ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem oſtendi poteſt p̄ modũ 24. huius, linearũ em̄ inæqualitas in illo ſitu naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ eſt in 20. quinti huius, quandoq; uero fit mutua reflexio iſtoꝝ punctoꝝ a & b, à duobus tantũ pũctis ſpeculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero fit reflexio mutua propoſitoꝝ punctoꝝ quæ ſunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipſius ſpeculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis iſtorũ ſpeculorũ formas punctorũ æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi ad ſe mutuo reflecti eſt impoſſibile. Si em̄ ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat iſta mutua reflexio diuiſo arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet p̄ 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatē laterum g a & g b, qm̄ anguli conſtituti ſuper illud punctũ fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, ſed & fiet ab aliquo puncto arcus oppoſiti illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis ſpeculi fiet reflexio & non à tribus, & qm̄, ut patet p̄ præmiſſam & ex pluribus ꝓpoſitionibus huius libri, nunq̃ fit à tribus punctis ſpeculi reflexio aliq̃ꝝ duoꝝ pũctoꝝ adinuicē niſi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppoſiti interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac diſpoſitiõe reflexio fiet ſemp̄ à quatuor punctis ſpeculi oppoſiti, & nunq̃ à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmiſſa theoremata diſpoſuimus ſecũdum modum epilogi plurimorum præmiſſorum theorematum, æſtimamus ipſa memoriæ cõmendanda.

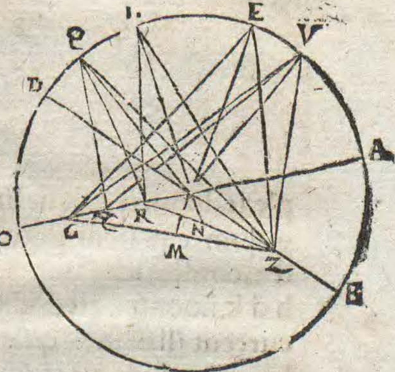


XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli ſpeculi ſphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uiſæ, ab alio quoq; puncto eiuſdem arcus formæ alterius termini eiuſdem lineæ fiat reflexio, neceſſe eſt omnia puncta media lineæ uiſæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur ſpecialiter, quantũ ad primã ſui partem uniuerſaliter eſt præmiſſum in 24. quinti huius, eſto ergo arcus ſpeculi ſphærici concaui a f h, cuius centrum e, & ſit z centrũ uiſus, ſitq; g r linea uiſa, cuius unus terminus qui g reflectatˀ à puncto ſpeculi quod ſit f, & illud ſit aliud punctus arcus dati, qui eſt a f h, & alter terminus lineæ qui eſt r, reflectatˀ à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur em̄ linea g t, exempli cauſa diametro ſpeculi quæ ſit o a, cadetq; intra ſemidiametrũ o e, ſitq; punctus z, quod eſt centrum uiſus in alia diametro eiuſdem circuli quæ ſit d b, cadens in diametro e b, ducantˀ lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq; linea f e, ultra punctũ e, ad lineam g z, in punctũ m, & ſignetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ em̄ reflectatˀ forma puncti t, ad uiſum exiſtentē in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ ſunt g & r, reflectantˀ ad uiſum exiſtentē in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, oſtenſum em̄ eſt per

per 20. huius, qđ in hoc ſitu à duobus arcubus a b & d o, non poteſt fieri reflexio formæ puncti c, ad uiſum exiſtentē in puncto z, oportet ergo q̊d fiat reflexio ab aliquo pũcto arcus a d, qm̄ patet ſolum offerri uiſui arcũ ſpeculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo qđ centrũ uiſus eſt in pũcto z, diametri d b, oſtenſum etiã eſt per eandē 20. huius, qđ forma cuiuſcũq; puncti ſemidiametri e o, reflectitˀ ab aliquo puncto arcus a d, ſit autē p̄ 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uiſum ab uno tm̄ puncto arcus a d cadente inter ſemidiametros, in quibus non conſiſtunt puncta reflexa & ipſum centrũ uiſus, forma ergo puncti c, reflectitˀ ab uno tm̄ puncto arcus a d, ad uiſum exiſtētem in puncto z, ſi ergo illud punctũ ſit in arcu f h, habemus ꝓpoſitũ. Si uero non, eſto primo qđ ipſum ſit in aliquo puncto arcus a f, ſitq; punctũ u, & ducantˀ lineæ z n, t n, e u, g u, eſt ergo per 7. tertij, linea g u, maior q̃ linea g f, ſed per eandē 7. tertij, linea z u, eſt minor q̃ linea z f, ergo p̄ 9. primi huius, lineæ ꝓportio g u, ad lineam z u, eſt maior proportione lineæ g f, ad lineam f z, ſed per 3. ſexti, & ex hypotheſi ꝓportio lineæ g f, ad lineam f z, eſt ſicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, ꝓportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, eſt maior q̃ ꝓportio g m ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, ſecat lineã z m, ſecat ergo lineam z e, p̄ 22. primi huius, angulus ergo g b u, eſt minor angulo e u 3, ſed angulus t u e, eſt minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uiſum 3. in pũcto ſpeculi u, ut patet per 20. huius, ſimiliter q̊q; poteſt fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, ſed neq; ab aliquo pũcto arcus h d. Sit em̄ ſi poſſibile eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectatˀ à puncto eius quod ſit q, & ducantˀ lineæ 3 q, e q, c q, r q, i r, & ꝓducatur linea e h, ultra punctũ e, ad lineam r 3, incidatq; in punctũ n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, eſt maior q̃ linea 3 h, & linea q r, eſt minor q̃ linea r h, eſt ergo p̄ 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineã q r, maior ꝓportione lineæ 3 h, ad lineam h r, ſed p̄ 3. ſexti, quæ eſt ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem eſt lineæ 3 n, ad lineam n r, eſt ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia ſecat lineam n r, ergo p̄ 23. primi huius, ſecat lineam r e, angulus ergo r q e, eſt maior angulo e r q, angulus ergo t q e, eſt multo maior angulo e q 3, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uiſum in punctum 3, à puncto ſpeculi quod eſt q, arcus h d: eodemq; modo deducendũ quocũq; pũcto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectitˀ ad uiſum exiſtentē in puncto 3, ex arcu h d, ſed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctoꝝ h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo pũcta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec poſſunt à punctis alijs reflecti, niſi forte ab alio arcu reflectantˀ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ medioꝝ q̃ katheti ſuaꝝ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum, & quia illarum linearũ cõmunis ſectio eſt locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginũ punctorũ mediorũ cadunt inter loca imaginum punctorũ extremorum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Idem em̄ accidit, ſi res uiſa uel centrum uiſus extra illos ſpeculi diametros collocentur, quoniam ſemper trans illa puncta diametri aliæ duci poſſunt, patet ergo propoſitum.

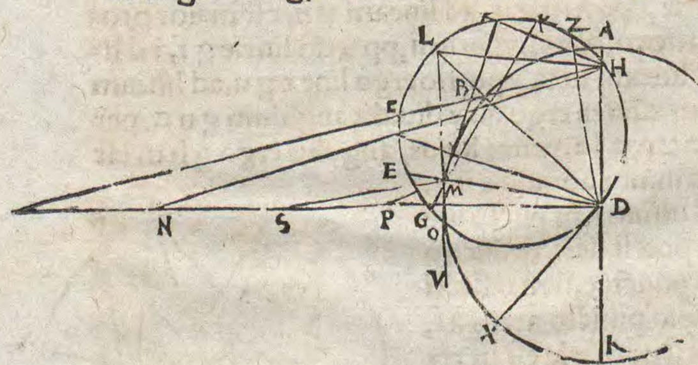


XLIII.

Si duorum punctorum in ſpeculo ſphærico concauo à duobus punctis ad unum uiſum fiat reflexio, ſic quod loca imaginum ſint in eadem ſpeculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum ſpeculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro ſpeculi remotiorem q̃ lineæ interiacentis idem centrum & locum

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphæricum concauũ, per eius centrũ transeat superficies plana, secabit ergo illa sũpficiem speculi secundũ circulum magnũ illius sphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ sit d, & extrahat̃ à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ sit d g, & transeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducat̃ à centro d, in superficie illius circuli linea perpendicularis sũp lineam d g, quæ sit d a, & abscindat̃ ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita q̃d inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulũ a d e, sit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulũ e d g, hoc autẽ potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat̃ per æqualia, & sic & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiet angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat̃ angulus a d e, in duo æqualia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoq; d centro speculi extrahat̃ linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut compleat diametrũ, & sit linea d k, & à puncto d, ducat̃ linea d 3, continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulũ æqualem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrũ h d k, hoc autẽ est possibile, quia em̃ anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquit̃ angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahat̃ à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cũ linea 3 h, angulũ æqualem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt em̃ à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, cõcurret cum linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũscribat̃ per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctum 3, per 31. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, sunt æquales duobus rectis, sunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, est ergo illud quadrilaterũ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt æquales ꝑ 26. tertij, cadunt em̃ in arcũ eundẽ circuli d h l, q est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus abscindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducat̃ linea l m, angulus l m d est rectus, quia em̃ angulus b d e, est æqualis angulo b d h, qm̃ angulus a d e, diuisus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, est æqualis lineæ d h, sed latus h d, est cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est æqualis lineæ l m, & angulus l m d, est æqualis angulo l h d, sed angulus l b d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transit per punctũ m, & secat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 27. 20. tertij, & ducat̃ linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, est æqualis arcui d h, per 27. tertij, qm̃ lineæ d m & d h sunt æquales, sed & arcus d f, est æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquit̃ ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducant̃ ergo lineæ h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia



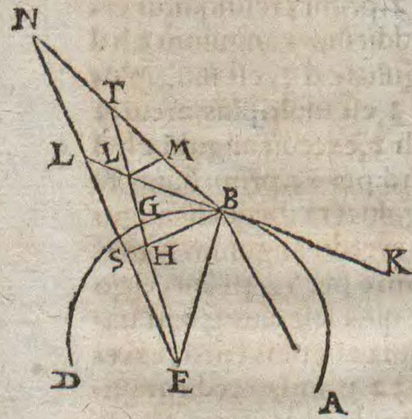
quia angulus l h d est rectus, patet quòd angulus b h d est acutus, & angulus g d h est rectus ergo ꝑ 14. primi huius, linea h b cõcurret cũ linea d g, extra circulũ a b g, cõcurrãt ergo in pũcto q, similiter q̃q; per eadẽ 10. primi huius linea h f, cõcurret cũ linea d g, extra circulũ, sit cõcursus punctus n, & producatur linea f b, ultra punctũ b, quousq; secet arcũ l 3, secet ergo ipsum in pũcto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circũferentia respicit arcũ f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g ergo si linea b m, protrahatur ex parte pũcti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quodam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplũ arcus f e correspõdet duplo anguli f d e, super periferiam sui circuli constituti per ultimã sexti, & per 29. tertij, est autẽ arcus f e æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo quod angulus e d g, est æqualis angulo f d e, cũ uterq; ipsorũ sit æqualis angulo a d 3, ut patet ex præmissis, arcus ergo g f est duplus arcui f e, est ergo arcus f g in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b m, extrahatur recte in partem m, abscidet de circulo a b g, arcum ultra pũctum g, maiorem arcu f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m nõ cadet in punctũ g, sed secabit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in pũcto o, producatur quoq; linea f m ultra punctũ m, hæc ergo quia secat angulũ d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit lineam d o, secet illam in puncto u, & producatur à linea t n b, ultra punctum b, secabitq; arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrum speculi, qa ergo angulus b f est in circunferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3, ꝑ 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplus, ergo per ultimã sexti, arcus r 3, est multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior arcui r 3 ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt ęquales duobus rectis per 21. tertij, sed angulus b m d cum angulo b m e, ualet duos rectos per 13. primi, relinquitur ergo ut angulus c h d, sit æqualis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulum c h d angulus c h 3, qui est per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplus anguli 3 d a, per ultimam sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplus arcui 3 h, ergo angulus c h 3, est multiplus anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulũ c h d in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d est æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, remanet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d æqualis angulo 3 h d, sed angulus c h d, est æqualis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e, in multiplo anguli e g d, sed angulus o m d, est æqualis angulo b m e per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulũ o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ualet tantũ angulũ o m d, & angulus o d m per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulũ o m g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d per 32. primi, excedit angulum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d maior angulo m o g, ergo angulus m o u est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea m u est maior quàm linea m o, & quia arcus h d, est æqualis arcui m d, per præmissa erũt duo anguli h f d & m f o æquales, per 26. tertij, formæ ergo punctorũ duarum linearũ h f & f u, ad seinuicem reflectantur, & similiter formæ punctorũ linearũ h b & b o, ad se inuicem reflectuntur, quoniam per præmissa angulus d b h est æqualis angulo d b m, per 4. primi, & per hypotheses præmissas, duo ergo puncta quæ sunt o & u, ad uisum existentẽ in puncto h, reflectuntur à duobus punctis speculi quæ sunt b & f, est ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea æquedistans lineæ h q, per 3. primi, quæ sit linea m s, & linea æquedistans lineæ h n, quæ sit m p, quia ergo angulus h n d est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus m p o, qui per 29. primi, est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. primi, est æqualis h q d, erit ergo punctũ p, inter duo pũcta s & u, per conuersam per 21. primi, & quia angulus h d n est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus

m p d eſt acutus, angulus ergo m p ſ eſt obtuſus, per 13. primi, ergo linea m ſ eſt maior ꝙ linea m p, per 18. primi, ſed ex præmiſsis linea m u eſt maior ꝙ linea m o, ergo per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ m ſ, ad lineam m o ꝙ lineæ p m ad lineam m u, ſed proportio lineæ ſ m ad lineam m o, eſt ſicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. ſexti, trigoni enim q b o & ſ m o, ſunt æquianguli, per 29. primi, cum linea m ſ ſit æquediſtans lineæ q b, & angulus q o b ſit cõmunis illis ambobus trigonis, & ſimiliter proportio lineæ p m ad lineam m b, eſt ſicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, ſed proportio lineæ q b ad lineam b o, ſicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, eſt ſicut lineæ n d ad d n, per ea quæ ſunt oſtenſa in 13. huius, quorum declarationem cum manifeſta ſit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o eſt maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc eſt propoſitum.

XLIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis imagine retro ſpeculum occurrente, maior erit diſtantia imaginis à ſpeculo quàm rei uiſæ.

Eſto ſpeculi ſphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum ſit e, ſitq́ centrum uiſus z, & punctus rei uiſæ h, fiatq́ reflexio formæ puncti h, ad uiſum z, à puncto ſpeculi b, appareatq́ imago retro ſpeculũ, dico maior erit diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie ꝙ ipſius rei uiſæ, ducãtur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit e h g t, producatur quoq́ linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h, & z h, cõcurrũt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo, eſt maior ꝙ linea b h, quæ eſt diſtantia rei uiſæ à pũcto reflexionis. Et ſimiliter linea h g eſt minor ꝙ linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ ſit l b k, quia itaque anguli contingẽtiæ qui ſunt a b k & g b l ſunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æq̃les ꝑ 20. q̃nti huius, ſit ergo angulus k b z æq̃lis angulo l b h, ſed angulus t b l eſt æq̃lis angulo k b z, ꝑ 15. primi, angulus ergo t b l eſt æq̃lis angulo l b h, ſed angulus l b h eſt acutus, q̃m angulus l b e eſt rectus, ergo & angulus t b l eſt acutus, ſed angulus e l b eſt acutus, q̃m in trigono e l b, angulus e b l eſt rectus, ergo ꝑ 13. primi, angulus b l t eſt obtuſus, angulus itaq́ t b l eſt minor angulo b l t, reſecetur q̃q́ ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, ꝑ 27. primi huius, qui ſit b l m, q̃a itaq́ angulus m b l eſt æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æq̃lis angulo b l h, erũt ꝑ 32. primi, trigona l b m & l b h æq̃angula, ergo ꝑ 4. ſexti, latera ipſorũ ſunt ꝓportionalia, ſed latus l b, cũ ſit cõmune ambobus eſt æquale ſibiipſi, ergo latus m b eſt æquale lateri b h, ſed linea m b eſt minor ꝙ linea b t, ergo linea h b eſt minor ꝙ linea b t, & q̃a linea l b diuidit angulũ t b h ꝑ æqualia, patet ꝑ 3. ſexti, q̃m eſt ꝓportio lineæ l h ad lineã l t, ſicut lineæ b h ad lineã b t, ſed linea b h eſt maior ꝙ linea b t, ut patet ex p̃miſsis, ergo & linea h l eſt minor ꝙ linea l t, linea ergo g h, eſt multo maior ꝙ linea g t, patet ergo ꝓpoſitũ, & ex his patet q̃d uerũ quarũ diſtãtia ab eodẽ uiſu maior eſt, uel augetur & diſtãtia imaginũ retro ſpeculũ uiſorũ maior eſt uel augetur. Si enim ꝓtrahatur linea b h ultra punctũ h ad punctũ ſ, & ꝓducatur kathetus e ſ, quouſq́ concurrat cũ linea reflexionis z b, in pũcto n, erit punctũ n locus imaginis formæ pũcti ſ, & erit linea h n, maior ꝙ linea b ſ, ut prius patuit, & erũt lineæ b ſ & b n, maiores ꝙ lineæ b h & b t.

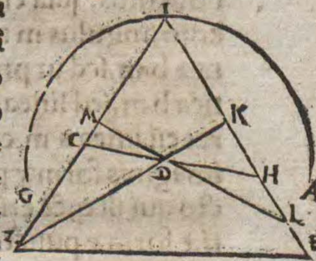


XLV.

In concauis ſpeculis ſphæricis inter uiſum & ſpeculum imagine occurrente, nonnunq́ minor erit diſtantia imaginis à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ à ſuperficie

perficie uero ſpeculi quandoq́ erit minor, quandoq́ maior, q̃doq́ æqualis.

Eſto in ſpeculo ſphærico cõcauo circulus magnus a b g, cuius centrum ſit d, & ſit ſemidiameter d b, ſitq́ centrũ uiſus in pũcto e, & linea rei uiſæ ſit 3 t m, quæ reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi b, ſitq́ linea incidentiæ 3 b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum eſt, quod proponitur, ducatur enim per centrũ d ad lineam reflexiõis e b, linea quæ ſit t d h, & eſto ut ipſa ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrũ d b, ducatur quoq́ ſimiliter à puncto rei uiſæ quod eſt 3, linea 3 d, quæ producta ultra punctũ d, ad lineam reflexionis quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto k, & ſimiliter à puncto uiſo quod eſt m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ eſt c b, ſecet ipſam in puncto l, eſt ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti 3, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginum approximent uiſui, qui eſt in puncto e, quia multo minor erit diſtantia ipſarum imaginũ à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ, quoniã enim linea d b, ſemper diuidit angulum reflexionis per æqualia, patet quod centrum uiſus & punctum rei uiſæ ſemper collocantur ex diuerſis partibus centri, ducanturq́ lineæ e 3, eritq́ in trigono k e 3, angulus e k 3, nonnunq́ maior angulus k 3 e, ergo per 19. primi, erit tũc linea e 3, quæ eſt diſtãtia rei uiſæ à cẽtro uiſus maior quã linea e k, quæ eſt diſtãtia imaginis k, à cẽtro uiſus, minus autẽ diſtant à uiſu loca imaginũ quę ſunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui ſunt b d t & b d h ſunt æquales, q̃a recti ex hypotheſi, & duo anguli h b d & t b d ſunt æquales per 20. quinti huius, cũ ſint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. ſexti, cum linea b d, ſit æqualis ſibi ipſi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo diſtabunt imago & res uiſa à ſuperficie ſpeculi, ſed linea b k eſt minor quàm linea b h, & linea b 3 eſt maior quàm linea b c, erit ergo linea b 3 maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior ſuperficiei ſpeculi quàm res uiſa cuius illa eſt imago, & q̃a linea b m eſt minor quàm linea b l eſt autẽ punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uiſa propinquior eſt ſpeculo quàm eius imago, patet itaq́ propoſitũ, & ex his patet, quoniã rerũ quæ magis elongatæ ſunt à ſpeculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uiſum, ita quod loca imaginũ ſint inter uiſum & ſpeculi ſuperficiẽ, fiũt imagines ipſarũ propinquiores ſuperficiei ſpeculi, & elongatæ plus à centro uiſus. Rerum quoq́ quæ ſunt propinquiores ſpeculis, & quarum formæ reflectuntur ad uiſum, & loca imaginum ſunt inter ſpeculũ & uiſum, imagines plus elongantur à ſuperficie ſpeculi, & fiunt propinquiores ad uiſum.

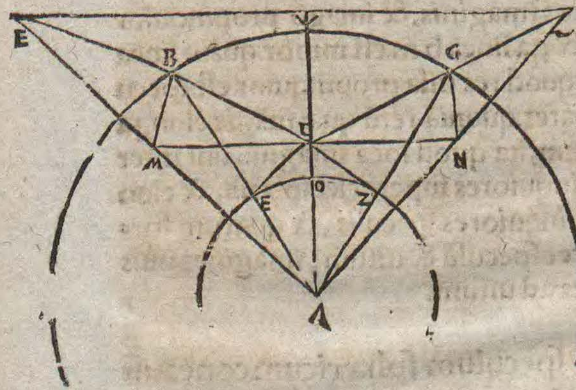


XLVI.

Centro uiſus & re uiſa exiſtentibus intra ſpeculum ſphæricum concauũ in eadem linea recta æqualiter à centro ſpeculi ſecundum ſui extrema diſtante, imago rei uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit ſpeculum ſphæricũ concauum, cuius centrum ſit a, dico quod ſi centrum uiſus fuerit intra ſpeculũ & ſimiliter linea uiſa, ſitq́ illorũ diſpoſitio modo quo proponitur, uerum eſſe q̃d ꝓponitur, ſecetur enim ſpeculũ per ſuperficiẽ planã tranſeuntẽ per centrũ ſpeculi erit ergo per 69. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei ſpeculi circulus qui ſit b g, & ducatur in hoc circulo linea à centro ſpeculi, ad circũferentiã quocunq́ modo cõtingat, & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in pũcto o, & à centro a ſecundũ quantitatẽ lineæ a o, deſcribatur circulus qui ſit e 3. & in linea o u ſignetur punctus t, utcunq́ cõtingat, & à puncto t ducãtur lineæ t n & t m, perpendiculariter ſuꝑ lineã a u per 11. primi, & ducatur à pũcto t lineæ t e & t 3, cõtingentes circulũ e 3, per 16. tertij, & ſint pũcta cõtactuũ e & 3, ducãtur quoq́ à cẽtro ſpeculi pũcto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a 3, quæ productæ ſecẽt ſpeculũ in pũctis b & g, copulẽtur quoq́ lineæ t h & t g, & à pũncto t, ducatur linea b m, æquediſtans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquediſtans eiſdem lineis a b & b m, & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n, lineę a m & a n, quæ producãtur ulterius extra circulũ g b, quia itaq́ linea a e eſt

æq̃lis lineæ o u,palã p eandẽ,qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b,& linea a 3,æq̃lis lineæ 3 g, oẽs em̃ diametri circuli e 3,sunt medietates diametrorũ circuli b g . ergo illa q̃ interiacet circulos existẽs à cẽtro a,est æqualis semidiametro circuli e 3,& q̃a linea t e cõtingit circulũ minorẽ qui est e 3,erit p 17.tertij,linea t e perpẽdicularis sup lineam b a, & similiter erit linea t 3 perpẽdicularis sup lineam g a,ergo per 4.primi , linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a,erit linea b t æqualis lineæ t a,& similter erit linea g t,ęqualis lineę t a,ergo per 5.primi,in trigono t b a,erit angulus t a b,æqualis angulo t b a,& in trigono t g a,erit angulus t g a æqualis angulo t a g,& quia linea b m est æquedistans lineæ a t,erit per 29.primi,angulus m b a,æqualis angulo t a b,quoniam sunt coalterni,angulus ergo m b a,æqualis est angulo a b t,& similiter angulus n g a,æqualis est angulo a g t,cũ ergo uisus fuerit in puncto t,& in linea m b,fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tũc forma puncti m,à puncto speculi quod est b,reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto t , & forma puncti n,reflectetur à puncto speculi g,ad uisum existentẽ in puncto t; uisus itaq; existens in pũcto t,cõprehendet formas punctorũ n & m,reflexas ad se à punctis speculi g & b,cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b ut patet per 42.huius,& quia linea m t est perpẽdicularis super lineam a t,erit angulus m t b acutus,quia enim angulus m t u est rectus,ergo per 29.primi,angulus b m t est rectus ergo angulus m t b est acutus per 32.primi,ergo per 19.primi,erit linea c b, maior q̃ linea b m,sed ut præmissum & linea c b est æqualis lineæ a t,ergo linea a t est maior q̃ linea b m,sed linea a t & b m sunt æquedistantes,ergo per 16.primi huius, linea t b cõcurret cũ linea a m,cõcurrant ergo in puncto f,est itaq; per 37.quinti huius,punctus f locus imaginis formæ puncti m,eodem quoq; modo linea t g concurret cum linea a n in puncto qui sit q,& erit punctus q,locus imaginis formæ puncti n,quoniam kathetus incidentiæ formæ puncti m,est linea a m,& kathetus incidentiæ formæ puncti n,est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g,continentur itaq; puncta f & q,per lineam f q,



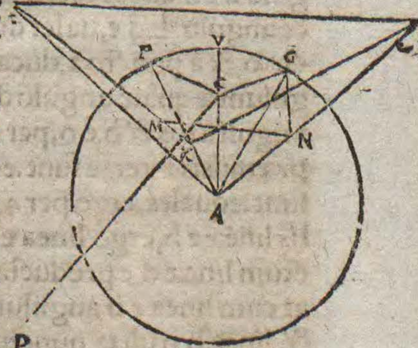
& erit linea t q,diameter imaginis formæ totius lineæ n m,& quia lineæ t e & t 3 sunt æquales per 58. primi huius,erunt anguli t a e & t a 3 æquales, anguli enim t 3 a & t e a sunt recti,per 17.tertij,& lineę 3 a & e a sunt æquales,quia semidiater eiusdẽ circuli linea q̊q; t a est cõmunis ambobus trigonis t 3 a & t e a,ergo per 8.primi, anguli 3 t a & e t a sunt æquales,& similiter anguli t a e & t a 3 sunt æquales,ergo & angulus t a b,æqualis angulo t a g,ergo per 4.primi,erũt lineæ t b & t g æquales, & quia angulus e t a est æqualis angulo 3 t a , erit angulus u t b, æqualis angulo u t g,relinqtur ergo angulus b t m , æqualis angulo g t n,quoniam anguli u t m & u t n, sunt æq̃les,quia recti,sed & anguli b m t & g n t sunt recti,ergo trigona g t n & b t m sunt per 32 primi,æquiangula, ergo per 4.sexti,cũ linea t g sit æqualis lineæ t b,erunt lineæ b m & g n æquales,& linea t m æqualis lineæ t n,ergo per 4.primi.cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æquales,erũt lineæ a m & a n æquales,& sit puncta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi qd' est a,eritq; per 2.sexti,& per 18.quinti,proportio lineæ a f ad lineam f m, sicut lineæ a t ad lineam b m,& erit ꝓportio lineæ a q ad lineam q n,sicut lineæ a t ad lineã g n,sed p 7.q̃nti,eadẽ est ꝓportio lineæ a t ad lineã b m,& ad g n,qm̃ illæ duæ sunt æquales,& eadẽ ergo est ꝓportio lineæ a f ad lineã f m,q̃ est lineæ a q ad lineã q n,ergo p 7.primi huius,erit euersim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineam a m,q̃ est lineæ a q ad lineã a n,ergo p 16.q̃nti,erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineam a f,sicut lineæ a m ad lineam a n,sed linea a m est æq̃lis lineæ a n,ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q,linea itaq; f q,æquedistat lineæ n m,p 2.sexti,ergo linea f q est maior q̃ linea n m,si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t,et in linea n m,fuerit aliq̃d uisibile,tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorẽ q̃ sit secundũ ueritatẽ,& hoc est propositũ,etsi arcus cuiuscũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f,patet idem de arcubus quod de lineis rectis,

Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa .

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g,cuius centrum a,& ducantur lineæ à centro circuli a,ad periferiam quæ sunt a b,a g, a u,sitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b,quæ diuidatur,ut in præcedente secundum punctum t,ultra sui medium uersus circumferentiam g b,& ducantur lineæ g t & t b,& erigatur à puncto t,linea perpendicularis super superficiem circuli per 12.undecimi,quæ sit linea t k,& ducantur lineæ a k,b k,& g k,superficies itaq; trigonorum k b a,sunt secantes sphæram speculi super centrum a,& sunt erectæ super superficiem circuli b g,per 18.undecimi, & superomnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g , uel quibuscunq; punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secũdam huius,quoniam enim communes sectiones circuli b g,& superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g,qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g,speculũ contingentes,patet quod illę superficies per 18.undecimi,sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes,& similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à punctis circumferentiæ circulorum communi eis & speculo,ducatur itaq; linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k,sitq; linea b m minor quàm linea a k , fiatq; taliter ut linea b m,tota penetret superficiem circuli b g,ad partem aliam quàm linea t k, ita ut lineæ t k, & b m,sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g , ducatur itaq; linea a m,& extrahantur lineæ b k & a m,donec concurrant in puncto f,concurrent autem per 16.primi huius,cum linea b m,sit minor quàm sua æquedistans linea a k , & in superficie g n k,ducatur linea g a æquedistans lineæ a k,sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta,& ducatur linea a n,producanturq; lineæ a n & k g,donec per 16.primi huius,concurrant in puncto q,ducaturq; linea f q,& linea m n,quia ergo ut in præcedente proxima ostendimus,linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k,est communis duobus trigonis b k t & a k t,& anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectam,palam per 4.primi, quia linea b k, est æqualis lineæ k a,& per eandẽ erit linea g k,æqualis lineæ a k,ergo per 5.primi, anguli k a b & k b a sunt ęquales,& similiter sunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k est æqualis lineæ a k,igitur linea g k æqualis est lineæ b k , sed & linea a g est æqualis lineæ a b,quia sunt semidiametri eiusdem circuli,& linea a k est communis,trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera,ergo per 8. primi , angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g,& quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b , ergo & angulo k b a,& quia lineæ a k & b m æquedistant , & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n , est propter eadem æqualis angulo k a g,quoniam lineæ a k & g n æquedistant,ergo & angulo k g a ,& quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est , erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n , & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi , linea a m est æqualis lineæ a n,ergo ut in præmissa linea a f,erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti , linea q f æquedistat lineæ m n , & linea f q est maior quàm linea m n,cum itaq; uisus fuerit in pũcto k,uel super punctum k,in linea c k,& fuerit linea m n,in aliquo uisibili inferiore puncto uisu,tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b,& reflectetur à puncto speculi b,ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k,& forma puncti n , incidet speculo secundũ lineam n g , & à puncto speculi g , reflectetur ad uisum secundum lineam g k,in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k,& erit per 37.quinti huius,imago puncti m, pun-



ctum

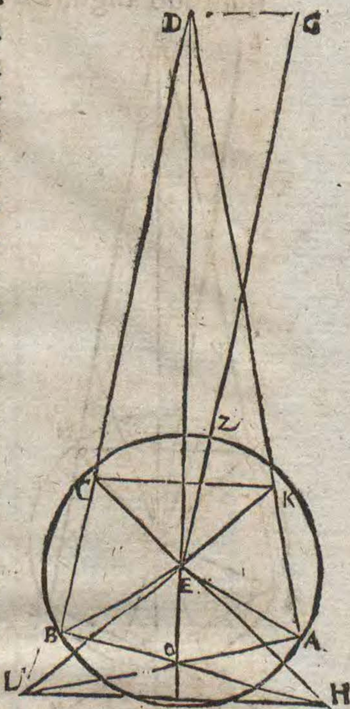
ctum f. & imago puncti n punctum q, & erit linea q f, diameter imaginis lineæ n m, & linea f q erit maior quàm linea m n, imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisa, & ultra speculum, in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u, ipsa linea a u, permanente immobili, tunc punctum k describet motu suo quendam circulum, super quem erecta est linea a u, transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli, & omne punctum illius circuli habebit situm respectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in superficie alicuius rei uisæ respicientis centrum uisus secundum illum situm, ut res uisa in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k, tunc uisus comprehendet formam illius lineæ maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea c k, in continuum & directum, & signetur in ea punctum aliud præter punctum k, ut punctum p, & ducantur lineæ ad illud punctum p, sicut ad pũctum k, sunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphæricis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisa, quod est notandum.

XLVIII.

In speculis sphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum, retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphæricum concauum a b, cuius centrum sit e, secet'q; ipsum superficies plana transiens centrum e, cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69. primi huius, qui sit a b, & ducatur à centro linea e z, utcũq; contingit, non in ipsa superficie circuli a b, sed oblique super illam sicut placet, quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g, & à puncto g, extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpẽdiculari signetur punctum d, & ducatur linea d e, quæ protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, continens cum linea d e, angulũ obtusum, & ducatur line e a continens cum linea e d, angulum obtusum æqualem angulo d e b, per 23. primi, & ducantur lineæ d a, d b, erũt'q; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies ita'q; duorum trigonorũ d e a, & d e b, secantse super lineam d e, & duo anguli d b e & d a e sunt acuti & æquales, per 4. primi, linea enim e b est æqualis lineæ e a, & linea d e est cõmunis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a sunt æquales, à puncto quoq; b in superficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum æqualem angulo d b e, quæ sit linea b o, hæc igitur linea concurret cum linca d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud punctum b, est acutus, non ualens cum angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e sit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, per 32. primi, sit itaq; linearũ d e & b o, cõcursus in puncto o, & à puncto a, ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualẽ angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in puncto o, quoniã anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquales, & anguli e b o & e a o, ex præmissis inter se sunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed linea e a est æqualis lineæ e b, ergo linea e o est æqualis sibijpsi, cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ, qui est o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita quòd cõtineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi, & protrahatur linea c e ultra punctum e & linea b o ultra punctum o, cõcurrent'q; lineæ c e & l o, per 14. primi huius, quia cũ angulus b e c sit rectus, angulus e b o est acutus, sit ergo concursus pũctus h, eritq; linea c e æqualis lineæ e h, & linea c b æqualis lineæ b h, per 4. sexti, trigona enim c e b & b e h, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquiangula, & quibus latus e b est cõmune, & similiter per 11. primi, ducatur linea e k ad lineam a d, ita q̃ contineat cum linea e a, angulũ rectum per 11. primi, & producatur ultra punctum e, & producatur linea a o, ultra punctũ o, cõcurrent'q; lineę k e, & a o, per 14. primi huius, quia cũ angulus k e a sit rectus, angulus e a d est acutus,

sit concursus punctus l, & erit linea k a æqualis lineæ e l, quia cum angulus k e a sit rectus, erit angulus e a l rectus, sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e, ut patet ex præmissis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e a sit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l, & hoc etiam potest concludi per 3. sexti, & per eundem modũ ostensum, sunt lineæ d e & e h adinuicem, & lineæ c h & b h adinuicem æquales, ducantur ergo lineæ c h & l h, quia itaq; duo latera d e & k e sunt æqualia duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus c e k est æqualis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineæ c h & l h, erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uisibili tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formã puncti h, in speculo a b, reflexam â puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est linea h e, concurrit cũ linea reflexionis, quæ est d b, in puncto c, similiter quia forma puncti l, reflectetur ad uisum in punctum d, à puncto speculi quod est a, & quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e, cõcurrit cum linea reflexionis quæ est d a, in pũcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formæ pũcti l, & erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & linearũ productarũ linea h l immobili existente, tunc punctus d, describet circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo cẽtro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens sitũ ad uisum, sicut tunc habet linea l h ad uisum d, & erit imago illius uisibilis æqualis ei, & similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o, & res uisa fuerit disposita secundum lineam c k, erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uisæ, sed tamen re uisa existente in linea l h, & uisu existẽte in pũcto d, cum imago rei uisæ fuerit linea c k, erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei



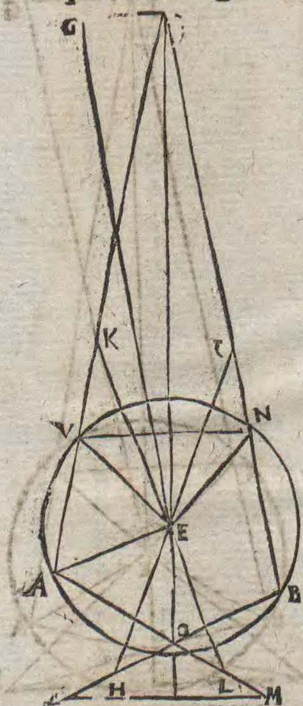
Si enim punctus h fuerit in dextra, erit punctus e in sinistra. & si punctus h fuerit supra lineam aliquam eleuatus, erit punctus c infra illam lineam depressus & inclinatus, & similiter est de puncto l, respectu puncti k, sed cum res uisa fuerit in linea c k, & uisus fuerit in puncto o, & imago lineæ c k fuerit linea l h, erit forma nõ conuersa sed directa, nam imago quæ est linea l h, erit retro uisum, ut ostensum est in 11. huius, & uisus comprehẽdet pũctum h, quod est imago puncti c, retro se in linea h o, & punctum l, quod est imago pũcti k, in linea l o retro se, & pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum, erit respiciẽs uisum in ipsa imagine, sicut & in ipsa superficie rei uisæ, patet ergo propositum.

XLIX.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uisa, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ, quandoq; uero uidetur maior re uisa, quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, & producatur linea b h, in continuum & directũ, & in ipsa signetur punctus r, & ducatur linea r e, ad centrũ speculi, quoniam angulus t e b est rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b est rectus, palam ergo quia angulus r e b erit obtusus, producatur'q; linea r e ultra pũctũ e, ad lineã b d, incidat'q; in punctũ n, cadet'q; n inter pũcta t & b, cũ enĩ angulus b e r, sit obtusus, patet per 13. primi, quod angulus b e n est acutus, linea itaq; e n, diuidit angulum t e b qui est rectus, ergo per 29. primi huius, ipsa secabit basem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, sed linea t b, ut patet in præcedenti est æqualis lineæ b h, & linea b r est maior q̃ linea b h, erit ergo linea r b maior q̃ linea b n, & quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus n b e est æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3 sexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e, est maior quàm e r, producaturq; similiter linea a l, in continuum & directū, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in puncto u, concurret autem ut prius demonstratum est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cōmento præmissæ propositionis, & duo latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducantur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorū per 13. primi, & latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d, & erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior quàm linea n u. Sed cum in linea m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in puncto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situm alium quàm res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cum uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

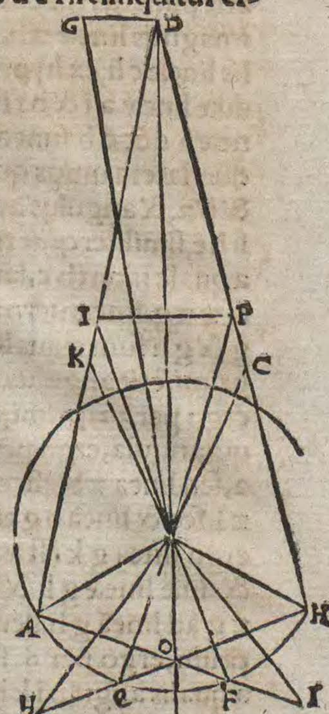


L.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctū q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrū e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut à linea o l, abscindatur linea o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq; secundū prædictum in præmissis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quam linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqua-

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cū linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i, maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior q̃ linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm conformem situi rei uisæ, Si uero uisus fuerit in puncto d, & linea f q in aliquo uisibili, tunc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quantitatis q̃ linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrarium habens situm respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

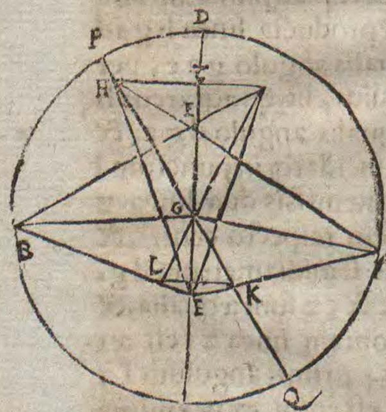


L I.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cōcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoq; situ uisus comprehendet propriā imaginē minorem & conuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, secetq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d & ducatur linea g d, utcunq; contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d, sitq; punctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producatur linea h c ultra punctum c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatq; uisus existens in puncto e, formā puncti h, per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaq; duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctum p, fietq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus, per ultimā sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistant in eodē latere puncti g, in e diametros g d & g q, producta semidiametro g p, in punctum q, non enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta à puncto g, centro speculi ad punctum a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctum k, angulus itaq; h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est pūctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g, ad lineam b e, incidatq; in punctum l secetq; linea z u semidiametrum d g, in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu centri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b intersecabunt semidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4 primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eandem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g, inæqualis est angulo f b g, similiterq; per eandem 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum existentem in puncto e, &

erit punctus l,locus imaginis formæ puncti z,ducatur quoq; linea k l,quæ erit diameter imaginis lineæ z h,& quia linea z h est perpẽdicularis sup lineã d e,& linea z c est æqualis lineæ c h,ex hypothesi,& quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z f & h f sunt æquales,et duæ lineæ a f & b f sunt æquales,tota ergo linea z b est æqualis toti lineæ h a,sed & duæ lineæ a e & e b sunt æquales,ducãtur quoq; lineæ e h & e z,in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera unius quæ sunt e a & h a sunt æqualia duobus alternis lateribus, quæ sunt e b & b z,& angulus h a e est æqualis angulo z b e,ergo per 4.primi,basis z e est æqualis basi h e,similiterq; in trigonis z c g & h c g,duo anguli ad punctũ c , sunt recti , & latus z c, æquale lateri h c,latus quoq; c g est commune , ergo per 4.primi,linea g h est æqualis lineæ z g,lineæ uero a g & g b sunt semidiametri circuli a b d & æquales,ergo duæ lineæ a g & g h sunt æquales duabus lineis b g & g z,& basis a h est æqualis basi b g,ergo per 8. primi,erit angulus a h k æqualis angulo b z l,& angulus h a k æqualis angulo z b l, erit ergo per 32.primi,angulus h k a æqualis angulo z l h,trigona itaq; h a k & z b l sunt æquiangula,ergo per 4.sexti,erit proportio lineæ h k ad lineã r l,sicut lineæ z b ad lineã h a,sed linea z b,est æqualis lineæ h a,ut patet ex præmissis,ergo linea h k est æqualis lineę z l,sed & linea h g est æqualis lineæ z g,ut supra patuit,erit ergo reliquũ æquale reliquo, ergo linea g k est æqualis lineæ g l,quia itaq; duæ lineæ z g & h g,inter se sunt æquales, & duæ lineæ g k & k l,inter se sunt æquales,patet per 7.quinti , q̊niã est proportio lineæ z g ad lineã g b,sicut lineæ h g ad lineã g k.Sed angulus z g h & k g l sunt æquales,per 15 primi,ergo per 6. sexti,erunt trigona z g h & k g h æquiangula,angulus ergo z h k est æqualis angulo l k h,ergo per 27.primi,lineæ z h & k l sunt æquedistantes, q̃d etiã patere potest per 14.primi huius.Item angulus h g a,ut patet ex præmissis,est obtusus,ergo per 13.primi,angulus a g k est acutus,duo uero anguli h a g & g a k sunt æquales,relinqtur ergo per 32.primi,angulus a k g maior angulo a h g,ergo per 19.primi,in trigono a h k,latus a h est maius latere a k, & duo anguli apud a sunt æq̃les,ergo p 3.sexti,linea h g est maior q̃ linea g k,& similiter linea z g est maior q̃ linea g l,ergo linea z h est maior q̃ linea k l,p 4.sexti,sed linea k l est diameter imaginũ lineæ z h,linea ergo z h uidebitur minor q̃ sit secũdũ ueritatẽ.Si ergo reuoluerimus circulũ a b d,linea e d immobili existẽte ex duobus pũctis a & b,describet circulus in supficie speculi, & sicut se habet uisus existẽs in pũcto e,ad rẽ uisam,in qua est linea z h,sic se habebit respectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis inter illũ circulũ,quẽ signant puncta z & h reflexæ ex arcu cõpari arcui a b, ex proportiõe speculi,quẽ diuidit circulus,quẽ signãt duo pũcta a & b,& similiter potest declarari,si linea z h ponatur maior uel minor q̃ nũc est posita, uniuersaliter eñ in hoc situ diametri imaginis uel faciei aspicientis cõprehenditur in speculo sphærico cõcauo minor q̃ sit,sed etiam imago uidetur conuersa , si enim uisus fuerit in puncto e,tunc aspiciens comprehendet formam suã in tali speculo minorem quâm sit,& quia punctus k est imago puncti h, & punctus l est imago puncti z , erit imago cõuersa,q̊niam pars dextra uidebitur sinistra,& sinistra dextra,et similiter superior uidebitur inferior,et inferior superior,et similiter etiam uisus comprehendet suã formã,quia illud quod est in dextro cõprehẽdet in sinistro,et econuerso,et quod deorsum est comprehendet sursum, & econuerso, similiter quoq; si uisus fuerit in quolibet puncto inter quod et superficiem speculi fuerit centrum speculi , semper cõprehendet suam formam conuersam,& hoc est propositum. Ex his itaq; præmissis quatuor theorematibus patet, quod in speculis sphæricis concauis imago rei uisæ cõprehenditur â uisu quandoq; maior,quandoq; minor,quandoq; æqualis rei uisæ , et nũc conformẽ habens situm ipsi rei uisæ,& nunc cõuersum,& quoniã sicut ostendimus per 40.huius , quandoq; unius rei una uidetur imago,quãdoq; duæ,quandoq; tres,& quãdoq; quatuor,illud ergo q̃d habet unã imaginem maiorem se,forsan habebit alias minores,& quod habet unã , cuius situs est directus compar rei uisæ,forsan uidebitur sub alijs imaginibus habentibus conuersum

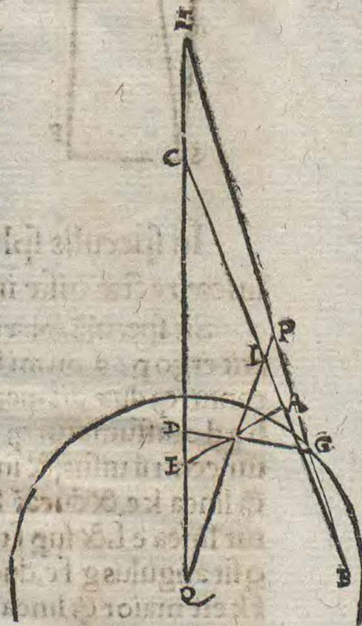


uersum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuersitate situs rei uisæ , & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest,patet ergo propositum.

LII.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis,altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctum sectionis existentes reuersæ,quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

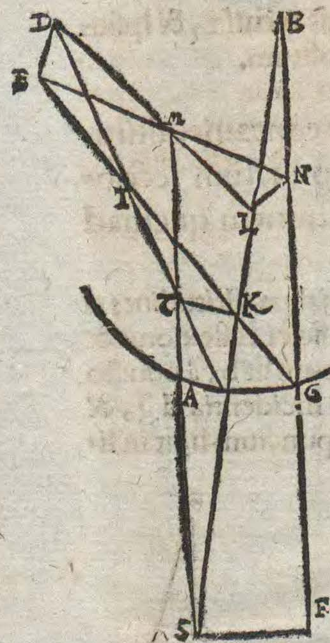
Esto speculum sphæricum concauum a g,cuius centrum q, sintq; duæ altitudines d e & h n,erectæ super superficiem speculi,sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g,reflectaturq; forma puncti e ad uisum,cuius centrum sit b , â puncto speculi quod sit a,& forma puncti d,â puncto g,intersecentq; se lineæ incidentiæ d g , & e a in puncto z,citra quem punctum sectionis sit altitudo h n , cuius punctum h,sit in linea e a,& eius punctũ n,sit in linea d g,cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur a uisum b,â puncto speculi a , & omnia puncta lineæ d g,à puncto speculi g,palam quod forma puncti h,reflectetur â puncto speculi a,& forma pũcti n,â puncto speculi g, quia uero lineæ h n & d n,sunt rectæ super superficiem speculi,patet per 72 primi huius,quoniam quælibet ipsarum transit punctum q,centrum speculi,producatur ergo â centro speculi quod est q, per lineam h n,linea q n h producaturq; ab eodẽ centro q, per lineam e d, linea quæ producatur extra speculũ,& quia linea q e a , est perpendicularis super superficiem speculi , & linea b g obliqua, patet per 14.primi huius,quod lineæ e d & b g cõcurrent ultra speculum,& sit concursus punctus i,palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cũ linea b g i , sit concursus punctus p,& linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c,manifestũ autẽ per 37.quinti huius,quoniam locus imaginis formæ puncti h,erit in pũcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p,erit ergo linea l p imago totius lineæ h n,habet aũt imago l p, situm reuersum respectu situs lineæ h n,quoniam punctus h,est altior puncto n,& punctum l,q̃d est imago puncti h, est bassius pũcto b,quod est imago puncti n,punctus uero i , est locus imaginis puncti d,& punctus c est locus imaginis puncti e,& quia punctus i est altior puncto c,sicut punctus d est altior ipso puncto e,palam quoniam imago lineæ d e est linea i t,conformem situationem habet ipsi lineæ d e,cuius ipsa est imago,quoniam imago situata apparet sicut se habet ipsa res uisa,& hoc est propositum de altitudinibus sphęræ,de profunditatibus uero idem patet,ut si lineæ h n & d e, quædam profunditates ponantur esse,tunc enim eadem est demonstratio,apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d s quemadmodum est disposita sic apparet,hoc itaq; est propositum. Si uero ambæ lineæ d e & h n essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio,ut patet per præmissa.



LIII.

Lineis incidẽtiæ se intersecãtibus in speculis sphæricis cõcauis obliquę lõgitudines citra pũctũ sectionis existẽtes, quẽadmodũ sunt sic apparẽt, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersæ.

Sit speculum sphæricum concauum a g,cuius centrum m,& sic centrum uisus b,& sit linea d e,obliqua super superficiem speculi,cuius puncti d.forma reflectatur ad uisum b, à puncto speculi quod est a,formaq; puncti e,à puncto g,& lineæ incidentiæ quæ sunt d a & e g,intersecẽt se in puncto i,sitq; citra punctũ i,linea obliquæ incidens superficiei speculi quæ sit k c,cuius punctus k,reflectatur â puncto speculi g,& punctus c,à puncto speculi a,ducatur itaq; linea d m , à puncto d ad centrum speculi , quæ propter obliquitatẽ

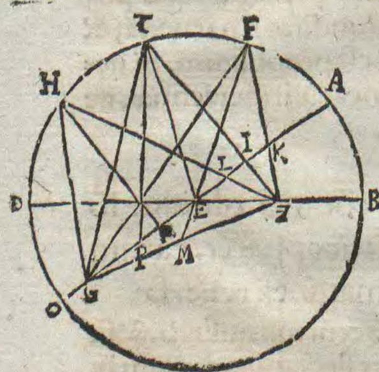


lineæ b a,ſuper ſuperficiē ſpeculi eum linea d m ſit perpendicularis ſuper eandem ſpeculi ſuperficiem per 72.primi huius,ideo quia tranſit centrū ſpeculi quod eſt m,concurret cum linea b a,obliquę ſuperficiei ſpeculi incidentiæ,ut patere poteſt per 14.primi huius ſit concurſus in puncto b. Similiter quoq; linea e m concurret cū linea b g,ſit punctum concurſus n, palam ergo per 37.quinti huius,quoniam in puncto l,eſt imago formæ puncti d, & in puncto n,imago formæ puncti e,ducaturq; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e,habet quoq; imago n l,reuerſæ ſe ad ſitum lineæ d e,q̄niam punctus n eſt altior puncto l,ſicut punctus d eſt altior puncto e,producaturq; linea m k,donec concurrat cum linea b g,producta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g,ſuper ſuperficiem ſpeculi,& propter perpendicularitatem lineæ m k, ſit concurſus pūctus f,& producatur linea m c, donec concurrat cū linea b a producta,& ſit punctus concurſus ſ,copuleturq; linea f ſ, erit ergo linea f ſ imago lineæ k c,& ſic punctum k,eſt altius pūcto c, ſic erit punctum f altius puncto ſ, eſt itaq; imago f ſ, conformem habens ſitum ipſi rei uiſæ quæ eſt k c,occurrēs ſpeculo citra punctum ſectionis linearū incidentiæ,quod eſt i,patet ergo propoſitū.

LIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendit lineæ rectæ uiſæ imaginem plene rectam.

Sit ſpeculū ſphæricū cōcauū a b,cuius centrū e,ſeceturq; p ſuperficiē planā p centrū erit ergo p 69.primi huius,cōmunis ſectio circulus magnus q ſit a b,& eius centrū e, ducanturq; duæ diametri huius circuli quæ ſunt a e o,& b e d, & ſpeculum nō excedat arcū b a d o,aſſumaturq; in ſemidiametro b e,quicūq; punctus placuerit,& ſit z,in quo ponatur centrū uiſus,& ſumatur in ſemidiametro a e,punctus k, taliter ut linea a k ſit maior q̄ linea k e,& ducat̄ linea z h,et ꝓtrahatur ad circūferentiā incidatq; in punctū f, & ducatur linea e f,& ſup ſtamē linea e f,cōſtituatur angulus æqualis angulo z f e, p 23. primi, q ſit angulus g f e,ducta linea g f,cuius pūctus g,cadet in ſemidiametrū d e,qa enim linea f k eſt maior q̄ linea k a,p 7.tertij,& linea k a eſt maior q̄ linea k e, ex hypotheſi,erit linea f k maior q̄ linea k e,ergo p 18.primi, angulus f e k maior eſt angulo e f k, eſt ergo angulus f e k maior angulo e f g,linea ergo f g,p 14 primi huius,cōcurret cū linea g e,cōcurrat ergo in pūcto g,duarū ergo linearum z g & f g, pūcta reflectūtur ad ſe inuicē à pūcto ſpeculi q̄d eſt f,ꝓpter angulorū æq̄litatē p 20.quinti huius,eſt ergo pūctus k imago pūcti g,cētro uiſus exiſtēte in pūcto z,ducat̄ itaq; linea l h ſecās diametrū o a,in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h,utcūq; cōtingit,ducanturq; lineæ e h,h g,z g,& ꝓtrahat̄ linea f e,ſup lineam z g,incidatq; pūctū m,ergo p 3.ſexti erit proportio lineæ z m ad lineā m g,ſicut lineæ z f, ad lineā f g, ſed p 7. tertij,linea z h eſt maior q̄ linea z f, & linea g h eſt minor q̄ linea g f,p eandē 7.tertij,ergo p 9.primi huius,maior eſt ꝓportio lineę z h ad lineam g h,q̄ lineæ z f ad f g,eſt ergo ꝓportio lineæ z h ad lineā g h,maior q̄ lineę z m ad lineam m g,ergo p 3.ſexti, linea q̄ diuidit angulū z h g,p æq̄lia ſecet lineam m g, ſecat ergo prius lineam e g,per 32.primi huius,q̄m linea e g eſt uicinior ad pūctū h q̄ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e b z, argumēto 29.primi huius,& ex præmiſsis ponamus ergo angulū e h r,æqualē angulo e h z,linea ergo h r ſecat lineam g f, & ſecat lineā g e,p 29.primi huius,ſecet ergo g e in pūcto r, & ſecet lineā h r,ſemidiametrū e a in pūcto l,pūcta ergo duarū linearū z h & h r,reflectunt̄ ad inuicē p pter æqualitatē angulorū r h e,e h z,fietq; reflexio à puncto ſpeculi q̄d eſt h, p 20.quinti, huius,& erit l pūctus imago pūcti r,palā uero q̄m forma cuiuslibet pūcti lineæ g r, reflectitur



ctit̄ ad uiſum in punctū z,ex aliq̄ pūcto arcus f h,& nō ex alio,p 42.huius. Sumatur itaq; aliq̄s pūctus lineæ g r q ſit p, & hic reflectatur ab aliq̄ pūcto arcus f h q̄d ſit c, & ducātur lineæ p c & r c,qa ergo pūctus t,eſt inter duo pūcta f & h,arcus f h,palā quia linea 3 t,cadet inter duas lineas 3 f & 3 h,linea ergo 3 t,p 29.primi huius,ſecat linea k l, ſecet ergo in pūcto i,eſt ergo per 37.quinti huius,punctus i,imago formæ puncti p, & punctus p, nō habet aliam imaginē niſi pūctū i,quoniā tamē ab uno pūcto arcus f h,fit reflexio formæ puncti p,ad uiſum exiſtentem in puncto 3,ut patet per 19.uel per 29.huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r,erit in aliquo pūcto lineæ k l,eſt ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e,& eſt recta,quia eſt pars ſemidiametri circuli a e, uiſus ergo exiſtens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ eſt g r,imaginem h k, rectā exiſtentem in ſpeculo ſphærico concauo a b,& hoc eſt propoſitum.

LV.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus imaginem lineæ conuexam,& concauæ concauam,eritq; lineæ cuius conuexitas reſpicit ſpeculum imago conuexa reſpiciens uiſum,& lineæ cuius concauitas reſpicit ſpeculum imago concaua reſpiciens uiſum.

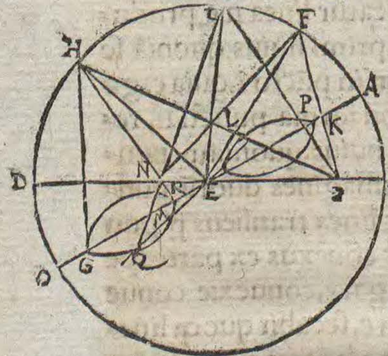
Sit diſpoſitio quæ in proxima præcedēte,cōſtituanturq; ſuper lineam g r, à duobus ſuis lateribus duo arcus utcunq; cōtingit,quæ ſint g n r & g q r,& ſit arcus g n r, non ſecans lineā g h,& ponatur in linea recta g r,pūctū m,quomodocūq; ſit illud, forma itaq; puncti m,reflectitur ad uiſum 3,ex aliquo puncto arcus f h,per 42.huius,ſit itaq; ut reflectatur ex puncto t,& ducantur lineæ 3 t & m t,duo itaq; anguli 3 t e & e t m ſunt æquales per 20.quinti huius,linea ergo m t ſecabit arcū g n r, ſit ut ſecet ipſum in puncto n,& ꝑducatur linea t m uerſus arcū g q r,ſecetq; illū in puncto q,& ducatur linea n e,producaturq; ultra punctū e,ſecabit ergo lineam 3 t,ſub linea k l,per 29,primi huius,quoniā ſecat angulū k e 3,cui ſubtenditur pars lineæ t 3,ſecet ergo linea illam in pūcto i,quia ergo duo anguli 3 t e & n t e ſunt æquales,patet per 20.quinti huius,quod forma puncti n, reflectitur ad uiſum 3,à puncto ſpeculi t, eſt ergo palā per 37.quinti huius,quoniam punctus i,eſt locus imaginis formæ puncti n,& duo puncta k & l,ſunt imagines duorū punctorum g & r,ut patuit per præmiſſam,imago ergo arcus g n r eſt linea tranſiens p puncta k i l,ſed linea k i l,eſt cōuexa,ex parte uiſus 3,& arcus g n r,eſt cōuexus ex parte ſpeculi,uiſus itaq; exiſtens in puncto 3,comprehendet formam lineæ g n r,conuexæ conuexam lineam,ducatur quoq; linea q e,& producatur ultra punctum e,ſecabit quoq; lineam 3 t,ultra lineam l k,per 29.primi huius,quoniā ſecat angulum t e k,ſecet ergo in puncto p,& quia anguli p t e & q t e ſunt æquales,patet per 20.quinti huius, quoniā à pūcto ſpeculi quod eſt t,reflectetur forma puncti q,ad uiſum 3,& locus imaginis formæ puncti q,eſt punctus p,& erit ut ſupra linea l p q,ex parte uiſus concaua,& ipſa eſt imago arcus g q r,concaui ex parte ſpeculi,comprehēdet ergo uiſus in puncto 3,exiſtens formam arcus g q r,concaui lineam concauam,& hoc eſt propoſitum.

LVI.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas,lineæq; curuæ,cuius conuexitas eſt ad ſpeculum imaginem comprehendit curuam,omniumq; linearum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum.

Sit ſpeculum ſphæricum concauū in quo ſit circulus maximus qui a b d,cuius centrū g,& extrahatur à centro g,ſemidiameter g b,utcūq; contingit,quæ diuidatur per æqualia in puncto t,taliter ut linea g t,ſit maior medietate lineæ b g,& à puncto t,ducatur linea t 3,perpendiculariter ſuper lineam g b, per 11. primi,& producatur linea 3 t,ultra punctū t,ad punctū e,fiantq; lineæ 3 t & e t,utræq; æquales lineæ t g,per 73.primi,& ducantur lineæ g e & g 3,& trigono e g 3,circūſcribatur circulus p 5.quarti,eritq; centrum circuli illius circuli punctus t,per 9.tertij & quia linea t g,maior eſt q̄ linea t b, palā q̄m ille circulus ſecabit circulū a b d,in duobus ergo punctis illum ſecabit per 10.tertij, ſint

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g cõmunis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo per 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pũctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior quàm linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniã linea g e est maior quàm linea b e, quadratum enim lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinqtur quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, quoniã linea g t est maior quàm linea t b, ergo linea g e est maior quàm linea e b, in trigono g e b, ut patet per 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & per 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo quoniã anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum cõcursus pũctus m, & quia linea e d, est intra triangulũ m e g, palã quoniam ipsa producta cõcurrat cũ linea g m, per 29. primi huius, cõcurrant ergo in puncto l, & quia linea g b transit per pũctũ t, quod est cẽtrũ circuli e g 3, & linea uero a g, ducitur extra illã à cẽtro ad periferiam, palã quia portio a e g est minor semicirculo, ergo per 29. tertij, angulus a e g est obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo per 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cõcurrẽt in partẽ lineæ e g, cõcurrãt ergo in puncto f. Si itaq; uisus fuerit in pũcto e, & pũctus 3 in aliq uisibili, tũc tria puncta m l f, erũt imagines pũcti 3, sic ergo pũctus 3, cõprehenditur in tribus locis, quoniam à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahatur à puncto e, linea super arcũ d 3, utcunq; contingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, producaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producãtur lineæ e r & 3 r, & quoniam angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si enim sit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k, æqualem esse arcui e a k, quod est contra præmissa, est enim arcus e a, æqualis arcui d 3, quod si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idẽ impossibile quod prius, producta illa linea ad lineam r k. Restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est t, reflectentur ad se inuicẽ per 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producatur quoq; linea e r ad lineã g m, concurret autem cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ pũcti n, respectu uisus e, imaginem ergo superficiẽ existentem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac superficie quæ sit perpendicularis super lineam g 3, & transeat in utramq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in superficie perpendiculari super superficiẽ a b d, per 2. undecimi, producãtur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q iu



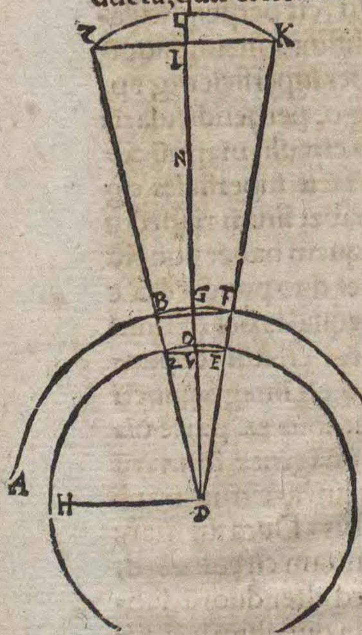
in superficie transeunte lineam m g f, secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e productas, secet ergo lineam g t, in puncto s, & linea g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiem duarum linearum g t & g p, palam per diffinitionem, quoniam duo anguli e g s, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficiem g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraq; superficierum quæ sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiem s g o, & utraq; istarum superficierũ facit in speculo circulũ magnũ cõparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli quod facit superficies e g s, quod est compar puncto circuli a b d, scilicet, puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi quod est g, & respectu uisus qui est in puncto e, quem habet punctũ r, concurrunt ergo ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionem circuli, & similiter lineæ g s, g a, g o sunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus s, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus s q o, concauus ex parte uisus, & punctus l est imago formæ puncti 3, & duo puncta s & o sunt imagines formarũ duorum punctorum c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p, est linea curua transiens per tria puncta s l o, hæc autem linea s l o, est concaua ex parte uisus. Ducatur itaq; linea transiens per puncta s l o, & extrahatur linea e g, ad circumferentiam circuli a b d, in punctum h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorũ suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t recta, & p n t conuexa, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua, scilicet s l o, & forma lineæ p n c, conuexæ respectu speculi erit concaua uisui occurrens, scilicet s q o, & forma lineæ p 3 t, unam tantũ habebit imaginẽ, & arcus p n c tantum unam. Item producatur linea b g, ultra punctum g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctũ i, & producãtur lineæ e i & e 3, erit ergo ex præmissis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctũ e, à puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginum formæ puncti 3. & si speculum excesserint duo pũcta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dursum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus comprehenderit totum arcum i d a, tunc punctum 3 uidebitur in quatuor locis, scilicet in punctis m l u f, & uidebũtur duo pũcta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis s & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concauas, & una transit per puncta s m o, & secunda pertransit puncta s l o, tertia pertransit puncta s u o, & quarta pertransit puncta s f o, scilicet lineã s f o, in his tamẽ omnibus imaginibus semper cõcauitas imaginis respicit uisum, patet ergo propositũ. Patet quoq; quod imaginis eiusdẽ lineæ rectæ, ut patet nũc in linea p 3 n, fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris, & fit principiũ formæ monstruosæ.

LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, quia a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctũ o, remotius à centro speculi d & u propinquius illi, et super hanc semidiametrũ d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrũ uisus, et sit linea h d super superficiẽ circuli a b g, sitq; linea h d, minor semidiametro circuli secundũ dispositionem lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum et cætera referuntur, reflectaturq; forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctũ h, à puncto speculi b, sitq; locus imaginis pũctus q, et producatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectaturq; forma puncti u, ad uisum existentem in pũcto h, à puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctum n, & quia puncta o & u sunt in semi diametro

diametro d g erunt loca imaginum quæ ſunt puncta q & n, in eadem ſemidiametri pro-
ducta, quæ erit linea d u o, n q, ſitq́ quantitas linearum d q, d u d n, d o, illis omnino æ-
qualis, quæ ſunt aſſumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicu
laris ſuper lineam d q, ut patet ex præmiſsis, eſt enim ipſa perpendi
cularis ſuper ſuperficiē circuli, eſtq́ linea d h æqualis illi lineæ o h,
quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q eſt rectus, eritq́ cōmu
nis ſectio ſuperficiei planæ, in qua ſunt lineæ h d & d q, & ſuperficiei
ſpeculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. hu
ius, eſt arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines ſunt
in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, aſſumpto in 43
huius, & ex duobus punctis illius arcus ſimilibus duobus punctis
b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarū duorū pun-
ctorū, quæ ſunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago pun-
cti u, ducatur ergo à puncto u, in ſuperficie circuli a b g, recta per-
pendicularis ſuper lineā d u, quæ ſit z u e, & à centro d ſecundum
longitudinem ſemidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus ſeca
bit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, ſecet ergo in pun-
ctis z & e, fiatq́ arcus circuli ſecundum quantitatē lineæ d q, à cen
tro d, & ducantur à centro ſpeculi d, lineæ d z, d e, & producatur ex
tra ſpeculum ad arcum circuli deſcripti, à cētro d, ſecundum quan-
titatē ſemidiametri d q, & ſint d e, d k, & ducatur linea t k, ſecetq́ li

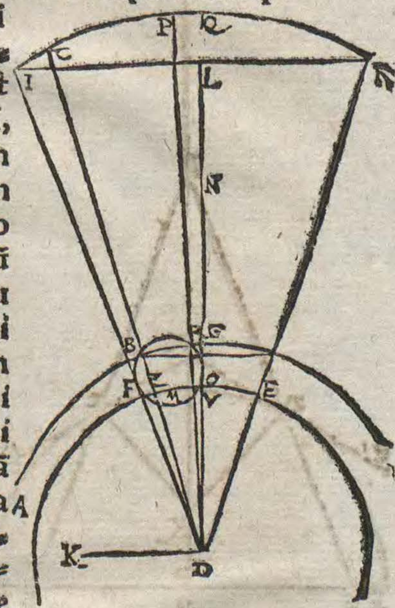


neam d q in puncto l, quia ergo linea h d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli pa
lām per diffinitionem lineæ erectæ, quoniam uterq́ angulus h d t, h d k, eſt rectus, & u-
traq́ ſuperficies h d t & h d k in ſuperficie circuli ſpeculi continet arcum interiacentem li
neas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuū quilibet eſt æqualis arcui,
qui eſt inter duas lineas h d & d q, & utraq́ linearum d z & d e eſt æqualis lineæ d o, quo
niam omnes ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, illi ergo duo arcus ſunt huiuſmodi, quod
ex illis poſsibile eſt fieri reflexionē formarū duorū punctorū quæ ſunt z & e, ab aliqui-
bus punctis illorū arcuū, ut patet per 20. huius, interiacent enim illi arcus ſemidiametros
ſpeculi, in quibus conſiſtunt centrum uiſus, quod eſt in puncto h, & puncta quorū formæ
reflectuntur, quæ ſunt e & z. Incidentq́ formæ eorum illis punctis illorum arcuum, &
reflectentur ad uiſum in punctum h, ſecundum angulos æquales à duobus punctis ſpecu
li, & duæ lineæ d t & d k, ſunt æquales lineæ d q, ergo punctum t eſt locus imaginis pun-
cti z, & punctum k eſt locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, ſunt æquales, &
lineæ d z, d o, d e, æquales, ērit per 7. quinti, proportio lineæ d c ad d 3, ſicut lineæ d q ad d
o, & ſicut lineæ k o ad lineam d e, ſed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e, eſt
maior proportiōe lineæ d n ad lineam d u, ergo ſimiliter proportio lineæ k d ad lineā d e,
eſt maior ꝓportiōe lineæ n d ad lineam d u, & ſimiliter proportio lineæ d t ad lineam d
z, eſt maior proportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, ſunt æqua-
les, & duæ lineæ d e & d k ſunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d
z, ſicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d,
ſicut lineæ k e ad lineā d e, ergo per 2. ſexti, linea t k, eſt æquediſtans lineæ e z, erit ergo
per eandem 2. ſexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, ſicut d k ad lineā
d e, & ſicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, eſt maior pro
portione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d eſt maior ꝙ linea n d, er-
go punctus n eſt inter punctum l & u, ſed punctum n eſt imago puncti u, & duo puncta
t & k ſunt imagines duorum punctorū z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, eſt linea tran
ſiens per tria puncta t n k, linea uero pertranſiens h e t puncta eſt conuexa, patet ergo
quod imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc ſitu conuexa, & hoc eſt propoſitum.

LVIII.

In quibuſdam ſitibus reflexione facta à ſpeculis ſphæricis concauis uiſus
comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa.

Sit diſpoſitio omnino quæ in præcedēte, quia itaq́ ut patet in præmiſſa imago formæ
puncti o, eſt punctum q, & imago formæ puncti 3, eſt punctum t, & imago formæ pun-
cti e, eſt punctū k, erit ergo linea concaua reſpectu uiſus, quæ eſt t q k, imago lineæ cur-
uæ reſpectu uiſus conuexæ cum reſpectu ſpeculi, quæ eſt linea 3 o e, ſimiliter quoq́ ſi in
linea 3 u ſignetur punctū m, qualitercunq́ hæc contingunt, & citra cētrum m ſecundū
longitudinem ſemidiametri m u, deſcribatur arcus parui circuli, qui ſit r u f, hic ergo ar-
cus ſecabit circulum 3 o e, in duobus pūctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta f & r, & du
cantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur uſq́ ad arcum t q k eductum, incidatq́ linea d f
in punctū i, & linea d r in punctum p, ſuperficies ergo duarū linearū h d & t p, ſecabit ſpe
culum ſecundū circulū, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci
poterunt ſecundum angulos æquales, & æqualiter ſe habentes li-
neæ ad punctū h, in quo eſt centrum uiſus, & ad punctū r, qui eſt
punctus lineæ uiſæ, & ſimiliter ſuperficies duarū linearū h d & d i,
faciet in ſpeculo circulū, à cuius circumferētia reflectētur ad uiſum
forma puncti f, arcus r u f, eſt ergo punctus p imago formæ pun
cti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, eſt imago
formæ puncti t u, imago itaq́ arcus r u f, eſt linea tranſiens per pū
cta i p n, ſed hæc linea i p n, eſt concaua reſpectu uiſus, & arcus r u
f, eſt concauus ex parte ſuperficiei ſpeculi, & conuexus ex parte ui
ſus: Cum ergo uiſus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa, cum
fuerit in aliquo uiſibili, comprehendetur imago eius concaua, & li
nea 3 o e cōuexa, comprehenditur ſimilter imaginis concauæ. Si
ergo unaquæq́ duarū linearū quæ ſunt 3 o e & r n f, habuerit unā
imaginem, erit forma illarum, imaginū ſecundum motum declara
tum, & ſi aliqua ipſarū plures habuerit imagines, forte accidet di-
uerſitas ſitus in illis imaginibus, ut ſupra diximus, patet ergo pro-
poſitum. Palam itaq́ ex his præmiſsis 5. theorematibus quod lineæ



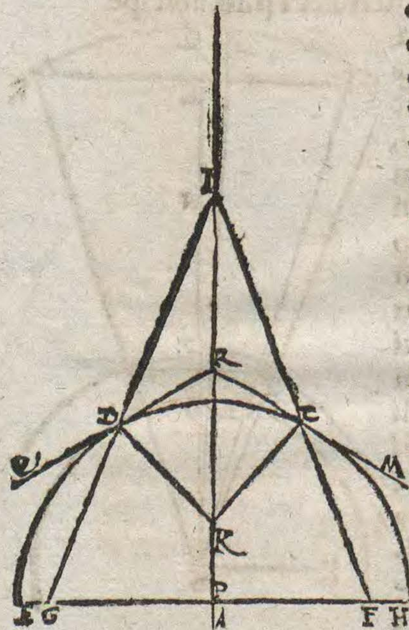
rectæ imago in ſpeculis ſphæricis concauis, quandoq́ comprehen
ditur recta, quādoq́ conuexa, & quādoq́ concaua, & imago lineæ conuexæ quandoq́
uidetur conuexa, quandoq́ concaua, & lineæ concauæ imago quandoq́ uidetur conue-
xa, quandoq́ concaua, forma ergo ſuperficierum uiſibilium comprehenduntur aliter ꝙ
ſint in his ſpeculis, nam lineæ rectæ non ſunt niſi in ſuperficiebus planis, cum ergo lineæ
rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc ſuperficies plana comprehenditur
conuexa uel concaua, cum itaq́ uiſus comprehendit lineas rectas conuexas uel cōcauas
aliter ꝙ ſint, comprehendit ſuperficies, in quibus ſunt illæ lineæ aliter ꝙ ſint, & ſimiliter
eſt de lineis conuexis & concauis reſpectu illarum ſuperficierum, & per hoc patet ratio
& cauſa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uiſibilium accidunt in uiſu.

LIX.

In concauis ſphæricis ſpeculis à duobus uidentibus ſecundum aliquem
ſitum res una uiſa, unum habebit idolum, ſecundum alium uero plura.

Sit ſpeculum ſphæricum concauū, cuius communis ſectio cum ſuperficie reflexio-
nis ſit circulus e u h, cuius diameter ſit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendi-
culariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, palàm ergo per 72. primi huius, quoniā ipſa tranſit ꝑ
centrum ſpeculi quod eſt punctum p, & producatur ultra ſpeculū, ſitq́ a b l, ſecans diame
trum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, ſignentur duo puncta æquali-
ter diſtantia à centro p, quæ ſint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis
g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineant
cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, ſi ex utraq́ par-
te puncti b arcus æquales abſcindantur parui, quorum chordæ ſint minores ꝙ lineæ g p
& p f, qui ſunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ ſunt g d & f c, & quia
arcus b t & b d ſunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales
eruntq́ anguli portionis qui ſunt g d e & f t h, inter ſe æquales per 43. primi huius, & à

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16.tertij,quæ ſit d q,& ſimiliter à puncto t,ducatur linea circulum contingens quæ ſit t m,producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l,& concurrent in puncto uno per 59.primi huius, ſit concurſus punctus r,& quoniã per 15.tertij,anguli contingentiæ qui ſunt q d e & m t h ſunt æquales,& anguli portionis,qui ſunt g d e & f t h ſunt æquales,erit totus angulus q d g,æqualis toti angulo m t f,ſuper punctum itaq; d terminum lineæ r d, conſtituatur angulus æqualis angulo q d g per 23.primi,qui ſit r d k,linea quoq; d k producta concurret cum linea a b,per 14.primi huius, ſit concurſus punctus k,& ſuper punctum t, terminum lineæ r t, conſtituatur angulus æqualis angulo r d k,qui ſit r t k, concurrēt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri,quod eſt k, quia cum angulus r t k ſit æqualis r d k per præmiſſa, & angulus k r t ſit æqualis angulo k r d,per 59.primi huius,trigoni ergo d k r & t k r,ſunt æquianguli per 33.primi,ergo per 4.ſexti,latera illorũ trigonorum ſunt proportionalia. Sed linea r t æqualis eſt lineæ d r,per 59.primi huius,erit ergo linea k r,æqualis ſibijpſi,concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod eſt k, poſitis itaq; duobus oculis diuerſorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uiſæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uiſuum reflexa à duobus punctis ſpeculi d & t, ſed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco,producantur enim lineæ g d & f t extra circulum,concurrent itaq; ambæ cum diametro a b,producta per 14.primi huius, q̃niã anguli g p b & f p b ſunt recti,& anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmiſſis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g ſit æqualis angulo f t m,ut ſupra patuit,& angulus r d l ſit æqualis angulo g d q, per 15.primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m,erit angulus r o l,æqualis angulo r t l, ſed angulus t r b, eſt æqualis angulo b r o,per 59.primi huius,ergo per 13.primi,angulus t r l,eſt æqualis angulo d r l, per 32.primi,trigoni t r l & d r l ſunt æquianguli,ergo cum linea t r ſit æqualis lineæ r d, per 58.primi huius,erit per 4.ſexti,linea r l,æqualis ſibijpſi,& linea t l,æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diamatri a b l,concurrent lineæ t l & d l,& hoc eſt punctum l, patet ergo cum per 37.quinti huius,punctus l ſit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ,qui eſt k quod ambobus uiſibus uni exiſtenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago,uiſibus uero permutatis ad hoc ſitum plures occurrunt imagines,& hoc eſt propoſitum. Quandocunq; tamen aliquid in his ſpeculis percipitur duplici uiſu,ſi linea reflexionis æquediſtans fuerit katheto incidentiæ,erit locus imaginis ipſe punctus reflexionis per 11.huius,& cum diſtant à ſe puncta reflexionis quæ ſunt reſpectu amborum uiſuum,apparebunt uiſibus duæ imagines eiuſdem puncti,& locus cuiuſq; imaginis eſt in puncto ſuæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non ſit æquediſtans katheto incidentiæ, & punctus rei uiſæ tantum diſtet ab uno uiſu quantum ab altero,uel ſit modico differentia diſtantiæ,ſi locus imaginis fuerit in ipſa ſuperficie uiſus duæ adhuc imagines uidebũtur,alias autem ut plurimum locus imaginis reſpectu utriuſq; uiſus erit idem,aut modicum diſtans,unde aut tantum una uidebitur imago,aut pene una.

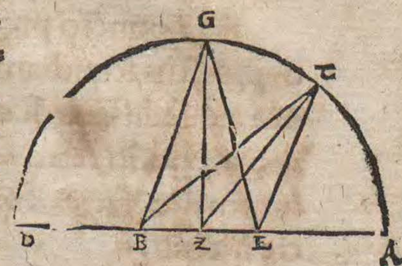


LX.

In uno diametro ſpeculi ſphærici concaui poſitis ambobus oculis æqualiter à centro ſpeculi diſtantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit ſpeculum concauum ſphæricum a t,g d,cuius centrum z, & diameter a d, ſintq; duo oculi b & e,conſtituti in diametro a d,æqualiter diſtantes a centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur,ducatur enim ſemidiameter z g, perpēdiculariter ſuper diametrum a d,& ducãtur lineæ b g & e g,& quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, eſt æquale

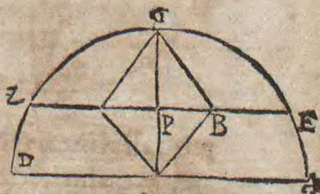
æquale lateri z b,ex hypotheſi,& latus z g commune,anguli quoq; e z g,& b z g,ſunt æquales,quia ſunt ambo recti,erit per 4.primi,angulus b g z,æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b,reflectitur ad pũctum e,à puncto g,ſpeculi,& econuerſo per 20.quinti huius,ſed neq; poſſibile eſt ab alio puncto ſpeculi formam puncti b,ad punctum e reflecti,ſit enim ut fuerit hic datum eſſe poſſibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctũ e,à puncto alio ſpeculi,quàm ſit t,& ducantur lineæ b t,t z,linea ergo t z, diuidit angulum b t e,per duo æqualia per 20.quinti huius,erit ergo per 3.ſexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e,ſicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t eſt maior quàm linea b g,per 7. tertij,linea uero b g,eſt æqualis lineæ e g,ut patet ſuperius,linea uero e g,eſt maior quàm linea t e,per 7.tertij,erit ergo linea b t,maior quàm linea e t,ergo linea b z,maior erit quàm linea e z,quod eſt contra hypotheſim & impoſſibile,& eodem modo de quolibet puncto ſemicirculi a g d poteſt demonſtrari,non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e,ab alio ſpeculi puncto quàm à puncto g,non ergo uidebit oculus b, oculum e,ideo quia linea reflexionis,quæ eſt b g,non concurrit cũ katheto e z,ducto à puncto e, per centrum ſpeculi z in puncto b,& linea reflexionis, quæ eſt e g,non concurrit cũ katheto b z,niſi in puncto e; locus itaq; imaginis e,eſt punctus b,ſed b eſt ſimile ipſi e in forma,& e ipſi b,nõ comprehenditur aliqua diſtantia, quæ ſit tam diuerſitatis inter illos uiſus,non ergo unius uiſus percipiet formam alterius in ſe ipſo exiſtente,ſed æſtimabit formam propriam ſe uidere,non ergo unus oculus taliter diſpoſitus uiſibus alium oculum uidebit,& hoc eſt propoſitum,aliæ tamen partes corporis circumſtantes centrum uiſus potuerunt uideri,quorum katheti incidentiæ cum lineis ſuarum reflexionum concurrunt, ſiue ille concurſus ſit in ſuperficie uiſus,uel in alijs punctis quibuſcunq;,& circa hæc multa diuerſitas uiſibus occurrit.



LXI.

Si linea à puncto medio ſemidiametri ſuper diametrum ſpeculi ſphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquediſtanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro ſpeculi,imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g d, cuius centrum k,& diametros a d,ducaturq; ſemidiameter k g,perpendiculariter ſuper diametrum a d,& à medio puncto ſemidiametri k g,ducatur linea æquediſtans diametro a d,& in hac poſiti ſint uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro k,dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno ſcilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p,quod ſit medius punctus lineæ k g,per 10.primi ducatur linea æquediſtans diametro a d,per 31.primi, quæ ſit e z, & ſint in illa perpendiculari e z,poſiti ambo oculi,qui ſint b & t,æqualter diſtantes à centro k,& à linea k g,erunt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g,t g,b k,t k,ergo per 4.primi,linea p g exiſtente communi ambobus trigonis b p g & t p g,cum anguli b p g & t p g ſint recti,erit angulus b g p æqualis angulo t g p,reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t,à puncto ſpeculi g,& econuerſo,& quia linea k p eſt æqualis lineæ p g,quoniam punctus p, eſt medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p,ſunt æquales, angulus quoq; k p t eſt æqualis angulo k p g,per 15.primi,ergo per 4.primi,angulus t k p,eſt æqualis angulo b g p,ergo per 27.primi,linea t k æquediſtat lineæ b g,ſed linea t k eſt kathetus puncti t,& linea b g eſt linea reflexionis,nunquàm ergo concurrent per 11.huius,non uidebitur forma puncti t,qui eſt unus oculorum ab alio oculo, qui eſt b, neq; econuerſo per eandem rationem niſi in puncto g,qui eſt punctus reflexionis,linea enim b g,quæ eſt linea reflexionis formæ puncti t,ad uiſum b,non concurrat cum katheto incidentiæ formæ pũcti

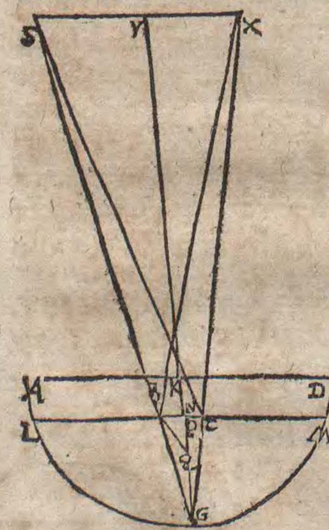


t,quę eſt linea t k,quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis,imago ergo amborum oculorum erit tantum una,& ſic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uiſibus retro uiſus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineæ b k & t g,cadent inter lineas concurrentes tunc & ipſæ concurrēt, quod eſt impoſsibile,cum ſint æquediſtantes,concurrent ergo retro ambos uiſus illæ lineæ,ergo per 37,quinti huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi,eritq́ oculus ultra faciem prominens,quoniam non uidetur niſi in pūcto reflexionis per 11.huius, patet ergo propoſitum.

LXII.

Sit à puncto propinquiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri ſuper illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquediſtans diametro producatur in illa uiſus in æquediſtantia à centro ſpeculi poſiti retro ſe apparebunt dextra pars dextra,& ſiniſtra ſiniſtra , idolum maius facie , & imago plus diſtabit à uiſu quàm facies uidentis à ſuperficie ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d,cuius diameter ſit a d,& ducatur ſemidiameter k g , perpendiculariter ſuper diametrū a d,cuius ſemidiameter k g,medius punctus ſit p,ſintq́ centra amborum uiſuum puncta b & t,ſi ergo ab aliquo puncto lineæ p k,quæ ſit n, ducatur linea æquediſtanter diametro a d , quæ ſit l m,& uiſus b & t, poſiti in linea l m,æqualiter diſtent à puncto n,uel à centro ſpeculi quod eſt k,dico quod accidet,ut proponitur,ducantur enim lineæ b g,t g,b k,t k,eruntq́ ex hypotheſi per 4.primi,anguli b g n,& t g n æquales,ergo à puncto g, reflectentur uiſus ad inuicem mutuo per 20.quinti huius,ſed linea n g eſt maior quàm linea n k,reſecetur ergo per 3. primi , linea n g ad æqualitatem



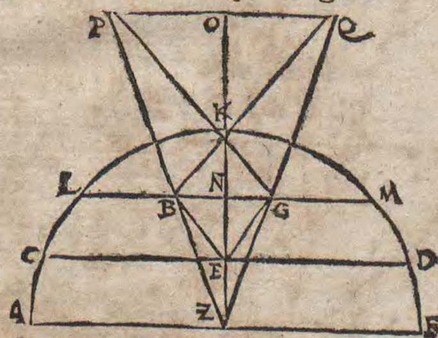
lineæ n k,in puncto q,& ducatur linea b q,erit ergo per 4. primi,angulus b q n,æqualis angulo t k n,ſed angulus b k n eſt maior angulo b g q,per 16.primi,ergo angulus t k n eſt maior angulo b g k,ergo per 14. primi huius , lineæ t k & g b , concurrent retro uiſum b , concurrant ergo in puncto ſ , eſt autem linea t h kathetus puncti t,& linea g b,linea reflexionis,uidebitur ergo forma puncti g,retro uiſum b,& ſimiliter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uiſum t,quia lineæ b k & g t concurrent ut præoſtenſum eſt per 14.primi huius , ſit ut concurrant in puncto x,& ducatur linea ſ x,& quoniam linea ſ t eſt maior quâm linea b t,ideo quod in triangulo ſ g t,angulus ſ t g,ut patet ex præmiſsis,eſt æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus ſ g x communis,erunt ergo per 32.primi , trianguli illi ſ t g & x b g,æquianguli,eſt ergo per 4.ſexti,proportio lineę x g ad lineam g ſ, ſicut lineæ b g ad lineam g t, ſed linea b g, eſt æqualis lineæ g t,ergo linea x g,eſt æqualis lineæ g ſ,& linea x b, æqualis lineæ ſ t, ergo per 7.quinti,erit proportio lineæ x g ad lineam g t,ſicut lineæ ſ g ad lineam g b,ergo per 17.quinti,erit proportio lineæ x t ad lineam t g,ſicut lineæ g d ad lineam b g,in trigono ſ g x,ergo per 2.ſexti,linea h t æquediſtat lineæ ſ x,eſt igitur per 4.ſexti,proportio lineæ ſ x ad lineam b c,ſicut lineæ x g ad lineam g c,ſed linea x g maior eſt quâm linea g c, ergo linea ſ x maior eſt quàm linea b c,imago erit ergo facie maior quàm linea ſ x,quæ eſt diameter

meter imaginis,& linea b c pars diametri faciei,ſcilicet linea continens diſtantiam oculorum,quia itaq́ in trigono ſ u g,linea b n æquediſtat baſi ſ u, patet per ſecundam ſexti, quia eſt proportio lineæ u n ad lineam n g,ſicut lineæ ſ u ad lineā b n,ſed linea ſ u eſt maior quàm linea b n per 4.ſexti,quoniam linea ſ g eſt maior quâm linea b g,erit ergo linea u n maior quàm linea n g,ſed linea u n eſt diſtantia imaginis à uiſu,& linea n g eſt diſtantia uiſus à ſpeculi ſuperficie , patet ergo propoſitum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri orthogonaliter ſuper illam ſemidiametrum productæ linea æquediſtans diametro producatur uiſibus æquediſtanter à centro ſpeculi in linea illa poſitis dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& imago uidentis maior facie,maiorq́ erit diſtantia imaginis à ſpeculo quam faciei uidentis.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum,cuius ſuperficiei,& ſuperficiei reflexionis cōmunis ſectio ſit circulus a k f,cuius centrum z,& diameter a f,& à centro z , ducatur perpendicularis ſuper diametrū a f,ſemidiameter z h,quæ diuidatur per æqualia in puncto e,& à puncto e ducatur æquediſtans diametro a f,linea c d , diuidatur quoq́ linea e k in puncto n,& à puncto n,lineæ e k,ducatur linea æquediſtans lineæ a f,quæ ſit l m , in hac itaq́ linea l m,ponantur uiſus æqualiter diſtantes à centro z, dico quod uerum eſt quod proponitur. Sint enim uiſus b & g diſpoſiti in linea l m,ut proponitur,erit ergo ut in pręmiſſa propoſitiōe anguli b k n & g k n æquales,per 4.primi,reflectentur ergo uiſus b & g,ad ſe inuicem mutuo à puncto k,ſed linea n z maior eſt quàm linea n k,reſecetur ergo linea n z ad æqualitatē lineæ n k,per 3.primi,& ſit n e æqualis n k, ducantur quoq́ lineæ l e & g e,& erit per 4.primi,angulus b e n æqualis angulo b k n , ſed angulus b e n, per 16.primi,eſt maior angulo b z e,ergo angulus b k z maior eſt angulo b z k,ergo maior eſt angulo b z g,ergo per 14.primi huius,lineæ b k & z g cōcurrent,ſit cōcurſus punctus q,ſed & per eandem lineæ g k & z b,concurrent,ſit concurſus punctus p,cum itaq́ linea g k,ſit linea reflexionis formæ puncti b , à puncto ſpeculi k,& linea z b,ſit kathetus incidentiæ,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p imago formæ puncti b,& ſimiliter erit punctus q imago formæ puncti g,ducatur ergo linea p q,& hoc erit imago lineæ b g uidebitur ergo dextrum ſiniſtrum,& ſiniſtrum dextrum,propter interſectionen linearū reflexiōis b q & g p,ut patet per 53,huius,itē p 4.primi,linea z b eſt æqualis lineæ z g,ergo p 5. primi,angulus z b n eſt æqualis angulo z g n,& angulus p b g eſt æq̃lis angulo q g b,ſed angulus n b k ęq̃lis eſt angulo n g k,relinqtur ergo angulus k b p æq̃lis angulo k g q,ſed angulus b k p eſt æqualis angulo g k q,per 15.primi , ergo per 32. primi,trigoni b k p & g k q ſunt æquianguli,ſunt ergo anguli b p k & g q k æquales,& quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmiſsis ſunt æquales,ergo per 32,primi,trigoni p b g & q g b ſunt æqanguli , ergo per 4.ſexti,erit ꝓportio lineæ b p ad lineā g q , ſicut lineæ b g ad ſeipſam erit ergo linea b p æqualis lineæ g q,erit ergo linea z p æq̃lis lineę z q,q̄ eſt ergo ꝓportio lineę p z ad lineā z b,eadē eſt lineę q z ad lineā z g,ergo p 17.qnti,& p 2.ſexti,linea b g æq̃diſtat lineæ p q, ergo p 29.primi,trigoni p z q & b z g ſunt æqanguli,erit ergo p 4.ſexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b , ſicut lineæ b q ad lineā b g,ſed linea p z eſt maior quàm linea b z, ergo linea p q eſt maior quàm linea b g,eſt ergo idolum maius re uiſa,Item linea z k ꝓducta ſecet

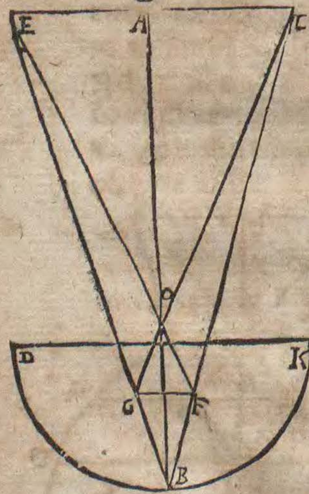


lineam p q per 29. primi huius, secat enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineæ g n, sed linea p o est maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q est maior quàm linea b g, & linea p o est medietas lineæ p q, sicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, si ergo linea p o est maior quàm linea b n, patet quod linea o k est maior quàm linea k n, & linea o k est distantia imaginis sub speculo, & linea n k est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIIII.

Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

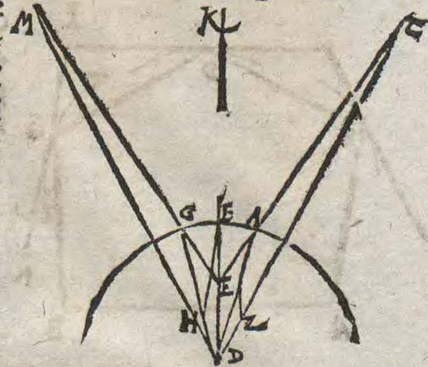
Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus d b k, cuius cẽtrum o, & diameter d k, & orthogonaliter super diametrum d k, producatur diameter b o a, extra speculum, sintq; duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpẽdicularis super lineam b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipso diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo per 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c, ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e k in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e, & b e sunt æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli quæ c a o, & e a o sint æquales, qa recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g sunt æquanguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineã e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æqules, & lineæ e f & c g æquales: Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed linea b g est minor quàm linea b e, ergo linea g f, est minor quàm linea e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam linea g f, quæ est diameter imaginis, cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.



LXV.

Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

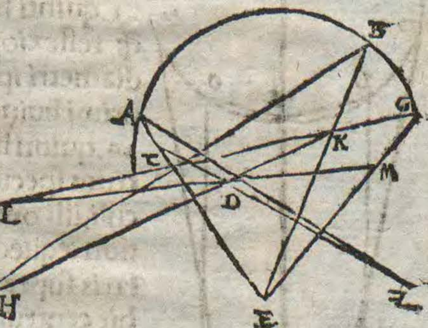
Sit in speculo sphærico concauo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducantur q; duo katheti incidentiæ, quæ sint d 3 c & d h k, reflectaturq; forma puncti 3, ad uisum e, à puncto speculi a, & forma pũcti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratq; linea a e, cum katheto d 3 in puncto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra speculum, ita quod punctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiuntur, & res quarum sunt ille imagines, transferatur itaq; punctus rei uisæ, qui est h, ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum linea reflexionis quæ est e g, in puncto m, eritq; locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint super uisum erunt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparebunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m, erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaq; propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g, cuius centrum sit punctus d, sitq; centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq; katheti incidentiæ z d e & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum e puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quàm sint res ipsæ, per 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e, ducaturq; linea reflexionis, quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g in puncto m, eritq; per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mota supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propositum.



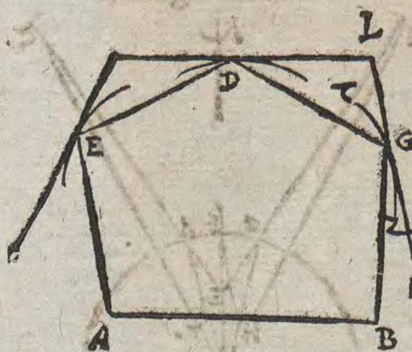
LXVII.

Per specula sphærica concaua quot libuerit posibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphæricis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundũ distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur poligonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, sitq; exempli causa pentagoniũ, quod sit a b g d e, fiatq; circulus circumscribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & sup illius pentagonij angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circunscribentis poligoniũ productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales proportiones, patet itaq;, quoniã superficies

plana

plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. pri-
mi huius, unus itaqꝫ arcus unius illorū circulorū sit z g c, du-
canturqꝫ lineæ cōtingentes quælibet illorū arcuū in punctis g
d e, contingatqꝫ arcū z g c, in puncto g, linea l k, quia itaqꝫ per
43. primi huius, angulus portionis, qui est b g z, est æqualis an-
gulo d g c, anguli quoqꝫ contingentiæ, qui sunt b g z & l g c
sunt æquales, palàm ergo per 20. quinti huius, quoniam fit re-
flexio formæ puncti b, à puncto speculi g, ad punctū speculi al-
terius quod est d, & similiter per eandem demōstrationem fiet
reflexio à puncto d, ad punctum speculi alterius quod est e, &
à puncto e, ad centrum uisus quod est a, palàm ergo proposi-
tum, & sic quotcunqꝫ fuerint anguli poligonij, tot assumantur
specula, semper accidet illud quod præmissum est.



LXVIII.

A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitqꝫ ut superficies plana secans speculum, sed hūc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69. primi huius, communis sectio illius superficiei planæ & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo pūcto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea secundū quam præcedens radius ad centrū speculi quod est c, incidat in punctum speculi quod sit g, & à pūcto circuli solis quod sit e procedens radius ad centrum speculi quod est c, incidat in pūctum speculi b, & à puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctū speculi a, quia ergo omnes radij transeūtes per centrū c, sunt perpēdiculares super superficiē speculi a b g, ꝑ 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, ꝗniā oēs reflectūtur in seipsos, cōcurrāt ergo tā incidentes qꝫ reflexiones in pūcto c, quod est centrū speculi, omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt æquales, per 43. primi huius. Reflexio aūt omnis fit secūdum angulos æquales, ut patet per 20. quinti huius, quicunqꝫ itaqꝫ radiorum solarium pertransierunt per centrum speculi quod est c, & peruenerint ad quæcūqꝫ puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro ipsius radij, non æquedistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi, qui est e b, hic ergo ut præmissum est transibit centrum speculi quod est c, & reflectitur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius æquedistans qui sit l n, & alius qui o f, sitqꝫ arcus n b inæqualis arcui b f, secetqꝫ linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaqꝫ angulus l n k, est maior angulo c n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k, est minor angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k, sunt æquales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in pūctum c, fiat itaqꝫ angulus b n f, æqualis l n k, cadetqꝫ punctum f, citra punctum c, in punctum aliquod semidiametri c b, & in corpore solari continuetur linea e l, si itaqꝫ quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f, imaginetur moueri quousque linea l n, incidat ad locum, unde exiuit, tūc punctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k, est æqualis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoqꝫ si à puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius æquedistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius æquedistans o f secans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x f, signetur punctum q, in linea n f producta,



sitqꝫ ut perpēdicularis e b secet circulū a b g in puncto p, & sit arcus b s minor arcu n b, ergo & arcus x p qui est æqualis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y æqualis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctū lineæ f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b h, copulentur quoqꝫ lineæ o e, si itaqꝫ fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moueri quousqꝫ linea o s, redeat ad locum unde exiuit, tunc pūctum s motu suo describet in superficie speculi circulum à cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctū diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunqꝫ alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquedistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à periferia unius circuli totius speculi ad unum punctū diametri ipsius speculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctū propinquius centro c, & lineæ radiales remotiores diametro, & æquedistantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c: in quocunqꝫ autē illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, & hoc speculū quantum ad actum combustionis efficatius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciētiæ, posset quoqꝫ per diligentiā artificis aliquod speculū ex pluribus huiusmodi speculis cōponi, qđ esset maioris efficaciæ ad comburendū, hoc autem relinquimus industriæ ꝑquirentis, ꝗa sufficit nobis in ꝓpositū, hoc modo demonstratū.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IN præmisso libro passiones speculorū sphæricorum cōcauorum ꝓ nostro posse pertractauimus, superest nūc ut speculorū columnariū & pyramidaliū concauorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorum speculorū proprietates concurrunt, planorū quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio, columnarium quoqꝫ & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descendūt, qm̄ istorū & illorū cōformis est generatio secundū figuras, à ꝗbus in utrisqꝫ prouenit quædam conformitas passionū, nisi quod hinc & inde secundū naturā cōuexi & concaui passiones quodāmodo secundū sitū contrarie disponuntur, ex quo accidit, ut quandoqꝫ lineæ reflexæ in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso, & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) cōformiter assumenda. Sic itaqꝫ omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitatem passionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua specula figurarū irregularium & compositarū mentem conuertimus, uidentesqꝫ quod antiquorū Geometrarum diligentia & solicitudo circa speculorū cōburentiū, aliquorum totali superficie ad unum punctū naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarū incidentium plurimū est uersata, ut circa rem scientiæ Geometriæ plurimam subtilitatē rebus naturalibus applicantem, actionem quoqꝫ naturaliū formarum accelerantem in ꝓductione effectuū mirandorū, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorū comburentium in una superficierum planarū, ut patet per ultimā 5. huius, nō est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficierum cōuexarum quacūqꝫ, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per ultimā 6. huius, siue fuerit colūnaris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimā 7. huius, possibile est radios aliquos aggre-

gari ad punctum unũ mathematicũ uel etiã naturalem, à concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantũ circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrũ siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non fit aũt omniũ radiorum æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctũ unum. Sed neq; ab aliqua superficierũ speculorum columnariũ uel pyramidalium concauorũ est hoc possibile fieri, prout infra in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurium speculorum regulariũ compositione ad hunc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unũ punctum fiat reflexio certitudinem nõ attingit, neq; ad illorum peruenit cõmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarũ. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concauis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quãdoq; est linea longitudinis speculi, quãdoq; circulus, quandoq; oxigonia sectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cõuexis, & quia speculum columnare cõcauum non minus participat formã & proprietatem columnæ quàm cõuexum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demõstranda est de speculis colũnaribus concauis ut de columnaribus cõuexis, patet ergo propositũ, nec em̃ necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cõmunis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflectionũ & loca imaginũ sicut in speculis planis, quando uero illa sectio cõmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionũ sicut in speculis sphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra speculũ, quandoq; in ipsa sup̃ficie speculi, quãdoq; inter uisum & speculũ, quãdoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cõcauis speculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineã longitudinis speculi aut sectionem oxigoniam possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones ꝓpositæ de præsentibus speculis eodẽ penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflectionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexiõis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctũ axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis super superficiẽ speculum in puncto reflexionis contingentem cõsistere est necesse.

Sit speculum columnare concauum cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus o, & pũctum rei uisæ d, reflectaturq; forma puncti rei uisæ quod est d ad uisum c, in puncto speculi c, & in pũcto e cõtingat superficiẽ speculi superficies plana, super quam superficiẽ à puncto e, ducatur linea perpendicularis ꝑ 12. undecimi, q̃ secet lineã a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod pũcta c d, e f, necessario erunt semꝑ in eadem sup̃ficie reflexionis,

aut em̃ hæc superficies reflexionis æquedistabit basibus colũnæ aut non, si sic, patet per 100. primi huius, quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ, & linea ducta à puncto reflexionis quod est e, transiens per centrum illius circuli est perpendicularis super superficiem colũnæ, ut patet per 96. & per 100. primi huius, & si centrum uisus quod est c, & punctum rei uisæ quod est d, fuerit in illa linea, fiet reflexio formarũ punctorum uisorum tantũ secundum illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̃ sunt c d e f, omnia in superficie reflexionis, quod sit centrum uisus uel pũctum rei uisæ, dum fuerit in hac linea perpendiculari, semper tamẽ linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, ꝑ 96. primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum, quoniam cadet inter perpẽdicularem e f, & inter lineã circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto e contingentem, & quoniã hæc linea reflexionis cadit semper intra speculum, quia secundum sui partem qua incidit speculo necessario cadet inter superficies planas per centrum uisus ductas, portionẽ apparentem speculi cõtingentes, & qm̃ per 20. quinti huius, semꝑ angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod si unus illorum punctorũ est in superficie reflexionis quod & reliquus, quia em̃ angulus d e f erit æqualis angulo f e c, cadẽt hij anguli ex diuersis partibus perpendicularis lineæ quæ est e f ultra speculum, in eadem itaq; superficie cadent omnia pũcta c d e f, & eodem modo demonstrandũ est à quocunq; puncto circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, fiat reflexio, semper enim illa quatuor puncta erunt in superficie reflexionis, quod si cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea longitudinis speculi, tũc iterũ à quocũq; puncto illius lineæ fiat reflexio, semꝑ ꝓposita quatuor pũcta erũt in sup̃ficie reflexionis, ut patet ꝑ 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem si cõmunis sectio sup̃ficiei reflexiõis & horũ speculorum fuerit sectio oxigonia, qm̃ illa sectio secabit speculũ trans axem ꝑ 103. primi huius, & linea à pũcto reflexionis ꝑpendiculariter ducta super sup̃ficiẽ speculi in pũcto reflexionis cõtingentẽ, semꝑ cadet in axe, ut hæc in speculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis sunt amplius declarata: est ille modus demonstrandi uniuocus & in istis speculis. Quod si speculum ꝓpositum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut supra ostensum est ꝑ p̃missam impossibile est cõmunẽ sectionẽ sup̃ficiei reflexionis & superficiei speculi circulũ esse, q̃ sectio si fuerit linea longitudinis uel sectio oxigonia, tũc eadem erit declaratio qđ quatuor p̃dicta pũcta c d e f, consistũt in superficie reflexiõis, quæ prius in speculis colũnaribus cõcauis, patet ergo illud qđ ꝓponebaẽ.

IIII.

Centro uisus existente intra speculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum.

Sit speculũ colũnare cõcauũ, cuius axis sit a b, & sit cẽtrũ uisus c, sitq; pũctũ c, intra speculũ, dico qđ ab omi pũcto speculi fiet reflexio ad uisũ. Siue em̃ cõmunis sectio sup̃ficiei reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinis colũnæ speculi, ut cũ sup̃ficies reflexionis secat superficiẽ speculi secũdũ axis lõgitudinẽ, ut patet ꝑ 93. primi huius, siue fuerit circulus æquedistãs basibus colũnæ ipsius speculi, siue fuerit sectio oxigonia, semꝑ patet ꝑ præmissam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli siue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis sup sup̃ficiem speculi sunt in eadẽ sup̃ficie. Est ergo semꝑ possibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uisum, qm̃ in cõcauitate taliũ speculorum non est corpus aliqđ densum resistẽs multiplicationi formarum ꝑ mediũ, à quolibet puncto ergo superficiei taliũ speculorum fiet formarũ reflexio ad uisum. Idẽ quoq; patet in speculis pyramidalibus cõcauis, qm̃ centrũ uisus semꝑ est intra talia specula, nõ refert à quocunq; pũcto superficiei speculi fiat reflexio, qm̃ semꝑ possibile erit formã ad uisum puenire, nisi forte densitas occipitis in quibusdã sitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓpositũ

positum, resumpta figuratione præmissæ, positoq; puncto c, intra superficiem speculi in linea c e, quicunq; eius punctus in utroq; speculorũ fuerit datus, sit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cõtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f, & super punctũ e, tantũ lineæ e f, fiat p 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in pũcto c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

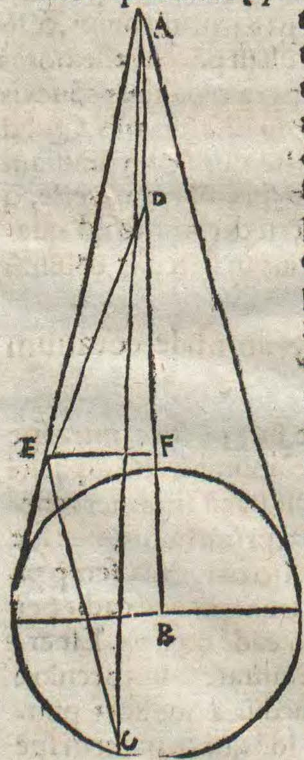
Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis sit a b, & sit centrũ uisus punctum c, sitq; extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu ꝓductæ ad speculum, palamq; per primã septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propositũ.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq; ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a b, sitq; eius conica superficies tota integra, basis uero eius quæ est superficies plana sit submota ab ipso speculo, sitq; centrum uisus c, ex parte basis submotæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si enim centrum uisus c, in aliqua consistat linea longitudinis speculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum, tũc patet, quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniam ex hypothesi centrũ uisus est ex parte basis speculi, oportebitq; punctum rei uisæ in eadem linea lõgitudinis existere, aliâs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum, quod si centrum uisus c, sit sub aliqua linearum longitudinis speculi, tunc adhuc patet propositum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocũq; puncto reflexionis quæ fieri possit ad uisum c, in hoc situ, tenet angulũ acutũ cum linea reflexiõis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ semp fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi, oportet ergo de necessitate, ut pũcta rei uisæ quorũ formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq; punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo propositũ. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundum longitudinem speculi, tunc poterit comprehendi exteriora quæ sunt extra speculũ, qm̃ patebũt liberi introitus lineis incidentiæ formarũ extrinsecarũ quæ reflectunť ad uisum. Similiter quoq; accidit si seceť pyramis speculi ad modũ annuli secundũ aliquẽ circulũ æquedistantẽ basi, uel etiã secundũ oxigoniã sectionẽ taliter, ut auferať uertex pyramidis speculi, tunc eñ inciden-



incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi quàm si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti q̃ d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculũ in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, qm̃ puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & qm̃ una sola linea recta à centro uisus quod est e, ducibilis est ad punctũ reflexionis qđ est e, patet quod angulus s e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æq̃lis angulo t e f, linea ergo e d est tm̃ unica linea, cuius alteri9 pũcti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflecteť, cũ eñ aliqua linea incidẽtiæ peruenit ad aliquod punctũ corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineã incidere speculo, qm̃ punctus altior occultat posteriorẽ, nec præstat transitũ formæ illius, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ in his speculis à q̃cũq; puncto facta reflexione forma unius pũcti nõ potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duoꝶ punctoꝶ formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersoꝶ punctorum, qm̃ ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularẽ e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraq; parte perpẽdicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aũt illud quod hic proponitur satis patuit per 29, quinti huius, hic tamẽ idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic ꝓpositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantũ puncto fit reflexio, & una tm̃ occurrit uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea eñ recta est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tm̃ est punctus reflexionis, unica tm̃ ergo uidebiť imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritq; per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

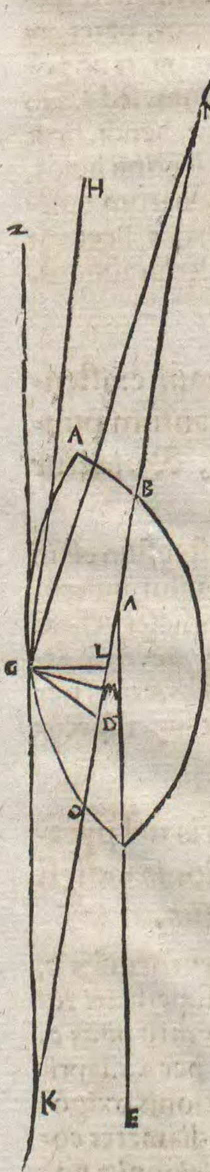
Sit speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, sitq; centrũ uisus c, & punctũ rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrũ uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam eñ ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tm̃ puncto sectionis oxigoniæ, fit formæ eiusdẽ puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculoꝶ, quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ po-

teſt fieri reflexio ad uiſum, aliàs em̄ latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia. ſ.
illa per quæ tranſit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquediſtanter baſi
bus, unde uiſo uno illorũ punctorũ alius punctus latebit propter minoris portionis colũ-
næ ipſius apparentiam. In his uero ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior
portio columnæ, ut patet per quintam huius, unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo
puncta, quæ ſunt extremitates diametri circuli æquediſtantis baſibus columnæ, eodem
modo penitus de ſpeculis pyramidalibus cõcauis declarandum, eius em̄ ſuperficiei plus
medietate uni uiſui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquediſtãtis baſi py-
ramidis oppoſita uideri poſſunt, patet ergo propoſitum.

X.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyra-
midalis concaui oxigonia exiſtente, erit locus imaginis quandoq; ultra ſpe-
culum, quandoq; citra uiſum, quandoq; in centro uiſus, quandoq; in ſuper-
ficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum.

Eſto ſpeculũ columnare concauũ, cuius pars axis ſit d k, & eius ſuperficiei columnaris
& ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit oxigonia, quæ a b g, dico quod poſſibile eſt



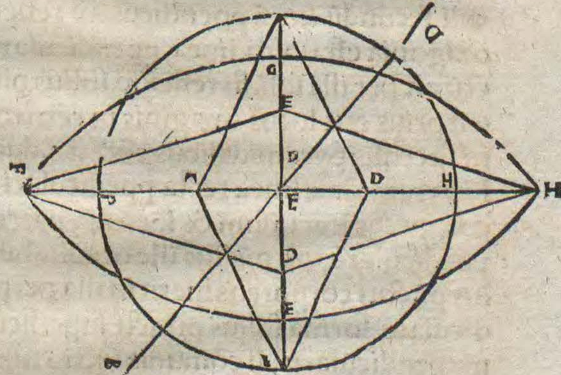
totũ, quod hic pponitur, ducatur em̄ in hac ſectione perpendicularis
ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis quæ
ſit d g, hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius erit ſemidiameter cu
iuſdam circuli ſecundũ illum punctũ ſecantis columnã ſpeculi æque-
diſtanter baſibus, ſecabitq; axem ſpeculi q̃ eſt k d, ſitq; ut ſecet ipſum
in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̄ una, cum à nullo alio pun-
cto ſectionis a b g, poſſit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem
contingentẽ ſpeculũ in puncto reflexionis q̃ ab uno puncto reflexi-
onis, cũ omnes aliæ lineæ à quibuſcũq; punctis ſectionis a b g, ductæ
ad axem d h, ſunt obliquæ ſuper ſuperficiẽ illam ſpeculũ cõtingentem
ut patet per prænominatas ppoſitiones primi huius. Sumatur item
alius punctus ſectionis a b g, qui ſit b, & ducatur ab illo puncto b, li-
nea perpendicularis ſup lineam rectam contingentẽ ſectionẽ a b g,
in puncto b, & hæc quidẽ linea per 114. primi huius, neceſſario cõcur-
ret cũ ppendiculari g d. Sit ergo exempli cauſa, concurſus in puncto
d, qm̄ ſi concurrant ſub puncto d, eadẽ eſt demonſtratio, ſitq; pũctus
b, taliter ſumptũ in ſectione a b g, circa punctũ g, ut angulus b d g, ſit
acutus. Deinde à puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g, linea
æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit g h, & hæc linea cadet
inter pyramidalẽ ſectionem, ideo quia cum angulus g d b ſit acutus ex
hypotheſi, erit ſuus coalternus qui eſt angulus h g d, ſimiliter acutus
per 29. primi, cum lineæ b g & g h, adinuicem æquediſtent. Item
inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in ſuperficie ſectionis q̃
per 2. primi huius, neceſſario cõcurret cũ linea b d, qm̄ ipſa concurrent
cum linea b g, æquediſtante lineæ b d, ſit ergo punctus cõcurſus n, ca-
det itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, ſumat
punctus quicũq;, qui ſit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctũ n,
ſumatur punctũ t, in linea g n. Item à puncto g, ducatur extra ambas
lineas g h & b d, & alia linea inter ſectionẽ a b g, quæ ſit g 3, hæc itaq;
linea g 3, quia cõcurrit cũ linea h g, in puncto g, neceſſario concur-
ret cum linea d b, pducta ultra punctũ b, per 2. primi huius, ſit concur
ſus in puncto e, & ſup g, tm̄ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3
g d, p 23. primi, quæ ſit angulus d g q, cadatq; punctũ q in linea b d.
Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angu-
lus m g d, æqualis angulo n g d, ſintq; omnia puncta q, b & m, in li-
nea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod ſi centrũ uiſus fuerit in puncto 3, reflectet
ad ipſum forma puncti q, à puncto ſpeculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis
punctũ e, & ſi fuerit centrũ uiſus in puncto h, reflectet ad ipſum forma puncti b, à pun-
cto ſpeculi g, & qm̄ kathetus incidentiæ quæ eſt l d, æquediſtat lineæ reflexionis quæ eſt
g h, palam qđ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto ſu-
perficiei ſpeculi à quo fit reflexio quod eſt punctũ g, qui locus eſt primus & pprius ipſi-
us imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui hu-
ius. Si uero centrũ uiſus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipſum forma puncti m, à pun
cto ſpeculi quod eſt g, & locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uiſus fuerit in pũ-
cto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipſo centro uiſus q̃d eſt in puncto n, quod
ſi centrũ uiſus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto
n, quod erit inter uiſum & ſuperficiem ſpeculi, patet ergo propoſitũ, qm̄ in ſpeculis pyra
midalibus concauis poterit ſecundũ præmiſſa cooperante p 113. primi huius, demon-
ſtratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in eadem linea perpendicu-
lari ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq;
ab uno puncto ſpeculi, quãdoq; ã duobus fit reflexio, & locus imaginis ſem-
per erit centrum uiſus.

Sit ſpeculum columnare concauũ, cuius axis ſit a b, ſitq; centrum uiſus c, & punctũ
rei uiſæ d, ſintq; puncta c & d in una linea perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ ſpeculi quæ ſit
e f, uel in alia linea perpẽdiculari ſuper lineam e f, quæ ſit h p, ita qđ punctus e ſit pũctus
ſuperficiei ſpeculi, & punctus f ſit punctus axis a b, & producatur linea e f, ad aliam par-
tem ſpeculi in punctũ g, dico quandoq; ab uno puncto ſpeculi, ut à puncto e, quandoq;
à duobus, ut à punctis e & g, poteſt forma puncti d reflecti ad uiſum t, palam em̄ p 21.
quinti huius, quod linea t e, in qua eſt pũctus



rei uiſæ quæ eſt d, reflectitur in ſeipſam, tunc
em̄ infinitæ poſſunt intelligi ſupficies ſecan-
tes ſe ſuper lineã e f, quarũ quælibet eſt erecta
ſuper ſuperficiẽ contingentem ſpeculũ p 18.
undecimi, cũ linea e f, quæ eſt cõmunis ſectio
illarũ ſuperficierũ ſit erecta ſuper ſuperficiem
ſpeculum in puncto e contingentem, quando
ergo quarundã illarũ ſuperficierum & ſuperfi-
ciei ipſius ſpeculi cõmunis ſectio eſt linea re-
cta, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi æque-
diſtans axi a b, tunc ſicut per 21. quinti huius
in ſpeculis quibuſdã oſtendimus, non fiet reflexio niſi ſuper eandem lineam perpendicu-
larem, quæ eſt e c, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis eſt centrũ uiſus,
qui eſt punctus t, nec uidebit aliq̃s punctus rei uiſæ niſi ſolus ille qui fuerit in ſuperficie
ipſius uiſus, qñ uero aliqua illarũ ſuperficierum perpendicularium ſuper ſuperficiem ſpe-
culum in puncto e contingentẽ, ſecant ſuperficiem concauã ipſius ſpeculi, ita quod cõ-
munis ſectio illarum ſuperficierũ eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ, cuius cen-
trum eſt f, punctũ axis, & tunc ſi punctum f fuerit in diametro p h, inter punctũ c, quod
eſt centrum uiſus, & punctum d, quod eſt pũctum rei uiſæ, ita quod æqualiter diſtet ab
utroq;, ſitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pũcti d, ad uiſum c, reflecti à duob9
punctis ſpeculi, q̃ ſunt e & g, & ſunt pũcta terminãtia diametrũ illius circuli, à q̃libet em̄
illorũ pũctorũ fit reflexio formæ pũcti d, ad uiſum c, ideo q̃d angulus d e f eſt æq̃lis angulo
f e c, & ſimiliter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorũ em̄ trigonorũ d f e
& f e c, duo latera d f & f c ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus f e eſt cõmune, angulusq;
d e f, eſt æq̃lis angulo c f e, quia uterq; eſt rectus, & ſimiliter eſt in trigonis d f g & c f e, an
gulum

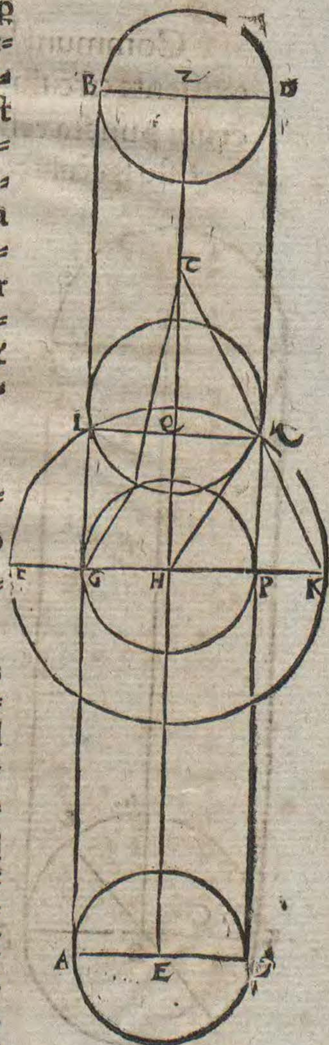
gulum itaqꝫ d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f,& angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & qm̃ kathetus incidentiæ qui eſt d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit niſi in centro uiſus,quod eſt c,patet per 37.quinti huius,qm̃ centrum uiſus eſt locus imaginis formæ puncti d,alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ eſt c d h,non reflectunt̃ ad uiſum c, à puncto ſpeculi h, niſi ſolus ille punctus qui eſt in ſuperficie ipſius uiſus, ut ſupra patuit,ideo qđ non reflectitur niſi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illaꝝ ſupficierum ꝑpendiculariũ ſupꝫ ſuperficiem ſpeculũ propoſitum in puncto e cõtingentem, & ſuperficiei ſpeculi fuerit oxigonia ſectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uiſum ab aliquibus alijs punctis ſectionis, tñ ſicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ ꝑpendiculares ſupꝫ ſupficiem in ſupficie ſectionis ſe intrinſecare non poſſint, ſicut in ſuperficie circuli æquediſtantis baſibus ſpeculi ſe tales duæ diametri ſecant ſuper centrũ f,ut iam patuit,quæ ſunt p h & e g,nõ em̃ eſt diameter ſectionis quæ eſt p h, perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto h,ſed oblique incidit ſuper illam, quando diameter e g, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi,& hoc accidit ꝑpter obliquationem ſectionis oxigoniæ ſuper axem columnæ ſpeculi,non ergo reflectet̃ forma puncti d,ad uiſum c,per lineam c d h,ſed ſi puncta d 3 c, æqualiter diſtent à pũcto f,ita ut linea d f,ſit æqualis lineæ f c, tunc à punctis ſpeculũ e & g,quæ ſunt termini lineæ ꝑpendicularis ſuper ſupficiẽ ſpeculi,quæ eſt linea e f q, poteſt fieri reflexio formæ puncti d,ad uiſum c,per 20.quinti huius,& per 4. primi, ut ſupra patuit, qm̃ anguli d e f,& f e c ſunt ęquales,& itẽ anguli d g f,& f g c ſunt æquales,& pũctũ rei uiſæ quod eſt d, & centrũ uiſus qđ eſt c,ſunt cũ ambobus punctis reflexionis,qui ſunt e & g,& cũ puncto axis f, cui incidit linea e f g,quæ eſt ꝑpendicularis ſupꝫ ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculum in punctis e & g,in eadẽ ſuperficie ipſius ſectionis,patet ergo qđ fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uiſum c,& erit locus imaginis in utriſqꝫ centrũ uiſus qđ eſt c,ſed ſi puncta d & c,fuerint in ꝑpendiculari e f, tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ niſi ſolũ à puncto e, qm̃ forma incidens ſuperficiei ſpeculi ſecundũ lineã ꝑpendicularẽ reflectit̃ ſecundũ eandẽ perpendicularẽ, & in ſectione oxigonia eſt unica linea ꝑpendicularis ſupꝫ ſupficiẽ ſpeculũ cõtingentẽ, q̃re ut prius dictũ eſt per illã ſolã fit reflexio ſolius pũcti lineæ ꝑpẽdicularis,q̃ eſt ĩ ſuperficie uiſus,& ſicut prius erit locus imaginis in cẽtro uiſus. Eodẽ q̊qꝫ mõ deducẽdũ,patet idẽ ꝑpoſitum in ſpeculis pyramidalibus cõcauis,ducta em̃ à centro uiſus ad ſupficiẽ cõtingẽtẽ ſpeculũ pyramidale linea recta ꝑpẽdiculari ſupꝫ illã ſupficiẽ, ſi ĩ illa ꝑpẽdiculari ſumat̃ pũctus corporeus ĩter uiſum & ſpeculũ, patet qđ nõ reflectet̃ forma eius ad uiſum ſecundũ illã ꝑpẽdicularẽ,qm̃ pũctus ille occultabit tm̃ ꝑpẽdicularis,& nõ reflectet̃ ab ipſo,ſi aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari,reflectet̃ ad uiſum ſecundũ hanc perpẽdicularẽ forma ſolius puncti ſuperficiei uiſus, qđ punctũ ex illa ſupficie uiſus ſecat ipſa perpendicularis, ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi,ab uno tm̃ pũcto ſpeculi fit reflexio, ſicut & in alio ſpeculo colũnari poſitũ ſum eſt,qđ ſi ſectio fuerit oxigonia q̃nqꝫ ab uno puncto,q̃nqꝫ à duobus poteſt fieri reflexio ſecundũ diuerſitatẽ ſitus rei uiſæ & cẽtri uiſus, qm̃ punctis c & d exiſtentibꝰ in linea f p,fiet reflexio à puncto h,& ſi puncto t,exiſtẽte in linea f g,pũctus d,ſit in linea f e,fiet reflexio forte à punctis h & p, & ſemꝑ locus imaginis eſt centrũ uiſus, uniuerſaliter em̃ tam in ſpeculis pyramidalibꝰ q̃ colũnaribus concauis exiſtẽte axe ſpeculi ĩter uiſum & ſpeculũ nõ fiet reflexio ꝑ lineã ad uiſum ꝑpendicularẽ niſi ab uno tm̃ pũcto ſpeculi quẽ ſecat illa ꝑpendicularis,& ſolum illius puncti ſupficiei uiſus,quẽ ſecat illa perpendicularis ducta à centro uiſus,hoc quoqꝫ qđ ꝑmiſimus, tunc demum uerum eſt,ſi linea f h fuerit ꝑpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi,quod eſt poſſibile fieri in ſpeculis pyramidalibus,non aũt in ſpeculis columnaribus, quia tunc ſemꝑ ſectio eſt obliqua ſuper ſupficiem ſpeculi,& ſimiliter eſt de linea f p,patet ergo ꝑpoſitum, qm̃ ſectionem pyramidalẽ poſſibile eſt ſic diſponi,ut linea p h,ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & ut ordinetur reflexio ſecundum illud.

Centro

XII.

Centro uiſus exiſtente in centro baſis ſpeculi columnaris concaui, aut circuli æquediſtantis baſi fiet reflexio formæ ipſius oculi ab arcu circuli ſpeculi ſimili arcui circuli magni qui eſt in ſuperficie oculi,eritq́ꝫ locus imaginis cẽtrum uiſus.

Sit ſpeculũ columnare concauũ,cuius axis ſit a b,ſitq́ꝫ centrũ uiſus in puncto b,quod per 92.primi huius,eſt centrũ circuli,quæ eſt baſis ſpeculi,dico quod forma ipſius circuli uidentis reflectetur ad ipſum uiſum ab arcu circuli baſis ſpeculi, ſimili arcui circuli magni,qui totius ſphæræ oculi tranſiens per centrũ foraminis uneæ, & per centrum oculi, hoc eſt arcui,qui interiacet extremitas perpendiculares,quæ à centro uiſus ſecantes periferiam foraminis uneæ duci poſſunt ad periferiam circuli ſpeculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ,& per totam periferiam cuiuſdam arcus circuli magni ſphæræ ipſius oculi ſecantis portionem ſphæræ oculi,cui correſpondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ oculi per 72.primi huius,quoniam ducantur à cẽtro,ſed eædem lineæ ad periferiam circuli baſis ſpeculi productæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi per eandẽ rationẽ,q̊niam exeunt à centro illius circuli quod eſt b. Iſtæ ergo lineæ ſunt perpendiculares ſuper utraſqꝫ iſtas ſuperficies,ergo per 21.quinti huius, ipſæ reflectũtur in ſe ipſas,formæ ergo pũctorũ ſuperficiei oculi in illis perpẽdicularibus cadentes reflectuntur ad uiſum per eaſdẽ,& quoniã circulus ſphæræ oculi & circulus baſis ſpeculi cũ idẽ centrum habeant,ſunt circuli æquediſtantes, patet ꝑ diffinitionẽ ſimilium arcuũ,quod arcus quaſqꝫ duas ipſarũ ſemidiametros interiacentes ſunt ſimiles,arcus itaqꝫ circuli ſpeculi à quo fit reflexio,eſt ſimilis arcui oculi qui reflectitur,& forte illa arcus hinc inde eſt quantitas circuli,quia ſicut in 4.theoremate tertij huius, diximus, latus rectum ſubtenſum arcui circuli magni,& ſphæræ ipſius oculi tranſeunti per centrum uneæ & trans totum foramen uneæ,eſt quaſi æquale lateri quadrati inſcriptibilis ipſi ſphæræ oculi, illi autem correſponder in centro angulus rectus,& in ſuperficie ipſius ſphæræ 4.circuli per ſexti,locus autem imaginis omnium punctorum ſuperficiei oculi taliter reflexorum eſt in centro ipſius uiſus, ut patet per præmiſſam, & quoniam de quocunqꝫ circulo ſpeculi æquediſtante baſi,eſt eadem demonſtratio,patet ergo propoſitum.



XIII.

In ſpeculis columnaribus concauis ſumptis duobus punctis in axe ſpeculi poſsibile eſt unum reflecti ad alterum à toto uno circulo ſpeculi, locusq́ꝫ imaginis erit quidam circulus extra ſuperficiem ſpeculi.

Eſto ſpeculum columnare concauũ, cuius axis ſit e 3, ſintq́ꝫ t & h, duo puncta ſignata in axe, dico quod eſt poſsibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum,ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d baſes ſpeculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pũcto q per 10.primi,& ſuper centrum q deſcribatur circulus in ſuperficie ſpeculi æquediſtans baſibus ſpeculi per 102.primi huius,cuius diameter ſit linea l q n,ducantur quoqꝫ lineæ longitudinis ſpeculi per 101 primi huius quæ ſint b l a, & d m g, fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter ſit linea k h p & ducantur lineæ t l,t m,h l,quia axis ſpeculi, qui eſt e 3, per 92.primi huius,erectus eſt ſuper ſuperficiem circuli l m,patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m ſunt recti,ſed & linea t q,eſt æqualis lineæ q h,ex hypotheſi,& lineæ q m & q l ſunt æquales

per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt t q m & h q m, & t q l, & h q l, sunt æquiangula, angulus itaq; t l q, est æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto c, & alicuius rei uisæ punctus fuerit h, reflectetur forma puncti h, ad uisum existentem in puncto speculi quod est l, & similiter à puncto m, si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod est pars axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principiũ, tunc punctus l, motu suo describet circulũ, & semper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectetur forma puncti h, ad uisum existentẽ in puncto t, quia uero diameter p h k, est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h, producatur itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra superficiem speculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, producta, cõcurret autẽ per 14 primi huius, quoniã fiet cũ angulus t h k, sit rectus, angulus h t l est acutus, sit pũctus cõcursus f, similiter quoq; producto katheto h p, ultra punctũ p, cõcurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m, sit punctus concursus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebitur simul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu punctus f, describet circulũ extra columnam speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit probandi modus sumptis quibuscunq; duobus pũctis in axe speculi, oportebit tamẽ hoc modo uisum taliter sisti, ut cẽtrũ eius sit directe in axe speculi, & pũctus rei uisæ sit in aliquo cẽtro circuli speculi, aut circuli basis, aut æquedistãtis ei, aliàs enim locus imaginis non occurret uisui extra speculũ, patet ergo propositum.

XIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo, quãdoq; unũ, quãdoq; duo, quãdoq; tres, quãdoq; quatuor erunt puncta reflexionis & nõ plura, & secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.



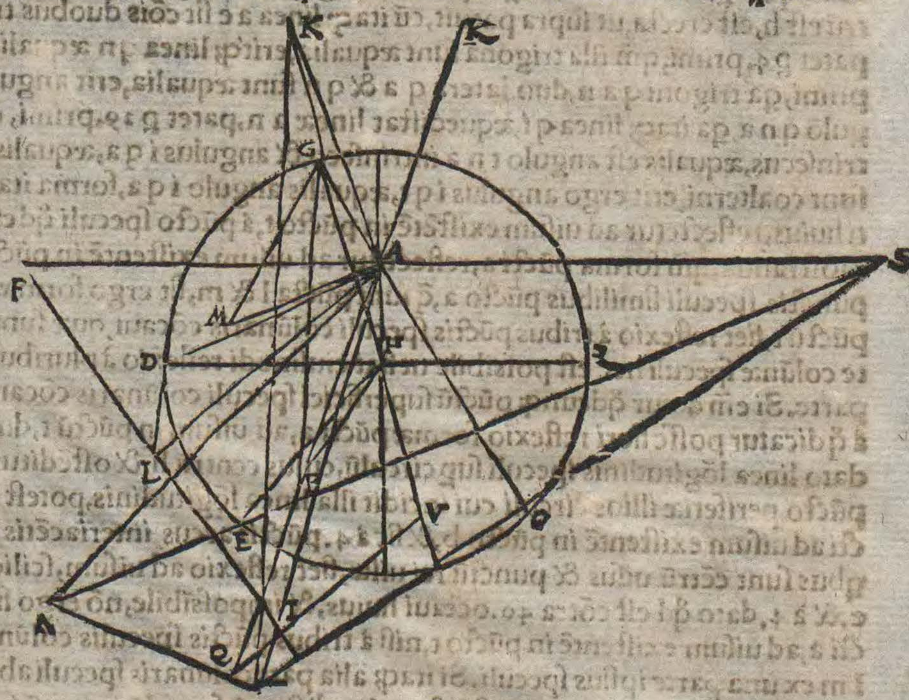
Esto speculũ columnare concauũ, cuius axis a b, sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, qui c d, e f, cuius centrũ sit b, sitq; centrũ uisus g, & punctũ rei uisæ h, quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur. ducãtur enim diametri g b & h b, quæ producantur ad periferiã circuli, patetq; per 40. octaui huius qm̃ possibile est quãdoq; formã pũcti h, reflecti ad uisum existẽtẽ in pũcto g, ab uno tm̃ pũcto circuli c d e f, qñq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, nõ aũt à pluribus, & qm̃ in proposito cũ reflexio fiat à circulo speculi nõ est aliqua differẽtia quo ad illud, patet ergo primũ ꝓpositũ, patet ergo etiam prout ostensum est in 11. octaui huius, siue katheti incidentiæ concurrant cũ lineis reflexionis siue æquedistent, quod secundũ numerũ linearũ reflexionis imagines numerantur, & hoc est totum quod proponebatur.

XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexiõis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundã à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare cõcauũ, cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq̃ incidẽs speculo, ita q̃d nõ sit in aliqua linearũ perpẽdicularũ sup supficiẽ speculi, quæ sit punctus a, taliter ut cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, sit sectio oxigonia, dico quod possibile est ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. punctis alicuius oxigoniæ sectionis

sectiõis fiat reflexio ad uisum, & qñq; unica appareat imago, quãdoq; 2, qñq; 3, quãdoque 4. & nõ plures imagines, quoniã totidẽ sunt puncta reflexionis tantũ possibilia, imaginetur itaq; superficies plana transiens per punctũ a, æquedistans basibus speculi ꝓpositi, eritq; cõmunis sectio huius superficiei, & superficiei speculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ sit h, sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctũ q̃d sit b, inæqualiter distans à cẽtro h, in pũcto a, & ducãtur à pũctis a & b, ad centrũ circuli h, lineæ a h & b h, & cõpleantur diametri illius circuli eisdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde ꝓductis, palã ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate præcedẽte, & in 40. huius, q̃d ab uno pũcto arcus interiacẽtis duas semidiametros a h & b h potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentẽ in pũcto b, uel forsitan à duobus uel à tribus, sed nõ à pluribus, ab arcu uero opposito isti arcui utpote ab illo arcui q cadet inter easdẽ semidiametros ꝓductas ad aliam partẽ periferiæ circuli non potest fieri reflexio formæ puncti a, ad uisum b, nisi ab uno tãtum puncto. Esto itaque quod forma pũcti a, reflectatur ad uisum h, à tribus punctis speculi propositi arcus, scilicet unius interiacentis semidiametros a h & b h, quę sint puncta g d e, & ducantur lineæ a g, h g, a d, h d, b d, a e, h e, b e, & à puncto a, rei uisæ, ducantur in eadẽ superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris



quæ sunt h g, h d, h e, quæ lineæ æquedistantes sint a k, a f, a n, ita quod linea a k sit æquedistans semidiametro h g, & linea a f, semidiametro h d, & linea a n, semidiametro h e, cũ itaq; linea a k, sit æquedistans semidiametro h g, & linea b g, cõcurrat cũ eadẽ semidiametro in pũcto g, palã per 2. primi huius, quoniã linea b g, cõcurret cum linea a k, sit ergo pũctus cõcursus k. Similiter q̃q; per eandẽ rationẽ linea b g d, cõcurret cũ linea a f, sit concursus pũctus f, similiter q̃q; linea b e, cõcurret cũ linea a n, sit pũctus cõcursus n, deinde à pũcto b, erigatur perpẽdicularis super superficiẽ circuli, cuius centrũ h, per 12. undecimi, quæ sit b t, & quoniã axis x h, est perpendicularis sup supficiẽ illius circuli, erit p 6. undecimi, linea b t, æquedistãs axi x h. Sumaturq; in linea b t, punctũ q̃dcũq;, q̃d sit t, & ab illo ducãtur tres lineæ ad tria pũcta k f n, q̃ sint lineæ t k, t f, t n, & à tribus pũctis g d e, erigantur p 12. undecimi, tres perpẽdiculares sup supficiẽ circuli, cuius centrũ l h, q̃ sint g m d l, e q, erunt ergo p 6. undecimi, lineæ b t & e q æq̃distantes, & qm̃, ut patet p 1. primi huius, oẽs lineæ æq̃distantes sunt in eadẽ superficie, palam p 1. undecimi, qm̃ lineæ b t & e q sunt in superficie trianguli b t n, igitur linea e q, secabit lineã t n, sit ut secet ipsam in pũcto q, & penitus per eundẽ modũ sit ut linea d l, secet lineã t f in pũcto l, & linea g m secet lineam t k, in pũcto m. Erũtq; per 92. primi huius, hæ 3. lineæ scilicet e q & d l, & g m, partes linearũ lõgitudinis speculi, cũ sint in superficie colũnæ speculi ꝑpendiculariter ꝓductæ super supficiẽ circuli, cuius cẽtrũ h, & per cõsequẽs sint erectæ sup bases speculi per 32. primi huius, & à puncto q, ducatur per 31. primi, linea æq̃distantis lineæ n a, quæ sit linea q u, hæc itaq; per 30. primi, erit æquedistans lineæ h e, qm̃ ipsa h e, æquedistat lineæ a n, ut patet ex præmissis, q̃a itaq; axis x h, cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi hu-

lus, quoniam ipse axis cōcurret cū eius æq̄distante ducta à pūcto q, sit cōcursus in pūcto u, & sit illa æq̄distans linea q u, & ducat̄ linea t a, hæc itaq; secabit lineā q u, quoniam linea q u, ducitur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æq̄distantis basi t b, & oēs illæ lineæ sunt in eadē superficie, lineaq; t a, producta est inter lineā t u, æq̄distantē axi h u, & inter ipsum axē, patet q̄d linea t a, secabit lineam q u, sunt enim ambæ in eadē supficie, sit itaq; linearū a & q u, pūctus sectiōis i, & ducatur linea q a, quia itaq; lineæ h e & a n, sunt æq̄distantes, ut supra patuit, palā per 29. primi, quia angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt æquales, quia coalterni, sed angulus reflexiōis, q̄ est h e b, est æqualis angulo incidētiæ, q̄ est a e h, per 20. quinti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo per 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed linea e q est perpendicularis sup superficiē trigoni a e n, quia & sup superficiē circuli, cuius cētrū est h, est erecta, ut supra patuit, cū itaq; linea a e sit cōis duobus trigonis q e a & q e n, patet per 4. primi, quoniam illa trigona sunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo per 5. primi, quia trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, quia itaq; linea q i, æquedistat lineæ a n, patet per 29. primi, quoniam angulus t q i extrinsecus, æqualis est angulo t n a intrinseco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, quia sunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; pūcti a, per 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existētē in pūcto t, à pūcto speculi q̄d est q, & eodē modo demōstrandū, quoniam forma pūcti a, reflectitur ad uisum existentē in pūcto t, ab alijs duobus punctis speculi similibus pūcto a, q̄ sunt pūcta l & m, sit ergo formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, fiet reflexio à tribus pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m, & ex eadē parte colūnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio à pluribus pūcti speculi ex illa parte. Si enim detur q̄dcunq; pūctū superficiei speculi colūnaris cōcaui aliud ab istis tribus à q̄ dicatur posse fieri reflexio formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, ducatur ab illo puncto dato linea lōgitudinis speculi sup circulū, cuius centrū h, & ostēditur modo p̄misso, q̄d à pūcto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lōgitudinis, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, & sic à 4. pūctis arcus interiacētis diametros circuli, in quibus sunt cētrū uisus & punctū rei uisæ, fiet reflexio ad uisum, scilicet à tribus pūctis g d e, & à 4. dato q̄d est cōtra 40. octaui huius, & impossibile, nō ergo fiet reflexio formæ pūcti a, ad uisum existentē in pūcto t, nisi à tribus pūctis speculis colūnaris cōcaui, q̄ sunt q l m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars colūnaris speculi abscisa fuerit, patet q̄d tantū fiet reflexio à tribus pūctis speculi, q̄d si totū speculū integrū fuerit, possibile est fieri reflexionē à pūctis 4. Iam enim patuit per 27. octaui huius, q̄d ex arcu circuli, cuius cētrū h, opposito arcui g t d e c, potest forma pūcti a reflecti ad uisum existentē in pūcto b, ab uno tantū pūcto. Sit ergo illud punctū 3, & ducatur semidiameter h 3, à pūcto a per 31. primi, ducatur linea æq̄distās, quæ sit a f, & ducatur linea reflexiōis quæ sit b 3, cōcurrēs cū linea a f in pūcto f, cōcurret aūt per 2. primi huius, quoniam cōcurrit cū linea h 3 æquedistāte ipsi a f, & à pūcto 3, erigatur sup supficiē circuli cuius centrū h, linea 3 o, perpēdiculariter per 12. undecimi, hæc ergo per 6. undecimi æquedistabit lineæ b c. ducat̄ itaq; linea t f, quæ sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineā 3 o, quoniam sunt in eadē superficie, sit ergo pūctus sectionis o, patebitq; secūdū p̄missos prius modos quoniam forma pūcti f, reflectit̄ ad uisū existētē in pūcto t, & à pūcto speculi q̄d est o, nec erit possibilis reflexio ab aliq̄ pūcto superficiei speculi ex illa parte p̄ter q̄ à pūcto o. Si enim detur q̄d ab aliq̄ alio pūcto hoc sit possibile, sequetur ut prius deduximus, q̄d similiter ab alio pūcto illius arcus circuli, cuius cētrū h, q̄ à pūcto 3, possit forma pūcti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, q̄d est impossibile, & cōtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pūcti a, ab uno pūcto circuli, cuius cētrū h, reflectitur ad uisum existētē in puncto b, reflectetur eadē forma pūcti a, ad eādē speculi colūnaris cōcaui ad uisum existentē in pūcto t, ab uno tantū speculi pūcto, & si à duobus pūctis speculi fiat reflexio formæ pūcti a ad b, & à duobus pūctis speculi reflectetur a ad t. Si uero una harū reflexionū à tribus fiat pūctis, fiet etiā reliqua à tribus, & ab illa parte circuli uel speculi nō est possibile fieri plures reflexiōes, sicut aūt ab uno tm̄ pūcto arcus oppositi in circulo fit reflexio formę pūcti a ad pūctū b, sic etiā ex illa parte speculi a uno tantū pūcto fit reflexio formæ pūcti a, ad uisum existētē in pūcto t. Itē linea t b ęquedistat axi x h,

x h. Sunt ergo in eadē superficie per 1. primi huius, quæ est superficies b h u, nec enim potest alia sumi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Item nec potest sumi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter super superficiem circuli, cuius centrū est punctum h, cum per 92. primi huius, axis h u, sit perpendicularis super ipsam, punctus ergo c, non est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli, sed nec illa puncta c & a, sunt in eodem circulo, sed nec sunt in axe speculi, quoniam linea b c est æquedistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uisum existentē in puncto c, est oxigonia sectio, uerū producta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cū quatuor sint superficies reflexiōis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficierū necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & c, patet quod linea p r est cōmunis illis quatuor superficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, sunt centrum uisus, quæ est punctum c & punctum rei uisæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, quælibet autē illarum superficierum secat speculum super superficiem cōtingentem speculum in puncto suæ reflexionis, & cuilibet illarum superficierum reflexionis, & superficiei in illo puncto speculum contingentis cōmunis sectio est linea recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem, sicut lineæ cōmunes illarum sectionum sunt eædem, linea itaq; p r, est perpendicularis super unam tantum illarum quatuor cōmunium linearum non super duas, quoniā si esset perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpēdicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p r, necessario transiret axem, cum tamen ostensum sit prius quod linea c a, quia est pars lineæ c p r, cadat citra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpēdiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à puncto rei uisæ quod est a, quæ erunt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares super oxigonias sectiones cōmunes illis superficiebus reflexionum & speculi. Quælibet itaq; istarum perpendicularium aut erit æquedistans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, siue intra speculum siue extra, si fuerit æquædistans, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis, ut supra patuit in 11. huius, & cū quatuor sint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines, ideo quod quatuor sunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis suarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundum numerum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

XVI.

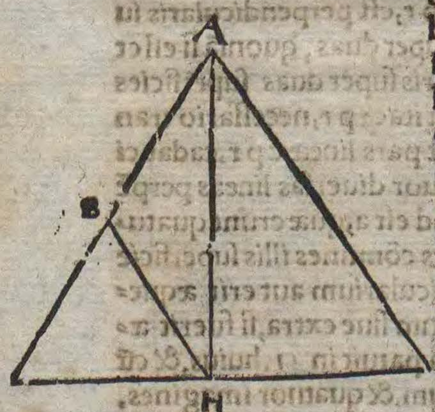
In speculis columnaribus concauis dato centro uisus in puncto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculū columnare concauū, cuius axis sit d h, sitq; punctū rei uisæ, & a centrū uisus b, quæ fiunt in locis datis, dico quod est possibile punctū reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uisæ quod est a, & centrū uisus quod est b, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lōgitudinis, potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquedistanter basibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis sectio superficiei illius, & superficiei speculi circulus, cētrum itaq; uisus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut nō, si sic, potest reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, sicut supra in 27. octaui huius, docuimus in speculis sphæricis concauis. Si uero centrum uisus b, nō fuerit in superficie illius circuli, tunc cum punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sit in superficie reflexionis, per 3 huius, patet quod cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in hoc situ est sectio oxigonia, ducatur ergo à puncto b, centro uisus perpendicularis super superficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota probatio proximæ præcedentis, est palā, quia inuenitur pūctus reflexiōis, q̄d est p̄positū.

XVII.

Centro uiſus exiſtente in puncto, qui eſt communis ſectio axis, & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum pyramidale concauum fiet reflexio formę ipſius oculi ab una totali periferia circuli ſpeculi ęquediſtantis baſi, & ſolum per lineas perpendiculares, locusꝙ imaginis erit in centro uiſus.

Eſto ſpeculū pyramidale concauum, cuius axis ſit a h, & ducatur à pūcto h, linea perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē ſpeculum in puncto b, erit itaqꝫ punctus h, cōmunis ſectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ eſt h b, dico quod ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidētis à tota periferia unius circuli ſpeculi æquediſtantis baſi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a, uertex ſpeculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis ſpeculi, eritꝙ trigonū h b a orthogoniū, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpēdicularitatē lineæ h b, ſuper lineam a b, imaginentur ergo à puncto h, plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b, perpendicularis ſuper lineam lōgitudinis quæ eſt a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quouſqꝫ ad locū unde exiuit redeat, deſcribetꝙ punctū b, circulū in periferia concauitatis ſpeculi, à cuius quolibet periferiæ pūcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentē in puncto h, ſecundū lineas perpendiculares ſimiles lineæ h b, hoc eſt ſecundū lineas, quas motu ſuo determinabit linea h b. Fiat autem reflexio ſolū ſuperficiei illius uiſus per 21. quinti huius, & ſolū partis ſuperficiei uiſus, quam ſecāt duæ lineæ perpendiculares à centro oculi exiſtentes, & maiorem angulum qui eſt in poſsibilis cōtinentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus, quoniam non fit reflexio niſi ſecundū perpendiculares, patet itaqꝫ propoſitum, ita tamen quod inter centrum uiſus, & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod corpus ſolidū quod obſiſtat.



XVIII.

Exiſtentibus centro uiſus punctoꝙ rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis concaui, poſsibile eſt reflectionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi, locusꝙ imaginis erit quidam circulus extra ſpeculum.

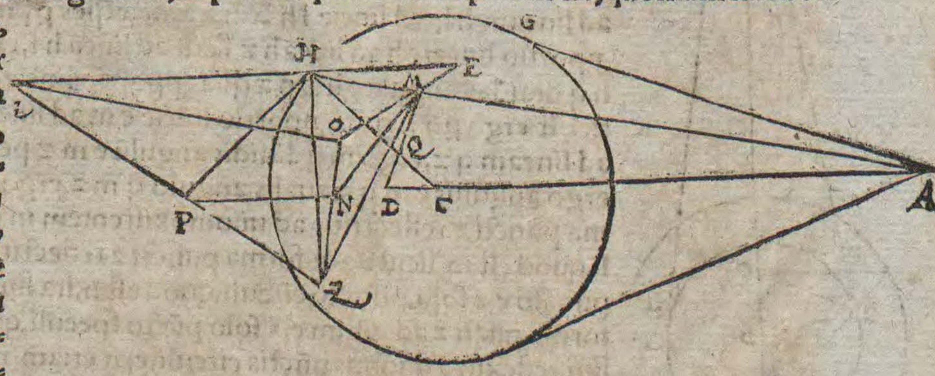
Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit linea a h, & uertex a, ſitꝙ centrum uiſus in puncto h, & ſit pūctus rei uiſæ in puncto axis qui ſit t, imagineturꝙ ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecundū axis longitudinem, quæ ſit a b h g, & quoniam linea a h eſt axis ſpeculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis ſpeculi per 90. primi huius, ducatur itaqꝫ à puncto rei uiſæ quod eſt t, linea perpendicularis ſuper lineam a b, quæ ſit t q, & producatur ultra punctum q, extra ſpeculum ad punctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l, hæc itaqꝫ neceſſario ſecabit lineam a b, quoniā eſt cū illa in eadem ſuperficie, ſit ergo ut ſecet ipſam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem ſpeculi ſit linea b d ſecans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam itaqꝫ cum linea t q ſit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d per 29. primi, quia ſunt coalterni, & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti t, reflectitur à pūcto ſpeculi quod eſt b, ad centrū uiſus exiſtens in puncto h, & quoniam linea t q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per diffinitionem, quoniam ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti t, cōcurret autem kathetus t q, cū linea reflexionis quę eſt h b, in puncto l, eſt ergo pūctus l, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius

huius, ſi itaqꝫ fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quouſqꝫ redeat ad locū unde incepit, tunc punctus b, motu ſuo deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uiſum exiſtentem in puncto h. Similiter quoqꝫ l, motu ſuo deſcribet circulum extra ſpeculum, in cuius totali periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uiſum h, concurrent, patet itaqꝫ propoſitum.

XIX.

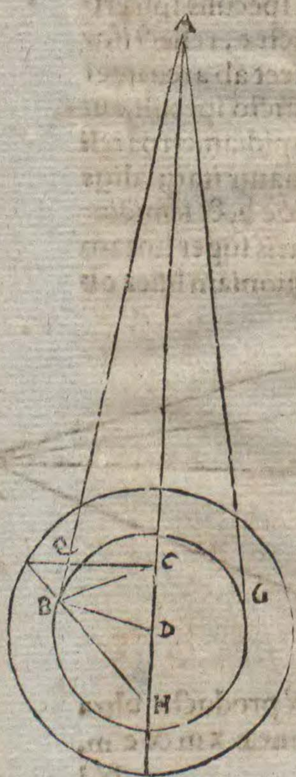
In pyramidalibus concauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente, & centro uiſus punctoꝙ rei uiſæ exiſtentibus in eadem ſuperficie baſis ſpeculi aut ei æquediſtantis, neqꝫ ſit ipſorum aliquod in axe ſpeculi formarum punctorum rei uiſæ, quarundam fit ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum a g u, cuius axis ſit a d, & uertex a, ſitꝙ punctus e centrum uiſus, & ſit z punctus rei uiſæ oblique incidens ſpeculo, ita quod non ſit in aliqua linearum perpendicularium ſuper ſuperficiem uiſus, neqꝫ ſit in axe ſpeculi quod eſt a d, neqꝫ fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis ſpeculi, fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uiſum e, ab aliquo puncto ſuperficiei propoſiti ſpeculi. Erit ergo neceſſario communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia per ſecundam huius, & ſint puncta e & z, in eadem ſuperficie circuli baſis ſpeculi aut æquediſtantis ei, dico quod eſt poſsibile, ut ab uno tantum pūcto ſpeculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uiſum, & quandoqꝫ unica apparebit imago, quandoqꝫ duæ, quandoqꝫ tres, quandoqꝫ quatuor, nec eſt poſsibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum ſunt puncta reflexionis poſsibilia, imaginetur itaqꝫ ſuperficies plana tranſiens per punctum z, æquediſtans baſi ſpeculi, hæc itaqꝫ ſuperficies per 100. primi huius, ſecabit ſpeculum ſecundum circulum, centrum itaqꝫ uiſus quod eſt punctum e, ut patet ex hypotheſi erit in ſuperficie illius circuli, cuius centrū ſit c, & ducatur linea e z, quæ producta ſecet illum circulū, palam ergo per ea quæ demōſtrata ſunt in ſpeculis ſphæricis concauis per 40. octaui huius, quoniam in tali diſpoſitione forma pūcti z, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte ſcilicet ab arcu interiacente ſemidiametros, in quibus puncta z & e, conſiſtunt, aut ab uno puncto ſpeculi, aut à duobus, aut à tribus, & ex alia parte ab arcu ſcilicet interiacente illas ſemidiametros reliquas, in quibus puncta z & e nō conſiſtunt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaqꝫ aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod ſit h, & ducantur lineæ z h & e h, & ſemidiameter c h, patet itaqꝫ per 17. tertij, quoniam linea c h, eſt perpendicularis ſuper lineam circulum in puncto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam eſt, quoniam linea c h diuidit angulum z h e, per æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h, ſecabit lineam e z, ſit ergo punctus ſectionis q ducaturꝙ per 101 primi huius, linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter ſuper lineam a h, per 12. primi, quæ ſit q m ſecans lineam a h in puncto m, & producta ultra punctum q, ſecet axem ſpeculi, qui eſt a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,



& à

& à puncto z,quod eſt pũcta rei uiſæ ducatur in ſuperficie illius circuli linea æquediſtãs
lineæ q h,quæ ſit z l,quia itaq; linea e h cõcurrit cũ linea q h in pũcto h,patet per 2.primi
huius,quõ linea e h ,pducta ultra punctũ h,cõcurret cũ linea z l,ſit cõcurſus pũctus l, & à
pũcto h,ducatur linea ppendicularis ſuper lineã l z,q̃ ſit h p,deinde in ſuperficie e m z du-
catur à pũcto z,linea æquediſtans lineæ q m,q̃ ſit linea z o,quia ita linea e m cõcurrit cũ
linea m q,patet p 2.primi huius,quod ipſa concurret cũ linea z o ipſius æquediſtante. Sit
ergo cõcurſus in pũcto o,& ducatur linea l o,& à pũcto p,ducatur linea æquediſtans line
æ l o,quæ ſit linea p n ſecans lineã z o,in pũcto n,& ducatur linea m n,palam itaq; ex pr̨
miſſis,& p 20.qnti huius,q̊d angulus e h q eſt æqualis angulo q h ſi,ſed qa lineæ c h & l z
æquediſtant,patet p 29.qđ anguli q h z & h z l ſunt æquales,quia coalterni, ſed & angu-
lus q h e extrinſecus eſt æqualis angulo h l z intrinſeco,anguli ergo h l z & h z l ſunt ǫqua
les,ergo per 6.primi,latera h l & h z ſunt æqualia,ſed linea h p eſt perpendicularis ſuper
lineam l z baſem yſochelis h l z,erunt ergo per 31.primi huius,trigona h l p & h p z ſimi
lia,ergo per 4.ſexti,cum linea h p,ſit ambobus illis trigonis communis,erit linea l p æqua
lis lineæ p z,ſed in trigono l o z,linea p n eſt æquediſtans lineæ l o, ergo per 2.ſexti,erit
pportio lineæ z n ad lineã o n,ſicut lineæ z p ad lineã p l. Eſt ergo linea z n æq̃lis lineæ n
o,itẽ cũ ſicut patet ex p̃miſſis linea o z ſit æq̃diſtans q m, & linea h q ſit æq̃diſtans l z,er-
go p 15.undecimi,erit ſupficies z l o æq̃diſtans ſupficiei q m h , & ſuperficies e o l, ſecat il
las duas ſupficies, ſuperficiẽ qdẽ q h m ſecũdũ lineã h m,& ſupficiẽ l o z ſecundũ lineã l o,
ergo p 16.undecimi,cõmunes ſectiones ſuperficiei e o l,cũ illis duabus ſuperficiebus æq̃-
diſtantibus ſunt æquediſtantes,linea ergo h m æquediſtabit lineæ l o,ſed linea p n æque
diſtat lineæ l o,ergo per 30.primi,lineæ h m & p n æq̃diſtant,qa itaq; linea h p cadit in-
ter lineas h c & l z æq̃diſtãtes,patet per 29.primi,quia anguli h p l & p h c ſunt æquales,
quia coalterni,ſed angulus h p l eſt rectus,ergo angulus p h c eſt rectus,ergo per 15.ter-
tij,lineæ p h cõtingit circulũ,igitur ſuperficies a h p eſt cõtingens pyramidem ſpeculi,er-
go per 95.primi huius,cõtingit lineam illã ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a h,& in
hac ſupficie erũt ambæ lineæ p n & n m,linea quidẽ m h, qm̃ eſt pars lineæ longitudinis,
quæ eſt a h linea uero p n,per 2.primi huius. Omnes enim lineæ æquediſtantes neceſſa-
rio ſunt in eadem ſuperficie,& linea p n & h m æquediſtant,linea uero n m,eſt in eadem
ſuperficie per 1.undecimi,quoniam pũcta n & m,ſunt in illa ſuperficie,eſt autẽ linea d m
ppẽdicularis ſup ſuperficiẽ a h p,ſpeculũ cõtingentẽ , ergo linea d m eſt
perpẽdicularis ſup lineã n m,p diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis ſuper
ſuperficiẽ,ſed lineæ d m & o z æquediſtãt,ut prius patuit,ergo p 29.pri-
mi,lineam n m q̃ eſt perpẽdicularis ſup lineã d m,erit perpẽdicularis ſuper
eius æq̃diſtãtẽ q̃ eſt z o,ſed linea o n eſt æq̃lis z n.ergo p 4.primi , erit li-
nea m o æq̃lis m z,ergo p 7.qnti,erit proportio lineæ e m ad lineã m o,
ſicut eiuſdẽ ad lineã m z. Eſt aũt ,pportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut li-
neæ e q ad lineã q z p 2.ſexti,cũ lineæ m q & o z ſunt æq̃diſtantes,in tri-
gono o z e,uel ſic eſt aũt ,pportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e h
ad lineam h l,ſed lineæ l h & h z ſunt æq̃les p p̃miſſa , ergo p 7.qnti, eſt
,pportio lineæ e h ad lineã h z,ſicut ad lineã h l,eſt aũt p 3.ſexti , cũ linea
h q,diuidat angulũ e h z p æq̃lia,,pportio lineæ e h ad h z , ſicut e q ad q
z. Eſt ergo p 11.qnti,,pportio lineæ e m ad lineam m z , ſicut lineæ e q
ad lineam q z,ergo m q diuidit angulũ e m z per æq̃lia , per 3.ſexti, eſt
ergo angulus e m q æqualis angulo q m z,ergo per 20.quinti huius,for
ma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in pũcto e,à puncto ſpecu-
li quod eſt m ſicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in
puncto e,à ſolo puncto circuli,quod eſt h,ita ſimiliter reflectetur eadem
forma pũcti z ad uiſum e,à ſolo pũcto ſpeculi,quod eſt m b,ſi fiat in hoc
ſitu reflexio à duobus pũctis circuli,erit etiam reflexio à duobus pũctis
ſpeculi,& per eandẽ demonſtrandũ,& ſi à tribus punctis circuli fiat refle
xio fit etiam à tribus punctis ſpeculi , & ſi fiat à quatuor punctis huius,
fiet etiam à quatuor punctis alterius,& ab alia parte circuli,ita fiet etiam
reflexio



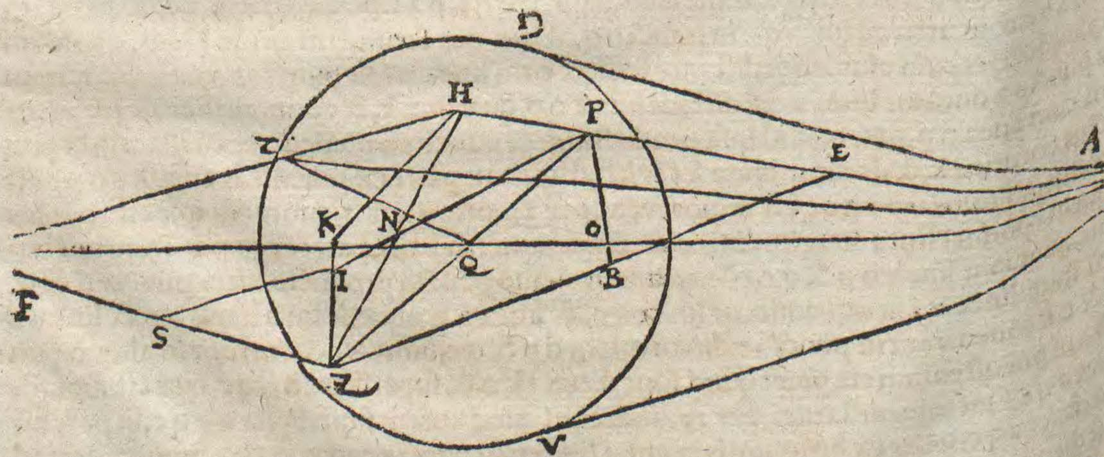
reflexio ab uno puncto ſpeculi ex eadem parte,patet ergo propoſitum.

XX.

In ſpeculis pyramidalibus concauis,cõmuni ſectione ſupficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente , & centro uiſus punctoq; rei uiſæ exiſtentibus intra ſpeculũ,non in axe,nec in eadẽ ſupficie baſis ſpeculi,aut ei æquediſtante,formarũ punctorũ rei uiſæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto ſpeculi,quarundã à duobus,quarundã à tribus,quarundã à quatuor,non autẽ à pluribus,& ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propoſitione præcedenti ſpeculi pyramidalis concaui,quod ſit a g u,uertex a,& axis a d,ſitq; punctus rei uiſæ z,& centrum uiſus e,ductaq; per punctum z,ſuperficie ſecante ſpeculũ æquediſtanter baſi ſpeculi,non ſit punctum e,in illa ſuperficie,ſed ſub illa,uel ſuper illam. Sit autem nunc exempli cauſa ſuper illam,quia ſi ponatur eſſe ſub illa,eadem erit demonſtratio, dico itaq; quod uerũ eſt id quod proponitur,quia enim ut patet per 100.primi huius,communis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi eſt circulus,ducatur à uertice ſpeculi quod eſt a,linea per centrum uiſus e,ſecans ſuperficiem præmiſſi circuli extra ipſius centrum in puncto h,quæ ſit a e h,hoc eſt impoſſibile,ideo quia centrũ uiſus quod eſt punctum e,ut patet ex hypotheſi,eſt intra ſpeculum,non in axe,ſit centrum illius circuli punctum q,palam itaq; per 20.octaui huius,quia forma puncti z,poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h,ab aliquo puncto circuli,ſit illud punctum c,& ducantur lineæ h c & z c & h z,& ſemidiameter q c,qui cum ſit perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum in puncto c,per 17.tertij,ergo per 26.quinti huius,palam quod linea q c,diuidit angulum h c z per æqualia,ergo per 29.primi huius,patet quod linea q c ſecabit lineam h z,ſit punctus ſectionis n,& ducatur linea z e,à pũcto rei uiſæ ad centrum uiſus in punctum e,& linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a c,palam itaq; ex præmiſſis cum punctus z,ſit ex illa parte diametri q c,& ex illa parte eiuſdem ſit punctum e,quod eſt centrum uiſus,quoniam punctũ h,quod eſt in linea a e,eſt in eadem parte ſemidiametri q c,in qua eſt & punctũ e,patet ergo quod linea e z,ſecabit ſuperficiem a q c,ſit ut ſecet ipſam in puncto o,& ab illo puncto o,primo ducatur perpendicularis ſuper lineam a c,ſcilicet lineam longitudinis ſpeculi,quæ perpendicularis ſit o p,hæc itaq; pducta ultra punctum o,neceſſario cadet ſuper axem ſpeculi qui eſt a d,ut patet p 96.primi huius,ſit ut cadat in punctum d,& ducantur lineæ e p & z p,dico quod forma puncti z,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e,à puncto ſpceuli quod eſt p,ducatur enim à puncto z,linea æquediſtans ſemidiametro q c,p 31.primi,quæ ſit z f,& quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q,palam per ſecundam primi huius, quoniam ipſa cõcurret cum eius æquediſtante ſcilicet cum linea z f,ſit punctus concurſus f, Item à puncto z ducatur linea æquediſtans lineæ o p,quæ ſit z k,& quoniam linea e p concurrit cum linea o p,patet quod ipſa producta ultra punctum p,cõcurret cũ illa z h,ſit punctus cõcurſus k,& ducãtur lineæ k f & k h,& quia ut patet ex præmiſſis angulus o p c eſt rectus,angulus uero p c q eſt minor recto,per 89.primi huius,quoniam ipſe eſt angulus quem continet linea longitudinis cum ſemidiametro baſis,patet ergo per 14.primi huius,quoniam lineæ o p & q c,cõcurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q,cũ itaq; linea z f ſit æquediſtans lineæ q c, & linea z k æquediſtans lineæ o p,& lineæ z f & z k concurrant in puncto z,lineæ quoq; d p & q c,ſimiliter cõcurrunt in aliquo puncto ut præoſtenſum eſt,patet quod ſuperficies f k z,& ſuperficies o p q c,quæ eſt ſuperficies a q c ſunt æquediſtantes,per 15.undecimi quod autem ſuperficies o p q c,ſit pars ſuperficiei a q c,patet ex his,quoniam enim linea p o,pducta cadat in punctum axis quod eſt d,patet per primam undecimi,quod linea p o eſt in ſuperficie a q c,ſed & linea q c eſt in illa ſupficie,tota ergo ſuperficies o p,q c eſt pars ſuperficiei a q c,& quia ſuperficies z k f & a c q, ſup duas lineas c p & k f,patet quod illæ duæ lineæ c p & k f ſunt æquediſtantes per 16.undecimi,ducatur itaq; à pũcto c,linea perpendicularis ſup lineã z f,per 12.primi,quæ ſit linea c s,erit ergo angulus c s f rectus,ergo per 29.primi,angulus s c q eſt

rectus, quoniam linea z f & c q æquedistant, ergo per 15. tertij, linea c s cõtingit in puncto c circulum, cuius centrum est punctum q, superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam lõgitudinis quæ est a c, sed linea o p est perpendicularis super lineã a c, est ergo linea o p, erecta super superficiem a c s cõtingentem pyramidem, quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntẽ per axem a d, & per lineã longitudinis a c, talis autẽ superficies ut patet per 97. primi huius, erecta est super superficiẽ contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c, quia ergo superficies a c s, secat duas superficies o p q & z k f, quæ sunt æquedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum cõmunes sectiones sunt æquedistantes, quarum linearum una est linea p c, & altera sit linea s l, secans lineam z k in puncto l, patet quoq;, quia punctus l, cadit inter puncta k & z, lineæ itaq; p c & s l æquedistant, sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus, ergo per 30. primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes, & quoniam lineæ q c & z f æquedistant, patet per 29. primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f, quia sunt coalterni, & angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco, sed anguli h c n & n c z sunt æquales, ergo anguli c f z & c z f sunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z sunt æquales, & linea c s est perpendicularis super basem ysochelis c f z, trigona itaq; partiala quæ sunt c s f & c s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea c s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea s f æqualis lineæ s z, sed cum linea s z æquedistet lineæ f k, in trigono f k z, erit per secundam sexti, proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducaturq; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineã z k, ergo per 4. primi, cum linea k l sit æqualis lineæ l z, lineaq; p l sit communis, & anguli ad punctũ l sint æquales, quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, sed per 29. primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco, quoniam lineæ o p & z k æquedistant, & angulus o p z est æqualis angulo p z k, quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales, cum angulus p k z & p z k sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto superficiei speculi quod est p, quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q, à quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h, præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflectetur forma puncti z, ad uisum existentem in pũcto e, ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; si forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e, à tribus punctis speculi, & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & à quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum



hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluribus punctis speculi quàm à quatuor posit fieri reflexio formæ pũcti z, ad uisum existentẽ in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli cuius centrum est punctũ q, poterit per conuersionem præmissæ demonstrationis ostendi, quod forma puncti z, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, à pluribus punctis circuli q̃ à quatuor, quod est impossibile, & cõtra 49. octaui huius, semper enim ut patuit ex præmissis à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad pũctum h, à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z, ad punctum e, & econuerso, & dicenti cõtrarium accidit impossibile modo prædicto, patet itaq; quod punctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, sicut neq; in sphæricis concauis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis punctum reflexionis inuenire.

Sit speculũ pyramidale concauũ, cuius axis sit linea a d, sitq; pũctus rei uisæ 3, & centrũ uisus sit punctũ e, quæ sint in locis datis, dico quod est possibile punctũ reflexionis inueniri. Si enim punctũ rei uisæ quod est 3, & cẽtrum uisus quod est e, fuerint in una plana superficie speculũ trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lõgitudinis pyramidis speculi, potest itaq; punctũ reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta 3 & b, non fuerint in illa totali superficie, imaginetur superficies transiens per punctũ z, secans speculũ æquedistanter suæ basi, erit ergo per 100. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrũ itaq; uisus quod est punctũ e, aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunq; autẽ sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis, & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia, replicata ergo demõstratione 19. huius, uel proximæ præmissæ, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum est q, uel forte à duobus, uel à tribus, uel à quatuor, & quotcunq; fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius, patet ergo propositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis pũcta reflexiõis eiusdẽ pũcti formæ rei uisæ ad diuersos uisus eiusdẽ uidentis nõ habẽt multã diuersitatẽ distantiæ, ꝓpter uisuũ approximationẽ ad se inuicẽ, ut si pũcti unius formę imago sit aliqualiter ambobus uisibus occurrẽs duplicata, sunt tamẽ illæ imagines cõtiguæ & admixtæ, unde uidebũtur quasi unica imago, diuersitas enim locorũ illarum imaginũ propter sui imperceptibilitatẽ nõ inducit aliquã distantiam in uisu, nec aliquẽ efficit errorẽ, uidetur ergo imago quasi una, & similiter per modũ quo in 59. octaui huius ostẽdimus, possibile est, quod diuersorũ uidentiũ uisibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatẽ illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistãtis axi speculi colũnaris cõcaui cẽtro uisus existente in eadem sup̃ficie uel in alia, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h, sitq; linea uisa axi, speculi æquedistans t p h, sitq; centrum uisus punctũ e, dico quod forma lineæ t q h, reflectitur ad uisum e, à linea longitudinis speculi a b g, quæ est cõmunis sectio superficiei t h z k, & su-

perficiei ſpeculi, & hoc quidē ſi centrũ uiſus q̊d eſt e, nõ fuerit in ſup̄ficie t h z k, demõſtra
ri poteſt omnimode ſicut in 30. ſeptimi huius. Si uero centro uiſus fuerit in eadē ſup̄ficie,
demõſtrabitur idē propoſitũ, ſicut in 50. ſeptimi huius, reflectetur q; forma puncti t, à pũ
cto ſpeculi g, & forma puncti q, à puncto ſpeculi b, & forma pũcti h, à pũcto ſpeculi a, e
rit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e, & angulus q b m æqualis angulo m b e, & an
gulus h a r æq̄lis angulo r a e, patet etiā per 30. ſeptimi huius, q̊d lineæ e k, h a, q b, t g, cõ
currũt in pũcto o, patet etiam idē quod linea a b g eſt linea recta extēſa in lõgitudine ſpe
culi, & quod lineæ g z, b l, & a d, ſunt perpēdiculares ſuper ſuperficiē contingentē ſpecu
lum, quæ contingit ipſum ſecundũ lineam a b g, & quod linea a b g, eſt perpendicularis
ſuper ſuperficiem in qua eſt triangulus e b o, & quod linea t q eſt æqualis lineæ q h, & li
nea a b æqualis lineæ b g, palam itaq; cum in his & in illis ſpeculis hinc inde eadem ſit de
monſtratio, quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his ſpeculis á linea longitudinis ip
ſorum, patet ergo propoſitum, quoniam ſiue linea longitudinis quæ eſt a b g, ſit in conue
xo uel in concauo ipſius ſpeculi, quantum ad hoc nulla eſt diuerſitas in propoſito.

XXIIII.

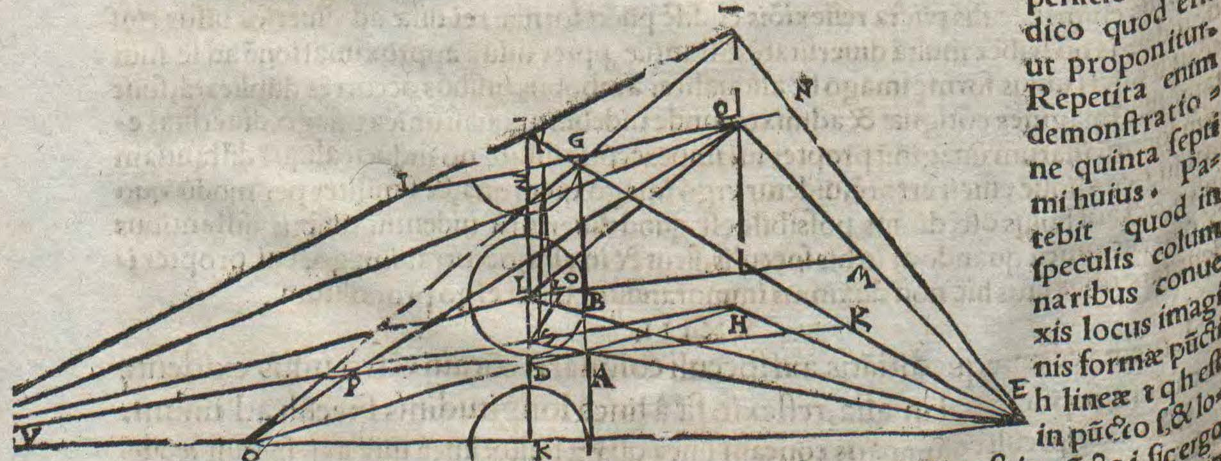
Imago lineæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris cõcaui centro uiſus ex
iſtente in eadem ſuperficie, uidebitur recta æqualis & conformis rei uiſæ.

Sit diſpoſitio q̄ in præcedēti, reflectatur q; forma lineæ t q h, â ſup̄ficie ſpeculi ſecundũ
lineā lõgitudinis quæ eſt a g, & ſit centrũ uiſus e, in ipſa ſup̄ficie t h z k, dico q̊d imago li
neæ t q h, uidebitur recta æqualis ipſi lineæ t q h, quælibet eñ perpēdicularis ducta a c ali
quo pũcto lineæ t q h, erit ſemper in eadē ſuperficie cũ cētro uiſus & axe, & ꝓbabuntur lo
ca imaginũ pũctorũ lineæ t q h, ſituari ſecundũ lineā rectā ſicut in ſpeculis planis per 52.
q̄nti huius, oſtēſum eſt de lineis rectis uiſis, ut ſi aliqua linea recta rei uiſæ imaginetur in
his ſpeculis collocari in loco imaginis, & uiſus ſituetur proporportionaliter ad illũ, ſicut
nũc ſituatus eſt ad lineā t h, erit locus imaginis illius lineæ, linea t h, & apparebit recta &
æq̄lis rei uiſæ. Similiter q̊q; illud q̊d eſt in linea rei uiſæ ſuperius erit in imagine ſuperius
& q̊d in re uiſa eſt inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago cõformis rei uiſæ, la
titudo uero taliũ uiſorũ erit maior q̄ latitudo ſuarũ imaginũ, qm̃ imagines ſecundũ lati
tudinē cõſtringũtur ꝓpter pũcta reflexionũ q̄ anguſtantur, & pũcta latitudinis diuerſan
tur, qm̃ ſiniſtrũ rei fit dextrũ imaginis, & dextrũ rei fit imaginis ſiniſtrũ, patet ergo ꝓpo
ſitum.

XXV.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi colũnaris cõcaui centro uiſus non
exiſtente in eadem ſuperficie imago quãdoq; uidebitur recta maior re uiſa,
quandoq; concaua, quandoq; conuexa, quandoq; unica, quandoq; plures.

Remaneat diſpoſitio præcedentis, niſi quod centrum uiſus quod eſt e, non ſit in ſu
perficie t h z k,
dico quod erit
ut proponitur.
Repetita enim
demonſtratio=
ne quinta ſepti
mi huius. Pa=
tebit quod in
ſpeculis colum
naribus conue
xis locus imagi
nis formæ pũcti
h lineæ t q h eſt
in pũcto f, & lo



cus imaginis formę q eſt in pũcto c, & locus imaginis formę pũcti c eſt in pũcto i, ſic ergo
in linea f c i, ſunt imagines formarũ oĩm pũctorũ lineę h q c, et patet q̊d pũctus c eſt ꝓpin
quio

quior centro uiſus quod eſt e, q̄ linea recta ſ i, & quod linea ſ i, eſt in ſuperficie trigoni
u h t, & quod duæ lineæ u h & u t ſunt æquales, & quod duæ lineæ u ſ & u i ſunt æquales,
relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h ſ ſint æquales, eſt ergo proportio lineæ t i ad lineā i
u, ſicut lineæ h ſ ad lineam ſ u, ergo per 2. ſexti, linea ſ i, æquediſtat lineæ t h, patet etiam
ex eadem 5. ſeptimi, quia duæ lineæ 3. e i ſunt æquales, ducatur ergo linea e u, quæ ſecet
lineam ſ i in puncto f, diuidat ergo ipſam per æqualia, nã linea t h, diuiſa eſt in duo æqua
lia in puncto q, & erit linea t u, in ſuperficie trigoni q u e, quæ eſt ſuperficies circuli b f, æ=
quediſtans baſibus ſpeculi, punctus itaq; c, erit in ſuperficie trigoni t u e, & ſimiliter pun=
ctum t, in ſuperficie trigoni t e i, eſt ergo punctũ c, in linea quæ eſt cõmunis ſectio illarũ
duarũ ſpecierũ, ſcilicet trigonorũ q u e & t e i, ſed hæc cõmunis ſectio eſt linea e b, per 19.
primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinē lineæ e b, linea ergo q t, ſecat lineam e b
in rectitudinē ipſius, & duæ lineæ h u & t u, ſub duobus pũctis d & 3, nam duæ lineæ h u
& t u, ſunt duo katheti incidētiæ, ſcilicet duæ lineæ perpēdiculares exiſtētes à duobus ter
minis lineæ t h, ſup̄ duas lineas cõtingētes duas portiões duarũ ſectionũ columnarũ ſpe=
culi, in quarũ circumferētia ſunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h,
ad uiſum in pũctũ e, ſuperficies ergo trianguli u h t, eſt ſub axe ſpeculi, quæ eſt 3 k, ſed nul
lum punctũ ipſius axis, etſi protrahatur in infinitũ, erit unq̄ in ſup̄ficie trianguli u h t, nã
ſi hoc eſſet poſsibile, tũc ſi axis k 3 cõtinuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t ſecundũ lineā
rectam, tunc illa ſuperficies in qua eſſet illa linea recta, & linea u h t, eſſet ſuperficies trian
guli u h t, & illa ſuperficies eſſet illa in qua ſunt duæ lineæ æquediſtantes, quæ ſunt h t, &
axis 3 k & ſic ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ h t & k 3, eſſet ſuperficies trianguli h u t,
& ſic totus axis 3 k, erit in ſuperficie trianguli h u t, ſed ex hypotheſi axis eſt æquediſtans
lineæ h t, & ſecundũ iſtũ modũ accideret quod axis k 3, ſecaret duas lineas h u & t u, ſed
& linea t h, ſecundum eius punctum h, eſt in ſuperficie trianguli u e h, quæ eſt ſuperficies
reflexionis, & ſectio communis huic ſuperficiei & ſuperficiei columnaris ſpeculi & ſectio
oxigonia, ſuperficies ergo e u h, ſecat axem columnarem ſpeculi in uno puncto, ſcilicet
in puncto d, ut totum præoſtenſum eſt in commento 5. ſeptimi. Si ergo axis k 3, ſecat li=
neam h u, punctus ſectionis cum linea h u, erit in ſuperficie trianguli u e h, ſed in hac ſu=
perficie non eſt punctum per quod axis tranſeat niſi punctum d, ſecabit ergo axis k 3, li=
neam h u in puncto d, ſed per 111. primi huius, uel per 44. ſeptimi huius, oſtenſum eſt, q̊d
linea h u, ſecat axem ſub puncto d, in duobus punctis, ſecabit linea h u axem k 3, quod eſt
impoſsibile, axis ergo k 3, totus eſt extra ſuperficiem h u t, & propinquior uiſui exiſtente
in puncto e, q̄ ſuperficies h u t, ſuperficies ergo in qua ſunt lineæ h t, & axis k 3, propin=
quior eſt centro uiſus puncto e, q̄ ſuperficies u h t, & punctum f t eſt in ſuperficie in qua
ſunt linea q l, per 7. undecimi, & in eadem ſuperficie cũ lineis æquediſtantibus quas copu
lat, quæ ſunt h t & 3 k, punctũ ergo t, eſt propinquius puncto e centro uiſus q̄ ſit linea ſ 3.
Sed punctũ cũ ſit cõmunis ſectio linearũ e b & q l, ut in 51. ſeptimi huius, præoſtendimus
palam quod eſt in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b ducatur ultra punctũ b, ipſa per
ueniet ad punctũ t, ſupponatur itaq; perueniſſe ad punctũ c, his itaq; ſic præmiſsis patet
quod ſi linea ſ i, quæ eſt oſtenſa per 51. ſeptimi huius, in ſpeculis columnaribus cõuexis
eſſe imago lineæ t h, & eſſe æquediſtans lineæ t h, & axi 3 k, & ſi in aliquo corpore uiſibili
uiſus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis ſpeculi columnaris, tunc forma lineæ, ſi re=
flectetur ad uiſum in puncto o, â linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt a b g, & diuerſabũtur
imagines eius ſecũdum diuerſitatem diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi, quæ eſt 3 k, quia enim
angulus e l m eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c eſt acutus, & linea e b c, eſt
in ſuperficie circuli b f, & linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 27. ſeptimi huius, li=
nea ergo e b c ſecat circulum, & eius pars quæ eſt b t, eſt intra circulum & intra conca=
uitatem ſpeculi, & ſimiliter eſt de linea o b, quoniam ipſa cadit intra concauitatē ſpeculi,
ideo q̊d angulus o b l eſt acutus, & duo anguli o b l, & t b l ſunt æquales, q̄niã ipſi per 25.
primi, ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & ſemidiameter l b eſt per
pendicularis ſuper ſuperficiē contingentem columnam ſpeculi ſecundũ lineam longitu=
dinis ſpeculi tranſeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit ſpeculo per lineā

c b,& à puncto speculi b,reflectitur per lineam b o,& comprehenditur à uisu existente in
puncto o. Item patet per 5.septimi huius,& ibi declaratum est,quod superficies contin-
gens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro uisus, linea ergo e g, se-
cat illam superficiem contingentẽ,secat ergo in puncto g,qui est punctus reflexionis,li-
neam in eodem puncto g,contingentẽ periferiam sectionis columnaris, quæ est cōmu-
nis sectio superficiei reflexionis formæ puncti t,lineæ t h,& speculi columnaris conuexi,
& quia secat illam lineam contingentẽ in puncto ipsius speculi,quod est g,secat ergo se-
ctionẽ oxigoniam,& cadit intra ipsam,cadit ergo intra concauitatẽ speculi, & est linea
g l,duæ ergo lineæ o g & g i,cadunt intra concauitatẽ speculi,& linea 3 g, est perpendi-
cularis super superficiẽ contingentẽ columnã speculi per 96.primi huius,quoniã ducitur
ab axe perpendiculariter super lineã longitudinis speculi transeuntẽ per punctum g, &
duo anguli o g 3 & 3 g i sunt æquales per 15.primi,ut prius,forma ergo puncti i, incidit
superficiei concauæ ipsius speculi secundum lineam i g,& à puncto speculi g, reflectitur
ad uisum existentem in puncto o,secundum lineam reflexionis,quæ e g o,& eodem mo
do patet,quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam ſ a, & reflectitur à pun-
cto speculi ad uisum existentem in puncto d,secundum lineam reflexionis, quæ est a o,
& etiam patuit in commento 51.septimi huius,quoniam duæ lineæ h u & t u sunt perpen
diculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo pun-
cta h & g,imago ergo formæ puncti ſ,est in linea h u;per 26.quinti huius,sed linea a o est
linea reflexionis formæ puncti ſ, quoniam à puncto reflexionis quod est a,producitur
ad uisum existẽtem in puncto o,imago itaq; forma puncti ſ,est in linea ſ o,per 37.quin-
ti huius,punctum ergo h,quod est communis sectio linearum h d & o a,est locus imagi-
nis formæ puncti ſ,similiter quoq; patet,quod punctum t est locus imaginis formæ pun
cti i. Ducatur quoq; linea t l,à puncto t,ad punctũ centrum circuli b,eritq; linea a,pro-
ducta ultra punctũ c perpendicularis super lineam contingentẽ circulum per 17.tertij,
est ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c,per diffinitionẽ illius katheti,quia er
go forma puncti c,reflectitur ad uisum in punctũ o,à puncto speculi b,erit imago formæ
puncti c,in linea q c l,quæ est kathetus suæ incidentiæ,sed & in linea reflexionis, quæ est
b o,necesse est esse eandem imaginem per 37.quinti huius,imago itaq; formæ puncti c,
necessario est in puncto quod est cōmunis sectio linearũ l t q & o b,hoc aũt potest esse in
partibus diuersis,patuit enim per 11.octaui huius,quod imago formæ puncti quæ refle-
ctitur à cōcauitate circuli speculi,quãdoq; occurrit uisui inter uisum & speculũ, quãdoq;
ultra speculũ,quãdoq; in centro uisus,quãdoq; ultra uisum,quãdoq; in ipsa superficie spe
culi,& ut patet p 40.octaui huius,quãdoq; apparet una imago, quãdoq; duæ, quãndoq;
3,quãdoq; 4,imago ergo pũcti c,cũ formæ ipsius reflexio fiat à pũcto periferiæ circuli æ-
quedistãtis basibus speculi,erit forte in linea h q,ultra speculũ,& forte erit ultra lineã b q,
& forte ultra lineã b o,retro uisum,& forte erit in linea b o,inter uisum & speculũ, & for-
te erit in pũcto o,scilicet in ipso cẽtro uisus,& forte erit unica imago,forte 2,forte 3,forte
4,si itaq; locus imaginis formæ pũcti c,uel alicuius pũcti formæ lineæ ſ i,utpote illius se
cundũ quã lineã b c,pducta ultra pũctũ c,secat lineam i ſ,quia & illud punctũ reflectitur
à pũcto speculi columnare cōcaui,q̃d est b,ad uisum existentẽ in pũcto o,p 20.qnti hu-
ius.Si ergo locus imaginis formæ pũcti c,uel illius pũcti lineæ ſ i,fuerit punctũ q, tũc li-
nea h q t,erit diameter imaginis formæ lineæ i ſ,& si omnes imagines omniũ punctorũ li
neæ ſ i fuerint in linea h q t,tũc imago eius erit linea recta,nam mediũ eius punctũ,quod
est punctum q,est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t,quod
si locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ, quæ
est ſ i, erit concaua, eiusq; concauitas respiciat uisum,& si imago formæ puncti c, fue-
rit in linea b o, uel in puncto o, centro uisus, aut inter speculum & uisum, tunc uidebi-
tur imago lineæ ſ i conuexa,cuius conuexitas respiciet uisum, & si fuerit imago formæ
puncti c,in linea b o, retro uisum,tunc iterũ uidebitur imago concaua,in cuius concaui-
tate situabitur centrum uisus,quod si punctum c plures habuerit imagines,tunc linea ſ i
plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &
t,&

t,& media ipsorũ erunt distincta & separata,& linea h t,erit cōmunis diameter omnium
illarum imaginum quotcunq; fuerint imagines,& forte linea h t,quæ est diameter ima-
ginis,erit maior q̃ linea rei uisæ,quæ est s i,in modica quantitate, patet ergo propositũ.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ,superficiem in qua est axis speculi columnaris cōcaui orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie, à circumferentia circuli, qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi fiet reflexio, imagoq; lineæ uisæ quandoq; erit recta, uel aliquando conuexa.

Esto sicut in 52.septimi huius pponitur,linea t h in supficie plana orthogonaliter secante superficiẽ in qua sunt centrũ uisus e,& à pũctis dati speculi colũnaris qui sit d f,sitq; centrũ uisus q̃d sit e,in eadẽ supficie lineæ t h,facta quoq; figuratione 52.septimi huius, cōpleatur demonstratio ut in illa ppositione,eritq; imago lineæ rectæ quæ est t h curua,si itaq; speculũ idem quod ibi conuexum accipit,assumatur concauũ,& in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundũ cuius terminos extremos ducatur etiã linea recta quæ sit in supficie rei uisæ,& centrũ uisus disponatur pportionaliter circa illam lineam in eadem supficie,tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit lineæ t h recta,patet ergo propositum,& forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa,sicut ostensum est in 57.octaui huius,& hoc eodem modo est deducendum.

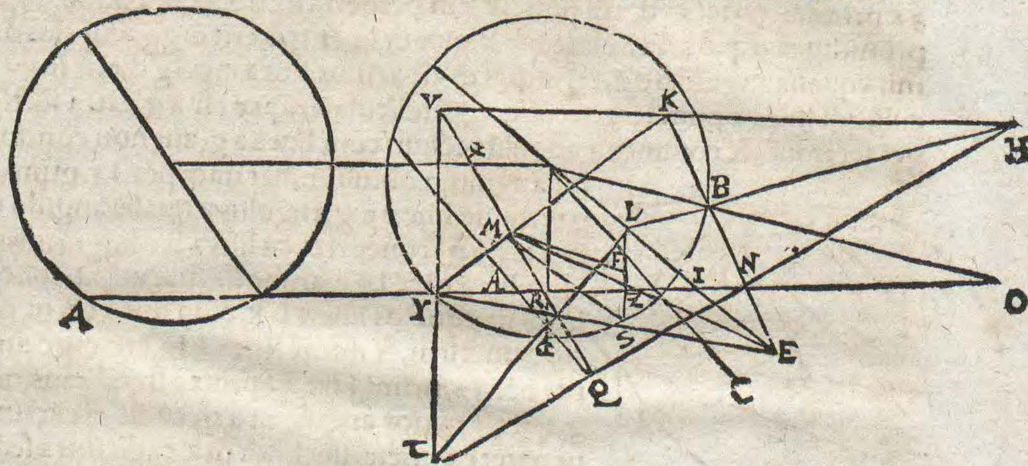
XXVII.

Superficie lineæ rectæ uisæ orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus non existente in eadem superficie, reflexioneq; facta ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis.

Fiat omnimoda dispositio figuræ quæ in 53.septimi huius,dico q̃d uerum est quod pponit̃,patet em̃ per ea q̃ in cōmento illius dicta sunt,q̃d puncta t & h,qa æqualiter distant à centro uisus,punctũ.ſ.e,reflectunt̃ ad uisum à duobus punctis oxigoniarum sectionũ,cadentibus cum quodã circulo æquedistante basibus speculi,q circulus erit medius inter lineã h t,& inter superficiẽ transeuntẽ centrũ uisus e,secantẽ speculũ æq̃distãter basibus ipsius speculi,sit ergo ut forma puncti h reflectit̃ in punctũ e,à puncto speculi b,q est punctus periferiæ cuiusdã sectionis oxigoniæ q̃ est cōis superficiei reflexiōis & superficiei speculi,cadens in circulo b g,lineæ ergo h b & b e,cōtinẽt angulos æq̃les cũ linea cōtingente illũ circulũ in pũcto b,& similiter forma pũcti t,reflectit̃ ad uisum e,à pũcto speculi g,& lineæ t g & g e,cōtinẽt angulos æquales cũ liea cōtingẽte circulũ speculi in pũcto g,lieæ q̊q; h b & t g,cōcurrũt in pũcto l,& liea h b cōtinet cũ liea ppẽdiculari q̃ est b o,angulũ acutũ,liea ergo h b,secat supficiẽ cōtingẽtẽ supficiẽ colũnæ in liea lōgitudinis,ĩ q̃ est pũctũ b,liea itaq; b l,cadit intra cōcauitatẽ colũnæ,& super lineã g l. Similiter q̊q; duæ lineæ b f & g y,cadũt intra cōcauitatẽ colũnæ,& p 15.primi,duo anguli a b d & d b r sunt æquales,cũ ipsorũ cōtrapositi,q sunt e b o & o h b sint æquales p 20.qnti huius.Similiter quoq; duo anguli l g d & d g i sunt æquales,si itaq; liea f i,quæ in speculo columnari conuexo,& imago lineæ t h,fuerint tunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo,& centrũ uisus fuerit in pũcto l,tunc forma puncti r,incidet in speculo secundũ lineam r b,& reflectet̃ ad uisum in punctũ l,à puncto speculi b,& linea h u est ppendicularis super lineam contingentẽ sectionem,in cuius periferia est punctum l, à quo fit reflexio,imago ergo formæ puncti r,erit in katheto r h,per 36.quinti huius,sed & eadẽ imago necessario est in linea reflexionis q̃ est b l. Erit ergo in cōi illarũ sectione in pũcto h. Est ergo pũctũ h imago pũcti r, ut hæc oĩa patent p 37.qnti huius. Similiter q̊q; declarabit̃, q̧ forma puncti y,incidet speculo p lineã y g,& reflectet̃ p lineã g l,à pũcto speculi g,& eius imago uidebitur in puncto t,& ducatur linea q u,hæc ergo secabit lineam r y,quæ est inter duo puncta q & u,puncta quoq; h q t u,sunt omnia in superficie circuli b g,ut patet ex p̃missis,secet ergo linea q u,lineam r y,in puncto m,punctum
itaq;

itaq; m,in ſuperficie tranſeunte pex axem ſpeculi,& per centrũ uiſus punctum l,nam ut in cõmento præaſſumptæ propoſitionis 53. ſeptimi huius patuit,puncta l & q,ſunt in illa ſuperficie,nam ut ibi acceptũ eſt,patet quod in illa ſuperficie in qua erat centrũ uiſus e,& axis ſpeculi,in eadem erat linea e l d,ſed & illa ſuꝑficies ſecabit lineã h t, in puncto q,& linea e o,cadebat in punctũ u,ergo per 1.undecimi,linea q u, eſt in illa ſuꝑficie,ergo & punctũ m,& quia duo puncta m & l ſunt in ſuperficie tranſeunte per axẽ columnæ,ideo forma puncti m,poteſt reflecti ad uiſum in punctũ l,in illa ſuperficie,& linea a 3,eſt cõmunis ſectio ſuperficiei columnæ ſpeculi & ſuperficiei tranſeunti per ſuum axẽ,& per punctũ l,quod eſt centrũ uiſus,forma ergo puncti m reflectetur ad uiſum in punctum l,quod eſt centrũ uiſus ab aliquo puncto ſpeculi lineæ.ſ.a 3, & ducatur linea e m, quæ erit in illa ſuperficie,& linea e l,etiã erit in illa ſuperficie,& punctũ e,ut ſupra patuit eſt elongatum à ſuperficie contingente columnã ſpeculi in linea a 3,ut patet per 5.ſeptimi huius. Si ergo linea a 3,ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3,cõcurret cum duabus lineis e m & e l,quæ ſunt in una ſuperficie cum linea a 3,concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l,in puncto n,punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l,quia punctum l,eſt intra concauitatẽ columnæ,& punctũ n eſt extra ipſius conuexitatẽ in ſuperficie columnæ,qm̃ eſt in linea longitudinis columnæ,quæ eſt a 3,punctum uero e,quod in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitũ fuit eſſe centrũ uiſus,& elongatum à ſuperficie columnari ſpeculi, patuit quoq; in demonſtratione 53. ſeptimi huius,qđ circulus b 3 g,eſt medius inter lineam h t,& inter ſuperficiẽ exeuntem à puncto e,æquediſtantẽ baſibus columnæ ſpeculi,& linea ꝑpendicularis exiens à puncto e,ſuper lineam a 3,eſt in ſuperficie tranſeunte punctum e,& ſecante ſpeculũ æquediſtanter baſibus columnæ,ergo linea perpendicularis exiens à puncto e,ſuper lineam a 3 n,cadit extra angulũ e i n,& uerſus partẽ puncti n,qm̃ linea e n,l d u,eſt cõmunis ſectio ſuperficierum reflexionis ſecundũ quas reflectunẽ formæ punctorũ h & t,quæ cũ ſint oxigoniæ ſectiones,patet per 103.primi huius,qm̃ ipſæ ſunt oblique,ſecantes axem ſpeculi, ergo & ipſarũ cõmunis ſectio oblique incidit illi axi ſpeculi,ergo per 32.primi,angulus e i n eſt acutus,ergo per 15.primi,angulus m i a eſt acutus,& angulus m i n erit obtuſus per 13.primi,educatur ergo per 12.primi,à puncto m linea perpendicularis ſuper lineã q i,quæ ſit m k,ſecans lineam a i in puncto k,punctũ ergo k,erit inter puncta i & a,qm̃ ſi caderet inter puncta i & n,fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtuſus, qui eſt m i n,qđ impoſſibile,cadet ergo punctum k,inter puncta i & a,producatur itaq; linea m k,ultra punctũ k,ad punctũ s,donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra ſuperficiem ſpeculi,& ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l,in quo eſt centrum uiſus,erit intra ipſius ſpeculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ ſecabit lineã n k,qm̃ cum linea n k,ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi,patet qđ ipſa eſt cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipſam in puncto f,& à puncto f,ducaẽ per 31.primi,linea æquediſtans lineæ k m,quæ ꝓducta ad axem ſpeculi ſecet ipſam in puncto x,ſitq; linea f x. Erit ergo per 29.primi,linea f x,perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi,quæ eſt a n,qm̃ linea m k,æquediſtans lineæ f x,eſt perpendicularis ſuꝑ ipſam a n,eritq; linea f x,in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi,& per punctũ l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctũ f, æquediſtanter baſibus columnæ per 21.ſeptimi huius,linea ergo f x,eſt ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ contingentẽ columnã ſpeculi ſecundum lineam longitudinis,quæ eſt a 3,ducaẽ itaq; linea m f,quia ergo duorũ trigonorũ m k f,& f k s,duo latera m k & k s ſunt æqualia ex hypotheſi,& latus k f,cõmune ambobus illis trigonis,anguliq; ad punctũ k ſunt recti,ergo per 4.primi,latus m f,eſt æquale lateri f s,ergo ꝑ 5.primi,angulus f m s,æqualis erit angulo f s m,linea uero f x,æquediſtat lineæ s m,ergo per 29.primi,angulus x f l extrinſecus,æqualis s eſt angulo f s m,intrinſeco,& anguli x f m & f m s ſunt æquales,quia coalterni,angulus ergo x f m,eſt æqualis angulo x f l,forma ergo puncti m,incidens ſpeculo ſecundũ lineam m f,ſecundum lineam reflexionis,quæ eſt f l,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto l,à pũcto ſpeculi f,ꝑ 20.quinti huius,& linea x f,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ in puncto

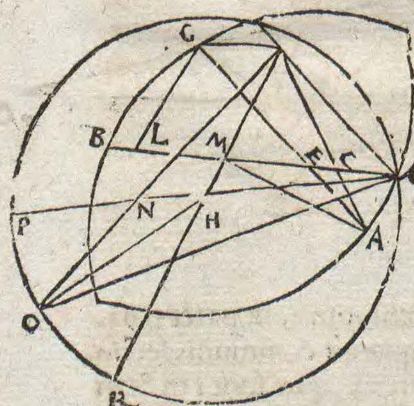
puncto f,& qm̃ linea m k,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi,quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis,quæ eſt a 3.patet quod linea m k, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti m,in ipſa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, ſed & idẽ locus eſt in linea reflexionis quæ eſt l f. In illarũ ergo linearũ cõmuni ſectione quæ eſt punctum s,eſt locus imaginis formæ puncti m,per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t ſunt æquediſtantes & perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ ſpeculi & per centrũ uiſus ꝗd eſt nũc punctum l,qm̃ linea h t, taliter fuit diſpoſita in 53. ſeptimi huius,duæ igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erunt æquediſtantes & ꝑpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ, per 18.undecimi, & quia linea r i, eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ trãſeuntẽ per axem & per punctũ l, ideo per 18. undecimi,ſuperficies duarũ linearũ,quæ ſunt r m y & m s,erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntẽ per axem, & per punctum l,& erit per 19. primi huius, linea m s communis ſectio illarũ duarum ſuperficierum, & qa linea a k, cũ ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte per axem, qa omnis ſuperficies ſecans columnam ſecundum lineam longitudinis per æqualia,tranſeat per axem illius columnæ, ut patet ꝑ 93. primi huius,ſed & linea a k, eſt ꝑpẽdicularis ſuper lineam m s,quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axem, & inter ſuperficiẽ duarũ linearũ, quæ ſunt r m & m s,ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiẽ r m s,& linea a n, eſt æquediſtans axi ſpeculi,ergo per 8.undecimi,erit axis ſpeculi perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſuꝑficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ, punctum itaq; s,eſt in ſuꝑficie exeunte ex linea r i,perpendicularis ſuper axem columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æquediſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y,punctũ ergo s,eſt extra lineam h t,eſt ꝓpinquius pũcto l,centro uiſus,q; ſint duo pũcta h & t,& duo puncta h & t ſunt imagines formarũ duorũ punctorũ r & y,& punctũ s eſt imago formæ puncti m,palam ergo,quia imago formæ lineæ r m y, eſt linea tranſiens per puncta h s t,ſed talis linea eſt arcualis, qa punctũ s eſt extra rectitudinem lineæ h t,tranſiens itaq; per puncta h s t,linea arcualis quæ ſit h s t,& quia linea h t,ſecundum hypotheſim 53. ſeptimi huius, fuit elongata à conuexo columnæ, erit linea h t, ultra ſuperficiem ſpeculi reſpectu puncti l, qđ eſt nũc centrũ uiſus,& iam ſupra oſtenſum eſt,ultra cõcauitatẽ ſpeculi reſpectu pũcti l,& pũctũ l eſt intra cõcauitatẽ ſpeculi,punctũ ergo l,qđ eſt centrũ uiſus,eſt extra ſuꝑficiem in qua eſt linea h s t,arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uiſui manifeſte, & quia punctum f, eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuꝑficiẽ circuli b g,& linea t h eſt ultra ſpeculũ in ſuꝑficie circuli b g,qm̃ eſt in ſuꝑficie trigoni l h t,erit linea l f s,altior q; ſuꝑficies trigoni l h t,linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, reſpectu uiſus l, punctũ ergo s eſt altius q; duo puncta h & t, linea ergo h s t,apparebit uiſui exiſtenti in puncto l,cõcaua cõcauitate uiſum reſpiciẽte qđ eſt ꝓpoſitum.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axē, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qd' qñq; in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentē speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formarũ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝑpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝑpendicularis sup lineã cõtingentē ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝓpe pũctũ g, itaq; liea ducta à puncto b, cũ linea ꝑpẽdiculari ducta super sũꝑficiē speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat sup axem speculi angulũ acutum, patet ergo per 44. septimi huius, qm̃ linea b e k, secabit lineã ꝑpendicularē, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illarũ linearũ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus per 32. primi, ut patet, cadatq; punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k, quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatē speculi, qm̃ linea à puncto g, termino ꝑpendicularis, quæ est a g, extra sectionē ducta cõtinget sectionē, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulum obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d, qui sit e g l, liea ergo g l concurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi hui9, ideo qd angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducat̃ linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionē, fiat quoq; super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea em̃ a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo qa anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itaq; a d, secabit lineam b k, cõcurrens cum ipsa per 2. primi huius, qm̃ concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent, & sit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter qq; forma puncti m, reflectit̃ ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi quod est a, & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctũ d, quod est centrum uisus, sũꝑficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & qm̃ centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, qm̃ secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur em̃ per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p, & ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiã circuli incidat ipsi in puncto r, forma ergo puncti k, reflectit̃ ad uisum existentē in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talē sitũ ab aliq̃ puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi. s. arcus p r, qd' sit pũctũ o, & ducant̃ lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis



angulo h o d, per 20. quinti huius, & qm̃ linea reflexiõis q̃ est d o, secat diametrum h p, ideo quia linea d h r, transit per centrum circuli, citra quē respectu puncti o, ducitur linea d o, hæc ergo secat diametrũ h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autē linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctũ n, est locus imaginis formæ puncti k, ducat̃ itaq; linea k d, quæ per 19. primi huius, erit cõmunis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius cõmunis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utraq; illarũ sũꝑficierũ, & nihil de sũꝑficie sectionis oxigoniæ, quæ est a b g, est in sũꝑficie circuli r p, nisi in linea k d, uel linea cuius pars est linea k d, punctũ ergo g, est intra circulũ, & similiter punctũ b, & sunt in sũꝑficie sectionis, & punctũ n, est in sũꝑficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k, transit ꝑ puncta g t n, linea uero per transiens hæc puncta est arcualis, qa sũꝑficies sectionis est decliuis sup superficiē columnæ per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nõ transit per totũ axē columnæ, neq; est sũꝑficies sectionis æq̃distans basi colũnæ, linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectæ k m l, cuius superficies secat axē speculi oblique, est curua maximę curuitatis, & eius cõcauitas respicit uisum existentē in puncto d, & qa punctũ t, est imago formæ puncti m, & punctũ n, imago formæ puncti k, & punctũ g, est imago formæ puncti l, patet qd' imago lineæ l m k est conuersa, ita qd' superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, corrñdet infimo puncto lineæ uisæ, qui est l, & infimus punct9 imaginis qui est n, corrñdet supremo puncto lineæ uisæ, q̃ est k. Sic ergo situs partium imaginis nõ est cõformis situi partiũ rei uisæ, sed cõuersus & difformis, patet ergo ꝓpositũ, patet itaq; ex hac ꝓpositione, & duabus p̃missis, qd' lineæ rectæ æq̃distantes axi speculi colũnaris cõcaui, & æq̃distãtes basi eius, & etiã quæ sunt obliquæ sup superficiē eius, qñq; uidebunt̃ arcuales, qñq; rectæ, qñq; cõuersæ, formæ ergo eorũ quæ cõprehendũt̃ in speculis colũnaribus cõcauis, qñq; erit directa cõformis ĩ suo situ situi partiũ rei uisæ, & qñq; erit difformis cõuersum habens situm suarũ partiũ respectu uisus partiũ rei uisæ, & in respectu ad uisum.

XXIX.

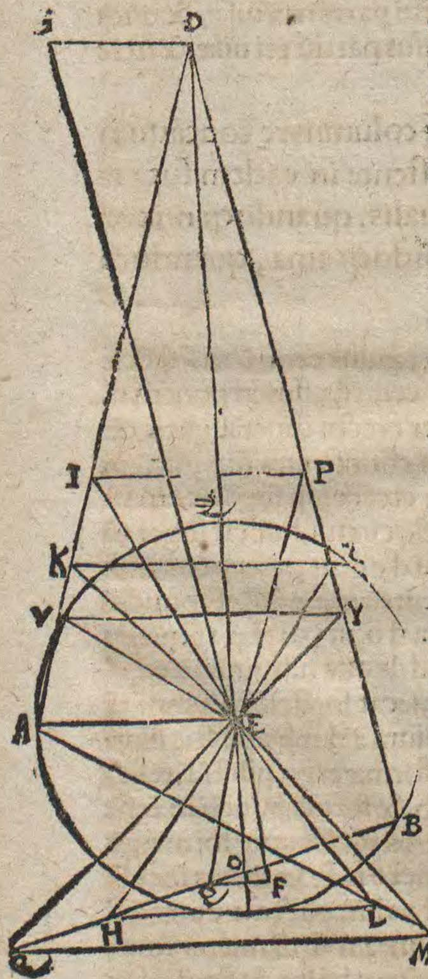
Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ columnare concauum transaxem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octaui huius, circulus a b 3, cuius centrũ in sũꝑficie speculi columnaris concaui æquedistans basibus speculi, & sit centrũ uisus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in p̃dicta 48. p̃missum est ꝑpendiculariter erecta super sũꝑficiē circuli, & sint duæ lineæ e a & e b perpendiculares sup superficies cõtingentes superficiem colũnæ speculi, & erit sũꝑficies trianguli d e g, ꝑpendiculariter erecta sup sũꝑficiē circuli a b 3, ꝑ 18. undecimi, qa linea g d est p̃pendicularis sup sũꝑficiē circuli, hoc est super eã superficiē, cuius sectio efficit circulũ a b 3, sũꝑficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & ꝑ 92. primi huius, transit ꝑ totũ axem speculi, & ꝑ centrũ uisus qd' est punctũ d, & neutra sũꝑficies earũ q̃ sunt d b o & d a o, q̃ secant se in liea d o, ut patet ꝑ 19. primi huius, transit ꝑ totũ axem, & in neutra illarũ sũꝑficierũ est aliq̃d de axe nisi punctũ e, qd' est centrũ circuli a b t, utraq; ergo sũꝑficies q̃ sunt d b o & d a o, secat sũꝑficiē columnarē speculi secundũ oxigoniã sectionē, & fit reflexio formarũ ad uisum à duob9 pũctis illarũ sectionũ, quæ sunt a & b, ut patet ꝑ p̃missam 46. octaui huius formæ ergo pũcti r, reflectetur ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi qd' est b, & forma puncti m reflectit̃ ad uisum in punctũ d, à pũcto speculi qd' est a, & qm̃ kathetus incidentiæ formæ pũcti r, est linea r e n, secans lineã b d, q̃ est linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidētiæ formæ pũcti m, est linea m e u, secãs lineã reflexiõis quæ est a d, in pũcto u, patet qd' pũcta n & u sunt loca imaginũ formarũ punctorũ r & m, & erit linea n u, diameter imaginis, formæ lineæ m r, & est minor q̃ liea m r, ut patet in 49. octaui huius, & similit̃ formæ duorũ punctorũ h & l, reflectent̃ ad uisum in punctũ d, à duob9 pũctis speculi q̃ sunt

a & b, & erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & secũdũ ꝓmissa in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h. Similiter ꝙꝗ linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & est maior ꝙ diameter rei uisæ quæ est linea f q, & oẽs istæ imagines erũt cõuersæ, ut ostensum est in 50. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto o, & formæ linearũ quæ sunt p i, t k, & n u, reflectant̃ ad uisum in puncto o, à punctis speculi quæ sunt a & b, tũc erit econuerso. Erit em̃ diameter imaginis lineæ p i, quæ est linea f q, minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior ꝙ illa. Omnesq́ꝫ imagines linearũ istarũ rectarũ erunt rectæ, sed cõuersæ secundũ sitũ & ordinẽ ꝑtiũ quẽ habent ipsæ res, nam dextrũ rei fit sinistrũ imaginis, & sinistrũ rei fit dextrũ imaginis, & similiter est de ꝑtibus quæ sunt sursum & deorsum. Itẽ cũ utraꝗ extremitatũ harũ linearũ unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot punctũ mediũ ipsius, & oẽs istæ imagines copulabunt̃ ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarũ imaginũ, & si utraꝗ extremitas illius lineæ uel altior ipsarũ plures habuerit imagines, pũctũ nõ mediũ habuerit tm̃ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterni suum punctũ extremũ, & si utraꝗ extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum mediũ multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorũ sphæricorũ concauorũ. In speculis em̃ colũnatibus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehendunt̃, sicut accidit in speculis sphæricis concauis. s. de formis specierũ uisibilium, & de quantitatibus, & de numero suarũ imaginum, & de conformitate ipsarũ ad res, quarũ ipsæ sunt imagines, & de difformitate situs ipsarũ secundum cõuersionẽ formarũ partialiũ cum omnibus fallacijs quæ approprianť cõuersioni, & oẽs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXX.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.



Fiat in isto ꝓposito theoremate dispositio talis quæ in 28. huius, apparebitq́ꝫ totum qđ ibi ponitur in his speculis columnaribus concauis, posito itaꝗ ut aliqua linea recta non æquedistet axe speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem, si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisæ, quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus, tunc si à punctis a g o, à quibus fit ibi reflexio, erigantur lineæ longitudinis speculi per 100. primi huius, inueniantur puncta reflexionũ formarũ punctorũ m b k, pateťq́ꝫ secundum modum pluriũm præmissarũ, quod forma punctorũ k m b, reflecteť ad uisum secũdũ dispositionẽ suo situi diuersam, & secundũ hoc disponet̃ curuitas imaginum & cõuersio figuræ, ꝙd si centrũ uisum nõ fuerit in liea ꝑpendiculariter erecta sup illã superficiẽ à pũcto d, tũc à centro uisus ducat̃ ꝑpẽdicularis sup illam superficiẽ per 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarũ punctorum b m k, patebit propositum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici speculi pyramidalis concaui oblique super axem reflectitur ad centrum uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam à linea longitudinis speculi, imagoq́ꝫ ipsius uidetur recta, & si illa linea incidẽs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quæ in 55. septimi huius, inuenieturq́ꝫ in speculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ est a n, proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter cõcauitatem speculi quæ est a p y, punctũ quoꝗ quod est sub superficie speculum contingentem secundum lineam longitudinis speculi quæ est a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uisæ quæ est a n, ad uisum existentem in puncto r, erit illic punctũ k, in quo puncto f, si fuerit centrum uisus erunt omnia puncta quæ sunt in illa curua imagine, uel quæ sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad punctũ f, & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ est a n, uel imagines duarum extremitatũ lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineæ a y, diuersabuntur, & hoc potest eodẽ modo declarari sicut sibi simile declaratum est in 55. septimi huius, quoniam em̃ ut ibi declaratũ est, angulus z r f est æqualis angulo z f r. Est autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r est æqualis angulo z f r, per 29. primi, sed per eandem 29. primi, angulus h z f est æqualis angulo z f r. Est ergo angulus p z h æq̃lis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniã fiet reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto f, à puncto speculi pyramidalis concaui quod est z, & quoniam linea h p o est kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o est linea suæ reflexionis ad uisum existentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, est locus imaginis formæ puncti p, similiter quoꝗ angulus y e d est æqualis angulo h e r, quæ ꝑ 29. primi, est æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f est æqualis angulo e f r, sed ut in cõmento 55. septimi huius, ostensum est angulus e f r est æqualis angulo e r f, est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f. ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in puncto f, à puncto speculi concaui quod est e, & quoniam linea y n, est kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n est linea suæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, sicut reflectitur à uertice speculi, sic locus imaginis suæ est ibidem, per ea quæ dicta sunt in 11. & 12. octaui huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineæ a p y, curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ est diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tũc duæ extremitates lineæ a y, quæ sunt a & y, habebunt ut prius loca suarum imaginũ in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correspondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur, & secundum diuersitatem cõcursus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum secundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ est a u e, speculi ꝓpositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum punctorũ diuersabuntur quandoꝗ ad concauitatem, quandoꝗ ad conuexitatem respicientem centrum uisus, erit tamen illa concuruitas modica, quoniam prædictorum locorũ imaginum respectu lineæ a o n, modicus est excessus, palam itaꝗ ex præmissis, quod si linea recta quæ est diameter imaginis curuæ q̃ est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmisso modo dispositæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur concaua, quod est propositum.

XXXII.

Lineæ rectæ uisæ superficie incidentiæ axem speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secante, centroq́ꝫ uisus non existente in eadem superficie, imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uisum respicientis.

Sit ut

Sit ut in 27.huius libri,centrum uisus punctum l,& linea uisa r m y,cuius extrema puncta quæ sunt r & y,æqualiter distent à centro uisus l,sitq; centrum uisus extra superficiem lineæ r y,quæ producta secat speculum pyramidale cõcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g,cuius centrum sit d,reflectaturq; forma puncti r,ad uisum l,à puncto speculi g,eruntq; puncta b & g,quamuis sint in circulo,ut cum sunt puncta reflexionum,erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l,ut patet hoc per 7.septimi huius,& per 19.primi huius,& quoniam quantũ ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cõcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27.huius,erit locus imaginis formæ pũcti r, in puncto h,& locus imaginis formæ puncti i,erit in puncto t,locus uero imaginis formæ puncti m,erit punctum s,quod est extra rectitudinem lineæ t h,imago itaq; lineæ r m i,est in quadam linea transeunte puncto h s t,sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua,& quoniam punctũ s,est ultra cõcauitatem speculi respectu pũcti l,centrũ uisus,& punctum l,est intra illam concauitatem,palam quod punctum l,est extra superficiẽ in qua est linea h s t,curuitas ergo lineæ h s t,apparebit uisui manifeste,& quia punctũ f,cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g,& linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g,erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t,linea ergo l s,erit altior duabus lineis l h & h t,punctum ergo s respectu uisus l,est altius quàm duo puncta h & t,linea ergo h s t,apparebit uisui existenti in puncto l, concaua maxima concauitate uisum respiciente, & hoc est propositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui,cuius sup̃ficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniã enim ut in 31.huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem,imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat,& per præmissam proximã patet,quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis,uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta,cuius superficies incidentiæ,ut hic,p̃ponitur,oblique secet axem speculi,patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis,cuius cõformis est demonstratio cum præmissis,patet ergo propositum,nec ẽm dignum uidimus talibus immorandũ, quæ est prædemonstratis cõclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt,unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ pyramidale trans axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secundum axem secantis,uidebitur recta,quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm,& quandoq; una,quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29.huius,eadem dispositio figuræ,quæ facta est in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctũ cõmune ambabus superficiebus d a o & d b o,fuerit in axe pyramidis,ut punctũ o,& si duæ lineæ a e & b e,fuerint p̃pendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autẽ est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe contingere duos angulos acutos æquales,cũ ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies,& uisus fuerit in puncto d,tũc superficies trigoni d e g,in qua sunt lineæ g e & d e,transibit per totã axem & per centrum uisus,& utraq; superficies d a o & d b o,erit decliuis super axem speculi, & cõmunes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erũt duæ sectiones oxigoniæ,& forma trium punctorũ quæ sunt r b q,reflectetur ad uisum existentem in puncto d,à puncto speculi quod est b,

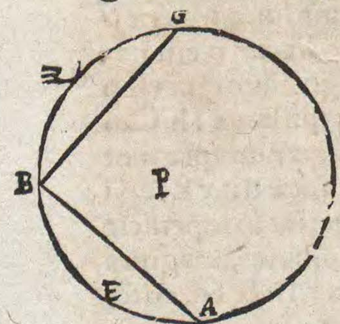
quod est b,formæ quoq; trium punctorum quæ sunt,m l f,reflectẽtur ad uisum in puncto d,à puncto speculi a,cum ergo lineæ m l f & r h q,fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis,& uisus fuerit in puncto d,tũc ut supra in 29.huius patuit,linea n u erit imago lineæ m r,& linea c k erit imago lineæ l h,& linea p i erit imago lineæ f q,erit itaque imago lineæ m r,quæ est linea n u minor quàm linea m r,& imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q,& imago lineæ l h quæ est c k,erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoq; istæ imagines conuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in pũcto d,quod si uisus fuerit in puncto o,& lineæ n u,c k & p i quæ sunt imagines linearum m r,l h & f q,uisu existente in pũcto o,fuerint in superficie bus corporum uisibilium,tunc per eandem præmissam rationem in 29.huius,imagines illarum linearum n u,c r & p i,erũt lineæ quæ sunt imagines literarũ m r,l h & f q, eritq; imago lineæ p i,quæ est linea f q,minor quàm linea p i,& imago lineæ c k quæ est linea l h,erit æqualis suæ lineæ,& imago lineæ n u,quæ est linea m r,erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erũt lineæ rectæ,& apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o,& si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum,lineæ m l f & k h p,puncta itaq; istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o,& puncta r h q,comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o,et imago pũcti remotioris à uisu erit propinquior uisui,et imago puncti p̃pinquioris uisui erit remotior à uisu,cõuersum itaque habebũt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus concauis uidentur conuexæ, quandoq; cõcauæ,quandoq; rectæ,& quandoq; maiores,& quandoq; minores & quandoq; æquales rebus uisis, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerum quarum sunt imagines,& accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundũ numerum punctorũ reflexionis,& forte imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarũ partium quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari,hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

XXXV.

Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimã quarti,quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p̃ 15.quarti,qđ sit b g,eritq; per eandẽ 15.quarti,linea b g,æqualis semidiametro circuli,& abscindatur ab illo circulo portio a e b,cuius arcus a b,per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli,& similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionũ,quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cõcaua,ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

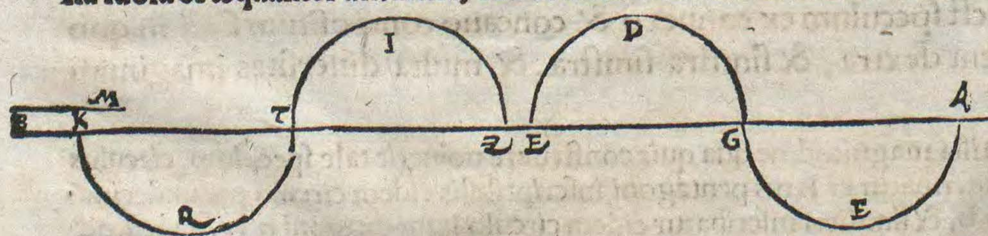
est g z b, ſicut conuexa ut eſt figura x o p, & aſſumatur petia ferri rectangula, cuius lon
gitudo ſit maior quâm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; ſit maior quâm corda b g,



& incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo ſit conuexitatis por=
tionis a e b, ita ut ſuperficies cōcaua quæ eſt k f c, ſibi extrinſecus ap
plicetur, & eius latitudo ſit in parte longitudinis reſiduæ concauita
tis portionis g z b, ita ut cōuexitas ſuperficiei x o p, ſibi intrinſecus
applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentū ac=
cipiat ex forma cōcauitatis, ſed in eadem ſuperficie ſpeculi ipſarum
quælibet imprimatur, poliaturq; ſpeculum ex partibus ambabus, ꝓ
pter qđ oportet ut lamina ſpeculanda ſit conuenienter ſpiſſa, ut ex
utraq; parte ſalua diſpoſitiōe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; ſpecu=
lum ſi ſup ſedem uolubilē ad hanc præparatam cōponatur, & ſuper
ipſam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua ſuperficies uiſui ſe offerant, tunc
apparebūt dextra dextra & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtant quaſi duobus cubitis, apparet ima
go cōmenſurata & ſimilis ueræ formæ, magis uero diſtāti ꝓtenditur imago in anterius,



propius uero accedenti ad cōuexam ſuperficiem ſpeculi fit imago pe=
nitus informis, & magis accedēti informitas plus augetur, & contra=
ria ei quod uidetur, fit imago magis quâm accedenti prolixior ap=
parens, & ſit facies uidentis conſimilis formæ equi, & ſemper magis
inclinato ſpeculo, imago apparet plus inclinata, ꝑmutato quoq; ſpe=
culo, imago quandoq; habet caput ſurſum & pedes deorſum, & quan=
doq; pedes ſurſum & caput deorſum, & plus experientia quàm ſcri=
ptura docebit imaginum diuerſitates. Quia ſi connectantur duo ſpe=
cula ſphærica, quorum unum ſit concauum, reliquum cōuexum, non
moto etiam ſpeculo uariatur diſpoſitio imaginum, propter reuelatio=
nem enim formæ reflexæ ab uno ſpeculo in alterū, dextra apparebunt
dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & in parte conuexa nō mutabitur ſitus ima=
ginis ſecundum ſurſum & deorſum, Sed in parte concaua uidebitur
imago ſuper capita uel ut antipodes, Cauſa uero omniū horum in ſim
plicibus ſpeculis dicta eſt per præmiſſa, modo quoq; tali in præmiſſo
ſpeculo permiſcentur imagines, & ſi in eadem concauitate ſit ſpeculū
planum ipſis ſpeculis ſphæricis conuexis & concauis interpoſitū, ua=
riabitur imaginū quantitas, q̃a in planis eſt imago æqualis rei uiſæ ꝑ
52. quinti huius, in cōuexis uero eſt minor per 39. quinti huius, In con=
cauis uero quandoq; æqualis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet ꝑ 48. octa=
ui huius, & tale ſpeculum poteſt taliter componi, Sit ſuperficies aliqua plana, quæ a b, &
fiant in ipſa ſpeculà conuexa quæ ſint a t g & t r k, & ſimiliter fiant in ipſa ſpecula con=
caua quæ ſint g d e & z i t, & fiant ſpecula plana, quæ ſint e z & k b, ponaturq; res uiſa in
puncto m, quæ à ſpeculis illis ad uiſum reflectatur, à planis itaq; ſpeculis apparent æqua
lia idola & æqualiter diſtantia, & à conuexis minora & minus diſtantia, à concauis ue=
ro diuerſa & di=
uerſimode uiſui
occurrētia, ſicut
in aliĳs p̄demon
ſtratū eſt. Inge=
niū uero moder
norū & futuro=



rum addat quod libuerit, quia ſufficienter dedimus cogitantibus principia multorū ta=
lium adinuentionū, & nos quæ talia digna memoria inuenimus, poſterius cōſcribemus.

XXXVI.

A ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile eſt accendi.

Si enim in ſpeculis pyramidalibus concauis ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi com=
munis ſectio ſit linea longitudinis, non eſt neceſſarium ignem ab ipſis accendi ſicut ne=
que à ſpeculis planis, etiam ſi ſuperficies reflexionis omnes ſe in axe columnæ interſe=
cent, radĳ enim æquediſtanter ſuperficiei ſpeculi incidentes, æquediſtanter utiq; refle=
ctentur, perpendiculares quidem in ſeipſos ad diuerſa puncta ſpeculi columnaris ſe=
cundum quæ cum ipſi ſpeculo incidebant axem ſecabant, & ita nunquam in pūcto con=
current, ſed in tota linea axis diſtendentur, nō ꝑpendiculares uero radĳ oblique, ſcilicet
ſuperficiei ſpeculi incidentes, quoniam ſecundum angulos quos faciunt cum perpendi=
culari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexio
nis, & ſuperficiei contingentis columnam, ad partem aliā in eadem ſuperficie à dicta ꝑ=
pendiculari reflectuntur, patet ergo, quia ſecundū quod æquediſtantes ad inuicem inci=
dunt, ſic quaſi æquediſtantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, ſed in linea con=
currēt per 29. primi. Quod ſi dicatur quod aliqua ſuperficies reflexiōis ſe in axe colūnæ
nō interſecēt, ſed ſint æquediſtātes, qđ eſt impoſſibile ut patet ꝑ 7. ſeptimi huius, palā tn̄
eſt quod in eis reflexi radĳ nunq̄ concurrēt, ſi uero ſectio cōmunis ſuꝑficiei reflexiōis, &
ſuperficiei columnæ ſit circulus, tunc per eius centrū tranſeuntes radĳ, q̄m omnes ſunt
perpendiculares ſuper ſuperficies contingentes in punctis ſuæ incidentiæ, ut per 21. ſe=
ptimi huius, oſtenſum eſt, tunc patet quod omnes reflectuntur in ſeipſos, & concurrent
in centro circuli illius ſiue ſit baſis columnæ ſpeculi ſiue ſit circulus baſi æquediſtantis,
hoc autem centrum erit ſemper in axe, & ſunt tot centra talium circulorum in axe, quot
ſunt circuli in columna, ad unū ergo punctum non reflectuntur radĳ totius ſuperficiei
ſpeculi columnaris, ſed ad totam axis lineā, quod ſi radĳ reflexi ſecundum circulum nō
tranſeunt centrum circuli, tunc ſecundum angulorum incidentiæ diuerſitatē fiet diuer=
ſitas reflexionis ad ſemidiametrum circuli, non fiet concurſus in centro circuli radiorū
ſed in tota ſemidiametro, & ſic ignis difficiliter accēdi poterit, ſicut etiam prius dictum
eſt in ſpeculo ſphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod ſi communis
ſectio dictarum duarum ſuperficierum ſit ſectio columnaris, tunc radĳ pauciſſimi con=
current, patet ergo quod non eſt poſſibile omnes radios ſuperficiei ſpeculi columnaris
concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquo=
rum tali ſpeculo pro combuſtionibus ſunt uſi. Ex ſpeculis etiam pyramidalibus lumen
aggregari & ignem accendere non eſt neceſſariū, quamuis ad hæc multarū acclinetur
imaginatio, cu=
ius cauſa eſt, q̃a
in talibus ſpecu=
lis communis ſe
ctio ſuꝑficiei re=

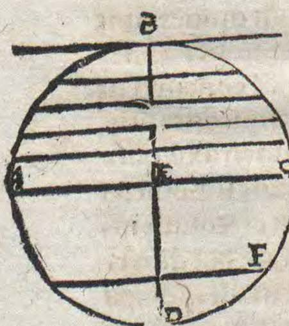


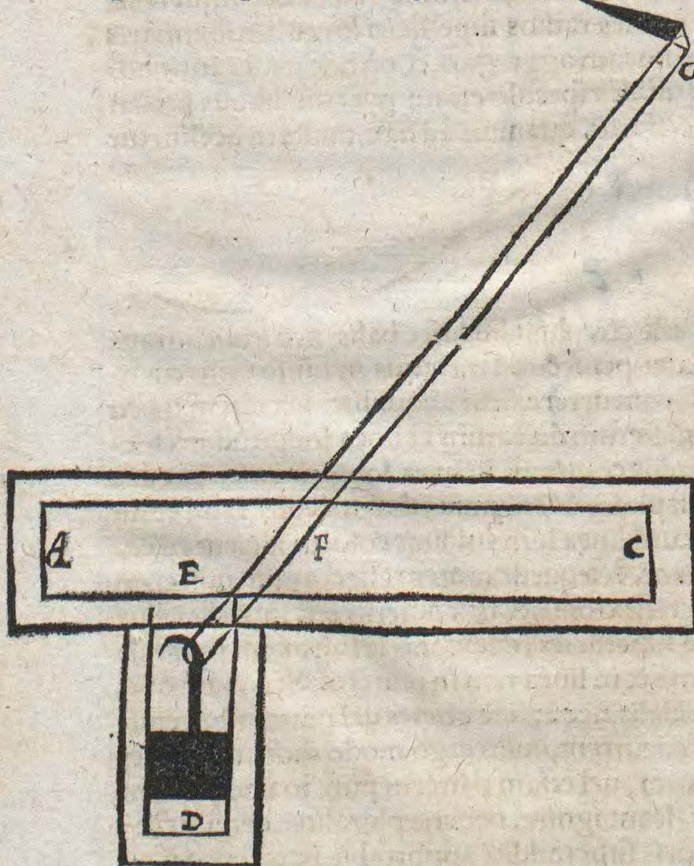
flexionis & ſuperficiei ſpeculi non poteſt eſſe circulus alius, nec baſis, nec æquediſtans
baſi, propter hoc quod prius dictū eſt, & patet per ſecundam huius, in nullo ergo euen=
tu poſſunt radĳ à periferia circuli in centro concurrere, ſicut aliqualiter accidit in ſpecu
lo columnari, quod ſi ſectio cōmunis ſuperficierum dictarum ſit linea longitudinis ſpe=
culi, quoniam ſuperficies ſpeculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc ac=
cidet in his ſpeculis ſicut prius dictum eſt in planis & columnaribus ſpeculis, radĳ enim
incidentes uel quoſcunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eoſdem facient cū ea=
dem reflexi, & ſic radĳ incidentes æquediſtant, & æquediſtanter reflectuntur, non ergo
concurrent etiam ſi ſint in eadem ſuperficie reflexionis, & ſi in diuerſis ſint ſuperficiebus
patet quod non concurrent niſi in axe, quia ſuperficies reflexionis ſe ſuꝑ axem pyrami=
dis interſecant, & tunc concurſus radiorum fiet in linea non in puncto. Si cōmunis ſe=
ctio ſuperficierum dictarū ſit ſectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radĳ eiuſ=
dem ſuperficiei uel diuerſarum aliqualiter cōcurrent, nullo ergo modo radĳ incidentes
pyramidali ſpeculo omnes, uel plures ipſorum, uel etiam pauci in puncto uno poſſunt
concurrere, ut aliquid ignitioni reſiſtens ualeant ignire, nec etiā pluralitas coniuncto=
rum ſpeculorum aliud ualidū reſpectu laboris ſuperadditi apportabit, patet ergo illud
quod proponebatur.

XXXVII.

Ex plurium ſpeculorum ſphæricorum concauorum interſectione ſpeculum comburens conſtitui eſt poſſibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius ſpeculi ſphærici concaui, qui a b c d, & eius centrū e, interſecentq́ſe in ipſo duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq́ radij ſolares in circulo, palam itaq per ea, quæ in ultima octaui huius dicta ſunt, quoniā radius incidens circulo ſecundum aliquam diametrorū, uerbi gratia, ſecundum diametrū a c, reflectitur in ſeipſum trans centrum radiorum non æquediſtantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctū b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cōtinet cū diametro eſt rectus p 17. tertij, & angulus b e a eſt rectus ex hypotheſi, & ille ergo radius contingens circulum nō reflectitur, quia nihil inuenit reſiſtens, pcedit ergo in cōtinuum & directū, alius uero radius æquediſtās diametro a c, cū linea in puncto ſuæ incidentiæ ſpeculū contingente, continet angulū rectilineū acutiſſimum, & modicam abſcindit portionē circuli, incidens & modicum ſe reflectens, ſed æqualiť. Sic itaq omnes radij æquediſtantes diametro a c, incidentes circulo ſpeculi, æquales abſcindunt circuli portiones, ſemper enim angulus reflexionis eſt æqualis angulo incidentiæ, illi aūt anguli æquales ſemp æquales abſcindunt portiones p 43. primi huius, ſolus aūt radius incidens circulo æquediſtanter diametro a c, abſcindens portionem, cuius arcus eſt ſexta pars periferiæ circuli, & cuius corda eſt æqualis lateri exagoni inſcriptibilis eidem circulo reflectiť ad punctū c, terminum diametri c a. Eſt eñ diameter a c, æquediſtans medio lateri exagoni ſuo circulo inſcripti, quem exagonū diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, fitq́ ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq radij æquediſtātes ſemidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda eſt æqualis reſiduo alteri exagoni, & eſt arcus f c, reflectuntur ad illam partem circuli portiones æquales abſcindentes & omnes illi radij tranſeunt per aliquod punctum ſemidiametri c e, & quodcunq punctū reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quouſq redeat ad locū â quo exiuit, illud punctū motu ſuo deſcribet circulus cuius polus erit punctum c, & â tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idē punctum ſemidiametri ſpeculi quæ eſt c e, fietq́ in illis punctis diametri combuſtio oppoſita aliqua materia combuſtibilis, ſed debilis & cum mora temporis, qđ ſic fieri poſſit, ut loca plura cōbuſtionis uel omnia in unū punctū congregentur fiet fortior cōbuſtio. Hoc aūt uiſum eſt poſſibile fieri per interſectionē ſphæricā plurium ſpeculorum ſphæricorū concauorum, non aūt inæqualium, quia in illis nō conuenienter uniformis poteſt inueniri pportio. Relinquitur ergo qđ æqualiū ſpeculorū ſphæricorū ſit illa interſectio, ita ut illud quod uariat in locis cōbuſtionum diuerſitas diſtantiæ radiorū æquediſtantium axi ſpeculi, & ad ipſam axem reflexarū cōformet diuerſificatio centrorū, ut ſi centra ſphærarū ſpeculorū ſe interſecantium





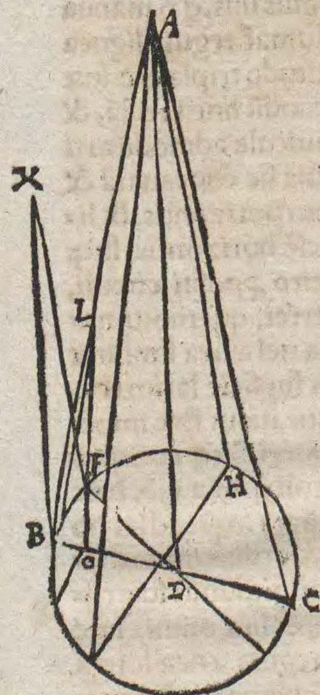
tium ſecundū omnia puncta unius ſemidiametri ſphæræ uarientur, tūc enim pūcta combuſtionis aut oīa aut plurima in unum punctū colliguntur, & fortificabitur cōbuſtio ſecundū illud. Huius autē rei mœchanicū artificiū tradendū cogitauimus illis, q p manualem fabricā intendere uoluerint præmiſſis, cuius forma talis eſt. Aſſumať regula lignea uel ænea quadrangula planarū ſuperficierū quāta placet, & ſic eius latitudo tripla erit ſuæ ſpiſſitudini uel circa illud, deinde in medio ſuæ latitudinis caueť ſecundū lineā rectā, & planeť foramen, & ordineť taliter, ut intra ipſam decurrere poſſit nauicula admodū artificij tornatorū, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula ſic concauata & diſpoſita, taliter ſituetur ut eius cauata ſupficies ſit erecta ſup ſupficiem horizontis, & lineæ profunditatis ſuæ concauitatis ſint ppendiculares ſuper ſuperficiē horizontis, ſitq́ linea q̄ motu ſuo deſcribet uncus motæ nauiculæ æqualis ſemidiametro ppoſiti circuli, quæ eſt e d, ita q punctū e cadat in intrinſeca ſuperficie ipſius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus eſt mouetur. Deinde aſſumatur alia regula lignea uel ænea ſimiliter quadrangula ut prima, & planarū ſuperficierū, & hæc ſimiliter in ſui ſupficie latiori cauetur ſubtiliter ſecundū lineas rectas, & planenť ſuperficies cōcauitatis ita ut ſine impedimento p illā concauitatē poſſit alia ſubtilis regula uel funiculus moueri, Sitq́ concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc eſt ut ſit æqualis diametro circuli q̄ eſt a c, & hæc regula cū priori regula taliter adaptetur, ut eius ſuperficies nō concauata æquediſtet horizonti, & eius ſuperficies cauata reſpiciet cauaturā regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter ſup illā, ita ut angulus d e c ſit rectus, & ſit medius pūctus longitudinis ſuæ cōcauitatis correſpondens pūcto e, qui eſt punctus unci ipſius nauiculæ, & ſint omnia hæc in eadem ſupficie æquediſtante ſuperficiei horizontis. Fiatq́ tertia regula ænea longa quadrangularū ſuperficierū planarū & rectarū linearū, q̄ ſit e f g. Sitq́ eius pars e f æqualis ſemidiametro circuli q̄ eſt e c, ſitq́ taliter diſpoſita, ut p aliquā armillā uel foramē applicetur unco nauiculæ ſecundū punctū e, & ut ipſa moueri poſſit per cōcauitatē lineæ a c, ſitq́ in puncto f nodus, cuius diameter ſit maior diametro concauitatis regulæ a c, ſiat quoq reliqua pars lineæ e f g quæ eſt f g, lōgitudinis placitę cuiuſcūq, & in pūcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui ſit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere poſſit pauimentum uel illam aliam ſuperficiem ſubſtratam. His itaq omnibus ſic diſpoſitis imittatur regula e f g, ſecundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & ſequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq́ punctus f, in ſuperficie regulæ a c, & ſemper mutabitur centrum circuli, cuius diameter eſt linea e f, cum itaq pūctus e, peruenit in punctū d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod eſt centrū circuli pmiſſi, omniumq́ punctorū reflexionis lineis uel quarūcunq formarū à quarta circuli quæ eſt c b, concurſus radiorū uel diffuſæ uirtutis erit in centro circuli qđ eſt e, qm̄ omnia puncta combuſtionū concurrentia in axe e b, reducta ſunt ad punctū e, quod eſt centrū circuli, utpote omniū radiorū incidentiū circulo ſpeculi æquediſtanter diametro a c. Similiter quoq ſi placet fiat in alia quarta circuli deſcēdente plane ipſa nauicula reducendo punctū f ad punctū a, tūc eñ punctū g, lineæ f g, motu ſuo deſcribet quandam lineam per clauum ſibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineā dicimus lineam ecentralem, qm̄ eſt interſectio infinitorū circulorū, quilibet eñ punctus illius lineæ, exceptis punctis extremis correſpondentibus pūctis a & c, ipſius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter diſtantibus â pūcto medio totius lineæ ecentralis diuerſo correſpondet centro, ſicut & quælibet duo pūcta æqualiter diſtantia â pūcto ſui medio reſpiciunt idem centrū, & ſunt pūcta unius circuli alterum circulū ſecātis, hæc ergo linea ad conſtitutionem propoſiti ſpeculi utemur ſecundū ipſam aliquam ſpecularem ſuperficiē cōcauantes, ſicut p modū demonſtrationis & artificij inferius diceť, patet ergo ppoſitū.

XXXVIII.

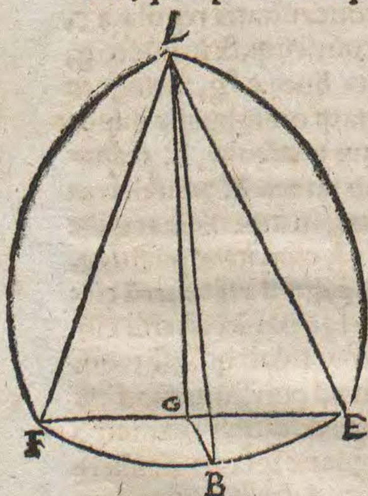
Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium cōcauorum ignem eſt poſſibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum ſcientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noſter cōquieuit, quia & ſi non ad

ad unum punctum mathematicum, ad unum tamẽ punctũ naturalem modicam & qua-
si insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter ag-
gregari, quæ nobis uero postea occurrerũt ualidiora sunt. Nihil tñ
istorũ duximus ꝑtermittendũ, ut posteriorũ animi altius excrescãt,
ꝑsenti itaq; demonstrationi opus ipsum mœchanicũ duximus ali-
qualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demonstrationis substantia ob
mittentes. Assumatur ergo quæcũq; pyramis quæ sit a b c d, cuius
uertex sit punctum a, sintq; lineæ longitudinis illius pyramidis a
b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18.
secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes
6. eritq; per 89. primi huius, punctum d centrum circuli, qui est ba-
sis ipsius pyramidis, inscribaturq; circulo basis linea æqualis semi-
diametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitq; aliqua diame-
ter in circulo æquedistans inscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e
per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ
sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc
quoq; transibit per centrum circuli per tertiã primi, producaturq;
linea illa ad utranq; partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur er-
go perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diame-
trum b c, quæ sit d h, & producatur ad partẽ aliam circuli, fietq; dia-
meter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producan-
turq; à pũctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticẽ
quæ sint h a & k a, producatur quoq; à puncto e, linea æquedistans
lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem
ideo, quia ipsarum æquædistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter du-

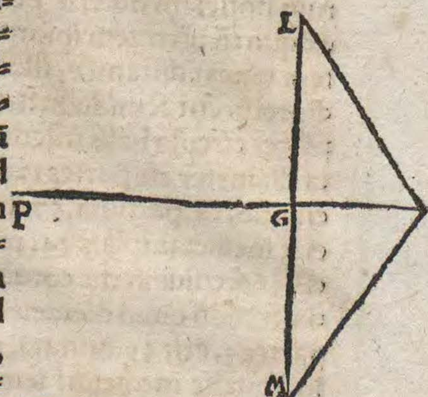


as ergo lineas e x & f x, cõtinuata plana superficies & termi-
nata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniã in-
tersecabit pyramidem. Eritq; triangulus x f e, propter æque-
distantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyra-
mide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyrami-
dem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lõgitudinis & di-
ametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam
pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio
à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntq; lineæ l f & l e, per 98.
primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est
e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pũcto quæ est l, ducan-
tur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æq̃les, linea ue-
ro l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit mino-
ris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritq; linea b g, li-
nea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitu-

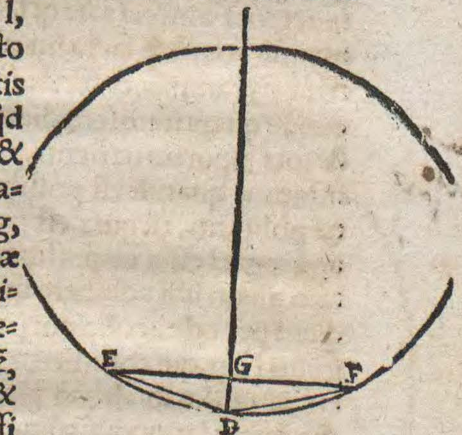


dinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis.
Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium per
quiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præ
missis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est par
tes 60. secundũ quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundũ qd'
circulus est 360. ducãtur quoq; lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam
f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, per
4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaq; f e, diuisus est ꝑ æqua
lia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta,
& 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60. patet quod li-
nea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia qua-
dratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia
quadra-

quadratũ lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f
b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahaẽ ergo radix quadrata illius residui, &
ipsa est quãtitas lieæ b g, & secũdũ ꝙ est linea f g & 30. ꝑtes, & ipsa 8. ꝑtes 2. minuta 29.
secunda, secundum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. &
linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus
notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. ꝓpositionis 7. di-
ligens inquisitor facile poterit inuenire, qm̃ uero linea g l, ere-
cta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. pri-
mi, qm̃ trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. se-
xti, erit ꝓportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineã
g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineam d
b, sicut lineæ l g ad lineã g b, sed linea d a, secupla est ad lineam
d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet er-
go, qm̃ linea l g, erit duæ partes. 24. minuta, 36. secunda, secun
dum quod linea d a est partes. 18. secundũ quod in triangulo l
b g, angulus l b g est rectus, qa latus g l queadmodũ linea d a,
orthogonaliter erectum est super superficiẽ circuli basis pyra-
midis ꝑ 89. primi hui9, & ꝑ 8. undecimi, patet ergo qa quadratũ lieæ l b, ualet quadrata



ambarum linearũ l g & b g, ex 46. primi huius, cõponantur ergo quadrata & aggregati
radix quadrata extrahaẽ, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundũ ꝓpositum numerũ
quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. secunda, & quia li-
nea l g, erecta est super superficiẽ basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ su-
per supficiẽ, qm̃ ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiã cum omnibus
lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l,
rectæ quæ in triangulo recti lineæ, quæ est e g l, angulo recto
opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Coniunctis
ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahaẽ radix, & patet q̃d
linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secũda, &
quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadra-
tum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratũ lineæ l g,
patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo linea f l duæ
partes. 50. minuta. 19. secunda, habeẽ itaq; noticia omnium li-
nearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præ-
senti. Cũ autẽ difficile sit assumi pyramidẽ ꝓposito cõpetentẽ,
qm̃ oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi &
polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis diffi
cilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo

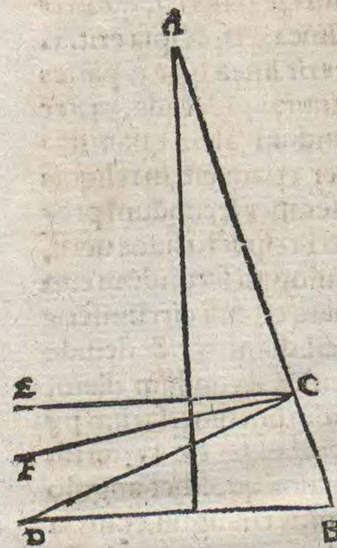


ad opus speculi libeat ꝓcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo
bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est ba-
sis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est li-
nea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundum illam quantitatẽ. 24. mi-
nuta. 6. secunda, quæ est linea ꝓfunditatis acceptæ sectionis, & forte qñ ꝓtrahitur assi-
milatur sagittæ, secundũ quod illæ lineæ cordæ & arcui similantur, & erũt lineæ e b & f
l rectæ æquales, & ipsarũ quælibet est duæ partes 50. minuta 19. secunda, & erit linea l b
duæ partes. 26. minuta, 35. secunda, secundũ dictam quantitatẽ, quæ oĩa si bene men-
surata fuerint, patet qd' habeẽ portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes
6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculũ latius quam sit longũ, & in breue spa-
cium radios plurimos congregabit, qd' si axem pyramidis imaginatus fueris 24. par-
tes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g, 4. partes & longius radij ꝓ
tenduntur, eruntq; ex harũ linearũ noticia, & ex notitia linearũ e g & g f, quarum notitia
supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti
quadrato linearũ notarũ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minorũ

talium est infinita, eo quod secundū omnem numerum axem pyramidis accipi est possi= bile, diametro tñ circuli basis nō mutata secundū numerum, & si mutetur secundū quan titatē partium numerataꝝ, certitudo ergo numeroꝝ operationi indagatoris soliciti re= linquatᷓ, sinus eñ uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secū= dum quē sit basis portionis abscisio, nō poterunt uariari, ex quoꝝ noticia ad aliarū linea rum noticiam poterit ꝓcedi. Quod si radios ad longam distantiā aggregari placuerit, ex quo tñ uirtutem ipsorum debilitari patulū est, nisi quantitas aggregationis quantita= tem uincat distantiæ, illud erit in excessu pyramidis lateris erecti ipsius. s. axis pyrami= dis respectu semidiametri basis, & semidiametri basis respectu sinus uersi, potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc aũt cū sit ꝑtes 30. secundū q̃d to= ta diameter est partes 120. si ex notis notum extrahatur, inuenietᷓ arcus sibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorū. 21. secūdaꝝ, qui ex 29. tertij, si per æqualia diuidatur erit medietas ipsius 14. partes, 28. minuta, 40. secunda 30. tertiæ, secundum q̃d circulus est 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. secunda, 20. ter= tia, secūdū quod diameter est 120, semidiameter quoq; partes 60. sed quod diameter est partes 3. erit 45. minuta, 21. secunda 40. tertia, sitq; latus f b, sed linea f e inscripta circu= lo æqualis medietati semidiametri, per diametrū orthogonaliter superstantem ei, ex 3. tertij, diuiditᷓ per æqualia in puncto g, ergo linea f g est medietas lineæ f e, quæ est pars & 30. minuta, linea ergo f g, est 45. minuta, quadratū itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & residui extrahatᷓ radix quadrata, & erit linea b g, quæ est sinus uersus ipsius arcus f e, 5. minuta, 42. secunda 44. tertia, cuius immutabili hæc posita quantitate numerati axe pyramidis quocūq; in numero & quantitate uariata diametro basis 6. partiū, cuiuscūq; quantitatis existentis, omnes lineæ abscisæ sectionis, ut prius operanti possunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensurationeq; facta lineaꝝ præmissarum in illa secundum proportionem axis imagi= natæ pyramidis, & secundū diuersitatē lineæ basi inscriptæ, quam fieri posse diximus se= cundū quantitatē semidiametri uel medietatē ipsius, ut secundū hæc quātitas sinus uersi & tota ꝓportio uarietur, planetur speculū intrinsecus ne partes partibus multum præ= mineant quantū est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundū ultimū possibilita= tis poliretur, tñ quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctū aggregari esset impossibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionē comple tam aliam sibi adhibere medelam. s. ut in eo fiant diuersarū intersectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cōpleri, qm̃ eñ in assumpta pyramidis portione, trian= gulus l b g, qui continetur â lineis intra sectionē assumptis, est notorū laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano describatur, quæ sit item l b g, qui si duplatus fuerit, ꝓtra= cto latere l g, quousq; linea g m, fit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, pa= lam quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assu= matur prior dispositio. s. ut linea b g, sit 24 minutorum, 6. secundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. secundorū, eritq; l g, secupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in continuū & directum ad punctū p, donec linea g p sit secupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, sicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. sexti, illud q̃d fit ex ductu lineæ g p in linea g b, erit æquale quadrato lineæ g l, sed quadratum lineæ g l, æquale est ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, est æqualis li= neæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 24. tertij, sed linea p b, secat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei super= stat ex prius datis, transit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuida= tur per doctrinam eiusdem per æqualia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli cir= cumscriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ est linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. secunda, cuius medietas est 7. partes 25. minuta. 51. secundū, & est pun= ctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum dictam

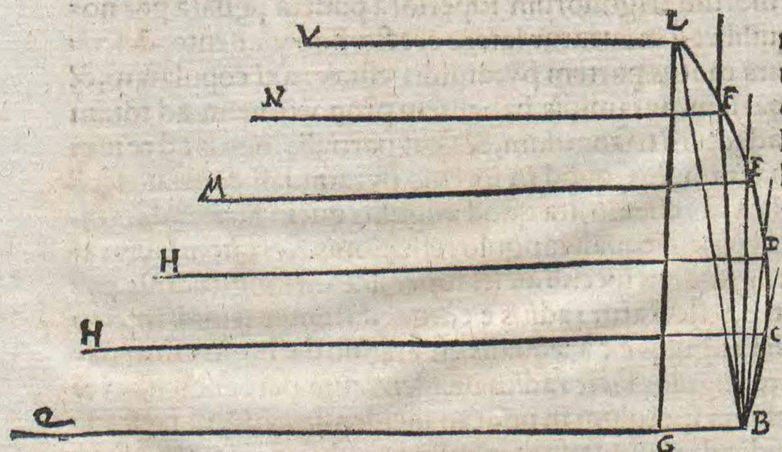
dictam dispositionis quantitatem, præter quam modicū quod ꝑditur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18. erit linea b g. 5. minuta. 42. secunda. 44. tertia, cuius secuplum est latus l g, quod e= rit. 34. minuta. 16. secunda. 24. tertia, cuius item secuplum erit linea g p, & ipsa erit. 3. partes. 25. minuta. 38. secunda, 24. tertia, â ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutū. 21. secūdū. 8. tertia, cuius medietas est pars una. 45. minuta. 40. secūda. 34. ter tia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantita= tem dispositi, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatē uarias acceptorum, & semper secundum pro= portionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus uersi, fit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum â speculo, qui secundum eun dem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscri= bentis triangulum l m b, & resecetur secundum lineam b p, quæ est diameter, & deinde ducatur â centro illius circuli quæ sit q, linea q l, & resecetur circulus secundum illam, remaneatq; q l b sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum py ramidum huiusmodi, qm̃ enim angulus l b g, est angulus semicirculi, patet ex 15. tertij, qm̃ ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius la tus tertium â centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum li= nea b q. quæ est semidiameter circuli, producaturq; â puncto b, linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b, & sit arcus resectus b t. Verum adhuc â puncto b, ducan= tur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum b l, & sint loca intersectionum c d e f, eruntq; lineæ productæ, qm̃ angulum acutum continent cum linea b q, omnes con currentes cum linea â puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14. primi huius, facientq; triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis inclu= sis ex 21. primi, sintq; omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per no= tam 8. quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixo manente, descri= bet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum, qm̃ uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidali concauo secū dum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius in= cidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis. s. ei quem facit ra= dius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut sit super lineam longitudinis py= ramidis alicuius speculi quæ sit a b, reflectatur radius e c, æquedistanter semidiametro basi incidens quæ sit b d, patet quia angulus e c a, æqualis est angulo d c b, qm̃ eñ ut pa= tet per 20. quinti huius, quoscunq; angulos facit radius incidens cum perpendiculari e= recta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit ra= dius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter enim angulus incidentiæ est æ= qualis angulo reflexionis. Resumatur ergo q l b, sector, & eius trianguli, quia quod de= monstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyrami= des. Incidit ergo ipsi sectori in puncto t, radius æquedistans lineæ q b, quæ sit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ est h c s, æqualis angulo reflexionis, sed angulus h c s, æ= qualis est angulo q b c, quia per 29. primi, est angulus h c s, æqualis angulo q b c, & an= gulus q b c, est per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c sunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi secundum lineam ergo q t, fit reflexio in= cidens, ergo radius in punctū b, reflexus â puncto c, concurrit in puncto q, quia â pun= cto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui est k d f, æqua= lis est angulo reflexionis, sed & idem est æqualis angulo q b d, secūdū premissum modū deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt

ſunt æquales, ergo ſecundũ lineam q d fit reflexio. Similiter autẽ eſt & in alijs demõſtrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta ſectionum factarum per latera triangulorũ productorum à puncto b, uerſus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod eſt centrũ accepit circuli, & quia ſectiones illæ fieri poſſunt quaſi infinitæ ab una linea ſic ordinata in ſectore ad unũ punctum mathematicũ, aggregationes autẽ radiorum fiunt quaſi infinitæ, hæc ergo demonſtratio patet, quod omnes radij incidentes puncti b c d, e f l, reflectuntur ad unũ punctum, qui eſt q, & ſi portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabũt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multũ diſtabit à puncto reflexionis quæ eſt q, Eritq́ aggregatio omniũ radiorum totali lineæ b l incidentiũ ad unum punctum ſenſibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu ſuo ſuperficiem ſectionis præaſſumptæ pyramidis ſuperius limando & cauando ꝑducet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propoſitum, faciunt enim iſti trianguli motu ſuo pyramides ſe interſecantes.



XXXIX.

Si ſectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter ſuper diametrum ſectionis productam ad cõcurſum cum cõtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam ſectionis æqualis parti interiacenti ſectionem & contingentem.



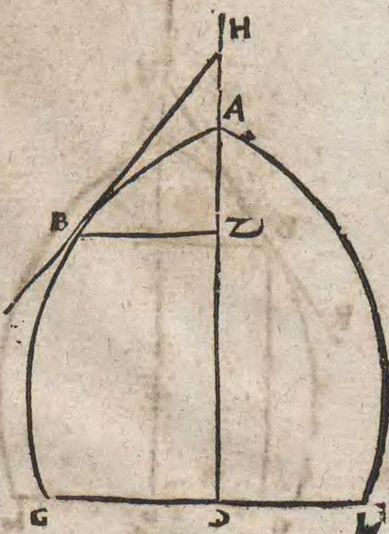
Sit ſectio parabola, cuius nomen prius libro primo in cõmento propoſitionis 98. expoſuimus, quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & diameter a d, contingatq́ hanc ſectionẽ in puncto b, linea recta, quæ ſit h b k, cõcurratq́ diameter, quæ ſit d a, ꝑducta extra ſectionẽ cum linea contingente, quæ eſt h b k in pũcto h, & à puncto cõtingentiæ quod eſt b, ducatur per 12. primi, linea perpendicularis ſuꝑ diametrum a d, ſecãs ipſam in puncto 3, & ſit b 3, dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum ſectionis perpendicularis b 3, & periferiam ſectionis quæ eſt l a g, eſt æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod eſt punctum concurſus diametro cum linea contingente, quæ eſt h b k, & punctum a, quod eſt terminus diametri cadens inter ipſam periferiam ſectionis, & hoc uniuerſale eſt, etiam ſi linea recta ſectionis contingat in puncto g, hoc autẽ demonſtratum eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipſo ut demonſtrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto ſectionis parabolæ ſuper diametrum ſectionis eſt æquale rectangulo contento ſub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam ſectionis, & ſub latere recto ipſius ſectionis.

Sit ut in præmiſſa ſectio parabola quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & eius diameter

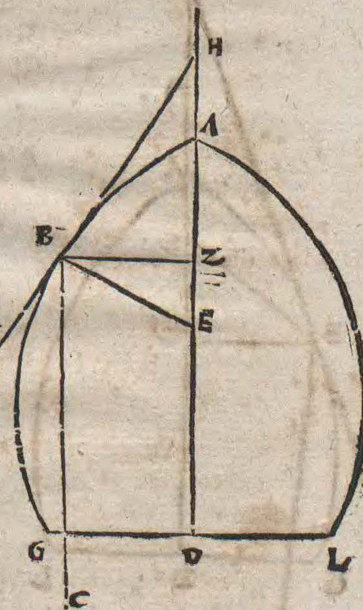
meter ſit a d, & à pũcto aliquo ſectiõis quod ſit b, ducatur ſuper diametrum ſectionis, quæ eſt ad perpendicularis b z, dico quod quadratũ lineæ ꝑpendicularis quæ b 3, eſt æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 37. quæ eſt pars diametri a d, interiacens ipſam perpendicularem b z, & periferiam ſectionis in linea l g, quæ eſt latus rectum ipſius ſectionis. Eſt ergo per 16. ſexti, proportio lineæ l g ad lineam z b, ſicut ipſius z b ad lineam z a, hoc autẽ ſimiliter demonſtratũ eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipſo utemur ut demonſtrato. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia ſolum illis indigemus ad theorema ſubſequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

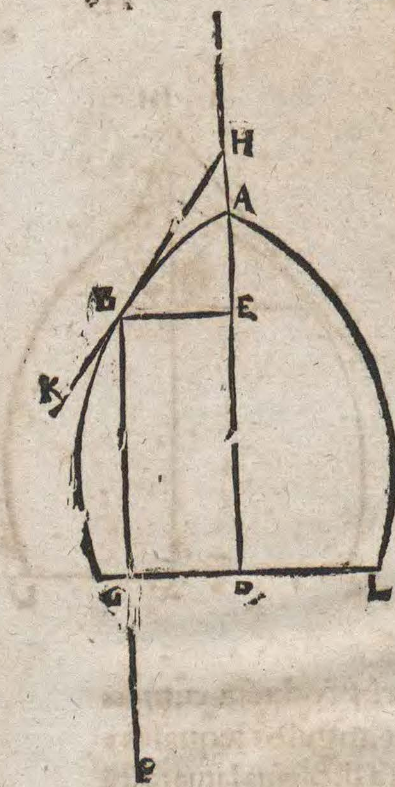


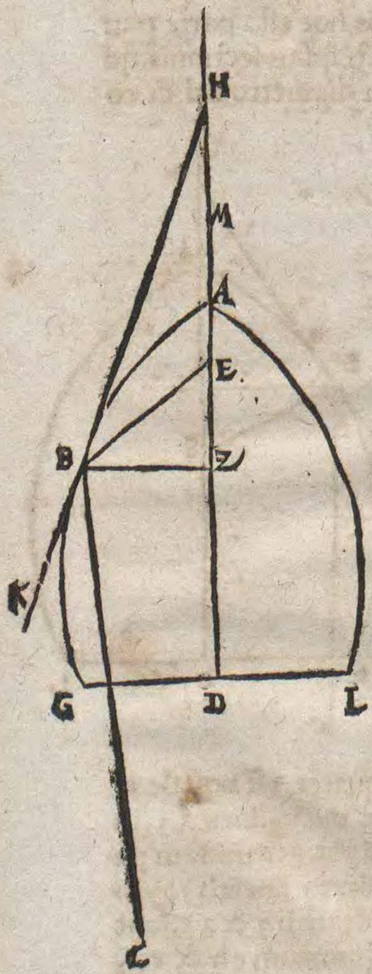
XLI.

Si in ſectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ ſectionis reſecetur æquale quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, omnis linea æquediſtanter diametro incidens alicui puncto ſectionis, & linea ab eodem puncto ſectionis ad punctum abſciſionis diametri producta cum linea contingente ſectionem ſuper illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut ſuperius ſectio parabola quæ l a b g, cuius diameter ſit a d, & eius latus rectũ ſit l g, ab extremitate quoq́ diametri a d, ex parte periferiæ ſectionis, hoc eſt à parte puncti a, reſecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, q̃d eſt l g, incidatq́ linea t b, puncto ſectionis, quod eſt b, æquediſtanter diametro a d, & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod ſeparat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens ſectionem, quæ ſit h b k, dico q̃d duæ lineæ t b, & b e, cum linea ſectionem contingente, quæ eſt h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quòd angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non poteſt euadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut rectus, aut obtuſus, ſit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12 primi, ſuper diametrum a d, perpendicularis b 3, cadatq́ per 32. primi, punctum 3, inter duo puncta a & e, & producatur diameter a d, ultra punctũ a, donec per 2 primi huius, concurrat cũ linea cõtingente ſectionem, quæ eſt k b h, ſitq́ cõcurſus in puncto h, eritq́ angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaq́ lineæ a e, eſt diuiſa in puncto 3, & ei eſt æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ eſt a h. Erit ergo per 8. ſecũdi quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, ſed linea e a, eſt quarta pars lineæ l g, ex hypotheſi, ergo per 1. ſecundi, uel per 1. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quãter, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, ſemel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cum quadrato lineæ 3 e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed per præmiſſam patet, quod illud quod fit ex ductu lineę a 3, in lineã l g, eſt æquale quadrato lineæ b 3, quoniam linea b 3 eſt perpẽdicularis ſuper diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, ſunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, ſunt æqualia, ergo linea e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5 primi, in trigono e b h, angulus e h b, eſt æqualis angulo e b h, ſed linea t b & d a, ſunt æquediſtantes, ergo per 29.







primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandū est, de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad pūctū e, quoniā illa linea su per punctū e cū diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, ad huc patet propositū, q̄niā angulus c b k, est æqualis angulo e b h, q̄niā em̄ angulus b e h, est rectus, patet quod linea b e est perpendicularis super diametrū a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1 sexti, quoniam linea e a, est ex hypothesi 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per præmissam, quoniā linea e b, est perpendicularis sup diametrum a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius per 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & q̄niā linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, q̄niā angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterum, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur enim linea perpendicularis, quæ sit b 3, â puncto b ipsius sectionis, cui incidit linea æquædistans diametro a d, quæ est t b, illa quoq; perpendicularis super diametrū a d, sit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliàs enim duo anguli unius trigoni b e 3 fierēt maiores duobus rectis, q̄niā uno existēte recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctum 3, inter puncta e & d. linea ergo a 3, est maior q̄ linea a e, & q̄niā linea h b k cōtingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior q̄ linea a e, fiat p̄ 3. primi, linea a m, æqualis lineæ a e, remanet ergo linea h m. æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m, est æquale quadrato lineæ e h, quia itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, q̄ illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a e quater, ut patet ex præmissis est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineā l g, per 1. secūdi, uel per primā sexti, quoniā linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est æquale

æquale quadrato lineæ b 3, p̄ præcedentē, q̄m linea b 3, est p̄pendicularis sup diametrū a d, quadratū uero lineæ b e, per penultimā primi, est æquale quadratis ambabus linearū b 3 & e 3, patet ergo quod quadratū lineæ b e, est æquale quadrato lineæ e h, ergo lineā e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b sunt æquales, sed ut prius t b & d h sunt æquædistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & similiter demōstrandū in omni linea incidente sectioni æquedistāter diametro a d, cū angulus b e h est obtusus, patet itaq; generaliter propositū, nam omnis linea incidens periferiæ sectionis æquedistanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abscindens â diametro ex parte periferiæ sectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

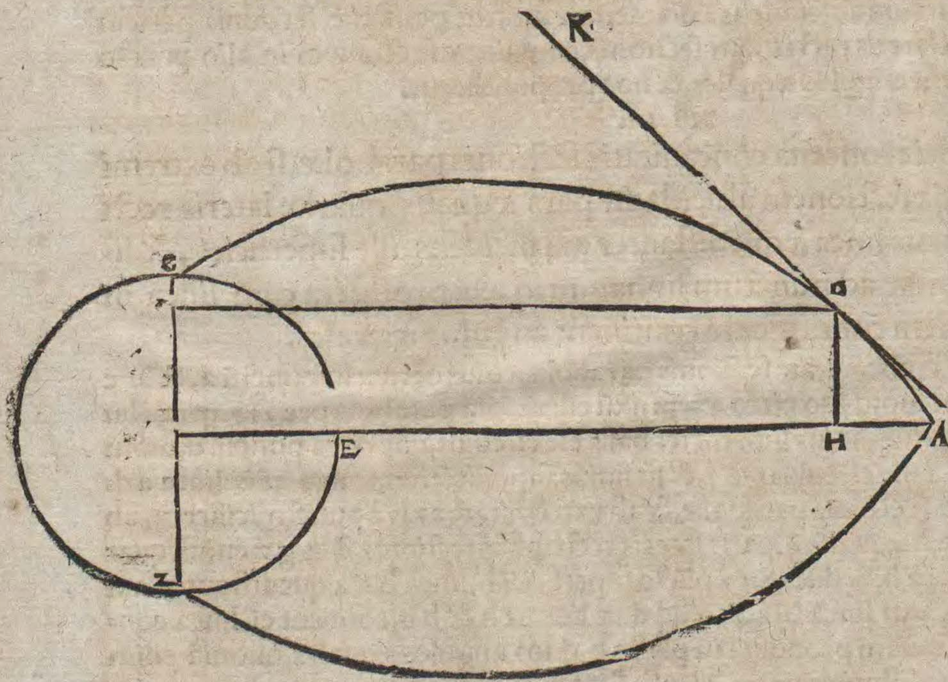
In omne superficie concaua concauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis contingentis sectionem abscidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ, omnis linea æquedistanter axi incidens illi superficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos æquales.

Sit superficies cōcaua cōcauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctū a, & hæc est superficies illa, quam motu suo circa axem fixū efficit ipsa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut idē patuit, huius superficiei basis est circulus, quē circa punctū d, motu suo describit linea g d, sit ille circulus g e 3, & sit huius superficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabolæ, & ab extremitate axis â puncto, scilicet a, abscindatur ab axe linea a h æqualis 4. parti lateris recti ipsius sectionis, q̄ sit g z cuius quartæ parti æqualis sit linea a h, & ducatur â pūcto superficiei b, linea b t, æquedistanter axi a d, per 31. primi, & ducatur linea b h, dico q̄d duæ lineæ t h & b h, cōtinent cū linea contingente superficiē concauam propositā in pūcto b, duos angulos æquales, quoniā enim linea a d & b c sunt æquedistantes, patet q̄d ipsæ sunt in eadē superficie per 1. primi huius sed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, lineæ ergo t b, & b h, & a d sunt in una superficie, sit itaq; ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum b, superficies itaq; b c d a, secabit superficiem concauam, & erit per 19 primi huius, communis sectio ipsarum parabola, quæ sit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis sectio superficiei b c d a, & superficiei planæ contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in pūcto b, quæ sit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit sectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquædistat lineæ a d, patet per præmissam, quoniam duæ lineæ t b & h b, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente sectionem in puncto b, quoniam imaginata moueri superficie b c d a, circa axem fixū quæ est a d, patet quod punctum b, motu suo efficit circulum in superficie cōcaua, â cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte sectionis parabolæ, quæ est a b g, cadat punctus b, siue angulus b h a, sit acutus, rectus, uel obtusus, patet itaq; quod omnis linea æquedistans axi a d, est incidens superficiei concauæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc est propositum.

XLIII.

Speculo cōcauo concauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo æquedistanter axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem â superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ speculi superficiem causantis, ex quo patet quod â superficie talium speculorum ignem est possibile accendi.

Sit ſpeculum concauum concauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctum a, & baſis ipſius ſit circulus q e z, & eius axis a d, & diſtantia puncti axis quod ſit h, à puncto uerticis ſpeculi quod eſt a, ſit ęqualis quartæ parti lineæ q z, ſcilicet lateris recti ſectionis parabolæ a b g, cauſantis motu ſuo ſuper axem a d, ſuperficiem ipſius ſpeculi concaui quod ſoli opponatur ſecundum eius axem a d, ſit enim corporis ſolaris centrum k, ſi tueturq; ſpeculum taliter, ut eius axis a d, ſic producta, proueniat ad centrum ſolis in punctum k, dico quod omnes radij ſolares æquediſtanter radio k a, ſuperficiei ſpeculi propoſiti incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ eſt axis ſpeculi, quoniã enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis ſolaris ſuꝑ aliquod punctum ſuperficiei ſpeculi, egrediuntur ſecundum lineas rectas, ut patet per primam ſecundi huius, tunc palam eſt quia linea k a, eſt linea recta. Sit itaq; ſuper periferiam alicuius ſectionis parabolæ ipſius ſpeculi, quæ ſit g a ʒ q, punctum g, ſignatum utcunq; contingit, & à puncto ſpeculi g, ꝑ 31. primi, ad aliquod punctum, corporis ſolaris quod ſit t, ducatur linea g t, æquediſtans radio a k, qui incidit ſuperficiei ſpeculi ſecundum axem a d.



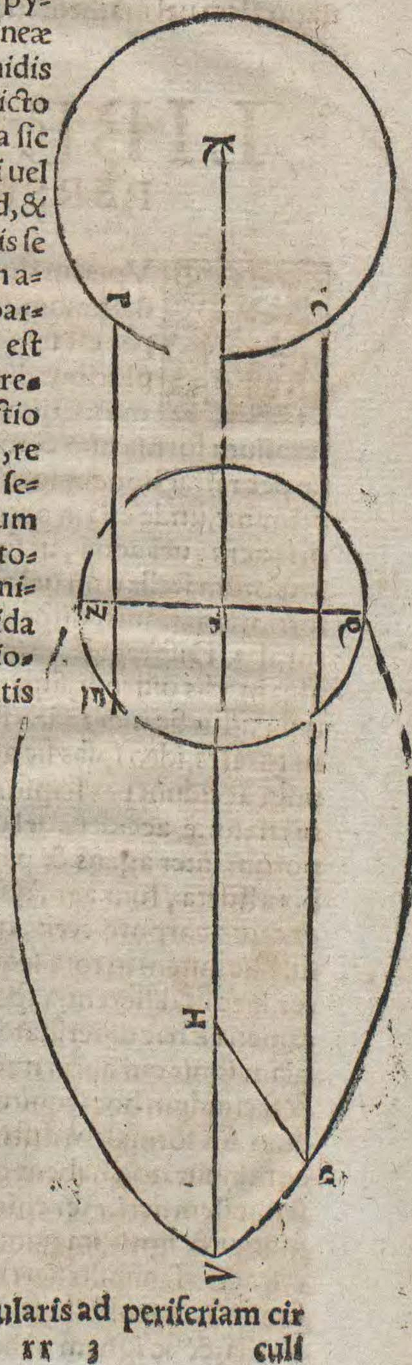
Eſt autem neceſſarium omnem lineam à quocunq; puncto ſpeculi æquediſtanter radio a k, productam ad ſuperficiem corporis ſolis incidere, quoniam ſuperficiei ſpeculi ad ſuperficiem ſolaris corporis aut nulla, aut modica eſt proportio, ſit ergo punctum t, quod eſt terminus lineæ g t, in ipſa ſuperficie corporis ſolaris. Omnes itaq; lineæ quæ poſſunt duci à ſuperficie ipſius ſpeculi æquediſtanter ſuæ axi a d, incidunt corpori ſolari, & ſecundum illas lineas fit incidentia ſuperficiei ſpeculi reſpectu radij qui incidit ſecundum axem omnium æquediſtantium axi radiorum, hoc autem eſt omniũ radiorũ cuicunq; puncto ſuperficiei totius ſpeculi incidentiũ, qm̃ ꝑ 31. primi, à q̃libet pũcto ꝓpe uel remote dato, ſcimus cuilibet datæ lineæ ut in propoſito ex axis a d, ducere lineã æq̃diſtantẽ, dico itaq; q̃d oẽs illi radij reflectuntur à totali ſuperficie ſpeculi ad unũ punctũ axis ſpeculi quod eſt punctũ h, oẽs em̃ illi radij cũ ſint lineæ rectæ, patet ꝑ præmiſſam, quod cũ lineis ab omnibus pũctis ſuarũ incidentiarũ ad punctũ h, ductis cõtinẽt angulos æquales, ergo ꝑ 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectũtur ſecundũ illas lineas tranſeuntes punctũ h, & ex hoc patet, quod oẽs radij incidẽtes periferiæ ſectionis æquediſtanter radio incidenti ſecundũ lineã, q̃ eſt diameter ipſius ſectiõis reflectũtur ad punctũ diametri, qui abſcidit ex capite diametri à parte periferiæ ſectiõis partẽ æqualẽ quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis a b g, qm̃ omnis reflexio à q̃libet corporũ politorũ regulariũ fit ſecundũ æqualitatẽ angulorum, q̃s continẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto ſuperficie ſpeculi à qua fit reflexio cõtingente, & quoniam oẽs illæ duæ ſecant ſe in puncto h, patet quod in puncto h, eſt cõcurſus omniũ illorũ radiorũ. In illo ergo pũcto aggregatur omnis uirtus oĩm radiorũ totali ſuꝑficiei ſpeculi incidẽtiũ, & qm̃ quilibet radiolus defert ſecum aliq̃d uirtutis actiuæ corporis ſolaris, patet quod in illo puncto tota uirtus eſt concurrens omnium

omnium ſcilicet radiorum ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter ipſi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, poſito aliquo combuſtibili ignem eſt poſsibile accendi, & hæc eſt melior & fortior figura omnium figurarum radios ſolares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota ſuperficie & à quolibet puncto ipſius radij ſolares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propoſitum.

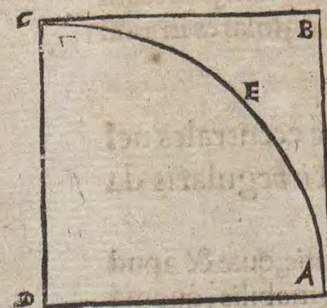
XLIIII.

Speculum ſecundum formam ſectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel interſectionis pyramidalis uel cuiuſcunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter conſtituere.

Lineam quã dicimus periferiam ſectionis inueniat induſtria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter eſt inuenta, faciliter tamen eſt imaginabilis, quoniã ut in 98. primi huius, diximus, ipſa eſt linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei conicæ cuiuſcunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & ſuperficiei pyramidem per diametrum baſis ſecanti, æquediſtanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis ſuperficies eſt erecta ſuper planam ſuperficiem dicto modo pyramidem ſecantem. Talis itaque ſectio parabola ſic artificialiter inuenta, ſit a e g, & aſſumatur lamina ferri boni uel calybis, menſuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ ſit a b g d, & protrahatur in ipſa ſectio parabola, quæ ſit æqualis, & ſimilis ſectioni a e g, & abſcindatur lamina ſecundum illam ſectionem a e g, uel ſecundum aliquam partem ipſius, ſiue placeat à parte uerticis quæ eſt a, ſiue ex parte unius ſui capitis, quod eſt g, ſiue ex parte alterius ſui capitis, quod eſt in latere eius recto oppoſitum puncto g, fit enim magna diuerſitas proiectionis radiorum ſecundum illam partium ſectionis diuerſitatem, reſecta itaque lamina a d b g, ſecundum formam & figuram ſectionis a e g, acuatur extremitas laminæ, quæ eſt ſecundum formam ſectionis acuitione bona, ſcilicet, ut uidere ualeat totum illud ſuper quod mouetur, & aſſumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis ſpiſsitudinis, quæ incidatur iterum ſecundum formam præaſſumptæ partis illius ſectionis, & illa ſuperficies ſimilis parabolæ ſęcetur contiguæ multis ſectionibus ad modum limæ, ita ut per ipſa poſsit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius ſuperficiem ſecundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam ſpeculi, ſiue illud fiat ſecundum formam partis ſectionis adiacentem uertice ſectionis parabolæ, ſiue capitis. In his enim eſt multa diuerſitas & formæ uel figuræ ſpeculi, quoniam forma figuræ ſpeculi cõcauati ſecundum partes adiacentes uertici ſectionis æqualiter hinc inde diſtantium à puncto uerticis eſt figuræ, quaſi annularis, & forma ſpeculi concauati ſecundum partes adiacentes capitibus ſectionis eſt figuræ quaſi oualis, hoc eſt, ad modum longitudinis oui. Limetur itaq; ſpeculum cuiuſcunq; figuræ fieri debuerit per limam ſibi ſimilem in figura, taliter ut ſuperficies limæ, quæ eſt ſecta ad limandum occurrat toti ſuperficiei ipſius ſpeculi. Si ergo ſpeculum limatum fuerit ſecundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concaua ſuperficies, quantum ad lineam periferiæ ſuæ baſis ſit in periferia illius circuli baſis, uel ſi fuerit figuræ annularis ad periferiam circuli



culi æquestantis basi,& in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidẽtis uel incidente planantis, moueaturq́; ad concauandum speculum, & tornetur sicut tornantur alia instrumẽta,donec periferia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi,& euacuetur omnis asperitas ipsius,planetur quoq; quantum est possibile,eritq́; tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ,& fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum,similiterq́; modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq;,ut in illis lineis quas per 37.& 38.huius,docuimus inueniri,quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c,in 37. huius, uel secundum fixum punctum q,in 38.huius,fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis superficiei superficies, prouenientq́; figuræ similes illis lineis à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent,patet itaq; propositum.



LIBER DECIMVS PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.



Superius duos modos uisionis, scilicet eum q̃ fit directa per unum medium diafonum,& eũ qui fit per reflexionẽ à politis corporibus tractauimus, super est nunc,ut tertium uidendi modum,qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt,& plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt,unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diafoni densioris aere , uel aqua , ut sub glacie , uel cristallo , uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali , uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi,superius diximus,uisiua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet,ideo sic accidit in formis rerum agentium , sed quia sic agunt formæ naturales,ideo ipsas sic agentes uidet uisus,nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunq; refractionis naturæ accidens uel uisui,fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorũ corporum inter agens & passim,uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta , sunt aer , qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli , quod est rarius aere,ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus , quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione,quoniam ignis qui apud nos est hic inferius,est in materia grossa terrea,uel aquea,uel aerea & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorũ,ignis uero in sphæra sua est secundum sui formalem distinctionem aeri contiguus , & secundum naturam diafoneitatis continuus,non habens distinctam superficiem ab aere in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est cœlo,tanto fit rarioris diafoneitatis,similiter & ignis,ita quod infimum ignis & supremũ aeris est diafonitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest,& itaq; superficies concaua ignis non est diuersæ diafonitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aeris, ideo non fit refractio inter illa,& sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus . Est tamen aliqualis

refractio

refractionũ diuersitas in aere densiori & rariori,quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis,sicut plurimum accidit in aere cõdensato propẽ terram,& maxime in crepusculis serotinis & matutinis temporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua cõtinẽs etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius,quod est in illo suo genere,uno tamẽ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ, & aquæ salsæ; ut maris,grossioris diafonitatis,quâm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides,ut cristallus,berillus,& similes,ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdam corporibus animatis,quæ sunt diafona,ut de istis quæ colorantur coloribus corporum,quibus superstant,quorũ animatorũ corporum passiones, non prosequimur,quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli, quæ occurrit uisui, est sphærica concaua,quæ si secetur ab aliqua plana superficie,erit communis sectio illarum superficierum linea circularis , cuius conuexum est ex parte uisus,ut patet per 69. primi huius,& superficies aeris,quæ tangit illã,est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie,communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cõuexa,quæ si secetur à plana superficie,erit communis sectio linea circularis,cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ,aut planæ, aut irregularis,unde si secentur à planis superficiebus,fient in illis communes sectiones,aut circuli,aut lineæ rectæ,aut irregulares,secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum , quæ usibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ,dicitur linea secundum quam forma directẽ diffunditur per medium unius diafoni,& eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum,ut cum lineæ, per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum,non rectẽ prodeunt,sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis,est punctus superficiei corporis diafoni,in quo fit lineæ incidentiæ,uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis, dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpẽdicularis,hic nũc dicitur linea,quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis,à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ,dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisa,& à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis,dicitur superficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ,dicitur minor angulus,quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis , à qua fit illa refractio. Angulus refractus,dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis,dicitur angulus quem cõtinet linea refractionis cũ linea incidentiæ trans corpus diafonũ,in cuius superficie fit refractio in continuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est,quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri,cũ forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta,dicitur forma rei uisæ oblique perueniẽs ad uisum. Locus imaginis refractæ,dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit. Supponimus autem hic,Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

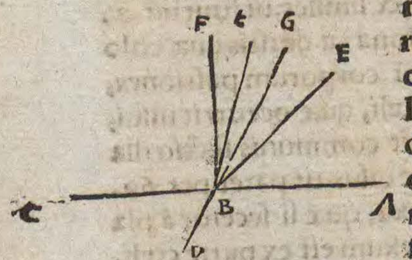
THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum , cuius forma refrangitur,& punctum refractionis,& centrum ipsius uisus , & perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem,in qua fit refractio, ex quo patet,quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono,in qua sit linea a b c,& sit punctum ,cuius forma refrangitur punctum d,sitq́; centrum uisus e, fiatq́; refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b,& à puncto b , super superficiem

a b c,

a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b,& linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionē præmissam in principijs libri huius,& per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidēs quæ est d b.& refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur,& punctum refractionis scilicet punctū in quo fit refractio, quod est b,& centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem, est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c,& cum illa in eadem superficie, similiter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaq; d b e,& linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi. Omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidētia formæ refrangendæ, quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam positionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam positionis fit tantum per uisum, quia in quacunq; superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propositum,& ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b,& linea b f, superficiem refractionis cōstituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simul concurrere est posibile,& non in pluribus,& hoc est quod proponebatur.



II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, siue illa superficies sit plana, conuexa, uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refringitur,& punctum superficiei corporis, à quo fit refractio,& centrū uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illis, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractio, si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractio, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris, siue pyramidalis, siue alterius figuræ cuiuscunq;, semper enim superficies refractionis erit recta super superficiem corporis, in qua fit refractio,& si accidat, ut illa superficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmisimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistat superficiei dorsi instrumenti, cui extrin

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaq; medij circuli æque distat superficiei regulæ longæ quadrangulæ supposite dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est sup superficiem laterū longitudinis regulæ erectas super oras instrumēti, superficies itaq; medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis p instrumentū positū in uase ut cōsueuit. Superficies itaq; medij circuli est ppendicularis sup superficiem horizontis,& quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositū. Idem quoq; potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ est linea incidentiæ suæ,& inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aëre ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aëre ad uitrum fit refractio, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractio sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam,& hoc est propositum.

III.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficiei secūdi diafoni respectu uisus refracte uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cū radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique,& ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet p 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti, cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi pximo,& peruenit ad superficiē corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonū continens illud secundū corpus diafonū qđ sit alterius diafonitatis ab illo, tūc forma diffusa penetrat illud,& omnes lineæ radiales, secundū quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringūtur, præter q̄ linea incidens perpendiculariter, sola em̄ illa extenditur secundum rectitudinē in corpore diafono proximo sibi,& in corpore alio diafono proximū corpus diafonū contingente, dū tamē perpendiculariter incidat utriq;,& si forte aliqua linearū radialium perpendiculariter incidit pūcto superficiei cōtinuæ cū superficie corporis diafoni corporis pximi, nec sit illius superficiei secundæ corpus diafonū, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris supficiei diafoni æquedistans, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis sup superficiem secūdi corporis alia ppendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficiei prioris corporis secundū ppendicularem incidebat, delebitur, quoniā ab uno puncto ad unā superficiē duas lineas ppendiculares duci est impossibile p 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pūcti transeūtes in corpus diafonum contingens pximum illi puncto aliud corpus diafonū, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pūcto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumē & color penetrans totū corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cōiuncta,& refrangitur tota cōtinua & cōiuncta, superficie corporis diafoni, existente cōtinua,& cū forma refracta fuerit cōtinua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quàm sit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

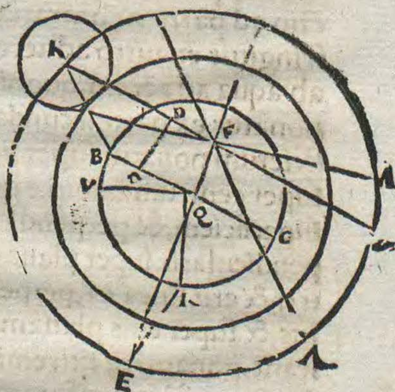
forma cõtinua magis aggregata & unita pueniet ad aliud corpus,& occurrente iterum corpore diafono rariore,tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quẽ extenditur forma puncti,quod eſt in primo corpore luminoſo uel colorato,tranſmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipſius ſecũdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ poteſt extendi ab illo pũcto. Si itaqꝫ aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aeris ad ſuperficiẽ corporis diafonitatis alterius pertingentes,& ſi in ſuperficie eius corporis ſecundi diafoni corporis lineæ obliq incidentes refringi imaginentur perpendiculari linea,quæ eſt axis illius pyramidis imaginatæ,ſine refractione tranſeunte,tunc adhuc fit unum corpus continuũ in refractiõe, ſicut & una eſt forma corporis incidens ſuperficiei illius ſecundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis ſiſtatur ſecundũ ueritatẽ in aëre pyramis ſenſibilis,cuius corpus ſit coloratũ uel luminoſum denſum,miſcebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio,& fiet ipſorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ poterit extendi ab illo pũcto cui incidit,& forma puncti incidens alicui puncto denſi extẽdet per qlibet linearũ refractaꝝ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio ſibi correſpondente,& ſi uiſus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uiſum,ſed perpẽdicularis quia nõ refringitur,peruenit ppendiculariter ad centrũ uiſus,& formæ per lineas obliquas incidentes refracte & oblique perueniunt ad uiſum,cum itaqꝫ lineæ ſecundũ quas forma refrangitur ſe in aëre per omne corpus medium diffundant,quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipſarum multa fit interſectio ,ppter æqualitatem diffuſionis formarum illaꝝ ad omnem differentiã poſitionis,tunc ſi centrũ uiſus poſitũ ſit in illo pũcto, cõprehendet uiſus illud uiſum ſecundum refractionem excepto unico pũcto ppendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur,ut in 47. ſecundi huius oſtenſum eſt,patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uiſæ ſi fiat refractio à medio ſecundi diafoni denſioris primo ad uiſum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur poteſt inſtrumentaliter demonſtrari,ita ut demonſtratio auxilio inſtrumẽti ſenſibiliter exprimetur. Accipiatur itaqꝫ prædictũ inſtrumentũ quo in præcedentibus uſi ſumus,cuius diametrũ quam ibi ſignauimus,per lineas f g, nunc dicimus b q g,ita ut punctũ q,ſit centrum laminæ baſis inſtrumẽti,hoc itaqꝫ inſtrumentum poſitum in uaſe æquediſtanter ſuperficiei horizontis ſituatur, & infundatur aqua uſqꝫ ad centrum laminæ,quod eſt q, opilentur quoqꝫ foramina inſtrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipſorum quod in ambobus foraminibus ſit æquale,& hoc poteſt in æquali colũna illis foraminibus immiſſa menſurari. Deinde moueatur inſtrumentũ donec diameter b q g,ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem aquæ. Immittatur quoqꝫ ſtilus albus ſubtilis in ipſum uas,ita quod eius extremitas cadat in punctũ z, quod eſt extremitas diametri circuli medij quæ ſit k f z, ponaturqꝫ unus uiſuum ſuper ſuperius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas ſtili ſecundũ rectitudinem perpẽdicularis exeuntis ab extremitate ſtili ſuper ſuperficiem aquæ,nam centrum uiſus & extremitas ſtili tũc ſunt in linea k f z,perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ ſecũdum quam fit uiſio. Eſt enim linea k f z,perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ per 8. undecimi,ideo quod ipſa æque diſtat lineæ b q g, quæ ex hypotheſi, eſt perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiem aquæ. Deinde declinetur inſtrumentũ donec linea b q g, obliquetur ſuper ſuperficiem aquæ, ponaturqꝫ uiſus ſuper ſuperius foramẽ, & nõ uidebitur extremitas ſtili,moueatur itaqꝫ extremitas ſtili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppoſitam uiſui, donec uideaẽ illa extremitas,& figatur in illo pũcto circuli medij in quo apparet. Si itaqꝫ tunc ponatur aliquod corpuſculũ denſum in ſuperficie aquæ in centro medij circuli qđ eſt f,

eſt f,tũc non uidebitur illa extremitas ſtili,ablato uero illo corpuſculo uidebitur illa extremitas ſtili,quod ſi conſideretur in numero graduum medij circuli diſtãtia extremitas ſtili à pũcto z,inuenietur diſtantia ſenſibilis. Poteſt aũt punctus z,quod eſt extremitas diametri medij circuli tranſeuntis per centrũ duorum foraminum ſic inueniri, ſcilicet ut regulæ ſubtilis latior extremitas ponatur ſuper cẽtrum laminæ,& media linea ipſius protendatur ſecundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit ſuper punctum z,ut præmiſſum eſt prius in propoſitionibus ſecũdi huius,quod ſi aſſumpto uitro quod ſit pars alicuius ſphæræ ut in illis ,ppoſitionibus aliquibus aſſumptũ eſt,cuius uitri ſuperficies aliqua ſit plana & aliqua conuexa ſphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana ſuperficies ſit ex parte foraminũ,namqꝫ quæ eſt ſuarum ſuperficierum planarum communis differentia ſit ſuper lineam o d,ſecantem b q, ſemidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z,perpẽdicularis ſuper planam ſuperficiem uitri & ſuper conuexam. Deinde ponatur inſtrumentũ in aqua,ponaturqꝫ extremitas ſtili ſuper punctum z,& centrum uiſus ſuper ſuperius foramen,uidebiturqꝫ extremitas ſtili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas ſtili quãdo eſt in linea perpẽdiculari ſuper ſuperficiem corporis, in qua fit refractio uitri,ut nũc eſt linea k f z,perpẽdicularis ſuper ſuperficiem uitri, forma ipſius uidetur non per refractionem ſed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur,quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum,& differentia cõmunis duarum ſuperficierum planarum uitri ponatur ſuper primum locum ſcilicet lineæ o d, quoniã & tunc linea k f z, eſt perpendicularis ſup utraſqꝫ ſuperficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas ſtili in puncto z, quod ſi à ſuperficie laminæ inſtrumẽti euulſo uitro à centro laminæ quod eſt q,in ſuperficie laminæ ducatur ſemidiameter q r,continẽs cũ ſemidiametro b q,angulum obtuſum. Deinde ducatur ſemidiameter q u,continens cum linea q r,angulum rectũ,& ,ptrahatur ad aliam oram inſtrumenti,erit ergo angulus b q u acutus,& erit ſemidiameter b q,obliqua ſup lineã q u. Deinde linea quæ eſt communis differentia ſuperficierum planarum uitri, ponatur ſuper lineam q u, & ſit plana uitri ſuperficies ex parte foraminum,& ſit medium differentiæ communis palnarum ſuperficierũ ipſius uitri ſuper centrum q. Erit itaqꝫ tunc centrum uitri ſuper centrũ medij circuli ut preoſtenſum eſt in alijs,& linea k f,tranſit per centrũ uitri & eſt obliqua ſuper ſuperficiem ipſius planã, quoniam diameter b q æquediſtans lineæ e i,.quæ eſt k f,oblique cadit ſup lineã q u,& quoniam linea k f,tranſit per centrum uitri,palam quoniam ipſa eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri. Deinde à puncto r ſuper lineam q r, ducatur perpendicularis in ora inſtrumenti uſqꝫ ad circunferentiam medij circuli que ſit r e, & fiat nigra utraqꝫ illarum linearum q r & r e, ut melius per uiſum ualeãt notari, & imaginetur duci linea e f,hæc itaqꝫ per 73. primi huius,erit perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri,quoniam tranſit per eius centrum,& eſt perpẽdicularis ſuper planam uitri ſuperficiem,quoniam eſt æquediſtans lineæ q r,perpendiculari ſuper lineam q u,cui ſuppoſita eſt illa communis ſectio planarum ſuperficierum ipſius uitri,punctus itaqꝫ e,eſt punctus medij circuli,in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri ſuper planam ſuperficiem ipſius, ponatur itaqꝫ inſtrumentum ſic diſpoſitũ, in uas,& ponatur extremitas ſtili albi ut prius in puncto z,& ponatur uiſus ſuper foramen ipſius in puncto k,tũc nõ uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaqꝫ ſtilus in circũferẽtia medij circuli ad partem contrariam puncto e,nec tunc uidebitur extremitas ſtili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas ſtili. Quod ſi tunc punctum f, quod eſt centrum medij circuli,cooperiatur aliquo corpuſculo, nõ uidebitur extremitas ſtili,ſed



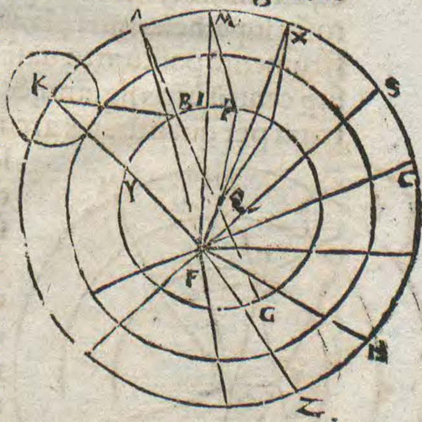
illo corpusculo remoto iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quod
formæ illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secundum refractionē factam
à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicu=
laris sup superficiē planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a,
inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri
ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est per=
pendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per li=
neam k f, per centra amborum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea per=
pendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e, æquedistans lineæ q r, quo=
niam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, incide
rit uitro per lineam a f, & transiuerit per totū corpus uitri perpendiculariter, quoniam
ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri.
Cumq; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonita=
tis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo pri=
mo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniā linea z f, est re=
motior à perpendiculari ducta à pūcto refractionis super planam superficiem uitri quæ
est linea e f, quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter
puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f,
ductæ à puncto refractionis super superficiem aëris continentis planam superficiem ui
tri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpen
diculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta
in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter line=
am f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refra=
ctio ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f, & quoniam hæc forma re
fringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractio
ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri
ponatur ex parte secunda foraminum, & cōmunis differentia suarum planarum super=
ficierum ponatur super lineam q u, sitq; medium punctum illius communis differentiæ
super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri
superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, eritq; linea r q, per=
pendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam
u q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi hu=
ius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedi=
stant, ponaturq; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuaturq; ui=
sus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas
stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circunferentiam medij cir=
culi, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem cōtrariam pū
cti e, & tunc uidebitur extremitas stili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeun=
tem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti
a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitas stili à centro ui=
tri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod
linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refra=
ctio ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super
planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est gros
sius aëre, formæ itaq; quæ refrangunt̄ à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad par=
tem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super su=
perficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad
grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est pro=
positum.

Quantita=

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia anguloꝝ refractionis est secundū quantitates angulorū incidentiæ con=
tentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendi=
culari exeunte à puncto refractionis super superficiē corporis secundi, anguli eñ refra=
ctionum crescunt, & decrescunt secundū dispositiones illorū anguloꝝ incidentiæ in cor
poribus & sitibus diuersis, & quia, ut patuit per p̃missam, tunc à corpore subtilioris dia=
phoni ad corpus grossius fit refractio ad ꝑpendicularē ꝓductam à puncto refractionis
super superficiē secundi corporis, & à corpore grossioris diaphoni ad subtilius fit refra=
ctio ad partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per p̃missam, tunc patet
quia differunt etiam illi anguli secundū diuersitatē diaphonitatis secundi corporis. Et
ut hæc differentia angulorū experimentaliter ꝓbetur, diuidatur à circulo medio qui est
in periferia instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circūferentia instrumēti
circa punctū k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli di=
uisa est in 360. partes, qui arcus sit k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumenti linea ꝑ=
pendicularis super superficiē laminæ quæ sit n l, cadatq; punctus l, in superficie laminæ
ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ instrumenti quod est q, linea l q, & à
centro medij circuli quod est f, ducatur linea ad punctū n, quod sit f n, sitq; diameter me=
dij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, transiens per centra amborum
foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circūferentia me=
dij circuli à puncto n, separetur arcus 90. partium sequens arcū k n, qui sit arcus n s, & à
centro medij circuli quod est f, ad punctū a, ducat̄ linea quæ sit f s, quæ erit perpendicu=
laris super lineam f n, per ultimā sexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartā partē
circuli, remanebitq; arcus residuus ex medio circulo qui est a 3, partes 80. Deinde po=
natur instrumentum in uase, & situetur uas æquedistāter horizonti, & infundatur aqua
clara usq; ad punctū q, centrum laminæ, & in ortu solis in mane moueat̄ instrumētum
donec linea l q, cōtingat superficiē aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, qui est
æquedistans lineæ l q, signatæ in superficie laminæ similiter continget superficiē aquæ,
locus eñ istarum duarum linearū non differunt in respectu superficiei aquæ, quo ad sen
sum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectū, ut supra patuit, est ergo linea f
s, perpendicularis super superficiem aquæ, & semidiameter f 3, continet cū linea f s, an=
gulum, cuius quantitas per ultimam sexti, est 80. partium, qm̄ illi angulo subtenditur ar
cus partiū 80. qui est arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, subtendit angulum
declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ.
Deinde mutetur instrumentum in p̃misso modo dispositū cū
toto uase, donec eleuato sole sup horizonta secundum altitu=
dinem arcus k n, lux transeat ꝑ duo foramina, & signet̄ cen=
trum lucis in ora instrumenti quæ est intra aquam, fiatq; su=
pra centrum lucis signum aliquod per aliquā puncturā, eritq;
signum illud quod sit h, in circūferentia medij circuli, auferat̄
itaq; instrumentū, & respiciatur punctū h, cadatq; ipsum in=
ter punctū 3, quod est extremitas diametri medij circuli tran=
seuntis per centra duoꝝ foraminū, & inter punctum s, quod
est extremitas perpendicularis exeuntis á centro medij circu
li erecte super superficiē aquæ, ut patet per p̃missam, patet er
go tunc quod angulus refractionis est ille quē subtendit ar=
cus 3 h, interiacens punctū h, & punctū 3, & ex numero partiū huius arcus patebit quan
titas anguli refracti & anguli refractionis, & ꝓportio anguli refractionis ad 80. partes,
quæ sunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde signetur in circūferentia medij cir=
culi arcus k m, pertransiens punctum n, qui sit partium 20. & ducatur linea m p, in ora
instrumenti perpendiculariter super suꝑficiē laminæ & ducatur linea p q, in superficie

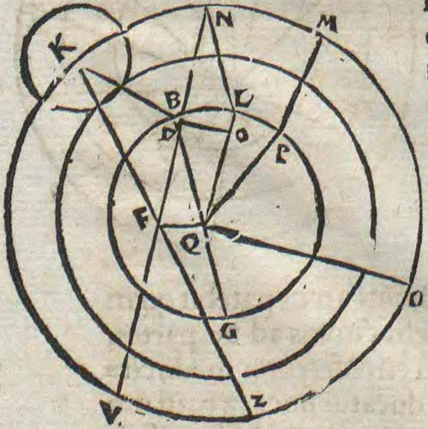


aminæ ad centrū q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partiū 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiū 70. Deinde ponatˀ instrumētū in uas, & reuoluatˀ quousq; linea p q, tãgat superficiē aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra amboꝝ foraminū continet cum linea c f, angulum 70. partiū. Deinde considereˀ altitudo solis, & moueatur instrumentū quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup centrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde considereˀ arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cōputationē ꝑtiū arcus, eritq; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulū incidentiæ qui est 3 f t, quē continet diameter transiens per centra amboꝝ foraminum, cū perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝓcedatur signando arcum k x, quæ sit partium 30. & est eadē expimētatio. Deinde sumatˀ arcus partiū 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70 deinde 80. & semper ꝑ cōputationē partiū ꝑ arcus circuli medij interiacentis punctū 3. & centrum lucis, erunt anguli refractions noti, & ipsoꝝ ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminū semꝑ erit nota, nō solū autē per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos p̄missa arcuum diuisione potest ꝓcedere, quia semꝑ est idem modus declarandi, & ut summarie hoꝝ anguloꝝ quantitates & ꝓportiones perstringamus, q̄ncunq; alicuius radij trarseuntis per corpus aëris suæ debitæ dispositionis exprobatū fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphonitate cōpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cōsequenter secundum formam tabulæ quã inferius subiungemus, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiē laminæ, copuleˀ quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatū cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarū superficieꝝ planaꝝ, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponatˀ lineæ l q. taliter ut secundū sui punctū medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctū illius lineæ uitri super punctū q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminū, & applicetur bene uitrum laminæ, & instrumentū positum in uase moueatur, donec lux transeat ꝑ ambo foramina, signeturq; sup centrū lucis signum, & considerenˀ quantitates anguloꝝ refractionis ex aëre ad uitrum per quantitates arcuū, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquã, accipiat uitrū quod est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in propositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexū uitri ex parte centroꝝ 2. foraminū, ponaturq; medium lineæ quę est differentia cōmunis superficieꝝ planaꝝ sup centrum laminæ, ita quod illa cōmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminū, peruenit recte ad centrū uitri, & reflectiˀ apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; postmodū arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cōis planarum supficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterū medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrū laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius, & mutato



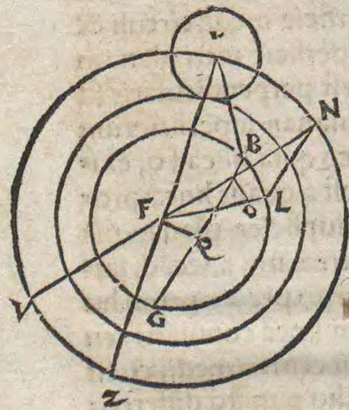
& mutato uitro secundum illas, habebunˀ anguli refractionū particulares, & ipsoꝝ proportio ad angulum incidentiæ quē continet diameter pertransiens centrū foraminū cū ꝑpendiculari ꝓducta à loco refractionis sup superficiē planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentem. In his em̄ dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti, semꝑ erit centrum uitreæ sphæræ in puncto f, eritq; ꝑ 72. primi huius, linea s f, similis illi perpendicularis sup superficiē conuexam uitri, & sup superficiē planam ipsius, à cuius punctoꝝ aliquo fit refractio, qm̄ quælibet illaꝝ linearum est perpendicularis sup lineas æquedistātes lineis l q & p q, & similib. illis quibuscūq;. Scieturq; ut prius reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrū uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus sitibus cum refractio fit ab aëre ad uitrum, uel à uitro ad aerē, semꝑ inuenientur quantitates anguloꝝ refractionis de aere ad uitrū, & de uitro ad aerē æquales, qm̄ angulus cōtentus à linea, per quem extenditur lux ad locū refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio ad aere ad uitrū, æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extendiˀ lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cū refringitur de uitro ad aerē, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliqs experiri quantitates anguloꝝ refractionis à conuexo uitri ad aerē, diuidat ut prius de circūferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcū 10. partium, quæ sit k n, & ducanˀ ut prius linea n l, & linea l q, & a linea l q, quæ est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindatˀ linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o, & à puncto o ducatˀ perpendicularis super diametrū laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrū b q g in puncto d. Deinde supponatur communis sectio planaꝝ superficieꝝ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum medium illius sectionis sit sup punctū o, erit itaq; centrū uitri in superficie medij circuli & eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis sup superficiē uitri planam per 8. undecimi, qm̄ est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis sup illam superficiē, & sup illam differentiã cōmunem illaꝝ duaꝝ planaꝝ superficierum uitri, erit quoq; centrū circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, existens à centro medij circuli quod est f, ad centrū laminæ quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cōmunis supficieꝝ planaꝝ uitri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. secūdi huius, & utraq; istaꝝ lineaꝝ est ꝑpendicularis sup superficiē laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri cū centro medij circuli est æqualis lineæ q o, copulanti centrū laminæ quod est q, cū medio puncto differentiæ cōmunis duaꝝ planaꝝ supficieꝝ ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posita est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrū ergo medij circuli est in conuexo uitri, linea ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli cū nō transeat centrū sphæræ uitreæ, patet quia est oblique incidēs sup eius conuexam superficiē, ergo per 47. secundi huius, cū eadē diameter oblique incidat supficiei aeris cōtinētis refrangiˀ ipsa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis super ipsam superficiē aeris, imaginetur itaq; semidiameter uitri ꝓduci ex utraq; parte ad circūferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrū circuli medij quæ est k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliqs centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3. quod est extremitas lineæ transeuntis ꝑ centrū duoꝝ foraminū q̄ fit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodē puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta est ad partē contrariam diametri ꝓductæ à loco refractionis quæ transit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrū lucis signatū est quantitas anguli refractionis, angulus em̄ refractionis est apud centrū circuli medij, qm̄ ut patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendit super lineam transeuntē per centrū duoꝝ fora=
minum recte, donec perueniat ad conuexū uitri, & cum est angulus incidentiæ 10. par=
tium, fit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium tri=
um, factisq; ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas
angulorum refractionis per instrumentum, & si infundatur aqua uasi, tunc erit aqua loco
aëris, & pmisso mō inuenietur diuersitas anguloꝝ refractionis à uitro ad aquā, & diffe=
rentia secundū quod illi refractioni est ꝓpria, & quantitas anguloꝝ refractoꝝ & angu=
loꝝ refractionis, respectu eoꝝ quæ sunt in aëre, q̃d si à puncto 3. ducere placuerit extre=
mitatem stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs uitri occurrit eadem
quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauū uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundū æquedistantiū superficieꝝ omnium, cuius longi=
tudo sit maior in uno grano hordei, q̃ diameter uitri sphærici conuexi, quo superius usi
sumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro fora=
minis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterū quadratoꝝ concauitas ro=
tunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate
semidiametri uitri sphærici, & sint cōmunes sectiones planarum superficierum huius ui=
tri lineæ rectissimæ. Potest autē hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis
forma ex aëre uel lapide, & uitrū liquefactū fundat̃ sup ipsum, & poliat̃, diuidatur itaq;
à centro foraminis oræ instrumenti, qđ est k, in circūferentia medij circuli arcus, cuius
quantitas sit illa secundū quā quis uult experiri quātitates an=
guloꝝ, q sit arcus k n, & à puncto n, ducat̃ in ora instrumēti li=
nea n l, perpendicularis super superficiē laminæ, & ducatur li=
nea l q, in superficie laminæ ad centrū eius quod est q, & à semi
diametro l q, resecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis se=
midiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extra=
hatur per 12. primi, perpēdicularis super diametrum laminæ b
q, & protrahatur in utrāq; partē, & sit o e, secans diametrū b
q g in puncto e, & superponatur uitrum laminæ, ita quod dor=
sum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati suppo=
sita sit ex parte duoꝝ foraminū, & quod ex concauitate respi=
ciente foramina duæ superfluitates rectilineæ quæ superfluūt
super diametrū columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti li=



neæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantiæ duaꝝ extremitatū diametri ba=
sis cōcauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendi=
culares. Erit ergo tunc centrū basis cōcauitatis columnaris super punctū o, à quo exiuit
linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distātia à centro la=
minæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundū hanc er=
go dispositionē applicetur uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies medij
circuli secans concauitatē columnarē & æquedistans basi eius, q̄m basis eius in hac di=
spositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100.
primi huius, secat supficiem columnarē concauā secundū circulū, cuius semidiameter
æquedistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ, & linea continuans centra
istoꝝ duoꝝ semicirculoꝝ. s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis sup
superficiem laminæ incidens ad punctum o, q̄m ipsa per 25. primi huius, est æqualis li=
neæ ꝑpendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod est f, super centrū laminæ, qđ
est q, sed & linea e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo per 33.
primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod est f, ad centrū semicirculi, qui fit in su=
perfice columnæ concaui æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauita=
tis concauæ columnæ, centrū itaq; medij circuli, quod est f, est in circūferentia semicir=
culi

culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concaua superficie columnæ, & quia
terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b
q, diametrū laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis super
planā uitri superficiē, q̄a etiā planæ superficies sunt sup se inuicē perpendiculariter ere=
ctæ, erit ergo linea k f 3, pertransiens centra amborū foraminū perpēdicularis sup super=
ficiem planam, quæ est in parte cōuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3 est æque
distans semidiametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illā superficiem ut pa=
tet ex præmissis, & hæc superficies plana uitri est ex parte foraminū. In hoc ergo situ lux
quæ extenditur per lineā transeuntē centra duorū foraminū, extēditur in corpore uitri
recte, donec ꝑueniat ad concauū uitri, & tūc reflectitur apud concauā superficiē uitri, cū
enim nō transit ꝑ centrū circuli, q est in cōcaua superficiei uitri, patet per 72. primis hu=
ius, q̄m ipsa nō est perpēdicularis super cōcauam superficiē uitri, refrangitur ergo in con
caua superficie uitri, & cōmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri, est centrū circuli
medij, & in hoc pūcto fit refractio ex aere ad uitrū, arcus itaq; cadens inter cētrū lucis &
punctū 3, q est terminus diametri trāseuntis per centrū amborū foraminū subtēditur an
gulo refractiōis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorū arcuū refractiōe à pūcto k, &
potest ostendi quantitas omniū angulorū refractiōis à cōcaua uitri supficie. Quod si ui=
trū sic disponatur ut cōmuni sectiōe suaꝝ planarū superficieꝝ posita sup lineā o e, cōue=
xitas uitri respiciat cētra foraminū, tūc q̄a linea k f 3, pertransiēs uitrū ꝑuenit ad cōcauū
uitri irrefracta, cū sit perpēdicularis sup planā supficiē ipsius, obliqua uero sup cōcauam
eius supficiē, ergo et sup cōuexā supficiē aeris cōtingētis uitrū, refringetur ergo à conca
ua uitri supficie, & hæc refractio est à cōcauo uitri ad aerē, & anguli q fiūt ex aere ad ui=
trū in cōcauo uitri sunt idē istis, q̄m semp anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere
ad uitrū sunt idē, cū angulus quē cōtinet linea per quā primo extenditur lux, est perpēdi=
cularis exiens à loco reflexionis, fit idē angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refra
ctionis de aqua ad uitrū, & de uitro ad aquā in superficie uitri cōcaua, uel in superficie alia
quacunq; quod si extremitas stili ducatur à puncto 3. in periferia medij circuli, ut prius,
tunc facta dispositione situs uitri secundum exigentiam illius refractionis, occurret noti=
tia angulorum huius refractionis ad uisum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumētaliter prout potuimus propinquius angulis omniū refractionū à
quibuscūq; diafonis notis adinuicē, ut ab aere ad aquā & uitrū, & ab aqua ad uitrū, & e=
conuerso ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquā, inuenimus quod semper idē sunt
anguli refractionū à quocūq; raro diafono ad diafonū densius illo, & ab eodem denso ad
idem rarū, secundū hoc fecimus has tabulas, quarū hæc est forma. Et præmittimus angu
los incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundū modos suorū circulo
rum quos præmittimus in capitibus suarū linearū. Potest itaq; secundū has tabulas ex=
perimentaliter inuentas per instrumentū præmissum, diligens inquisitor scire omnes an
gulos refractionū à medijs diuersæ diafonitatis quibuscunq;, & patet ex eis, quoniā angu
li incidentiæ formæ eiusdē puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ superficiei cor=
poris diafoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores
ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscrrpta figura per 31. primi, ablato enim angulo
maiore à suo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angu=
lus minor, eritq; in eodē diafono densiore primo angulus refractionis ab angulo inciden
tiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidētiæ minori, excessus quoq; angu
li refractionis maioris super angulū refractionis minorē erit minor excessu angulorū in
cidētiæ maioris super maiorē, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ ma
iori ad illū angulū maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo inci
dentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, scilicet ille quem addit angulus
incidentiæ maior super angulū suæ refractionis, est maior angulo refracto quē addit an
gulus incidentiæ minor super angulū suæ refractionis, semper itaq; in medio secūdi dia
foni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & ꝓportio istorum

angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua, & sic secundum diuersitatem diafonitatis anguli uariantur. Si uero medium secundi diafoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diafonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur, quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere sunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quàm in respectu ad uisus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula q̃ntitatũ angulorũ incidẽtiæ oĩb. seq̃ntib. cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab a q̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiusdem	
	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	30	13	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

	Anguli refracti ab aqua ad aerem		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti à uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiusdem		Anguli refracti à uitro ad aquã.		Anguli refract. eiusdẽ.	
	par	minut.	pt	minut.	par	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uisus & pũcto rei per refractionem uisæ in diuersis diafonis loca propria permutantibus, eædem lineę incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmissis huius 10. tractatibus, quod formæ uisæ per refractionẽ extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus. Deinde refringuntur ab illo alio corpore diafono p aliam lineam

lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a & punctum rei uisæ b. Sitq; superficies corporis in quo est punctũ b, ad uisum existentẽ in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentẽ in puncto a, à superficie corporis c d e, puncto d, sitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis, quæ d a, dico quod si centrũ uisus & punctũ rei uisæ permutẽt loca, ita ut centrũ uisus positũ sit in puncto b, & punctũ rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodẽ pũcto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidentiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tantũ linearũ nomina permutantur manentibus eisdẽ lineis & eodẽ angulo, hoc autẽ patet per experientiã, cũ enim aliquis existens in aere inspexerit aliud corpus contentum sub alio corpore quod est diafonũ, differens in sui diafonitate ab aeris diafonitate, tunc uisus cõprehendet omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterũ uisuũ, & aspexerit cũ reliquo, uidebit illa eadẽ quæ prius, siue illud medium sit aer, uel aqua, uel uitrũ, uel cristallus. Quod si uisus ponatur intra aquã, aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia, quæ sunt ultra illud aliud corpus diafonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere, uel in uitro, semper cõprehendet omnia eadem quæ prius, patuit autẽ per 4. huius, quod uisus per mediũ diafoni diuersi nõ cõprehẽdit res quæ nõ sunt in perpẽdiculari ducta à cẽtro uisus super superficiẽ diafoni corporis, nisi per refractionem, omne ergo punctũ cõprehensum à uisu, præter illud punctum quod est in prædicta perpendiculari, cõprehenditur per refractionẽ, & quoniã formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diafonũ, refrangũtur in eodẽ tempore ad centrũ unius uisus, patet quod si alicuius rei uisæ, pũctum esset in puncto, in quo tunc est centrũ uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia pũcta, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diafonũ oppositũ uisui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodẽ modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrũ uisus, quoniam si centro uisus in eodẽ puncto remanente moueatur oculus ad omnẽ differẽtiam positionis, cõprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cũ fuerit ultra aliquod corpus diafonũ, extenditur ad superficiẽ corporis diafoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris, uel alterius diafoni, & illa forma erit apud quodlibet punctũ illius secundi corporis diafoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctũ aeris uel alterius corporis diafoni; forma enim cuiuslibet punctorũ rei uisæ diffundit semper lineam rectam ad unũquodq; punctũ corporis diafoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illorũ uisuũ uidebit totalẽ formam rei uisibilis, quæ est sub altero diafono, nam semper forma rei uisæ, tunc erit apud punctũ apud quẽ erit & centrũ uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locũ super idẽ diafonũ, semper eandẽ uidet formam quamdiu forma illa secundũ lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes cõprehendũt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodẽ tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extẽditur ad quodlibet punctũ corporis diafoni in quo est res uisa, & formæ omniũ punctorũ rei uisæ congregantur apud quodlibet punctũ cuiuslibet corporis diafoni, in quo existit, & apud quodlibet punctũ corporis diafoni diuersi ab illo corpore diafono, in quo existit res uisa, inter quodlibet enim punctũ aeris, & quamlibet rem uisibilẽ existentẽ in aliquo corpore diafono diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris & basis in superficie rei uisæ, fiuntq; tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diafoni in quo fit diffusio formarum, quia itaq; totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionũ, quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdem lineas continentur, patet ergo quia locus cẽtri uisus & punctũ rei uisæ de uno diafono ad alterũ permutatis, semper quidẽ fit formæ uniuersalis diffusio, nõ tamen percipitur quælibet forma, à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde per-

mutatis,ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extenſionis ipſius formæ, poſtea fiat linea refractionis,& econuerſo,patet ergo propoſitum.

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ ſunt in re uiſa, debilius uiſui repræſentat.

Hoc patet per experientiã,cũ enim aliud uiſum eſt in medio ſecundi diafoni, utpote per aerẽ in aqua,& uiſus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ aquæ,& deinde uiſus moueatur donec fiat poſitus in perpẽdiculari aliqua exeũte à re uiſa ſuper ſuperficiẽ aquæ,tũc lux & color rei uiſæ fiũt manifeſtiora ꝙ eſſent cũ aſpiciebãtur oblique,tũc enim figura exiẽs ad uiſum ſecundũ lineas obliquas eſt refracta,& multũ obliqua,in perpendiculari,uero forma tota exit recte, & quedam partes eius oblique aut ferè recte ſecundũ quod plus uel minus diſtant à perpendiculari,patet ergo ex hoc,quoniã reflexio debilitat in formis reflexis luces et colores,quas formæ rerũ uiſarũ ꝑ quodcunq; corpus diafonũ ſecũ deferunt ad uiſum,nec enim eſt aliqua alia differẽtia illarũ formarũ in eſſe ſuo,ergo nec quo ad uiſum,niſi ſola obliquitas inducens refractionẽ , & perpendicularitas adiuuans directionẽ uiſionis,& ſecundũ illa uiſus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uiſis ꝑ mediũ ſecundi diafoni propter refractionẽ fallacia,quæ non accideret in illis, ſi uiderentur recte,quia etiam ut patet per 33.quarti huius. Omnis linea uel ſuperficies rei uiſæ directe uiſibus oppoſita perfectius uidetur quàm obliquata,& ſecundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis,patet ergo propoſitum.

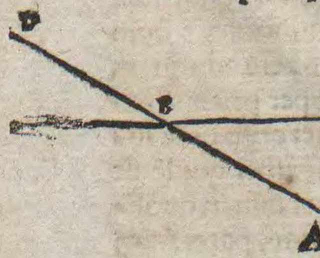
XI.

Imago refracta rei uiſibilis nunquàm occurrit uiſui in loco rei uiſæ, ſed ſemper extra ſuum locum.

Quod autem hic proponitur,patet ratione & experientia,ratio autẽ eſt hæc,nam forma comprehenſa à uiſo in corpore diafono alio ab aere non eſt ipſa res uiſa, quoniam uiſus non comprehendit rem tunc in ſua forma uel in figura, ſed in aliȷs diſpoſitionibus & alio modo,comprehendit enim imaginem refractam in ſua oppoſitione , cum tamen res non ſit directe uiſui oppoſita,& quia comprehendit rem refracte, ideo quia uiſus eſt decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diafoni,comprehendit ergo ipſum ut extra ſuum locum non in ſuo loco. Per experientiã quoq; idem patet. Aſſumatur uas habẽs oras erectas ſuper baſem eius,& in medio fundi uaſis ponatur denarius argenteus,& elonget ſe experimẽtans quouſq; uideat illum denarium in fundo uaſis. Deinde elonget ſe paulatim ulterius,quouſq; non uideat ipſum,& in principio occultationis ſtet in ſuo loco uiſu immoto,& præcipiat infundi aquam in uas,ita ut denarius non mutet locum,& tunc uidebit denarium in eius oppoſitione ipſo non exiſtente in eius oppoſitione,ex quo patet quod forma quam experimentans uidet in aqua,non eſt in loco rei uiſæ,nam ſi forma eſſet in loco rei uiſæ,tunc etiam res uiſa comprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas quod non accidit in tanta diſtantia, ut patuit,imago itaq; rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei,quod eſt propoſitum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum.



Sit enim punctus per refractionẽ uiſus,qui eſt a,cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diafoni, qui ſit b,& ſit centrũ uiſus d,dico quod forma puncti a comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b,hoc autẽ inſtrumentaliter declarandum,accipiatur itaq; inſtrumentrum primum,& ponatur in uaſe impleto aqua ut prius,ut ſignetur aliquod uidendum per refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus , & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde

claudetur ſecundum foramen inſtrumenti , & tunc non cõprehendetur res uiſa,& ſi claudatur primũ foramen,ſimiliter nihil uidebitur,q̃m abſciſa eſt linea recta imaginabiliter exiẽs uiſus ad locũ refractiõis,forma enim pũcti uiſi per refractionẽ extẽditur in corpore diafono in quo eſt res uiſa,& refrangitur in corpore diafono ꝗd eſt inter ipſum & centrũ uiſus,perueniťq; ad uiſum per lineã rectam exeuntẽ à centro uiſus ad punctũ refractionis, & uiſus nõ comprehendit aliquid niſi in rectitudine linearum radialium ꝑ quas forma uiſibiliũ mouetur ad uiſum,& ſi fiat operatio ꝑ interpoſitionẽ alicuius uitri uiſui & rei uiſæ,ut ſupra eodẽ modo penitus operando,patebit idẽ,& hoc eſt propoſitũ. Viſus enim nihil cõprehendit niſi in rectitudine linearũ radialiũ,non enim patitur in progreſsione iſtarũ linearũ à punctis rerum uiſibilium ad uiſum,quoniam non uidet , niſi res ſibi oppoſitas,quarum formæ ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum, ut patuit per 2.tertiȷ huius,& per multas ſimiles,patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio.

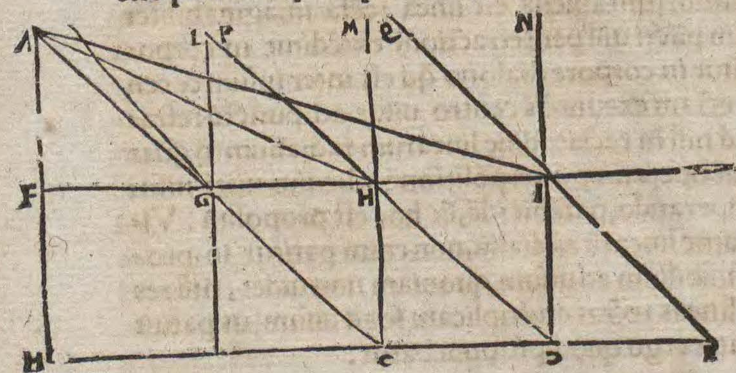
Quod hic proponitur,patet ideo,quia lux extenditur in corpore diafono tranſitu uelociſsimo,intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito,& iam patuit in his, quæ dicta ſunt in 47.ſecundi huius,quia tranſitus lucis in corpore diafono ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis,eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpẽdicularem exeuntem à puncto,à quo exetenditur lux ſuper ſuperficiẽ illius corporis diafoni , & ex motu ſuper lineam ductam in ſuperficie corporis diafoni aut lineæ æquediſtantis ei, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem ductam à pũcto corporis luminoſi,forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis quæ eſt forma lucis exiſtentls in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris,ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diafoni , hæc ergo forma extenditur ad locum ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpẽdicularem exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni , & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem . Eſt ergo motus formæ quæ mouetur ad uiſum aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo puncto cuius ipſa eſt forma ſuper ſuperficiem corporis diafoni,quamuis poſtmodum tranſlata ſit ab hac perpendiculari alio modo,aut motus eius eſt ſuper perpendicularem ductam ſuper illam priorem perpendicularem,& tranſlata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni,ſitq; hæc trãſlatio propter compoſitionem ex prædictis duobus motibus,forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ,quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni. Deinde multiplicat ſe ad uiſum,palam eſt quod proponitur per hoc,quia ſi punctum ſuperficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ contingat abſcondi à uiſu,utpote propter interpoſitionem alicuius corporis opaci,non fiet uiſio illius puncti rei uiſæ,forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propoſitum,quod eſt manifeſtius poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

XIIII.

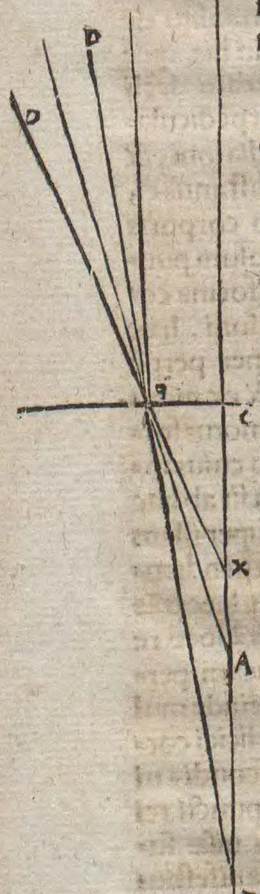
Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari,ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio,maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a,& linea uiſa per refractionem ſit b c d e,ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis,à cuius ſuperficie fit refractio lineæ f g h i,ſitq; perpendicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f,quæ incidat in punctum b,rei uiſæ,& ſit a f b. Diſtetq; à puncto b , & à perpendiculari a f b , plus punctum d quàm punctum c,& plus punctum e quàm punctum d,dico quod maior erit refra

ctio puncti e quàm puncti d,& maior puncti d quàm puncti c,forma enim puncti a,cum



sit in ipsa linea perpendiculari,patet
per 3.huius, quia non refrangitur,
formæ uero aliorum punctorũ quæ
sunt c d e, patet quod refranguntur
per 4.huius,& quoniam ut patet per
49.huius,nulla refractio transmutat
situm partium formæ refractę,sed so
lum auget uel minuet figurã, patet
quod de necessitate diuersitas forma
rum pũctorum rei uisæ refrangitur
à diuersis punctis superficierum ipsi=
us rei uisæ,ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei re=
motiori à centro uisus,aliâs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractio=
nem. Sit ergo ut forma puncti c,refrangatur à puncto g,& forma puncti d à puncto h,&



forma puncti e à puncto i,&educantur à puncto g, linea g l,& à puncto h, li=
nea h m,& à puncto i,linea i n,perpendicularis super superficiem corporis dia=
foni per 12. undecimi,& producantur lineæ incidentiæ formarum ultra su=
perficiem corporis linea c g in punctum o,& linea d h in punctum p, & linea
e i in punctum q,& copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ
sunt g a,h a,i a,quia itaq; in trigono a f z,ductæ sunt lineæ a g & a h, patet
per 21.primi,quoniam angulus a g f est maior angulo a h f,quia ergo angu=
li l g f & m h f,sunt recti & æquales,relinquitur angulus a g l minor angulo
a h m,sed angulus o g l & p h m sunt æquales,quælibet enim linea inciden=
tiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem di=
stantiam punctorum b c d e ab inuicem,& à superficie diafoni à qua fit refra
ctio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a,& angulus q i a maior angu
lo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum pun
ctorum c & d,à punctis g & h patet ergo quod maior fit refractio à puncto h
remotiore ad uisum a,quàm à puncto g,propinquiore uisui illo puncto h. Si
militer quoq; patet per eundem modum de puncto i,respectu puncti h, fit e=
nim secundum præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior
refractio puncti i,quàm puncti h,ergo est maior quàm puncti g, patet ergo
uniuersaliter quod proponebatur. In omnibus enim pũctis & superficiebus
à quibus fit refractio est eadem demonstratio.

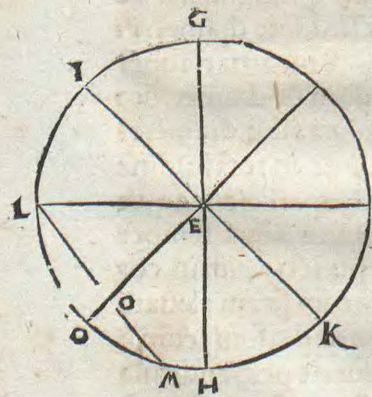
XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractio=
nem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam per
uenit forma ad uisum,& κatheti incidentiæ exeuntis ab illo pũcto
rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis,
ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uisæ existen=
tis in medio secundi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore ue=
ro elongatur.

Verbi gratia,sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a,& superficies secundi
diafoni sit in qua est linea b c,& sit b punctus refractionis,& centrum uisus sit d,perueni
atq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq;
à puncto a,perpendicularis super superficiẽ b c,quæ sit a e,dico quod in puncto quæ est
communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ,
hoc autem patet,quoniam per 11.huius,forma refracta occurrit uisui in linea d b,& per
12.huius,occurrit in linea perpẽdiculari quæ est a e,occurrit ergo in communi ipsorum
sectione quæ sit punctum x,hoc antem fortius instrumentaliter demonstrandum. Acci=
piatur

piatur columna rotunda lignea,cuius basis diameter sit unius cubiti,& altitudo modica,
utpote duorum uel trium digitorum,& planentur superficies basium eius,& in uno basi
um suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunq;
placuerint,& sint duo, quæ g h & i k,oblique se secantes,quæ profundentur ferro ut ap
pareant uisui,& impleantur profunditates ipsarũ cerusa distemperata cũ lacte uel cũ a=
lio albo liq̃re aut albo alio colore quocunq;,pũctũ uero centri quod est e, sit nigrũ. Dein
de accipiatur uas magnũ profundum habens oras erectas,& ponatur in loco luminoso.
Infundaturq; in uas aqua tanta,quod cum immissa fuerit columna in aquam erectam
taliter,ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua
excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq;
donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h,diameter basis fit
perpendicularis super superficiem aquæ,declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq;
appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum,ut possit uideri punctum e, cen
trum circuli,& diameter g h,& inuenietur centrum circuli e,in rectitudine illius diame=
tri,deinde intueatur uisus diametrum i k,decliuem super superficiem aquæ,& inuenietur
incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius
extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g
h extra aquam & intra aquam remaneat,linea una recta sine refractione, uel continen=
tiæ anguli,ex quo patet quod forma puncti centralis quod est e,quam uisus comprehen
dit,non est apud centrum circuli basis,quia tunc esset etiam in rectitudine diametri de=
cliuis quæ est i k,quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehen
dit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k,& angulus quem con=
tinent partes diametri decliuis i k,sequentur perpendicularem g h,patet quod punctus
in quo uidetur forma centri e,est eleuatus à centro basis columnæ,& quia uisus hoc pun
ctum comprehendit in rectitudine diametri g h,patet quod forma centri f, est eleuata à
uero loco centri secundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ est g h, patet
etiam ex diametri decliuis i k,incuruatione apud supersiciem aquæ & ex rectitudine &
continuitatis partis suæ intra aquam,quod omne punctum partis diametri i k,quod est
intra aquã est eleuatum à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnæ quousq;
diameter i k,fiat perpendicularis super superficiem aquæ,erit ergo tunc g h,diameter de
cliuis super superficiem aquæ,& tunc uidebitur forma puncti f,in rectitudine diametri i
k,& extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari super
superficiem aquæ,& angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum
i k,perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri
signati in superficie basis columnæ,semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine
diametri perpendicularis,& diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ
& continet angulũ obtusum cũ parte sui quæ est intra aquã,quæ pars intra aquã semper
uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a,uisi in cor
pore diafonitatis grossioris,quàm sit aeris diafonitas,uidetur extra locum suum eleuata
in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto superficiei corporis diafoni, cum li
nea d b,continuans d,centrum uisus cum puncto refractionis b,non fuerit perpendicula
ris super superficiem corporis diafoni,& quia sicut instrumentaliter & per rationem o=
stensum est per 11.huius,omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositio
ne & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum,puncta ergo quæ uisus cõ
prehendit per refractionẽ,quia sunt in oppositione uisus secundũ lineam rectam in com
muni sectione perpendicularis a e,& lineæ d a,productæ ad perpendicularem, necessa=
rio uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refra=
ctæ, q̃d si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc
illud accidit quod in præmissis,quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni se=
ctione lineæ refractionis per quã forma peruenit ad uisum,& lineæ perpendicularis du=
ctæ à puncto rei uisæ super superficiẽ corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrũ
superficierum planarum & æquedistantiũ,cuius longitudo sit octo digitorum, latitudo
& spissitu

& ſpiſsitudo ſit æqualis quælibet quatuor digitorum. Deinde baſi columnæ ligneæ prædictæ prius inſcribatur linea decem digitorum per 1. quarti, quæ ſit l m. Eritq́ꝫ medietas lineæ l m, quinqꝫ digitorum, diuidaturqꝫ in duo æqualia in puncto n, & à centro baſis quod eſt f, ducatur linea f n, & producatur illa linea ex utraqꝫ parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaqꝫ per 3 tertij, linea f n, perpendicularis ſuper lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaqꝫ duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis ſuperponatur medietati lineæ quæ eſt n l, & quia uitrũ eſt in lõgitudine octo digitorum, & linea l n quinqꝫ digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n, in tribus digitis, & diſtinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem ſuper lineam l m, ſitq́ꝫ corpus uitri ex parte centri f, ſcilicet inter lineam l m, & centrum f, & ſic applicetur uitrũ tabulæ per glutinum, erit itaqꝫ perpendicularis p o, erecta ſuper extremitates uitri quæ ſunt ſuperficies duæ æquediſtãtes, & diameter l q erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaqꝫ periferia circuli cui ſupereminet extremitas uitri ex parte uiſus experimentantis, & ponatur alter uiſuum in dicta communi circumferentiæ baſis & extremitatis uitri, hoc eſt in pũcto l, quod eſt extremitas diametri decliuis, quæ eſt l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, niſi ſolus punctus l, reliquus uero uiſus ſit in parte, in qua eſt uitrũ & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex ſuperficie uitri cum panno linteo, uel bombacæ, applicata taliter ſuperficiei columnæ, ut non uideatur niſi ſola diameter decliuis l q, & per unum uiſum contingentem uitrum, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroqꝫ uiſu. Sic itaqꝫ diſpoſito uiſu & inſtrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ eſt erecta ſuper ſuperficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ eſt l q, incuruata in ſuperficie uitri, quæ eſt ex parte centri f, cadetq́ꝫ angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, ſed uiſus comprehendit partem diametri l q, quæ eſt ſub uitro in rectitudine, & quoniam uiſus tangit ſuperficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ eſt p o, aliqua pars eſt ſub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut eſt eius pars quæ o n, pars illa quæ eſt ſub uitro comprehenditur à uiſu exiſtente extra uitrum ſecundum refractionem, & pars o n, quæ eſt ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uiſu extra uitrum exiſtente recte & ſine refractione, pars autem quæ eſt ex parte centri comprehenditur ab utroqꝫ uiſu per refractionem, nam lineæ exeuntes à centro uiſus contingentis uitrum & extenſæ in corpore uitri peruenientes ad ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte centri, omnes fiunt decliues ſuper ſuperficiem uitri, pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ eſt ex parte centri comprehenditur à uiſu contingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uiſu ad ſuperiorem uitri ſuperficiem erunt decliues ſuper ſuperiorem uitri ſuperficiem, cum ergo extenduntur ad ſuperficiem uitri, reliquam quæ eſt ex parte centri f, erunt etiam decliues ſuper illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim ſuperficies uitri ſunt æquediſtantes ex hypotheſi, uiſus itaqꝫ ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ eſt uerſus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ eſt ſub uitro una ſola refractione, partem uero ſuperiorem quæ eſt p o, comprehendet abſqꝫ refractione, uterqꝫ tamen uiſuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & ſi experimentator cooperto altero uiſu aſpiciat ſolum per uiſum qui poſitus eſt ſuper uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & ſi eleuauerit uiſum à ſuperficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipſam lineam rectam, quamuis comprehendat ipſam ſecundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & ſi non comprehendatur à uiſu in ſuo loco, cõprehẽditur tamẽ in rectitudine perpendicularis ꝗ exit à puncto



puncto illo ſuper ſuperficiem uitri, hæc autem eſt ſola ipſa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto ſuper unamquanqꝫ ſuperficiem unam tantum perpendicularẽ duci eſt poſsibile. Hæc autem linea quæ eſt p o, à quolibet ſui puncto procedit perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri. Omnis ergo refractio ſuorum punctorum fit ſuper ipſam eandem, forma itaqꝫ centri f, quando uiſus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, ſuper ſuperficiem uitri, & diametri decliuis l q, pars extra uitrum exiſtens uerſus centrum f, comprehenditur non in ſuo loco, ideo quia punctus centri f, non conprehenditur à uiſu, niſi præter ſuum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur ſub centro baſis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in ſecundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo eſt uiſus, eſt in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quod eſt contingens uiſum, & eſt remotior à ſuperficie eiuſdem diafoni quàm ipſum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehenſum à uiſu per undecimam huius, eſt in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuſcunqꝫ diafonis taliter ſituatis comprehenditur in puncto, qui eſt communis ſectio lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt contingens uiſum, & patet ex præmiſsis correlarium, locus enim formæ puncti rei uiſæ per refractionem quando fit illa refractio in medio ſecundi diafoni denſiore primo, tunc locus imaginis approximant ipſi uiſui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipſum uidetur ſub aqua, cum uero fit refractio à ſuperficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uiſum, tunc locus imaginis elongatur à uiſu, ut patet in experimentatione ſecunda de centro f, uiſo ſub uitro approximato uiſibus, cuius forma per medium rarius uitro quod eſt aer diffunditur ad uitri ſuperficiem, & per uitrum refringitur ad uiſum, ut enim exempl ariter patet in prima figura præſentis propoſitionis, punctum x, propinquius eſt uiſui exiſtenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaqꝫ propoſitum.

XVI.

Formæ puncti rei uiſæ per refractionẽ exiſtentis in medio ſecundi diafoni, locus imaginis quãdoqꝫ eſt in ipſo ſecũdo corpore diafono, quãdoqꝫ in eius ſuperficie, ut in ipſo puncto refractionis, quandoqꝫ eſt inter uiſum & illud corpus diafonum, quandoqꝫ retro uiſum, quandoqꝫ in ipſa ſuperficie uiſus.

Quia enim oſtenſum eſt per præmiſſam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ, eſt in communi ſectione lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, cum illæ lineæ neceſſario concurrant, aut æquediſtant. Si concurrunt, patet quod ubicunqꝫ illæ lineæ ſe interſecauerint, ſiue hoc ſit intra corpus diafonum, in quo eſt punctus rei uiſæ, ſiue fuerit extra illud corpus, inter uiſum & ſuperficiem illius corporis, ſiue hoc fuerit in centro uiſus, ſiue retro uiſum, ibi ſemper erit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uiſum fuerit æquediſtans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis niſi ſolum ipſum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, ſicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipſo puncto refractionis ſe interſecant, nec indigent hæc alia demonſtratione niſi illa ꝗ in 12. octaui huius, in ſpeculis ſphæricis concauis poſuimus, hæc enim refractio, ut patet per 7. huius, quandoqꝫ fit à ſuperficie concaua corporis diafoni, quod corpus eſt ex parte uiſus contingens conuexum corporis diafoni quod eſt ex parte rei uiſæ, unde eſt omnimoda demonſtrationis ſimilitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propoſitum, diuerſantur enim illæ perpendiculares ſecundum diuerſitatem ſuperficierum corporum, à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à ſuperficiebus corporum alterius diafonitatis ad uiſum, ſemper fit deceptio in ſitu.

Quoniam enim ſecundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uiſum ſemper fit refractio in ſuperficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in ſecundo diafono forma peruenit ad uiſum, ſola uero perpendicularis ducta à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus eſt in communi ſectione lineæ ſecũdæ per quam forma refracta extenditur ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis per 14. huius, hæc autem ſectio ſemper eſt extra locum uerum puncti uiſi, quoniam ſola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipſo puncto rei uiſæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uiſus nunquam uidet formam rei uiſæ per refractionem uiſi ab alio loco & ſitu quàm ſit ipſa res uiſa, erit itaq; poſitio formæ comprehenſæ à uiſu alia à puncto rei uiſæ, & ſimiliter eſt de remotione, hæc autem ſunt quædam ſitus, punctus enim communis ſectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono denſiore ad ſubtilius ſe eleuat approximando uiſui, & in refractione ex diafono rariori ad denſius ſe deprimit, remouendo ſe à cẽtro uiſus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis ſemper ſe uariat, & ſecundum hoc decipitur uiſus ſecundum ſitum imaginis alium locum rei uiſæ, & ſituationem aliam accipiens ſecundum illud, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Omnis forma rei uiſæ per refractionem comprehenditur ac ſi res illius formæ ſit in loco imaginis conſtituta.

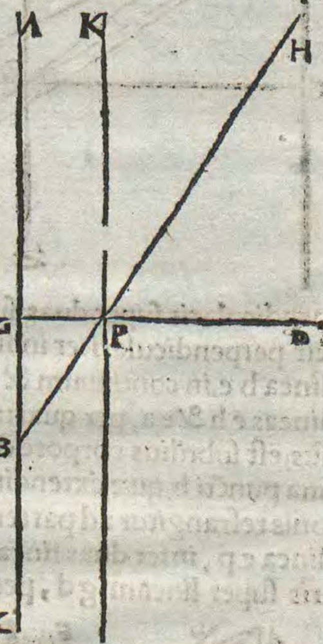
Sicut enim in 12. huius, dictum eſt, forma exiſtens in puncto refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpẽdicularem ſuper ſuperficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uiſæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, forma itaq; quæ eſt ſuper lineam perpendiculariter incidentem ſuperficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uiſum, eſt forma quæ extenditur à puncto uiſo in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum ſectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uiſum, forma itaq; quam uiſus comprehendit refracta ultra corpus diafonum eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis, comprehendit autem uiſus hanc formam in loco imaginis, ſicut alia quæ in ſuo loco comprehẽdit ſine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res diſtans tantum à centro uiſus, quantum punctus imaginis diſtat ab eodem centro uiſus, quoniam ſitus loci imaginis in reſpectu uiſus, & ſitus formæ quæ eſt in loco imaginis unde propter refractionem forma rei uiſæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propoſitum.

XIX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni qualiſcunque à nullo puncto illius ſuperficiei fiet refractio, & una tantum imago uiſui concurret.

Eſto centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ b, ſitq; g, aliquod punctum ſuperficiei corporis in quo ſit refractio, quod ſit groſsioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod eſt contingens uiſum, ducaturq; à puncto a, centro uiſus linea a g c, quæ ſit perpendicularis

ris ſuper ſuperficiem corporis ſecundi diafoni per 11. undecimi, ſitq; punctus rei uiſæ, qui eſt b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uiſus a comprehendet formam puncti b, recte ſine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad ſuperficiem corporis diafoni quod eſt cõtingens uiſum in puncto a, & quia linea l g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni contingentis uiſum, cõprehendet ergo uiſus a punctum b in ſuo loco ſecundum rectitudinem lineæ a g b, non eſt itaq; poſsibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uiſum a. Si autem detur hoc eſſe poſsibile, ſit ſuperficiei illius diafoni in qua eſt punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui ſit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uiſus à puncto p, imaginemur itaq; ſuperficiem refractionis in qua ſit linea perpendicularis quæ a g b, tranſire per punctum p, & ſit communis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta, quæ eſt g p d, per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis ſuper lineam g d, per 11. primi, quæ ſit k p l, & ſit linea k p l, producta ſecãs ipſum corpus diafonum, in cuius ſuperficie fit refractio formæ puncti b ad uiſum a. Eſt ergo linea k l p, perpendicularis ſuper ſuperficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum uſq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod eſt p, ſuper ſuperficiem corporis diefoni, quia itaq; corpus diafonũ, quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo quod eſt ex parte ipſius b, puncti rei uiſæ, tunc enim forma pũncti b, peruenerit ad p, pũctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod eſt centrum uiſus, ſed datum eſt ipſum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impoſsibile cõtra hypotheſim, & quocunq; alio puncto dato idem accidit impoſsibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uiſum a, ex aliquo puncto ſuperficiei illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, ſed ſolum forma illa puncti b, ſecundum rectitudinem peruenit ad uiſum a, quod ſi corpus diafonum contingẽs ſuperficiem uiſus ſit denſius diafono illo corpore quod eſt continens punctum rei uiſæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter denſitatem diafoni ſecundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquediſtante ipſi p k, per ſextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, ſunt erectæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni in qua eſt linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum ſecundum, ſcilicet rarius uel denſius primo diafono, ſemper puncto rei uiſæ ſic diſpoſito à nullo puncto illius ſuperficiei diafoni fiet refractio ad uiſum, ſed uidebitur res in ipſa linea perpendiculari ducta à centro uiſus ad punctum rei uiſæ ſecante ſuperficiem corporis ſecundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, niſi ex uno tantum puncto ſuperficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod eſt propoſitum.

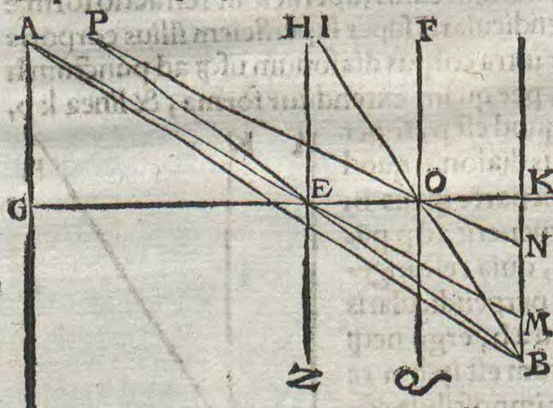


XX.

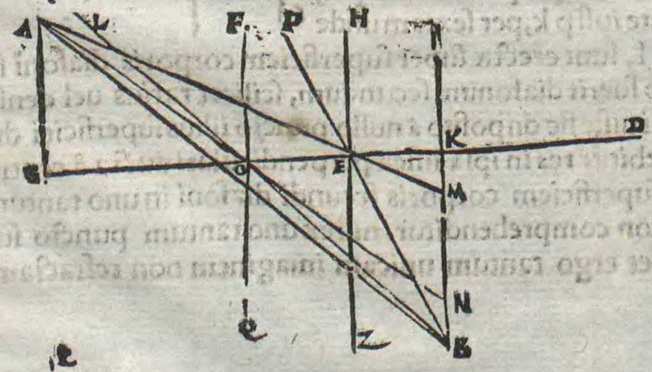
Communi ſectione ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; uiſo exiſtente extra

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio, quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni, quæ est a g c, educatur quoq; superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimamoctauam undecimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim trãsiit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum superficies transiens perpendicularem a c



sed perpendicularem a c, & per punctũ b, non transit aliqua superficies plana, nisi una sola, tantum forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrũ uisus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ sit e, ducanturq; duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis super superficiem g e d, per duodecimam undecimi, quæ sit h e z, quæ per primam huius, erit in illa superficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatur itaq; linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, quod est ex parte b, quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g, erecta super illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque resecabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimãquintam primi. Secabit ergo per uigesimam nonam primi huius, et lineam b k, illi angulo subtensam



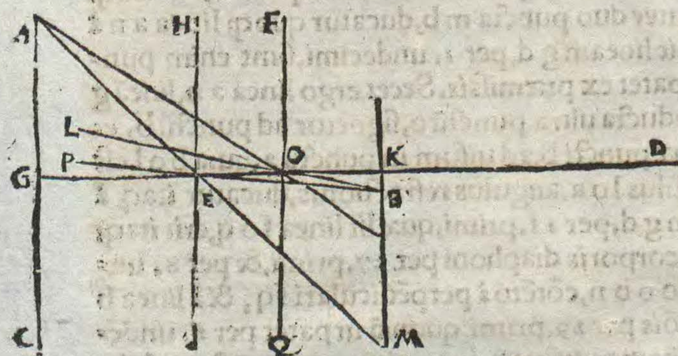
Secet ipsa itaq; lineam b k in puncto m, palam itaq; per decimãmquartam huius, quoniam punctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quàm illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diafoni, quàm puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu, nisi secundum perpendicularem

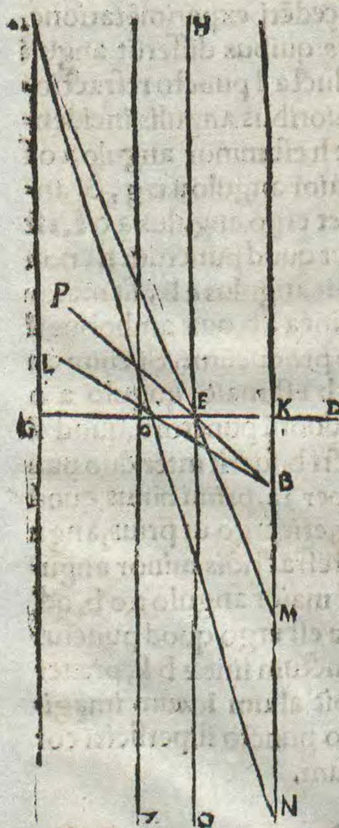
dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginẽ q̃ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k, per 14. huius, quia corpus qđ est ex parte b pũcti uisi est grossioris diafonitatis illo corpore q̃d est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k qđ sit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatur quoq; linea a n à centro uisus ad punctum n, hæc itaq; secabit lineam g d, per 1. undecimi, sunt enim puncta a b k, in eadẽ superficie cũ linea g d, ut patet ex præmissis. Secet ergo linea a n, lineã g d in puncto o, ducaturq; linea b o, quæ producta ultra punctũ o, signetur ad punctũ b, erit itaq; punctũ o, punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctũ a, quia b o l est linea per quã extenditur forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducatur itaq; à puncto o linea perpẽdicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaq; linea f o q, perpendicularis super superficiẽ corporis diaphoni per 27. primi, & per 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, cõtẽto à perpẽdiculari f q, & à linea b o, per quã extẽditur forma ad locũ refractiõis per 29. primi, quoniã ut patet per 6. undecimi, lineæ b k & f o q sunt æquedistãtes, si itaq; punctus n, fuerit inter duo pũcta m & k, tũc pũctus o erit inter duo puncta e & k, secans lineã e k, per 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, per 29. primi huius, qa omne totũ est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, per 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, per eandẽ 29. primi, quoniã lineæ h 3 & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractiõis ex angulo incidẽtiæ, qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, per 8. huius, ostẽsum est enim in corollario qđ præcedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex præcedẽti experimẽtatione, quoniã anguli refractionũ in medio secundi diaphoni grossioris quibus differũt anguli incidẽtiæ ab angulis refractis cõtentis sub linea perpẽdiculari ducta à puncto refractionis super superficiẽ diaphoni, & à lineis refractis ad uisum in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f qđ est impossibile, quoniã enim p 21. primi, angulus a e g est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales p 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cum ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; sequitur ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & cõtra 21. primi, producta linea a b, quæ ambobus illis angulis subtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producũtur. Si enim angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b est maior angulo a o b. Est enim uterq; illorũ super angulũ suæ refractionis residuũ duorũ punctorũ, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, per 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h minor angulo l o f, & erit angulus p e a, qui est angulus refractiõis minor angulo l o a, qui est etiam angulus refractionis, angulus ergo a e b est maior angulo a o b, qđ est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, existens in proposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum pũctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diaphoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

XXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio ut in præcedentibus, niſi quod corpus diafonum in cuius ſuperficie eſt linea g d, & perpendicularis g c, quod eſt ex parte uiſus a, ſit groſsioris diafonitatis illo corpore, quod eſt ex parte b, puncti rei uiſæ, & illud quod eſt ex parte puncti b, ſit rarius, & ſit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, fiatq́ꝫ refractio formæ puncti b, ad uiſum a, ex puncto ſuperficiei illius corporis quod ſit e, & ducãtur lineæ b e & e a protrahaturq́ꝫ linea l e, uſqꝫ ad punctum p, ultra ſuperficiem corporis in qua eſt linea g ſ, & à puncto refractionis quod eſt e, ducatur linea h e, perpendiculariter ſuper lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas a p & e b, nam prima linea per quam extenditur forma ad locum refractionis eſt linea b e p, ſit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod eſt ex parte uiſus a, eſt groſsioris diafonitatis corpore quod eſt ad partem rei uiſæ b, ut patet ex hypotheſi, protrahatur itaqꝫ linea a e, ultra punctum e, quouſqꝫ concurrat cum linea k b, concurret autem cum illa per ſecundam primi huius, ſecat enim eius æquediſtantẽ lineam h e 3. Secet ergo lineã k b in puncto m. Eſt itaqꝫ per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & profundabitur ſub puncto b, ultra ſitum rei, cuius ipſum habet formam, nam corpus quod eſt ex parte b, eſt ſubtilius illo corpore q̃d eſt ex parte uiſus a, dico itaqꝫ quod forma puncti b non refrangitur ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, & quod non habet imaginem, niſi in ſolo puncto m, ſi enim hoc ſit poſsibile, ut plures habeat imagines q̃ illa quæ eſt in puncto m, ſit ut habeat imaginem in puncto alio q̃d ſit n, erit itaqꝫ punctus n, in linea perpendiculari b k, p 12. huius & infra punctũ b p 14. huius, propter corporũ diafonorũ mediorũ propoſitam diuerſitatẽ, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut ſub puncto m, ſit primo inter duo puncta b & m, ducaturq́ꝫ linea a n, quæ ſecabit lineam e k, per 32. primi huius, quia ipſa producta à pũcto lateris m e, ſecat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, qđ eſt latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, ſunt in eadẽ ſuperficie, & linea e d eſt iacẽs inter illa puncta. Secet ergo ipſum in puncto o, eſt itaqꝫ o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ tranſeat uſqꝫ ad punctũ l, & ex pũcto o extrahatur linea f o q, perpendiculariter ſuper lineã g o d p 11. primi, linea itaqꝫ b o eſt illa linea p q̃ linea pũcti b, extẽditur ad pũctũ refractiõis q̃d eſt o, linea q̃qꝫ o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̃m in tali diſpoſitiõe mediorũ diafonorũ ſemper fit refractio ad ꝑpẽdicularẽ p 4. huius. Si itaqꝫ pũctus n, fuerit inter duo pũcta m & b, erit p 32. primi huius, pũctũ o, inter duo pũcta e & k, ergo ut in ꝑmiſſa p 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, q̃m pars eſt minor ſuo toto, ſed per 29. primi, angulus l o f, eſt æqualis angulo o b k, & angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, ideo quod lineæ h e & f o, & k b ſunt æquediſtantes, eſt ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaque l o a, qui eſt locus refractionis per corollarium 8. huius, eſt minor angulo p e a, qui eſt etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, ſuper angulum refractionis qui eſt l o a, eſt maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h ſuꝑ angulũ refractionis qui eſt p e a, p eandẽ 8. huius, ſed angulus a o f, eſt æqualis angulo



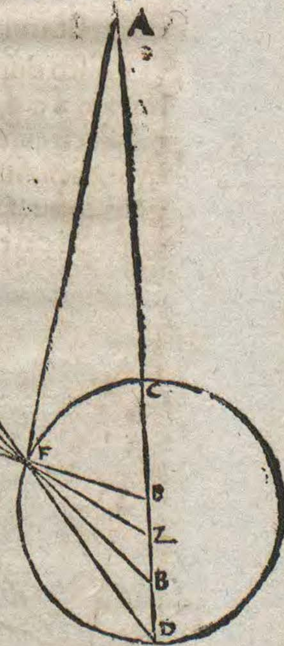


gulo a n k, per 29. primi, & angulus a e h, eſt æqualis angulo a m k, per eandem 29. primi angulus itaqꝫ a n k, eſt minor angulo a m k, quod eſt impoſsibile, & contra 16. primi. Si autẽ punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in proxima huius, deductiõe facta punctus e, cadet intra punctum o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29. primi huius, & quia totũ eſt maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, per 29. primi, ergo angulus l o a, eſt maior angulo p e a, & angulus a o f eſt maior angulo a e h, per 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, eſt maior angulo a m k, quod eſt impoſsibile, & contra 16 primi, non eſt ergo imago formæ puncti b, in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter quàm in puncto m, quoniam idem impoſsibile accidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac diſpoſitione fiet refractio, & unica uiſui occurrit imago, patet ergo propoſitum.

XXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, punctoq́ꝫ uiſo exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper conuexam ſuperficiem corporis diafoni, formæ rei uiſæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.

Sit centrũ uiſus punctũ a, ſitq́ꝫ b punctus rei uiſæ ultra corpus diafonũ groſsius illo corpore diafono, quod eſt circa uiſum, & ſit ſuperficies illius corporis diaphoni, q̃ eſt ex parte b, ſuperficies conuexa illa quæ eſt ex parte uiſus a, ſitq́ꝫ cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius cẽtrum ſit pũctus 3. & ducatur linea a c 3 d, qui neceſſario erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 72. primi huius, quoniã tranſit p punctũ 3, centrũ eius, ſitq́ꝫ b pũctus rei uiſæ in ꝑpẽdiculari linea quæ eſt a d, tũc itaqꝫ uiſus a cõprehẽdet formã pũcti b, ſine aliqua refractiõe, nã forma quæ extẽditur ſecũdũ lineã d a, extẽditur recte in corpore diafono quod eſt ex parte uiſus a, p 3. huius, ideo q̃d linea d a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus comprehẽdet itaqꝫ uiſus a, forma puncti b, in ſuo loco & recte, ſed & in hac diſpoſitiõe forma puncti b, nunqꝫ refringitur ad a uiſum. Aut enim pũctus rei uiſæ qui eſt b, erit in centro corporis diafoni quod eſt 3, aut extra illud, ſi fuerit in centro 3, tunc nulla linea per q̃ extenditur forma pũcti b, ad circumferentiam circuli c d e, refrangitur ad uiſum a, quoniam omnes illæ ſunt ſemidiametri perpendiculares ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni, & quia ſola linea 3 a, exit à cẽtro circuli c d e ad uiſum, patet quod forma puncti b, non refrangitur ad uiſum a, cũ punctus b, fuerit in centro 3, quod ſi punctus b, fuerit in linea c d extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, ſi ſit in linea 3 c, adhuc nulla ſui fiet refractio ad uiſum a. Quod ſi fuerit poſsibile, eſto quod refrangatur ex puncto e, & ducatur linea b e, & protrahatur extra circulum ad punctum h, & protrahatur linea 3 e, extra circulum ad pũctũ p erit itaqꝫ linea 3 p, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus. Cum itaqꝫ corpus diafonum quod eſt circa uiſum, fuerit rarius corpore diafono, quod eſt circa rem uiſam, & circa punctum b, patet per 4. huius, quod forma puncti b, quando extẽditur per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partẽ cõtrariã illi parti in qua eſt perpendicularis 3 p, non ergo refrangitur tunc forma puncti b, ad uiſum a, qđ ſi punctum b, ſit in linea d 3 adhuc non refrangitur forma puncti b, ad uiſum a. Si enim hoc eſt poſsibile ſicut refrangatur ex puncto e, & producatur linea b e ad pũctũ k, & ꝓtrahatur linea 3 e, ad pũctũ p, ſitqꝫ ut forma pũcti b refrãgatur ad uiſum a, ex pũcto e, per lineam e a, palam itaqꝫ quoniã angulus r e a, eſt angulus refractionis, & angulus k e p eſt contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte a b e, pũcto refractiõis ſuꝑ ſuperficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio, ergo per correlarium 8. huius angulus



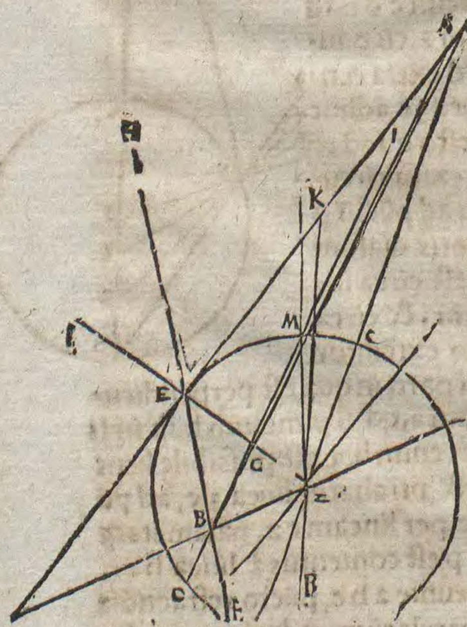
incidentiæ

incidentiæ qui est r e a,est minor angulo refracto qui est r e p,& linea b e 3,aut est minor
ꝙ linea 3 e,aut æqualis ei,quia punctus b,aut est inter duo puncta d & 3,aut in pũcto d.
Est itaq; per 19.& per 5.primi,angulus e b 3,aut maior angulo b e 3,aut æqualis ei , sed
angulus a e r,per 16.primi,maior est angulo e b 3,ergo & angulus b e 3,& angulus r e p
per 15.primi,est æqualis angulo b e 3.Erit ergo angulus a e r,maior angulo r e p .quod
est cõtra præostensa & impossibile,forma ergo puncti b , non refrangitur ad uisum a,ex
puncto e,sed nec ex alio puncto circuli c d e,nec ex alia circumferentia alicuius circulo=
rum in superficie corporis diafoni,in quo est punctũ b existentiũ,ut patet p 1.huius,palã
ergo q̃m existente pũcto b,in linea g d,nõ cõprehenditur forma eius à uisu a,per refracti
onẽ ex aliquo pũcto superficiei corporis densioris,& non cõprehenditur, nisi solũ unum
punctũ,q̃m linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni densionris nõ secat
illius corporis superficiẽ nisi in uno tantũ puncto,unica ergo tantũ uidetur imago. Simi
liter quoq; demonstrandũ si corpus diafonum quod est circa centrum uisus pũctum a, fu
erit densius corpore diafono,quod est circa pũctũ rei uisæ,quod est b, tũc eñ semper fiat
refractio ad perpendicularẽ ductã à dato pũcto refractionis,& nunq; fiet ad centrũ uisus
punctũ a,siue punctũ rei uisæ fuerit in linea e 3,uel in linea 3 b , & sequuntur maiora im=
possibilia ꝙ prius,& si fuerit in centro 3,patet quod non refrangitur, sed uidetur directe
forma eius, & unica est eius imago,patet itaq; propositũ secundũ omnes eius modos.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafo=
ni in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendi=
cularem ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni
grossioris corpore diafono uisum contingente ab uno tantum puncto fiet re=
fractio,& unica uidebitur imago,loco tamen imaginis diuersificato secundũ
diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima p̃missa,nisi quod punctus rei uisæ qui est b,sit extra
lineam a c d,tamẽ intra circulũ c d e,& quia forma puncti b , nõ refrangitur ad uisum a,
nisi in circũferentia circuli c d e,quæ est in superficie refractionis,ut patet p 1.huius,& ex
hypothesi,sitq; illa refractio à concauitate corporis diafoni,q̃d est ex parte uisus contin=
gens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uisæ,sit ut refrangatur ad uisum a , ex pũcto
e,circuli c d e, dico quod non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refrangi
ad uisum. Sit eñ,si possibile,ut refrangatur ex puncto alio
circuli c d e,ꝙ ex puncto e , qui sit punctus m , & ducantur
lineæ b e,a e, b m, a m, 3 e,3 m , sit quoq; ut lineæ 3 e,& b
m,cum sint in superficie circuli c d e,secent se in puncto,q̃d
sit g, & producatur linea b e , extra circulum usq; ad pun=
ctum h,& linea b m usq; ad pũctum n,& linea 3 e , usq; ad
punctum n,& linea 3 e usq; ad pũctũ p,& linea 3 m usq; ad
punctũ l,erit itaq; angulus h e p,per 15.primi,æqualis an=
gulo incidentiæ , q̃m uterq; illorum est contentus sub linea
e b,per quã extenditur forma,& sub perpendiculari e p, ex
eunte à loco refractionis quæ est e,super superficiem corpo
ris , à quo fit refractio , eritq; angulus h e a , angulus refra
ctionis , & erit angulus l m n , æqualis angulo incidentiæ
contentus sub linea n m , per quam extenditur forma , &
sub perpendiculari l m,exeunte à loco refractionis quæ est
3 m,& angulus n m a, est angulus refractionis, erit itaque
angulus h e p,aut æqualis angulo n m l, aut maior aut mi=
nor,si sit æqualis,tunc per 8.huius,erit angulus h e a,refra=
ctiõis æqualis angulo n m a,qui est similiter angulus refra
ctionis,& quoniã uterq; ipsorũ cũ suo cõpari ualet duos re
ctos



ctos per 13.primi,erit tunc angulus a m b,æqualis angulo a e b,quod ꝑducta linea a b,
patet esse impossibile,& contra 21.primi.Si aũt angulus h e p,sit minor angulo l m n, e=
rit angulus h e a,minor angulo n m a,per 8.huius,erit ergo per 13.primi,angulus a m b
minor angulo a e b,quod iterum est contra 21.primi,& impossibile.Si uero angulus h e
p,sit maior angulo l m n,extrahatur linea e b,in partem pũcti b,ad punctũ circũferentiæ
qui sit f,& extrahatur linea m b , ultra pũctũ b,ad punctũ circumferentiæ qui sit o,angu=
lus itaq; e b m,erit per 54.primi huius,æqualis angulo qui est apud circũferentiam cadẽs
in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o,& cũ angulus h e p,ex hypothesi,sit maior
angulo n m l.erit angulus 3 e b.per 15.primi,maior angulo n m l,ergo & angulus b m 3
per eundem 15.cũ ergo angulus 3 e b,sit maior angulo b m 3,erit excessus anguli m 3 e,
super angulum e b m,æqualis excessui anguli 3 e b,super angulum b m 3,per 21.primi,
cũ enim in trigonis e b g & m g 3,anguli intersectiõis ad punctũ g,sint æquales,ut patet
per 15.primi,& q̃libet reliquorũ duorũ cũ suo tertio ualeant duos rectos,patet ꝙ duo an
guli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quãto
ergo angulus 3 e b,est maior angulo b m 3,in tanto angulus m 3 e , est maior angulo e b
m,arcus uero respiciens angulum m e 3 , cum fuerit apud circumferẽtiam,erit duplus ad
arcum m e.per 19.tertij,& per ultimam sexti. Si ergo angulus m 3 e,fuerit maior angu
lo m b e,tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o,& erit excessus
arcus a x,duplicati super duos arcus m e & f o,æqualis excessui arcus m e , super arcum
f o,q̃niam arcus m e,utriq; est cõmunis,q̃ ablato remanet idẽ excessus,& si uarietur pro=
portio Geometrica,nõ tamẽ uariatur ꝓportio Arithmetica,excessus ergo anguli m 3 e,
super angulum e b m,est ille qui respicit apud circũferentiam excessus arcus m e, super
arcum f o,sed excessus arcus m e, super arcum f o,est minor duobus arcubus m e & f o,
quoniã est pars arcus m e.ergo excessus anguli a m e,super angulũ m b e,est minor angu
lo m b e,per ultimam sexti,& ut patet ex præmissis,excessus itaq; anguli 3 e b,sup angu=
lũ 3 m b,est minor angulo m b e,ergo ut supra patet p 15.primi,excessus anguli h e p,su=
per angulũ n m l,est minor angulo m b e,ergo excessus anguli refractionis h e a , sup an=
gulũ refractionis,quæ est n m a,est multo minor angulo m b e, per 8.huius,sed excessus
anguli h e a,super angulũ n m a,est excessus anguli a m b,sup angulũ a e b,per 13,primi,
excessus itaq; anguli a m b,super angulũ a e b,est minor angulo m b e,excessus uero an=
guli a m b,super angulũ a e b,& duo anguli m a e & m b e , quod patet per 33.primi hu=
ius,ꝑducta linea a b,duo itaq; anguli m a e & m b e,sunt minores angulo m b e , totũ sua
parte,quod est impossibile,forma itaq; puncti b nõ refrangitur ad uisum a, ex alio pun=
cto circuli c d e,quàm ex pũcto e,unica ergo habebit imaginẽ,& hoc est propositum pri
mũ.Sed & locus imaginis diuersatur secundũ diuersitatẽ loci in quo est punctũ uisum q̃d
est b,producatur enim linea b 3,ultra puncta b & 3,ad utramq; partẽ trans circuli c d e,
quæ autẽ concurret cũ linea e a,aut erit æquedistans ei.Si cõcurrat , tunc concursus aut
erit ad partẽ diametri ad quam est b,,propinquior periferiæ ut in puncto k,aut cõcurrẽt
in puncto aliquo alio ad partem uisus,ut in puncto r,si itaq; concursus fuerit in puncto k
tunc per 14.huius,erit imago ante uisum,& erit forma manifeste cõprehensa à uisu,quo
niam est in perpendiculari 3 k,producta à cẽtro corporis diafoni super superficiẽ corpo
ris diafoni,q̃d si concursus fuerit in puncto r,erit imago pũcti r,& tunc forma cõprehen
ditur à uisu in eius oppositione,sed non manifeste,quia comprehenditur à uisu extra suũ
locũ,scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam superficiẽ.Si uero li=
nea b 3,fuerit æquedistans lineæ e a,tũc erit linea b 3,media inter duas lineas h b 3 & b 3
r,per 14.primi huius,& tunc imago uidetur indeterminata,& forma comprehenditur in
loco refractionis,ut patet per 15.libri huius,& hoc est propositũ.Ex his itaq; patet,quod
re cuius forma cõprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonũ grossius corpore dia
fono quod est ex parte uisus,non fit refractio nisi ab uno tantum superficiei illius corpo=
ris puncto,& res illa non habet nisi imaginem unicam,neq; comprehenditur nisi unum
tantum.Hæc enim refractio est à concauitate totius diafoni,quod est ex parte uisus, cõ
tingentis conuexum corporis diafoni,quod est ex parte rei uisæ, patet etiam quod secun

dum diuersitatem situationis puncti a,qui est centrum uisus,fit diuersitas locorum ima-
ginum formæ puncti b,non transmutati secundum situm,quoniam eadem est huius cum
præmisso modo alio declaratio,nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo,punctoqꝫ uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente,ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago,loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio,ut in præcedente,nisi quod punctum b,nunc ponimus esse centrum uisus,& punctum a,punctũ rei uisæ,refrangatur itaqꝫ forma puncti a, ad uisum b, â puncto e,& erit linea refractionis a e b,forma itaqꝫ extentensa per lineam a e, refrangitur per lineam e b,sicut in præcedenti propositione forma extensa per lineã e b,refrangitur per lineam e a. Si itaqꝫ forma puncti a,refrangitur ad uisum b , ex alio puncto circuli c d e,quàm ex puncto e,tunc utiqꝫ forma puncti b,refrangitur ad uisum a,ex eodẽ puncto,ut ostensum est in 9.huius,sed iam in præcedẽti declaratũ est hoc esse impossibile,forma enim extẽsa per lineã b e,& refracta per lineam e a,per præcedentẽ proximã,non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a,ab alio puncto circuli c d e , neqꝫ ex alio pũcto superficiei corporis diafoni,quoniã in superficie refractionis solus cadit ille circulus,non ergo refrangetur forma puncti a,ad uisum existentẽ in puncto b,ex alio puncto circuli c d e,nisi ex puncto e,& unica tantum uidebitur imago,de diuersitate quoqꝫ locorum imaginum est idem,sicut in præmissa declarandum,patet ergo propositum.

XXV.

Cum superficies sphærica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulorum communis sectiõis superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris,possibile est lineam rectam taliter sisti,ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte,totaqꝫ forma illius lineæ refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno,& locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto cõmunis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi desioris diafoni qꝫ est aer,circulus g e d,cuius centrum sit 3,ducaturqꝫ semidiameter 3 e, super cuius terminũ e,fiat per 23.primi,angulus 3 e k,æqualis maximo angulo incidentiæ quem cõtinet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere,uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e,super superficiẽ illius corporis,in qua fit refractio,fiatqꝫ angulus k e c,per eandem 23.primi,æqualis medietati maximi anguli refractionis,qui potest fieri inter corpora diafona quæcunqꝫ data,ut inter aquam & aerem,uel econuerso,hoc autem est possibile,quoniã omnes isti anguli per 8.huius,sunt noti,& à puncto 3,centro corporis grossioris ducatur linea æquedistans lineæ e t,per 31.primi,quæ ꝓducta ex utraqꝫ ad circumferentiam sit g 3 d,& linea e 3,ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usqꝫ ad h punctum,cum itaqꝫ ut patet ex præmissis,proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c,sit maxima ꝓportio,qm̃ angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extẽditur forma puncti rei uisæ ad superficiẽ corporis,à qua refrangitur,cũ linea ꝑpẽdiculari â pũcto refractionis sup superficiẽ illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis, quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad sensum , anguli em̃ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis â luce transeunte per illa corpora diuersantur , quorum diuersitas quo ad sensum,habet finem , quem si angulus excesserit, tunc sensus non comprehen-

comprehendet quantitatem refractionis,comprehendet enim directe centrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur,& hoc plenius experiri potest per instrumentum , quod superius usi sumus , & quoniam,ut patet ex præmissis,angulus e 3 d,est maior angulo k e t,ponatur ergo angulus d 3 t,æqualis angulo k e t,per 27.primi huius, quia itaqꝫ linea e k,concurrit cum linea e t , patet per secundam primi huius,quia concurrit cum linea a d,eius æquedistante. Sic ut concurrat in puncto b.Similiter quoqꝫ linea 3 t, concurret cum linea e t,sit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e , sunt inter duas lineas æquedistantes , & in eadem superficie,patet quod ipsæ se intersecant , sit punctus sectionis k, eritqꝫ per 32.primi,angulus 3 k e,æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3 , sed angulus k b 3,est per 29.primi , æqualis angulo k e t,angulus ergo 3 k e,est æqualis duplo anguli k e t,ergo per septimã quinti,erit proportio anguli 3 e k,ad angulum 3 k e , maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ , quem continet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ.Item à puncto e,per 31.primi,ducatur linea æquedistans lineæ t 3,quæ per secundam primi huius , concurret cum linea 3 g,uersus punctum g,sit itaqꝫ punctus concursus a, & extrahatur linea b e,extra circulum g e d,usqꝫ ad punctum b , erit ergo angulus l e a,æqualis angulo 3 k e,per 29. primi , & angulus l e h,æqualis est angulo 3 e k,p 15.primi.Erit ergo ut patet ex præmissis,angulus l e a,angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h,quoniam per 15.primi , angulus l e h , est æqualis angulo 3 e k, qui acceptus est talis,ut proponitur Si itaqꝫ centrum uisus fuerit in puncto aliquo scilicet puncto aeris,& corpus diafonum densius aere,cuius conuexum est ex parte uisus a , fuerit continuatum usqꝫ ad punctum b,& non fuerit distinctũ apud circulum g d e, ex parte b,ita ut diuersitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis,tunc forma puncti b,extenditur per lineam b e, & refrangitur per lineam e a & comprehenditur à uisu in puncto a,per lineam e a,& quoniam angulus refractionis,qui est a e h, potest diuidi pluribus portionibus earum quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ , quos continent ductæ perpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum superficie refranguntur. In linea itaqꝫ d b,erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum g e , & refranguntur ab illo ad uisum a,& forma totius lineæ d b,in qua sunt omnia illa puncta, refranguntur ad uisum a,ex arcu g e. S itaqꝫ figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b,in circuitu lineæ a b fixæ,& pars superficiei corporis diafoni,quæ est ex parte rei uisæ fuerit sphærica , tunc punctum e,quod est punctum refractionis signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a,à quo tota refrangetur forma puncti b , ad uisum a,sed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus , quoniam ut patet per 14.huius,locus imaginis est centrum uisus , in quo concurrit linea extensionis formæ quæ est e a,& perpendicularis b 3 a . Similiterqꝫ formæ omnium punctorum lineæ d b,excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus,& sic tota imago illius rei uisæ est una , comprehen-



ditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris, quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa, fueritq; uisus extra circulũ, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior à uisu, quam punctum remotius formæ, cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum densius, quod est à parte rei uisæ fuerit totum continuum usq; ad locum, in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto medium intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ, & uere & refractæ, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur autem in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis, à qua fit refractio, æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, posibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo fit refractio, & partim in superficie uisus & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodem quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori, & centrum uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super concauam superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grosius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grosioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius, linea a 3, perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grosius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse posibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e, & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e perpendicularis super superficiem corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractio, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo q̃d est ex parte rei uisæ in qua est punctum b, palam per quartam huius, quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis quæ e g, & linea e t, non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum re

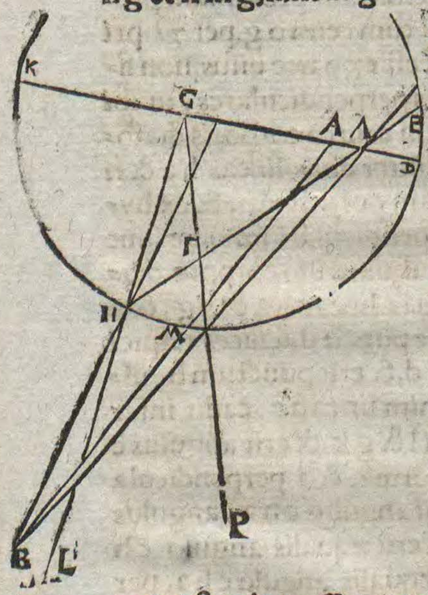
cte, non ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formam, & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa, fuerit rarius corpore in quo est centrũ uisus, ad huc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad cẽtrum uisus, patet ergo propositum.

XXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam uisui grosioris corporis diafono contingente uisum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

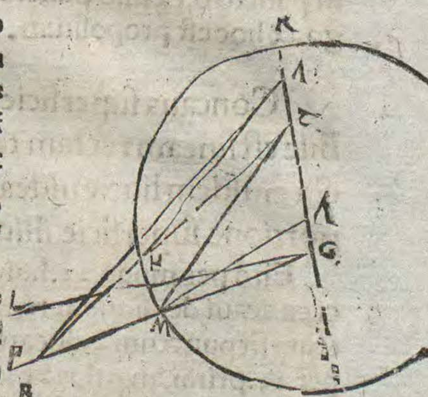
Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniã ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est super superficiem corporis, à quo fit refractio, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formæ puncti b, ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b, ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc sit posibile, sit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, secetq; linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquũ ad pũctum c, & linea b m, ad punctum n, & linea g h, ad punctum l, & linea g m ad punctũ p, secet linea a g, protracta ultra punctũ g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrũ uisus a, erit in linea k d, quæ est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g aut in altera duarũ linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrum uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per præmissam proximam propositionem, lineæ enim continuantes corpus diafonũ sphæricũ cum centro g, per 72. primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarũ incidentium secundum lineas perpendiculares, ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tũc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafono quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus pũctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, si æquales, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8. huius, & angulus b m a, erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem imposibile, & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g, sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est iterũ imposibile, ut prius, quod si angulus n m g, sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus, qui est a m g, erit minor toto angulo refracto, qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis, qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt angu-

li refracti, in maiori enim quantitate, & si quãdoq; in eadẽ proportione excedit angulus
refractus maior minorem, quàm illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet
per 8. huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est æqualis diminu
tioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctũ
f, punctum scilicet sectionis linearũ k a & m g sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo
anguli trigonorum g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. pri
mi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor
quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad
circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo an
gulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m
& o e, per 54. primi huius, & angulum h g m, respicit in circumferentia arcus h m, dupli
catus per 19. tertij, & quoniam angulus h m g est minor angulo h a m, ideo quia ut patet
ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus
duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h
m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniam arcus h m, u
trobiq; est cõmunis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quẽ
respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quem respi
cit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut
patet ex præmissis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m
ergo per 13. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m,
sed excessus anguli b m a super angulum b h a, per 33. primi huius, sunt duo anguli h a
m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte, quod est im
possibile. Quod si centrum uisus a, fuerit in linea g k, tunc sicut prius ostensum est, linea
h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit er
go angulus b h a, ex parte puncti k, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, &
erit punctum rei uisæ quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c
h g & n m g, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma & à per



pendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h
a, & c a h, & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c
h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauã
huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & sic item per 13 pri
mi, angulus b h a, erit æqualis angulo b m a, quod est impossibi
le, & contra 21. primi, ducta linea b a, ut supra. Si uero angu
lus c h g, est maior angulo n m g, tunc per octauam huius, an
gulus c h a, erit maior angulo n m a, & sic iterum, angulus b h
a, erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, quod
si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus c h a,
est maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor to
tali angulo g m a, eritq; tunc modo præostenso angulus h g m
minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo
h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c
h a ab angulo n m a, est minor quàm diminutio anguli g h a,
ab angulo g m a, est ergo minor quàm diminutio anguli h g
m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n
m a, est minor quàm angulus g m a, sed diminutio auguli c h a ab angulo n m a, est exces
sus anguli b h a super angulũ b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt
duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt mi
nores angulo h a m, totũ sua parte quod est possibile. Si uero centrũ uisus a, fuerit extra
diametrum k d, hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ
diafonæ, quoniam ad partem z, est conuexitas sphæræ corporis diafoni, à cuius superfi
cie fit refractio. Sit itaq; tunc corpus diafonũ in quo est centrum uisus a, fuerit continuũ
ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes
circulum

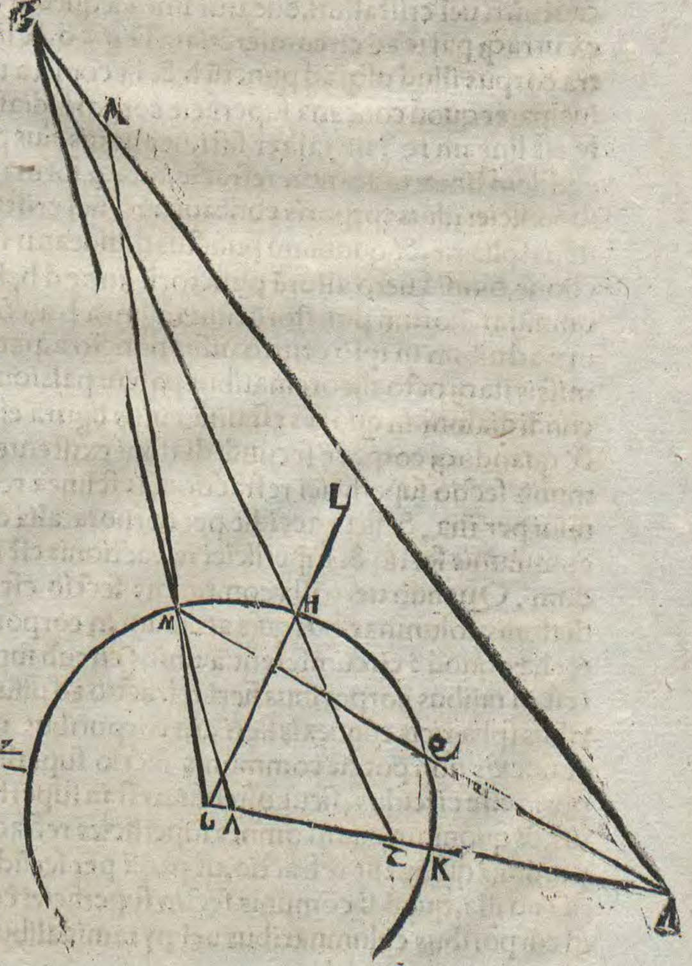
circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secetq; ipsum li
nea a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliæ lineæ ut prius. Si itaq;
angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc angulus b h a est æqualis angulo b m a,
quod est impossibile, ut prius, & si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c
h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, q̃d
item est impossibile, ut supra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angu
lus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto
angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo
h a m, sed angulus h g m, est ille quem apud circumferentiam
respicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, est ille angulus
quem respicit in circumferentia excessus arcus h m super arcũ
r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus est
minur excessu arcus h m super arcum r q, quod est impossibile,
quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte, ubicunq; er-
go secundum hypothesim præmissam sit punctum rei uisibilis,
quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a, su-
per superficiem corporis diafoni suppositi uisui, patet quia ima
go formæ puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi ab uno tan
tum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabi-



tur quoq; locus imaginis semper secundum diuersitatem concursus perpendicularis du-
ctæ à puncto b, rei uisæ super superficiem corporis diafoni, à quo fit refractio, cum linea
per quam extenditur forma ad centrum uisus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro ui-
sum, quandoq; ante uisum, quãdoq; in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri æque-
distantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in super-
ficie corporis à qua fit refractio, ut hæc om
nia declarata sunt per 15. huius, patet er-
go propositum.

XXVIII.

Communi sectione superficiei
refractionis & superficiei corporis
diafoni in quo fit refractio existente
circulo punctoq; rei uisæ iacente ex
tra perpendicularem ductam à cen-
tro uisus super concauam superfici-
em oppositam uisui corporis rario-
ris diafono continente uisum ab uno
tantum puncto fiet refractio, & uni-
ca refracta uidebitur imago.



Remaneat omnis dispositio proximæ
præcedentis, nisi quod punctum b, sit cen
trum uisus, & a sit punctum rei uisæ, re-
frangatur itaq; forma puncti a, à puncto
superficiei corporis diafoni quod est h, &
erit linea refracta quæ a h b, forma itaq;
extensa per lineam a h, refrangatur per li
neam h b, sicut in præcedenti figuratione
forma extensa per lineam b h, refrangi-
tur per lineam h a. Si itaq; forma puncti
a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto
circuli

circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uiſum exiſtē-
tem in pũcto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratũ
eſt, hoc eſſe impoſsibile, forma enim extenſa per lineam b h, & refracta per lineam h a,
non poteſt refrangi ad uiſum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex pun-
cto h, neq; ex aliquo alio puncto ſuperficiei corporis diafoni, quoniam in ſuperficie refra
ctionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uiſum exiſtentē
in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, niſi ex puncto h, & unica tantum uidebitur ima-
go, & hoc eſt propoſitum.

XXIX.

Concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsi-
bile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus directe, & diuerſa pũ
cta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à
portione ſuperficie illius corporis & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto per modũ 23. huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & corporis ſphæri
ci concaui denſioris aere, ut uitri uel criſtalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius cen
trum ſit punctum z, ducaturq; ſemidiameter z e, ſuper cuius terminum punctum e, fiat
per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea ex-
tenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud di
afonum in aere, uel in alio diaphono rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e,
ſuper ſuperficiem illius corporis in qua ſit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23.
primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter illa corpora
diafona quæcũq; data, ut exempli cauſa inter uitrũ concauũ & aerem, hoc autē eſt poſsi
bile, quoniam iſti anguli per octauam huius, ſunt noti, & à puncto z, centri corporis con
caui uitri uel criſtallini, ducatur linea æquediſtans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta
ex utraq; parte ad circumferētiam ſit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur ex
tra corpus illud uſq; ad punctũ h, & ſit cōpleta totali figuratione & demonſtratiōe 23. hu
ius, patet quod concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsibi
le eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuerſa pũcta
eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione
ſuperficiei illius corporis concaui uitri uel criſtallini terminata ad circulũ non magnum
illius ſphæræ, & quoniam punctus d, uideatur ſecundum perpendicularem a d ſine refra
ctione, omniũ uero aliorũ punctorũ lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares q̄q;
omnium illorum punctorũ ſunt in linea b a, cōcurrentes cum lineis per quas ueniũt for-
mæ ad uiſum in ipſo centro uiſus puncto a, patet itaq; propoſitum per 14. huius. Ex præ
miſsis itaq; octo theorematibus patent paſsiones occurrentes uiſui propter medium ſe-
cundi diafoni in quo res eſt uiſa, cuius figura eſt ſphærica, ſiue ſit conuexa, ſiue concaua,
& quandoq; corpore ſecundi diafoni exiſtente figuræ columnaris uel pyramidalis com-
munis ſectio ſuperficiei refractionis eſt linea recta, tũc omnino uniformis paſsio accidit
uiſui per illa, & ſicut accidit per corpora alia diafona planarum ſuperficierum, quarum
communis ſectio & ſuperficiei refractionis eſt linea recta, eſt eodem modo demonſtran-
dum. Quando uero illa communis ſectio eſt circulus, tunc accidunt ea in corporibus
diafonis columnaribus quæ accidunt in corporibus ſphæricis cōcauis uel conuexis, præ-
ter hæc quod à circumferentia unius circuli ſuperficiei corporis ſecundi diafoni non po-
teſt in talibus corporibus fieri refractio ad uiſum, ſicut oſtendimus in 23. huius, à corpo-
ribus ſphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel
conuexis non poteſt communis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei unius cor-
poris eſſe circulus, ſicut oſtenſum eſt in ſuperficiebus reflexionum, per 27. & per 9. hu-
ius, & quoniam etiam omnes ſuperficies refractionum erectæ ſunt ſuper ſuperficies cor
porum, à quibus ſit refractio, ut patet per ſecũdam huius, unde iſtæ paſsiones non perti-
nēt ad illa, quod ſi cōmunis ſectio ſuperficiei corporis diafoni, & ſuperficiei refractionis
in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit ſectio oxigonia, ab uno
tantum

tantum puncto fiet refractio, ſicut nunc oſtendimus in circulis uel conuexis uel conca-
uis, & imago formæ rei uiſæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; in-
ter uiſum & corpus diafonũ, quandoq; in ſuperficie corporis diafoni, quandoq; in ſuper
ficie ipſius uiſus, ſicut accidit lineam perpendicularem ductam à pũcto rei uiſæ ſuper ſu-
perficiem corporis diafoni concurrere uel æquediſtare lineæ extenſionis ipſius formæ p
quam forma peruenit ad uiſum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

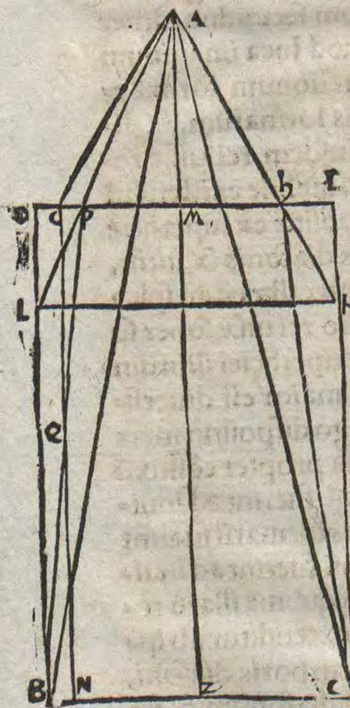
Superficiebus corporum diafonorum oppoſitorum uiſui diuerſarum fi
gurarum uel ipſis corporibus diuerſæ diafonitatis exiſtentibus, loca imagi-
num formarum trans illa corpora uiſarum diuerſantur, & occurrunt uiſui for
mæ monſtruoſæ & imagines numeratæ.

Ex præmiſsis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ ſunt unius figuræ & ſub
ſtantiæ, una tantum occurrit uiſui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa
corpora diafona ſe multiplicant ad uiſum. Si uero corpus diafonum per quod ſit uiſio
fuerit ſuperficiei compoſitæ ex diuerſis figuris, ut forte ex plana & ſphærica, & ex ſphæ-
rica & columnari, tunc cum ſuperficies oppoſita uiſui fuerit diuerſa ex diuerſis figuris cō
poſita, & natura perpendicularium & linearum extenſionis formarum ſecundnm diuer
ſitatem figurarum ipſarum diuerſificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum
formarum uiſarum diuerſantur, & fortaſſè diuerſa erunt puncta refractionum formæ e-
iuſdem puncti rei uiſæ ad eundem uiſum, & diuerſæ lineæ extenſionis formarum, & di-
uerſæ perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiuſdem rei uiſæ re-
fractæ à ſuperficiebus talium corporum, unde ſi quis aſpexerit aliquod uiſibile exiſtens ul
tra corpus diafonum, cuius ſuperficies oppoſite uiſui ſit figuræ compoſitæ ex ſuperficie
ſphæræ magnæ & paruæ, ut ſæpe accidit in criſtallis uel alijs lapidibus diafonis & uitijs,
patet quod centrum illarum ſphærarum ſunt diuerſa per 81. primi huius, illæ enim ſphæ
ræ ſe interſecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uiſæ ſuper ſu
perficiem illius corporis magnam habentes diuerſitatem, & ſi figura ſuperficiei illorum
corporũ fuerit cōpoſita ex ſuperficie ſphærica & columnari, patet q̄d maior eſt diuerſi-
tas pũctorũ refractionis & ꝑpendiculariũ ductarũ. Difformabitur ergo diſpoſitio ima-
ginũ trans hęc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur mōſtruoſa propter cōfluxũ
diuerſarũ imaginũ ad conſtitutionē unius formæ, cũ puncta refractionũ fuerint ad inui-
cem propinqua, & interſectiones perpendiculariũ & linearũ extenſionis formarũ fuerint
ad inuicē propinquæ. Si uero pũcta refractionũ uel prædictarũ ſectionũ fuerint ad inui-
cem ſenſibiliter diſtantia, tunç uidentur plures imagines eiuſdē rei uiſæ, quoniã illarũ re-
fractio nō eſt una neq; unitur, ſed remanet diuerſa, forma enim rei uiſæ extenditur ab ip-
ſa re ad ſuperficies ſphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipſius corporis diafoni,
& refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita
ſit comprehenſio formarum eiuſdem rei ex diuerſis refractionibus, unde imagines diuer-
ſæ fuerint numeratæ numero punctorũ refractionis. Idem quoq; accidit ſi corpus diafo
num uniforme in ſuperficie fuerit diuerſæ diafonitatis, ſcilicet in una ſui parte denſius, &
in alia parte rarius, tunc ſecundum unam ſui partem ſit refractio ad partem perpendicu-
laris, & in alia ſui parte ad partem contrariam, & ſic iterum aut formæ fiunt monſtruo-
ſæ, aut forte aliter diuerſæ & numero differentes, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis à quo
ſit refractio exiſtente linea recta, uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exe-
unte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni
à qua forma illius lineæ refrangitur ad uiſum, ſi linea uiſa æquediſtans fuerit
ſuperficiei corporis diafoni cuiuſcunq; ſiue denſioris ſiue rarioris primo, ima-
go refracta rei uiſæ comprehenditur maior re uiſa.

Eſto punctus a centrum uiſus,& ſit linea uiſa in medio ſecundi diafoni, quæ b c, cu-
ius medius punctus ſit z,ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractionis & planæ ſuperfici
ei corporis diafoni linea d e,ducaturq; à puncto z,quod eſt medius punctus lineæ b c,li-
nea perpendicularis ſuper lineã d e,per 12.primi,qui ſit z m,quæ producatur ultra pun
ctum m, & erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem corporis
planam,In qua eſt linea d e, quoniam ſuperficies refractionis in qua producitur linea z
m,& in qua eſt linea c d,erecta ſuper illam ſuperficiem corporis diafoni per ſecundã hu-
ius,ſitq; linea b c æquediſtans lineæ d e,exiſtente itaq; centro uiſus a, in linea z m, dico
quod linea b c,uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatem,nec enim tranſit per centrũ
uiſus quod eſt a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctum z,ſuperficies quæ ſit ere
cta ſuper ſuperficiem corporis diafoni,niſi ſola ſuperficies refractiõis in qua ſunt lineæ
a z & b c,nõ enim tranſit per a,ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi
illa quæ tranſit per lineam a z,quæ eſt linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis di
afoni,nec exit à puncto a,perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi linea a
z,per 27.primi huius,non ergo tranſit per punctũ a, aliqua ſuperficies perdendicularis
ſuper ſuperficiem corporis diafoni,niſi ſolum illa,quæ tranſit per lineam a z, & non tran
ſit aliqua ſuperficies per aliquod punctũ lineæ b c,aliud à puncto z,& per lineam a z,ni-
ſi ſolum ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a z & b c, non tranſit ergo
per uiſum a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctũ z,ſuper
ficies aliqua perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi
ſolum illa in qua ſunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma
alicuius punctorum quæ ſunt in linea b c,niſi ex aliquo punctorum
lineæ d e. Ducantur itaq; per 11.primi, ex prædictis punctis b & c,
duæ perpendiculares ſuper lineam d e,quæ ut patet ex præmiſsis ne
ceſſario cadunt in illam,& ſint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c
& d e,ſunt æquediſtantes ex hypotheſi & lineæ b d & c e, ſunt æque
diſtantes per 28.primi,patet quia quælibet illarũ linearũ quæ ſunt b
d & c e æquediſtant lineæ a z, per eandem 28. primi,& patet quod
nõ refrangetur forma puncti b ad uiſum a,ex puncto d, per 3 huius,
neq; forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b ſunt per-
pendiculares ſuper ſuperficiem corporis diafoni, nulla autẽ perpen-
dicularis refrangitur in aliquo corpore medio,ſit itaq; ut forma pun
cti b, refrangatur ad uiſum a, ex puncto p,& forma puncti c,ex pun
cto h,& ducantur lineæ b p,p a, c h,h a, & protrahatur linea a p ul-
tra punctum p,ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a con-
currit cum linea z a,patet per 2.primi huius, quoniam ipſa concur-
ret cum eius æquediſtante ſcilicet linea b d, ſit ergo concurſus in
puncto l,& eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in pun-
cto k,eritq; per decimamquartam huius,hoc punctum l imago formæ puncti b, & pun-
ctum k imago formæ puncti c,quia uero linea a z, eſt perpendicularis ſuper lineam b c,
erit per quartam primi,linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo diſtant puncta b & c,
à puncto a,puncta itaq; refractionis quæ ſunt p & h,æqualiter diſtabũt à puncto a quonl
am medium per quod ſit illorum punctorũ formarum diffuſio eſt uniforma, & linea e d
æquediſtat lineæ b c,linea itaq; a p eſt æqualis lineæ a h,ergo per quintam primi, angu-
lus a p h eſt æqualis angulo a h p,ergo per decimãquintã primi,erit angulus d p l æqua-
lis angulo e h k,ſed duo anguli p d l & h e k ſunt recti, ergo angulus p l d,per 32.primi,
eſt æqualis angulo h k e,ergo per 4.ſexti, latera iſtorum trigonorũ ſunt proportionalia
quæ æquos angulos reſpiciunt,ſed linea p d eſt æqualis lineæ c h,quia linea p m eſt æqua
lis lineæ h m,per 4.ſexti,trigonorum enim a m p & a m h,anguli a d m ſunt recti,& an-
guli a h p & a p h ſunt æquales,& latus a m,commune æquale ſibiipſi. Eſt ergo linea p m
æqualis lineæ m h,hoc etiam patet per 31.primi huius,yſocheles enim eſt trigonus h a p,
& perpendicularis, eſt linea a m, trigona ergo partialia, ſunt æquiangula. Eſt ergo
linea



lineæ e h æqualis lineæ p d,patet ergo quoniã linea d l eſt æqualis lineæ e k, ducatur itaq;
linea l k,erit ergo per 33.primi,linea k l æqualis & æquediſtãs lineæ l c, angulus itaq; k a l,
eſt maior angulo b a c,per 34.primi huius,& linea k l eſt diameter imaginis lineæ b c, nã
omne pũctũ lineæ b c,refrãgitur ad uiſum a,ab aliquo pũcto lineæ p h, ſicut enim forma
pũcti b,refrãgitur à pũcto p,& punctũ z,perpendiculariter ſine refractiõe tranſiẽs punctũ
m,peruenit ad uiſum a,ſic punctum quod eſt inter b & z,refrangitur ab aliquo pũcto lineę
p m,quod eſt inter pũcta p & m,& ſicut forma pũcti c refrangitur ad uiſum a,à pũcto lineę
e m,quod eſt h,ſic omne pũctũ lineæ c z,refrãgitur ab aliquo pũcto lineæ h m, & omne pũ
ctũ lineæ b z,ab aliquo pũcto lineæ p m,ut ſi ſuper lineã b z ſit punctũ n. Si itaq; dicatur
quod forma pũcti n,refrangatur ab aliquo pũcto lineæ m d,extra linea m p,ex parte d,ut à
pũcto g,ducatur linea n g,palã itaq; quoniã linea n g ſecabit lineã b p,& ſi,pũctus ſectio-
nis q,forma itaq; pũcti q,perueniat ad uiſum a ex duobus pũctis refractiõis,ſcilicet p & g
quod eſt cõtra 18.huius,& impoſsibile,forma itaq; pũcti n,nõ refrangitur ad uiſum a,ex
aliquo pũcto lineæ p m quod eſt inter pũcta p & m,idẽ quoq; eſt de omni puncto lineæ z c,
quod eſt inter pũcta z & c,nullũ enim illorũ refrangitur ad uiſum a,niſi ex aliquo pũcto li-
neæ h m,quod eſt inter pũcta h & m,& quia in linea l k,oẽs perpẽdiculares ductæ à punctis
lineę b & c,cũ lineis refractiõis protractis ſe interſecãt,patet quia linea k l eſt diameter ima
ginis lineæ b c,forma itaq; lineæ b c,uidetur in linea k l,maior quàm ſecũdũ ueritatẽ ſit linea
b c,per 20.quarti huius. Sub maiori enim angulo uidetur,quia angulus k a l eſt maior angu
lo b a c,per 34.primi huius,quod eſt propoſitũ,& huiuſmodi deceptio accidit uiſui propter debi-
litatem formæ reflexæ,ut patet per 10.huius,propter quod aſsimilat ipſam uiſus formæ rei,
quæ uidetur à maiori remotiõe,maior enim diſtantia debilitat formã,cõprehendit itaq; ui
ſus formã lineæ b c,refractiue ex cõpoſitiõe anguli k a l maioris angulo b a c, ad diſtanti
am maiorẽ quàm ſit diſtantia lineæ b c,& ad poſitionẽ æqualẽ puncti b c, ſic itaq; quantitas
lineæ b c,cõprehẽditur refractæ maior propter magnitudinẽ anguli quod facit propinqui-
tas ad uiſum,& propter formæ debilitatẽ quæ cauſatur propter refractionẽ,& ſic uniuer
ſaliter cauſa quare linea b c,apparet maior,eſt refractio formæ ſuæ in medio ſecundi dia
foni ad uiſum,& eſt ſemper demõſtratio eadẽ,ſiue fiat refractio in ſuperficie ſecundi diafoni
denſioris ſiue rarioris primo,in quo eſt linea b c,nec enim eſt aliqua differẽtia quo ad illud,
ſi tamẽ fuerit poſsibile inueniri corpora diafona taliter collocata,ut ſuperficies plana poſ
ſit eſſe in corpore rariore cõtingente ipſum uiſum,ſicut accidit cum uitrum planum con-
tingit uiſum,ita quod centrum foraminis uueæ in uitri plani ſuperficie collocatur.

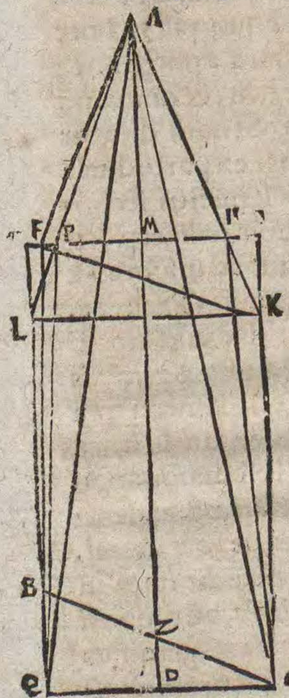
XXXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis à quo fit refractio
exiſtente linea recta,uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio
puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma e-
ius refrangitur ad uiſum,ſi linea uiſa non fuerit æquediſtans ſuperficiei corpo
ris diafoni,imago eius comprehenditur maior ipſa,& maior quàm ſi eſſet ſu-
perficiei corporis diafoni æquediſtans.

Sit diſpoſitio eadem quæ in præcedente,niſi quod linea b c,non ſit æquediſtans lineæ
d e,ſed ſit punctus c,remotior à puncto a quàm ſit punctus b,& à puncto c,ducatur linea æ-
quediſtans & æqualis lineæ d e,per 31.primi,quæ ſit linea c q,cuius medius punctus ſit o,
& à puncto o,per 11.undecimi,protrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem cor
poris diafoni ſecans lineam d e,in puncto m,& lineam b c in puncto z, & ſit centrum ui-
ſus quod eſt a,in illa perpendiculari,quæ eſt o m,eritq; punctus z,in medio puncto lineę
quæ eſt e b,quia enim linea b q eſt æquediſtans lineæ z o,eritq; per 2.ſexti,proportio li
neæ q o ad o c,ſicut b z ad z c,ſed linea q o,ut patet ex præmiſsis,eſt æqualis lineæ o c. E-
rit ergo linea b z æqualis lineæ z e,eſt ergo punctum z in medio lineæ c b,punctus itaq;
lineæ d e,à quo forma puncti q,refrangitur ad uiſum a,ſit p,& punctus à quo refrangitur
forma puncti c,ſit h,ducanturq; lineæ a h & a p,& protrahatur linea a p ad l,punctum li-
neæ d b,& linea a h ad k,punctum lineæ e c,concurrent autem illæ lineæ per 2. primi hu

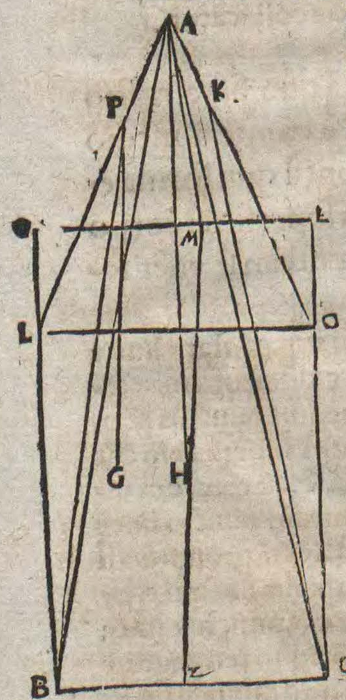
 ius,

ius,ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctum k,locus imaginis formæ puncti c, & punctum l,formæ puncti q,ducaturq; linea l k,quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l,maior angulo c a q,uisus ergo comprehēdet imaginē lineæ q c,maiorem q̄ sit linea q c,ut patet per præcedentē,& quia linea q p,secat lineam b c,sit punctus sectionis r,palam itaq; cū punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangetur ad uisum a,ex puncto p.forma itaq; pūcti b, refrangetur ad uisum a,ex aliquo pūcto lineæ p d,quod sit inter puncta p & d,nā si daretur refrangi ex aliquo pūcto inter p & m,sequeretur propter intersectionē lineæ incidētiæ formæ pūcti b,& lineæ r p,unius puncti formam refrangi ad uisum à duobus pūctis lineæ d e,q̄d est cōtra 18.huius,& impossibile,refrangatur itaq; forma pūcti b ad uisum a ex f,puncto lineæ p d,& ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e,secabit illam per 14.primi huius,secet ergo in puncto i. Eritq; per 14.huius punctus l,locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k,quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a,similis situi lineæ b c,quia linea i k,aut erit æquedistans lineæ b c,aut non,erit inter ipsarū distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a,quia uero est inter distantiam lineæ b c,à uisu grandis diuersitas,declinatio enim lineæ i k, à linea æquedistante lineæ b c,quæ exit à puncto k,erit ualde parua, angulus itaq; i a k,est maior angulo l a k,per 29 primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34.primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c,& situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c,& linea i k,comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ,quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palā quod in hoc situ linea b c,uidetur maior quàm sit secundum ueritatē & uidetur linea c q,minor quàm linea b c,quia ut præostensum est,angulus i a k est maior angulo l a k,secundum quem uidetur imago lineæ q c,& hoc est propositum,nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ,sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum,lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a,centrum uisus,& linea b c res uisa, & superficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e,& continuetur linea d e,in superficie ipsius corporis diafoni,per quod fit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e,& sit a centrum uisus extra superficiem,in qua sunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m,perpendiculariter super illam b c,secetq; lineam d e in puncto m, & à centro uisus a,ducatur perpendicularis super superficiem b c d e,per 21.undecimi quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z,producaturq; linea a z,quæ per 22.primi huius,& ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a,& distantia puncti d ad uisum a,est æqualis distantiæ puncti b,ad a,refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a,ex puncto p, & forma puncti c,ex puncto k. Sintq; pūcta p & k,extra lineam d e æquedistantia lineæ l c,in superficie corporis diafoni,situatio itaq; & distantia puncti p ad uisum,est sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum, ducantur

itaq; lineæ b p,p a,c k,k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis super superficiē corporis diafoni per 2.huius,cū sit superficies refractionis, ergo & linea b d,quæ est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni ducta à pūcto b, erit in hac superficie,& similiter superficies in qua sunt lineæ a k & c k,est perpendicularis sup superficiē corporis diafoni,ergo & in illa superficie est linea t e,quæ est perpendicularis sup eandem superficiē corporis ducta à puncto c,protrahatur itaq; linea a p,ultra p pūctum,est palā per iam dicta,& per 2.primi huius,quoniam ipsa secabit lineam b d, quia ut patet per 28.primi,lineæ a 3 & b d,æquedistant,quia ergo linea a p,secat lineam b d, secet ipsam in puncto l,secetq; per eandem linea k d, protracta ultra puncta k,lineam t e in puncto o. Est ergo per 14.huius,punctū l locus imaginis formæ puncti b, & punctū o locus imaginis formæ puncti c,erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o,ducatur etiam linea l o,hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c,per 32.primi,ducantur itaq; lineæ a b & a c,utraq; ergo superficies a l b & a o c est erecta similiter super superficiē corporis diafoni per 2.huius,tres itaq; superficies sunt erectæ sup superficiem corporis diafoni,q̄ sunt a l b,a o t,a m 3,& hæ superficies necessario secāt se super lineā perpendicularē,q̄ est a h,exeunte à pūcto a,super superficiem corporis diafoni per 19.undecimi,quoniam cōmunis sectio illarū necessario est perpendicularis sup superficiem,cui superstat,& ab uno pūcto una tm̄ perpendicularis sup superficiē planam duci potest per 20.primi huius. Erit itaq; angulus b p l,per 15.primi,æqualis angulo refractionis,& linea b l d,est perpēdicularis sup superficiem corporis à qua fit refractio, ergo linea a l,est obliqua sup ipsam per 13.undecimi,linea ergo a p, cōtinet cū perpendiculari super eandem superficiem exeūte à pūcto p,q̄ sit p g,angulū acutū,qui est l p g,& erit perpendicularis p g,æquedistans lineæ d l,per 6.undecimi,quoniam ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ super unam superficiem,ergo per 29.primi,angulus p l d,est acutus,ergo per 13.primi,angulus a l b est obtusus,ergo per 19.primi,linea a b,est longior q̄ linea a l,& similiter patere potest,quod linea a o,minor est quàm linea a t,sed lineæ a l & a o,sunt æquales,& lineæ a l & a t sunt æquales,& linea l o est æqualis lineæ l t, ergo per 34.primi huius,angulus l a o,est maior angulo b a t,& situs lineæ l o,est similis situi lineæ b c, quia linea exiens à puncto a,ad medium lineæ l o,est perpendicularis super lineam l o,per 22.primi huius,cum per 29.primi,linea l o sit æquedistans lineæ b c, & etiam quia linea b c, est perpēdicularis super superficiē, in qua sunt lineæ a 3 & m 3,super quam similiter per 8.undecimi,perpendicularis est linea o l,ergo linea o l,est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus quod est punctum a,cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o,respectu uisus a,est sicut lineæ b c,respectu eiusdem uisus a. Sed & linea l o,comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o,uidetur maior quàm linea b c,sed linea l o,est imago lineæ b c,palàm itaq;,quia linea b c,uidetur maior quàm sit eius uera quantitas,& hoc est propositum,nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habēte superficiem super eandem superficiem productarum,lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis non æquedistante,imago rei comprehenditur maior re uisa,maior quoq; quàm si esset superficiei corpori æquedistans.

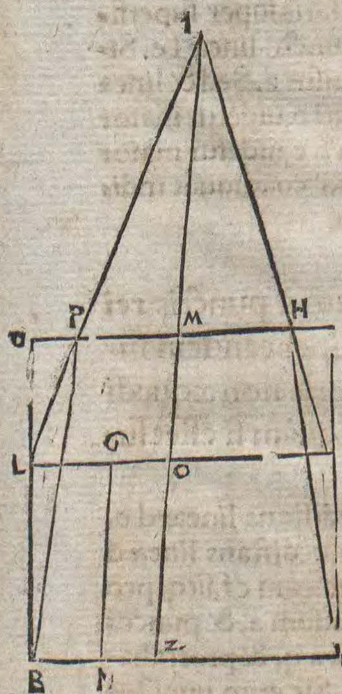
Remaneat dispositio q̄ in præcedente,nisi quod linea b c, nō sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni,& educatur à pūcto e,linea c f,æquedistans lineæ d e,& cōtinuetur linea f l,protrahendo lineā d b,perpendiculariter super lineam c f,sitq; prout in præmissa ostensum est p,punctū refractionis formæ puncti f,ad uisum a, & punctū refractionis formæ puncti b,ad uisum a,sit punctum q,& ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b,concurret aūt cum illa,ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus [illegible] est altior q̄ punctus l, nam punctus b,est ultra lineam a f,linea itaq; a g,

necessario erit ultra lineā a l. punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secūdū præmissa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq; linea g o maior ꝙ linea l o, per 19. primi, qm̄ angulus g l o est rectus, & linea a g, minor ꝙ linea a l, per eādē 19. primi, q̄niā angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b & a o c, & differentia cōmunis istarū duarū superficierum transit per a centrū uisus per 1. huius, quia ambę illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrum uisus semper oportet quod sit in superficie refractiōis, & quoniā ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super superficiē corporis diafoni, à quo fit refractio, patet ꝑ 19. undecimi, quoniā linea recta, q̄ est cōmunis ipsarū differentia, est erecta super illam superficiē, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nō perpēdiculariter sup illam corporis diafoni superficiē sunt extra hanc cōmunem differētiam in his duabus superficiebus, q̄ lineæ sunt a b & a t, suntq; altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, est maior angulo b a c, ꝑ 34. primi huius, diuersitas enim situū linearū, g o & b e, à uisu a, non est magna, quia linea g o, aut est æquedistans lineæ a c, aut nō, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebitur itaq; per 20. quarti huius, linea g o, maior ꝙ linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidetur maior ꝙ ipsa sit secundū ueritatē & quia sicut in præmisis patuit, angulus o a g, est maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c f, æquedistantis lineæ e d, quæ est in superficie corporis, à qua fit refractio, & hoc proponebatur.

XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3. uidebitur in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebitur in linea l k, & linea b 3. est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidetur maior ꝙ linea b c, ergo & linea l o, uidebit̄ maior ꝙ linea b 3, & erit utriusq; istorū causa refractio, & quia centrū uisus a, est in perpēdiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3. super superficiem corporis diafoni, aut super superficiē transeuntē per extremitatē medietatis perpendicularis super superficiē corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaq; cōprehēdit medietates uisibiliū maiores ꝙ sint, nā pūctus o qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte à puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni, siue non, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n, educatur linea n g, perpendiculariter super lineam b 3. Secetq; lineam l o, in puncto g, erit ergo secūdū præmissa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut prope, quocūq; uero istorū existente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut fere, & quia formarū plus distantium à perpendicularia 3, maior est refractio ꝙ minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n, ad

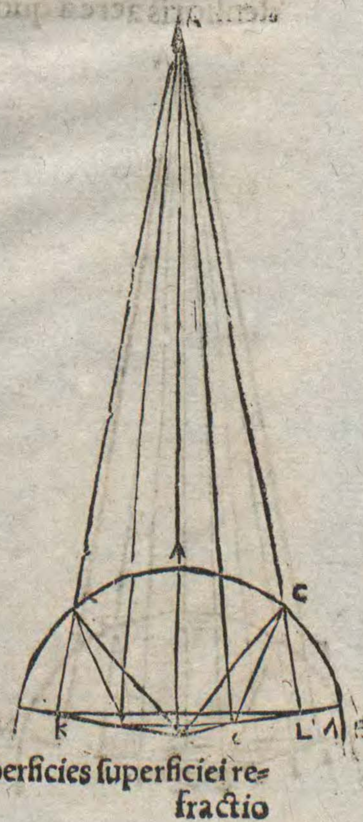


ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totā l o, imaginē lineę b 3, apparere uisui maiorē ꝙ sit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineam l g, imaginē lineæ b n, uideri maiorē ꝙ sit ipsa linea b n, cū maiorē efficatiā habeat refractio maior respectu minoris, linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cōprehēditur maior ꝙ sit ipsa linea b n, & si uisus nō cōprehendet lineā l g, imaginē lineæ b n maiorē, ipsa linea b n, nō cōprehēdet imagines partiū lineæ b n, quæ sunt ꝓpinquiores ad punctū 3, maiores ipsis partibus, qa formæ illarū partiū sunt minores refractiōis per 13. huius, ꝙ remotiores à puncto 3, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nō cōprehēdet imaginē lineæ l g, maiorē ꝙ sit linea b n, nec cōprehēdet imaginē lineæ l o, maiorē ipsa linea b 3, nec totā lineā l k, maiorem tota linea b c, qd' est impossibile, & cōtra 29. huius, uisus ergo cōprehēdet lineā l g, quæ est imago lineæ b n, maiorē ipsa linea b n, & ita cōprehēdit lineam b n, maiorem ꝙ sit secundū ueritatē. Eodē quoq; modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modū 31. huius, fuerit centrum uisus extra superficiē perpendiculariū illarū productarū, quoniā idē accidit in omnibus illis modis, q̄bus imago rei uidetur maior ꝙ ipsa re uisa, semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ, sibi correspōdente, q̊d est ꝓpositū, & quia cōmunis sectio superficiei refractiōis & superficiei corporis diafoni, ut plurimū, est ꝑ se in linea recta, quādo illud corpus diafonū fuerit grossius aere, per accidens uero accidit quādoq; cōtrarium ꝓpter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cōmenti 29. huius, patet euidenter q̊d 5. proxime præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroq; uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à centro corporis, imago uidebitur maior re uisa.

Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius conuexum sit ex parte uisus, cuius centrū sit a, sitq; res uisa b c, sitq; centrū corporis sphærici punctum d, qd' sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitq; punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d 3, d c, & ꝓtrahantur quousq; cōcurrāt cū superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea 3 m, quæ est perpendicularis super superficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erit itaq; a m 3 linea recta, & quoniam linea b r, est æqualis lineæ 3 c, & qa puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distant à cētro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3 æquilatera, qm̄ linea 3 d, est cōmunis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad punctum 3 æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionem ꝑpendicularis lineā a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoq; lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaq; b & c, æqualem respectum ad uisum a, extrahatur quoq; superficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaq; superficies secabit superficiē corporis sphærici secundū circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritq; in illa superficie centrū uisus a, & linea uisa quæ est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei re-

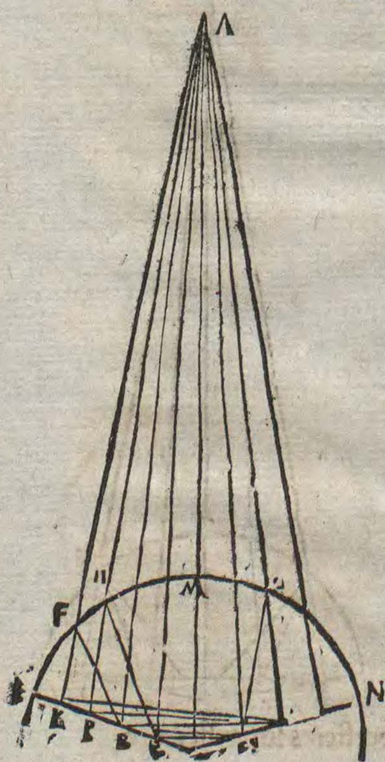


fractio

fractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricā, nec fit refractio formæ li-
neæ b c, ad uiſum a extra illam ſuperficiē, & linea a 3, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē
ſphæricam corporis, dico itaqꝫ quod imago lineæ b c, in hac diſpoſitione uidebitur ma-
ior ipſa linea b c, quia enim, ut patet ex præmiſsis, forma cuiuſcunqꝫ partis lineæ b c, nō
refrangitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto arcus e m n, ſit ergo ut forma puncti b, re-
frangatur ad uiſum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaqꝫ pun
cta b & c, æqualiter diſtant à puncto a, centro uiſus, patet quod ipſorū erit uniformis re-
fractio ad uiſum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter diſtabūt à puncto m, arcus
aūt e m & m n, ſunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n ſunt ęquales, q̊d
patet ex pręmiſsis, tamē ergo diſtabit punctus refractionis, qui eſt h, à puncto e, quantū
punctus g, à puncto n, & erit punctorū iſtorū ſitus & reſpectus æqualis, ducātur itaqꝫ li-
neę b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h, ad lineā d e, ſitqꝫ punctus ſectionis k, & ſimiliter
ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctū l, ducaturqꝫ linea k l, quia itaqꝫ in trigonis d
a k, & d a l, anguli a d k & a d l ſunt æquales, ut patet ſupra, anguli q̊qꝫ l a d & k a d ſunt
æquales, q̊d patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cū arcus m g & m h ſunt æquales ex
præmiſsis, erūt per 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli
l a d & k a d ſunt æquales, ergo per 32. primi, trigona d a k & d a l ſunt æquiangula, ergo
per 4. ſexti, cum linea a d, ſit æqualis ſibiipſi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k æ-
qualis lineæ a l, eritqꝫ linea l k, æquediſtans lineę b c, uidebiturqꝫ per 20. quarti huius, ma-
ior ꝙ ſit linea b c, quoniā angulus k a l, ſecūdū quē uidetur linea l k, eſt maior angulo b
a c, & quia poſitio & ſitus lineæ k l, eſt cōſimilis poſitiōi, & ſitui b c lineæ, q̊d patet ex hoc
quod cum linea d l, ſit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqua-
lis lineæ k b, ergo per 7. quinti, & 2. ſexti, lineæ b c & l k ſunt æquediſtantes, ipſarū ergo ſi-
tus reſpectu uiſus a, eſt conſimilis, & ſimiliter poſitio inter lineas k l & b c, non eſt diffe-
rentia in diſtantia quæ ſit ſenſibilis, palàm ergo quia linea k l, uidebitur maior ꝙ ſit, quia
imago eius eſt maior ipſa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta eſt debilior
quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propoſitum.

XXXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni
denſioris aere à quo fit refractio exiſtente, circulo uiſuqꝫ exiſtente in eadem ſu-
perficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illi-
us corporis ſuperficiem, & re uiſa inter centrum corpo-
ris & uiſus exiſtētibus ita quod extrema rei uiſæ inæqua-
liter diſtent à centro, imago uidetur maior re uiſa.



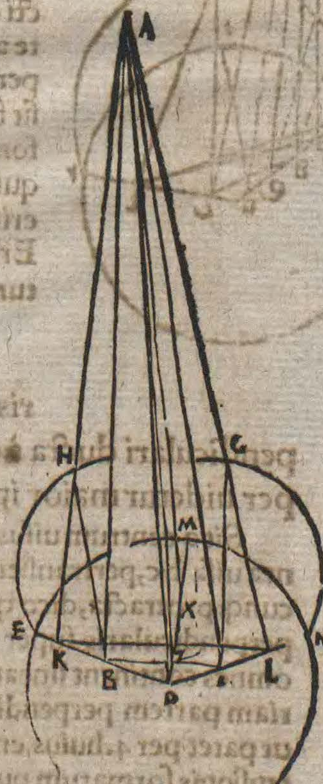
Remaneat diſpoſitio præcedētis, niſi q̊d extremum lineæ b c,
punctum c, ſit propinquius pūcto d, cētro corporis diafoni, & pun-
ctum b, remotius ab illo, dico q̊d adhuc imago lineæ b c, uidebi-
tur maior ipſa linea b c, ducat̃ enim à puncto c, linea c q, cuius ex-
trema æqualiter diſtant à puncto d, q̊d poteſt fieri ſi à linea d e, ab-
ſcindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ ſit d q, palā ga
ꝑ ea quæ in demonſtratione p̄cedentis oſtenſa ſunt, qm̄ imago li-
neæ c q, uidetur maior ipſa linea t q, ſit itaqꝫ linea illa imago li-
nea l p, & palā per 12. huius, qđ pūctū b, illius imaginis quod eſt
imago puncti q, neceſſario cadet in linea perpendiculari ducta à
puncto q, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, q̄ eſt linea d e, inter
puncta d & e, quia punctū l, q̊d eſt imago pūcti c, erit in linea per-
pendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem corporis diafoni
q̄ eſt d n, & ga forma puncti c refrāgitur ad uiſum a, ex pūcto cir-
culi g, ſit ut forma pūcti q, refrāgatur ad eūdē uiſum ex pūcto h,
patet ꝑ hypotheſim, & ꝑ p̄cedētē, qm̄ pūcta g & h, ęqualiter diſta-
būt à puncto m, & quia punctū b, eſt remotius à centro corporis
d, ꝙ

d, quàm punctum q, erit per ea quæ oſtendimus in 13. huius, punctum ſuæ refractionis re-
motius à puncto m, ꝙ punctum h, ſit itaqꝫ punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet
extra lineā a h, & hæc producta ad perpendicularem d e, ſecet ipſam in pūcto k, cadetqꝫ
punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, eſſet linea a
k, contingens circulum in puncto e, & ſecans in puncto f, quod eſt impoſsibile, & ſi cade-
ret in punctum p, uel circa illum, tunc linea a k ſecaret lineam a p, & punctus p, uel alter
punctus illius ſectionis refrangetur ad uiſum a, ex duobus pūctis h & f, quod eſt impoſsi-
bile per 21. huius, cadet itaqꝫ punctum k inter duo puncta p & e, Eritqꝫ per 14. huius, pū-
ctum k, imago formæ puncti b, ducatur itaqꝫ linea l k, quæ erit diameter imaginis formę
lineæ b c, quia itaqꝫ linea l k, uidetur ſub angulo l a k, & linea b c, ſub angulo b a c, Eſt au-
tem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifeſtum eſt, quia totum eſt maius ſua parte,
patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uidetur maior ꝙ linea b c, quod enim ſub
maiori angulo uidetur, maius uidetur, & etiam quia ſitus & poſitio lineæ l k, reſpectu ui-
ſus a, eſt cōſimilis ſitui & poſitioni lineæ b c, reſpectu eiuſdem uiſus a, patet quia lineæ b c
& k l, aut ſunt æquediſtantes ſimpliciter, aut inter illarum æquediſtantiam non eſt diuer-
ſitas ſenſibilis, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, linea k l, eſt maior ꝙ linea b c, & quia il-
larum linearum l k & b c, ab ipſo uiſu non eſt diſtantia ſenſibilis diuerſitatis in remoti-
one, uidetur ergo linea l k maior ꝙ linea b c, quia eſt maior, ſed linea k l, eſt imago for-
mæ lineæ b c, patet ergo propoſitum, comprehenditur etiam linea l k, quaſi maior à uiſu
ꝙ linea b c, propter debilitatem formæ refractæ, quoniam ut patet per 10. huius, refra-
ctio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiē linearū perpendiculariū à pūctis
rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius cōuexā ſuper-
ficiē oppoſitam uiſui productarū, lineaqꝫ uiſa ſecundū ſui extrema cētro cor-
poris æquediſtante, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa linea uiſa.

Eſto centrum uiſus punctū a, & linea uiſa per refractionem ſit b c, ſitqꝫ pūctus d, cen-
trum corporis diafoni denſioris aere, ſitqꝫ ita ut linea b c, ſit intra illud corpus ſecundum
ſui extrema b & c, æqualiter diſtans à centro d, à medio q̊qꝫ
puncto lineæ b c, quod ſit 3, à duobus extremis eius pūctis du-
cantur in eadem ſuperficie lineæ perpēdiculares ſuper ſuper-
ficiem corporis, quæ productæ ad periferiam circuli ſint b e,
3 m, & c a, hæ itaqꝫ omnes per 72. primi huius, ſecabunt ſe in
centro d. Erit ergo arcus n m e, in ſuperficie illius corporis di-
afoni reſpiciens centrū d, nō ſit autē centrum uiſus in aliqua
iſtarum linearū, ſed ſit extra ſuperficiē in qua ſunt illæ lineæ,
dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior ꝙ ipſa linea b c,
ducatur enim linea a 3, & à centro uiſus puncto a, ducatur per-
pendicularis linea ſuper ſuperficiē circuli n m e, per 11, unde-
cimi, quæ ſit a x, & quia ut patet ex præmiſsis, & per 22. primi
huius, eſt linea a 3, perpēdicularis ſuꝑ lineā b c, ſituatio itaqꝫ
puncti b, uerſus uiſum a, eſt ꝑ 4. primi, & ex præmiſsis conſi-
milis ſituationi puncti c, uerſus eundē uiſum a, & illorū pun-
ctorū à uiſu a, diſtātia eſt æqualis, ſit itaqꝫ ut forma pūcti b, re-
frāgatur ad uiſum a, à puncto corporis diafoni q̊d ſit h, & for-
ma puncti t, à pūcto g, ſuntqꝫ pūcta g & h, extra ſuperficiē cir-
culi n m e, eritqꝫ illorū pūctorū h & g, à uiſu a, diſtantia æqua-
lis, ducātur itaqꝫ lineæ b h, a h, t g, a g. Eritqꝫ ſuꝑficies in qua
ſunt duæ lineæ a h & b h, erecta ſuꝑ ſuꝑficiē corporis diafoni
ꝑ 2. huius, q̊niā ipſa eſt ſuperficies refractionis, ergo & linea
b e, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficē corporis diafoni,

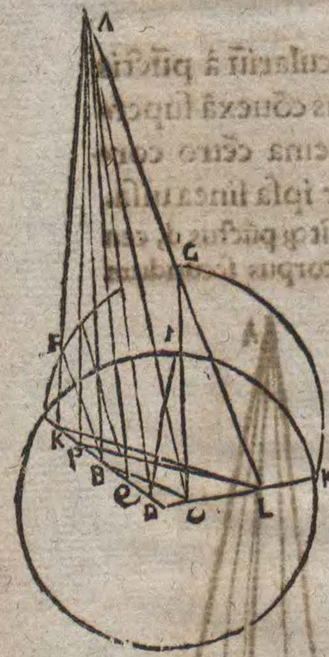


ducta à puncto b,erit in illa superficie p 1.huius. Similiter quoq; superficies in qua sunt
lineæ c g & a g,cum sit superficies refractionis,patet per 2.huius, quoniã ipsa est erecta
super superficiẽ corporis diafoni,ergo & in illa superficie est linea c n,quæ est perpẽdicu
laris super eandẽ corporis superficiẽ ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a h,ultra
punctũ h,& palã per præmissa & per 14.primi huius,q̃d ipsa secabit lineã b e, sit ergo ut
secet in pũcto k. Similiter quoq; linea a g,producta ultra punctũ g,secet lineã d n in pũ-
cto l,eritq; situatio lineæ a k,respectu uisus a,sicut lineæ a l,unde linea a k & a l, erunt æ-
quales,& similiter erit linea d k,æqualis lineæ d l,quæ omnia ostendi secũdũ modũ quo
præcessimus in præmissa 34.huius,copuletur ergo linea l k,hæc itaq; erit diameter ima-
ginis lineæ b c,& linea d k,æqualis lineæ d l,erit linea k b,æqualis lineæ l t,ergo p 7.quin
ti,& p 2.sexti,lineæ l k & b c,æquedistant,ergo per 29.primi,& per 4.sexti, linea l k, est
maior q̃ linea b c,& q̃a sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositũ.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei
uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam su-
perficiem oppositam uisui productarum lineæq; uisæ extremis centro corpo
ris inæqualiter approximatis,imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa
linea uisa.

Remaneat omnis dispositio proximæ præmissæ,nisi quod extrema lineæ b c,inæqua
liter distent à centro corporis diafoni,quod est d,sitq; linea d b, ma-
ior q̃ linea d c,secetur ergo ex linea d b,per 3.primi,linea d q,æqua
lis lineæ d c,& copuletur linea c q,cuius extrema æqualiter distabũt
à centro d. Eritq; per præmissam imago lineæ c q,quæ sit l p, maior
quàm linea c q,& quia puncta q & b sunt in eadem linea perpendi-
culari super superficiem corporis diafoni,quæ est d e,patet quod ip-
sa ambo sunt in eadẽ superficie refractionis quæ est a d e, & refran
guntur ad uisum a,ex eodem arcu circuli, qui est cõmunis sectio il-
lius superficiei,& superficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũ
cti q. refrangatur à pucto illius arcus qui est h,conformiter se haben-
te ad uisum a,cum puncto g,à quo refrangitur forma puncti c, pate
per 13.huius,quod punctum à quo refrangitur forma pũcti b, quod
sit f,erit baßius puncto h,producta quoq; linea a f,intra corpus dia-
fonum ad diametrum d e,in punctum k,patet quoq; ut in 36.huius,
quia punctum k,cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k,
erit ipsa quasi æquedistans lineæ b c,& in eadem superficie cum illa.
Erit ergo maior per 4.sexti, & etiam quia sub maiori angulo uide-
tur,maior uidetur,patet ergo propositum.

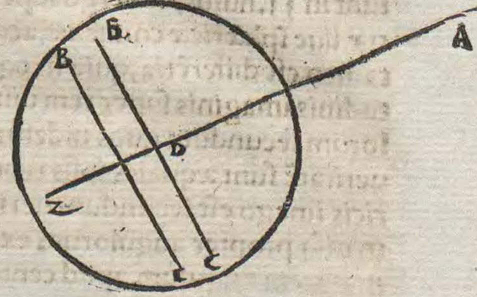


XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corpo-
ris diafoni sphærici densioris aere non existentis in per-
pendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiem,imago sem-
per uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grosßius aere,cuius centrum sit d, sitq; li-
nea uisa b c,pertransiens centrum d,ita tamẽ q̃d centrum uisus non sit in illa linea b c,ut
cunq; protracta,dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim
perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunq; punctis lineæ b c productæ,
omnes continent lineam b c,uisu quoq; in aere existente fit refractio semper ad contra-
riam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem corporis
ut patet per 4.huius,ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ ex-
tensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c,quæ sunt b & c, productæ intra
corpus

corpus diafonum,à cuius superficie fit refractio,intersecabunt perpendiculares punctorũ
b & c,maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c,quàm ipsa linea,quæ tũc fit pars suę
propriæ imaginis secundum ueritatem,patet ergo propositum. Posset quoq; ampliari
modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ,qui possent esse ultra centrum corpo-
ris diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere,& conuexitate corpo-
ris respiciente uisum,uidetur enim & tunc imago quandoq; maior re uisa præmisso mo
do,scilicet in alijs sitibus ante centrum,ut cum linea uisa fuerit propinqua centro corpo
ris diafoni,& si linea uisa b c fuerit perpendicularis super lineam a d 3,à centro uisus per
centrum corporis productam,& lineæ extensionis formarum extremorum punctorum
lineæ b c,secent corporis sphærici diafoni superficiem,& secent lineas perpendiculares
ductas à punctis b & c,super superficiẽ corporis diafo
ni intra corpus,tunc imago uidebitur minor re uisa,Si
uero lineæ extensionis formarum punctorum b & e,fu
erint contingentes circulum corporis diafoni in termi
nis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super
superficiẽ corporis,uel secantes circulũ in eisdem termi
nis,tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15.pri-
mi,& per 25.& 28.tertij,& uidebitur imago lineæ b c,
sicut quædam chorda arcus illius circuli,& si lineas ex-
tensionis formarum accideret contingere circulum cor

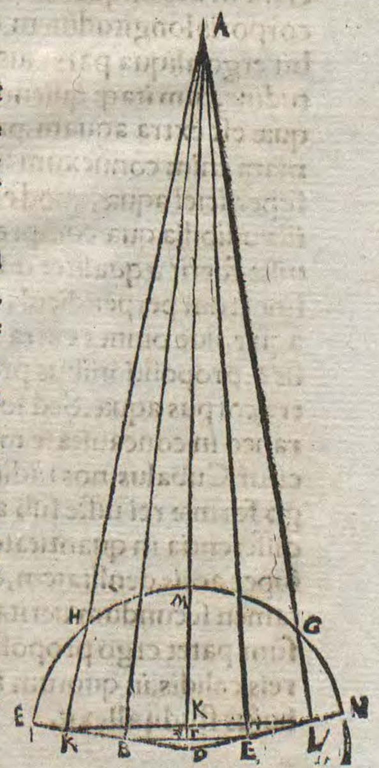


poris diafoni in duobus punctis medijs illius arcus,ut si uisus sit ualde propinquius super
ficiei corporis diafoni,tunc illæ lineæ cõcurrent cum perpendicularibus extra corporis
superficiem,uidebiturq; imago lineæ b c,maior ipsa linea, & extra superficiem corporis
secundum sui extrema extensa,quod si linea uisa b c,sit extra corpus diafonum, contin-
gens ipsum,uel distans ab ipso,non existens tamen pars lineæ a d,tunc imago eius uide-
bitur minor re uisa,quãdo cõcurrit inter ipsum corpus diafonũ,uel ultra illud inter rem
uisam & superficiẽ corporis. Sed in assuetis uisibilibus nõ est aliquid tale,nisi forte fuerit
aliquod corpus diafonum uitreum,aut lapideum,& fuerit totum corpus solidum, & res
uisa fuerit inter ipsum,uel si res uisa fuerit extra sphæram cristallinam aut uitream. Ho-
rum autem situum diuersitatem ex præhabitis principijs demon-
strandum relinquimus ingenio perquirentis.

XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphę
ricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparen-
te maiore re uisa,pars imaginis uidebitur maior parti rei
uisæ sibi proportionali.

Fiat dispositio quæ in 34.huius,& sicut linea d m,secet lineam
k l,quæ est diameter imaginis in pũcto o. Erit ergo linea k o ima
go lineæ b 3,quoniam punctum 3, uidetur secundum perpendi-
cularem a 3,per 3.huius,& erit angulus k a o,maior angulo b a 3
& situs lineæ k o,respectu uisus a,est similis positioni lineæ b 3, re-
spectu eiusdem uisus,& ambæ illæ lineæ æqualiter distant à cẽtro
uisus,uel si in hoc sit aliqua differentia,illa non erit sensibilis respe
ctu uisus,imago itaq; k o,uidetur maior quàm linea b 3,& earum
puncta 3 & o,cadunt in linea 3 a,quæ est ducta à centro uisus, &
cuius pars est linea 3 m,exiens ab extremitate lineæ b 3.perpendi
culariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum
m,quod si assumatur alia pars lineæ b 3,quę sit b f,& sit locus ima
ginis formæ puncti f,in puncto r,lineæ k o,tunc erit linea k r,ima
go lineæ b f,& sicut supra ostensum est,patet quod linea k r uide-
bitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li-



 neæ

neæ b f,quàm lineæ f 3,per 13 huius,maior ergo ei debetur exceſſus imaginis quàm line§
f 3. Si uero punctum a,centrum uiſus ſit extra ſuperficiem,in qua ſunt omnes perpendi-
culares exeuntes à pũctis lineæ b c,ſuper ſuperficiem corporis diafoni,à qua fit refractio,
nam linea a 3,quæ exit à puncto a,perpendiculariter ſuper medium punctum lineæ b c,
quod eſt 3,non propter hoc eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, in qua eſt li-
nea b c,& quoniam linea b c & k l ſunt erectæ ſuper lineam a 3 d, & linea k o eſt imago li
neæ b 3,& linea l o,eſt imago lineæ 3 e,& angulus quem reſpicit linea k o,apud centrum
uiſus a,qui eſt angulus k a 3,eſt maior angulo b a 3,quàm quẽ reſpicit linea b 3,apud cẽ-
trum uiſus a,linea ergo k o,per 29.quarti huius,uidebitur maior quàm linea b 3, & ſimi
liter linea k r,uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patẽt ex illis quæ præmiſſa
ſunt in 33.huius,ſiue ergo ſuperficies corporum diafonorum oppoſitæ uiſui fuerint pla-
næ ſiue ſphæricæ conuexæ,accidit imaginem rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa,in hoc
tamen eſt differẽtia,quia in corporibus diafonis planarũ ſuperficierum exceſſus magni-
tudinis imaginis ſuper rem uiſam eſt ſolum in apparentia uiſus propter exceſſum angu
lorum ſecundum quos uidetur & imago & res ipſa uiſa,aliæ enim imagines ſecundum
ueritatẽ ſunt æquales ipſis rebus uiſis,ſed in refractione facta à corporibus conuexis ſphæ
ricis imago eſt ſecundum ueritatem maior ipſa re uiſa,& etiam ſecundum apparentiam
in uiſu propter angulorum exceſſum uidetur maior,quoniam in hoc ſitu imago reſpicit
maiorem angulum apud centrum uiſus quàm reſpiciat ipſa res uiſa,& ſunt utroq; modo
partes imaginum maiores partibus rerum uiſarum ſibi proportionalium,patet ergo pro
poſitum.

XLII.

Omne corpus uiſum in aqua cõprehenditur maius q̃ ſit ſecundũ ueritatem.

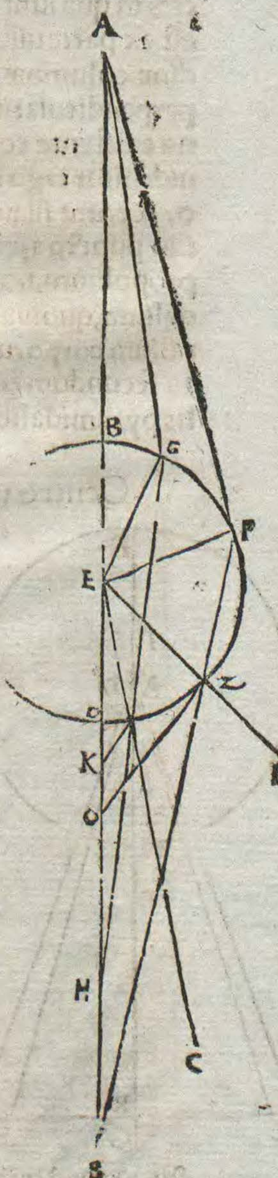
Quod hic proponitur ,patet ſatis ex præmiſsis,ſed & idem placuit experimentaliter
declarare,& uniuerſalem cauſam particulariter exemplare,aſſumatur itaq; corpus co
lumnare longitudinis unius cubiti,& aliquantæ groſsiciei,& ſit album,ut manifeſtius in
aqua poſsit diſtingui. Sint'q; ſuperficies eius baſis planæ,ita quod per ſe ſuper illas poſſit
ſtare æqualiter ſuper ſuperficiem horizõtis,uel terræ,uel uaſis. Deinde infundatur aqua
clara in uas aliquod,cuius ſuperficies baſis ſit plana,ita quod aqua non immergat totam
corporis longitudinem,& erigatur corpus ſuper mediam baſem uaſis in aqua. Remane-
bit ergo aliqua pars eius extra aquam,quia profunditas aquæ eſt minor corporis longi-
tudine,cum itaq; quieuerit aqua,uidebitur pars corporis intra aquam groſsior quàm illa
quæ eſt extra aquam,patet ergo propoſitum per experimentum. Sed & idem patet, quo
niam enim conuexum ſuperficiei aquæ,eſt figuræ ſphæricæ,& opponitur uiſui,& centrũ
ſuperficiei aquæ,quod eſt centrum uniuerſi,ut aliàs oſtendimus,ſemper eſt ultra omnia
illa uiſibilia quæ comprehenduntur in aqua,& aqua eſt groſsior aere, ſiue extremitas rei
uiſæ fuerit æqualiter diſtans à centro aquæ,ſiue inæqualiter,& ſiue uiſus fuerit in aliqua
linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uiſæ ſuper ſuperficiem
aquæ,ſiue omnes extra illas perpendiculres ſemper eſt neceſſarium,ut patet ex præmiſ-
ſis 6.propoſitionibus proximis,formam rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa exiſtente ex
tra corpus aquæ. Sed forte ſi aqua fuerit clara ualde & pauca,quales aquas in loco ſubter
raneo in concauitate montis,qui eſt inter ciuitates Paduam & Vincentiam,qui locus di
citur Cubalus,nos uidimus lucidas quaſi ut aerem,tunc forte non comprehendetur ima
go formæ rei uiſæ ſub aqua tali eſſe maior quàm ſi in aere uideretur , quia tunc non eſt
differentia in quantitate iſtorum quo ad ſenſum,quoniam denſitas aquæ modicum addit
ſuper aeris denſitatem,& ideo ſenſus tunc non diſtinguet quantitatis additioni , ſemper
tamen ſecundum ueritatem imago fit maior ipſa re uiſa , licet illud quandoq; lateat ſen-
ſum,patet ergo propoſitum,magis enim eſt hoc euidens in aquis groſsioribus,uel ſulphu
reis calidis,in quorum intuitu & mirabili tranſmutatione formarum primum nos amor
huius ſtudij allexit.

Reui-

XLIII.

Re uiſa ultra corpus diafonum ſphæricum groſsius aere exiſtente, ita quod centrum uiſus & res uiſa & centrum corporis ſphærici ſint in eadem ſuperficie linea recta,comprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris multo maior re uiſa.

Sit centrum uiſus a,& corpus ſphæricum diafonum ſit b d z g,cuius centrum ſit e,& ducatur linea a e,quæ protracta ſecet ſuperficiem ſphæræ diafonæ in duobus punctis b & d,& protrahatur quoq; ultra punctum d uſq; ad punctum h,tranſeat'q; per lineam a b d h,ſuperficies plana ſecans ſphæram,& ſit communis ſectio illius ſuperficie planæ, & ſuperficiei ſphæræ diafonæ per 69.primi huius,circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 23.huius,quod in linea d h,ſunt plura puncta,quorum formæ refranguntur ad uiſum a, ex circumferentia circuli b d z g,& quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uiſum a,ſi arcus b g z d,fuerit continuus unius ſcilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & ſi forma puncti h refrangatur ad uiſum a,ex puncto corporis g,& forma puncti l, refrangatur ad uiſum a,ex puncto corporis p, manifeſtum eſt quod forma totius lineæ refrangetur ad uiſum a,ex arcu g p,& ducantur lineæ g h,p l,g a,p a,ſecet'q; linea g h,circumferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z,forma itaq; puncti h,extẽditur per lineã h g,& refrangitur per lineam g a , & forma puncti l,extenditur ad lineam l p,& refrangitur per lineam p a,& ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c,& linea e z ad punctum f,forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g,refrangitur per lineam g h ad punctum h , & forma quæ extenditur per lineam a p,perueniens ad punctum p, per lineam p l , refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc ſi corpus diafonum fuerit continuum & unum uſq; ad punctum b. Si uero corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud circunferentiam ſphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g,refrangitur per lineam g m,in partem perpendicularis e h,& cum forma peruenerit ad pũctum m, refrangetur ſecũdo in partem contrariam perpendicularis quæ eſt e m c,& concurret cũ perpendiculari e l,refrangatur ergo in punctũ k,perpendicularis e l,& ſimiliter forma extẽditur per lineam a p,refrangetur per lineam p z, & cum peruenerit ad punctũ z,refrangetur ſecundo ad partem contrariam perpendicularem e z f,in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e,ſit punctum cõcurſus o,ſic ergo refractio formæ quæ eſt à puncto p,peruenit ad punctũ z,ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l,per lineã z o,forma itaq; puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m,& à puncto m , refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde ſecundo refrangitur à puncto g,per lineã g a ad uiſum a & ſimiliter forma pũcti e,extenditur per lineam o z,& à puncto z,refrangitur per lineam z p,& in pũctum p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p per lineam p a ad uiſum a,forma ergo totius lineæ k o,refrangitur ad uiſum a,ex arcu g p,& ſi linea a k o,fuerit fixa,& imaginati fuerimus figuram k a g p,circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p,deſcribet figuram circularem,utpote armillam,à cuius totali ſuperficie refrangetur forma linea k o,ad uiſum a , & erũt centra uiſus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o,uidebitur in tota ſuperficie circulari , quæ eſt locus refractionis , & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ,forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior ſeipſa , & erit figura formæ diuerſa à figura k o,hoc aũt poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra criſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis , & accipiatur corpuſculum paruum , ut cæra nigra ſphærica,quæ ponatur in capite acus , ponatur'q; ſphæra criſtallina in oppoſitiõe alterius uiſuũ,& claudatur reliquus . Eleuetur acus



 ultra

ultra ſphæram,& aſpiciatur medium ſphæræ,& ſit cæra oppoſita medio ſphæræ in lineæ recta,uidebiturq; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ,quod ſi non uideatur talis figura,moueatur cæra ante & retro,donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cæra,& recedet nigredo,quod ſi cæram reduxerit quis ad locum & ſitum priorem,reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa eſt diuerſitas quã relinquimus ſtudio perquirentis.

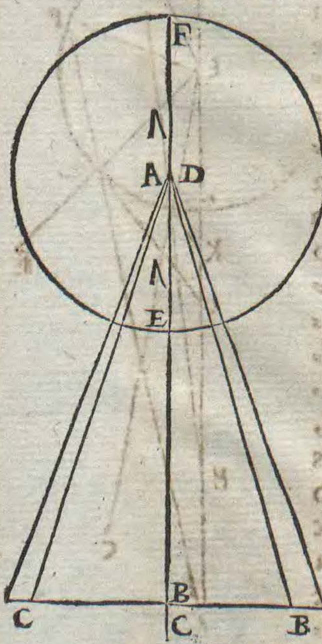
XLIIII.

Reuiſa trans corpus diafonum columnare denſius aere,itaq; centrum uiſus,& centrum alicuius circuli corporis æquediſtantis baſibus columnæ, & res uiſa ſint in eadem linea recta,imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari groſsioris diafonitatis ꝗ ſit aer circulus b g d z,& ſit centrũ uiſus a,& cætera ut prius in præcedente,dico quod forma lineæ k o,uidebitur duplicata quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p,& apud arcum ſibi æqualem, & ſibi correſpondentem ex arcu b d,in alia parte ſemichilindri,ſed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g,cum fuerit circumuoluta circa a k,lineam immotam fixam,nõ tranſibit per illam lineam arcus g p,per totam ſuperficiem columnarem,ſed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ,erit continua in una parte,& ſimiliter in alia,nam ſuperficies in qua ſunt puncta l k,tranſiens per axem columnæ facit in ſuperficie columnæ, quæ eſt ex parte uiſus a,lineam rectam tranſeuntem per punctum b,& extenſam in longitudine columnæ,& non refrangetur formæ lineæ k o,ex illa linea recta,nam linea k h,erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam.Non ergo erit forma rotunda corpore diafono exiſtente columnari,ſed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur ſuper alteram uidebitur ergo linea k o,habens imagines duas,quarum utraq; eſt maior quàm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a,quod eſt centrum uiſus, quoniam in illo puncto a,eſt locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius, patet ergo propoſitum,non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio à ſuperficie corporum pyramidalium,quoniam linea k a,non eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem conicam talium corporum,uidelicet poteſt eſſe,ut ſuperficies refractionis ſecet huiuſmodi corpora ſecundum circulum,quemadmodum etiam de ſuperficiebus reflexionum,& de ſpecularis pyramidalibus conuexis uel concauis,oſtenſum eſt in præmiſsis libris.

XLV.

Centro uiſus exiſtente in diametro corporis diafoni ſphærici cõcaui denſioris aere,& re uiſa reſpiciẽte conuexum illius corporis,imago uidebitur quandoq; minor re uiſa,quandoq; maior ut cum ſit figuræ armillaris.



Sit centrum uiſus a,lineaq; uiſa ſit b c, & ſit corpus ſphæricũ concauum denſioris diafonitatis quàm ſit aer, cuius centrum ſit d, & diameter e d f, ſitq; linea b c, extra conuexum illius corporis,& centrum uiſus a, ſit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod ſemper imago rei uiſæ lineæ b c,erit minor ipſa re uiſa. Si enim centrum uiſus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72.primi huius, quoniam omnes lineæ extenſionis formarum punctorum lineæ b c ad uiſum a, erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis, quoniam tranſeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipſe arcus refractionis,uidebiturq; imago curua minor re uiſa. Quod ſi a centrum uiſus fuerit in aliquo punctorum ſemidiametri e d, propinquioris rei uiſæ, uel in aliquo punctorum ſemidiametri d f remotioris, adhuc ſemper lineæ extenſionis formarum ad uiſum ſecabunt perpendiculares ductas à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipſis punctis refractionum, hoc eſt in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonũ uel extra illud uidebitur ergo imago quandoq; curua,quandoq; recta,quandoq; irregularis,ſed ſemper minor re uiſa,quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis eſt minor re uiſa, & omnis linea cadens inter centrum uiſus punctum a,& inter lineam b c, eſt minor quàm linea b c,cum ceciderit inter lineas a b & a c,ut hæc patere poſſunt per 29.primi, uel per 4.ſexti. Eſt itaq; in tali diſpoſitione ſemper imago minor ipſa re uiſa, eritq; eius imago quandoq; maior,ut cum ſit figuræ armillaris. Si enim linea b c,ſituetur in diametro f d e tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c,fiet refractio à punctis medijs illius arcus,& ſi linea a b c,remanente fixa imaginetur illa figura circumuolui quouſq; redeat ad locum,unde motus accepit principium,deſcribetur per arcum refractionis quædam ſuperficies armillaris in tota ſphærica ſuperficie corporis,à qua totali fiet refractio ad uiſum. Eritq; locus imaginis in centro uiſus,qui applicans formam uiſam ipſi ſuperficiei refractionis,rẽ iudicat figuræ armillaris,ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius,patet ergo propoſitum. Sed in uiſibilibus nobis aſſuetis nihil comprehenditur à uiſu ultra corpus diafonum ſphæricum denſius aere,cuius concauitas ſit ex parte uiſus, niſi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel criſtallo uel glacie aut aliquo illis ſimile, refractio tamen quæ fit ad uiſum à ſuperficie concaua cœli ſimilis eſt iſti,niſi quod ſecundum illam non fit refractio niſi formarum ſphæricarum,quarum naturam & modum inferius duximus perſequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uiſæ figuratur diuerſimode ſecundum figurã ſuperficiei corporis à qua fit refractio ad uiſum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ eſt ſemper in cõmuni ſectione katheti incidentiæ, qui eſt perpendicularis à puncto rei uiſæ productus ſuper ſuperficiem corporis diafoni,in quo eſt res uiſa,& lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uiſæ exeat kathetus incidentiæ qui eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in quo eſt res uiſa,tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à ſuperficie totius uiſi corporis ad ſuperficiem corporis diafoni,& hæc figura ſecat pyramidem radialem ſecundum quam fit uiſio refracta,cuius uertex eſt in centro uiſus per 8.quarti huius, & iſtarũ duarum figurarum corporalium,columnaris ſcilicet & pyramidalis communis ſectio eſt locus imaginis formæ rei uiſæ. Si itaq; ſuperficies corporis à qua fit refractio formæ rei uiſæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit ſimiliter planæ ſuperficiei,quare illa imago erit æqualis,uel modico maior ꝗ ſit forma rei uiſæ,uidebitur tamen ſemper multo maior re uiſa. Quod ſi corpus à quo fit refractio fuerit ſphæricum,& conuexum eius ſit ex parte uiſus,fueritq; res uiſa in centro ipſius corporis diafoni,uel inter illud centrum & uiſum,tunc imago rei uiſæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ ſunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72.primi huius,& hæc imago quanto magis extenditur uerſus ſuperficiem conuexam corporis diafoni,tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uiſam & ſuperficiem corporis ſphæricam,ſemper imago erit amplior re uiſa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uiſam,tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si uero res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius,tũc cum omnes katheti incidentiæ ſecent ſe in centro corporis,citra corpus imaginatũ, duæ pyramides oppoſitæ, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uiſa,quandoq; æqualem,& quandoq; minorem, quod ſi corpus diafoni ſphærici concauitas fuerit à parte uiſus,& conuexitas ex parte rei uiſæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis,cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diafoni,tanto magis confringitur,& quanto magis extenditur ad partem illam,tanto magis

dilata

dilatatur & amplificatur ſuperficies, unde ſecundum hoc locis imaginum diuerſificatis
diuerſificatur & quãtitas imaginum formarum, quia ſi locus imaginis fuerit propinqui
or centro corporis diafoni concaui ꝙ ipſa res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa, & ſi fue
rit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni cõcaui ꝙ ipſa res uiſa, erit ima
go minor ipſa re uiſa, & ſi fuerit locus imaginis remotior à centro corporis ꝙ res uiſa, e
rit imago maior ipſa re uiſa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis ſphæricis
conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus con
uexis & concauis poteſt intelligi, uniuerſaliter autem quando locus imaginis eſt ſuperfi
cies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei, à
qua fit refractio, unde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in co
lumnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyra
midalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono ſecundum diuerſum
ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus, unde forma eiuſdem rei, ut pedis uel manus, quan
doqꝫ uidetur ſtricta & curta, quandoqꝫ arta & longa, ſecundum quod perpendiculares à
punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diafoni productæ illi ſuperficiei incidunt diuer
ſimode, ſic enim uarie à lineis extenſionis formarum interſecantur, & uariatur multifor
miter imago, ut patet per 14. & 15. huius, horum quoqꝫ omnium cauſa ſufficienter patet
ex præmiſsis, palam ergo eſt id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus.

Quoniam enim forma eiuſdem rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diafo
ni, in quo eſt illa res, ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis, tunc in ipſius uiſione nõ
fit quantum ad actum uidendi, differentia à ſimplici uiſione, quam pertractauimus in ter
tio & quarto libro huius ſcientiæ, ubi diximus quod res ſecundum pyramidem uidetur
cuius uertex eſt in centro uiſus, & baſis in ſuperficie rei uiſæ, & oſtendimus quod tũc ab
ambobus uiſibus uidetur una forma, unde idem hoc ſupponimus in formis refractis, ut in
formis directe uiſis. Si enim homo comprehendit aliquid uiſibile in cœlo, aut in aqua, aut
ſub uitro, uel criſtallo ambobus uiſibus, & claudat unum uiſuum, nihilominus comprehẽ
det illud uiſibile, ambobus ergo uiſibus, & uno tantum uiſu comprehenditur eadem for
ma, & hoc eſt propoſitũ, nõ enim uidimus in talibus aliquid ulterioris moræ dignum.

XLVIII.

Criſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſsibile eſt accendi in re combu
ſtibili quæ poſt illam.

Sit centrum ſolis punctum a, ſitqꝫ criſtallus ſibi oppoſita, cuius centrum b, ſitqꝫ ut ſu
perficies plana centra amborũ quæ ſunt a & b, pertranſiens, ſecet ipſam criſtallum ſphæ
ricam ſecundum circulum per 69. primi huius, quæ ſit c d e f g, dico quod ſi aliquod com
buſtibile ponatur poſt hanc criſtallum, ita quod criſtallus ſis media inter ſolem & rem cõ
buſtibilem, ut ſtupam, uel aliquid conſimile, poſsibile eſt ut ignis in illo corpore accenda
tur. Imaginetur enim à centro ſolis a, uſqꝫ ad centrum criſtalli, quod eſt b, diffundi radi
us qui ſit a b, cum itaqꝫ radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus
criſtalli, per 72. primi huiut, quoniam tranſit per amborum centra, palam per 47. ſecun
di huius, quia non refrangitur, ſed tranſit corpus criſtalli refractionis. Omnesqꝫ radij ſo
li ſuperficiei ſphæricæ criſtalli æquediſtanter medio a b incidentes, palam quoniam inci
dunt oblique, ergo per eandem 42. ſecundi huius, patet quoniam omnes illi radij refran
guntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad per
pendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli, quæ perpendiculares om
nes concurrunt cum diametro a b, in centro ſphæræ criſtalli, fit autem ad illas perpen
diculares refractio, ideo quod corpus criſtalli denſius eſt corpore aeris per quod tranſe
unt radij inter corpus ſolis & corpus criſtalli incidentes, & quoniam in diſtantia æquali
à radio a b, alij radij à corpore ſolis præcedentes corpori criſtalli incidunt ſecundum an
gulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam ſecũdum æqua
les angulos refrangũtur, imaginetur itaqꝫ radius a b, produci ultra corpus criſtalli, & pa
tet

tet quoniam à quolibet circulo corporis criſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refran
guntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, ſicut & omnes perpendiculares con
currunt in centro b, in aliquo itaqꝫ illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus
criſtalli poſito cõbuſtibili ignis accenditur in illo, ſi moram duexerit, omnes enim angu
li refractionis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem criſtalli unius circuli, cuius polus pũ
ctus eſt ſecundum quem linea a b, ſecat ſuperficiem criſtalli, ſunt æquales, & eorum radi
orum anguli refractiõis à ſuperficie criſtalli ad aerem ſunt æquales, & quoniam quilibet
illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſuper ſu-
perficiem criſtalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt
in uno puncto lineæ a b, productæ ultra ſuperficiem criſtalli, & quia illa pũcta naturalia
latitudinem habent, patet quod ipſis radij plurimi concurrũt, poſſunt ergo rem combu-
ſtilem ibi poſitam inflammare, quod eſt propoſitum, fore tamen portio ſphæræ criſtalli-
næ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco centri ſui poſita re inflammabili, quo
niam omnes radij totali illi ſuperficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes concurrent
in centro per 72 primi huius. Sed in horum experimentatione eſt in maxima latitudo ꝙ
relinquimus ad talia curioſis.

XLIX.

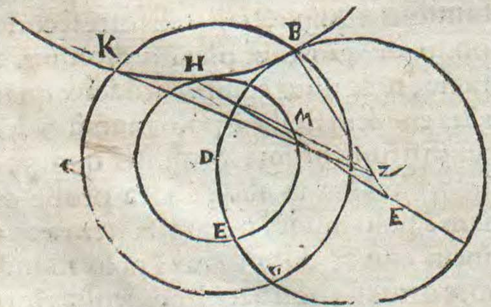
Stellas cœli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi in-
ſtrumentaliter declaratur.

Inſtrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars
orientalis, ita quod armilla quæ eſt in loco circuli meridiei ſit poſita in ſuperficie circuli
meridiei, & polus eius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mundi
ſuper illius habitabilis horizonta, & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarum fixarum ma-
gnarum, quæ tamen peruenit ad circulum meridianum ſic tranſiens per centrum capitis
experimentatis aut prope, & conſideretur illa in ortu ſuo dum eleuatur ſuper ſuperficiem
horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt plus æ-
quinoctialis, donec fiat æquediſtãs circulo magno cœli tranſeunte per polos æquinoctio
nalis, & per centrum corporis illius ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut ha
beatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella donec ueniat ad circulũ
meridiei, moueaturqꝫ armilla mobilis donec fiat æquediſtans circulo ſtellæ, ut prius, &
ſit in ſuperficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi
cum ſtella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturqꝫ diſtantia ſtellæ à polo mundi
in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtãtia ab eodem polo tempore quo
eſt in zenith capitis uel prope, patet itaqꝫ ex iſtis quia uiſus comprehendit formas ſtel-
larum orientium reflexæ & non recte, quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mo-
uetur per eundem circulum, ex circulis æquediſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecundũ
motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si
itaqꝫ uiſus comprehenderet ſtellas recte non refracte, tunc uiſus comprehenderet quam
libet ſtellarum in ſuo loco, & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem
diſtantia in uiſu, cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoqꝫ ac-
cidit in luna, ſi enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope or-
tum eius, & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam, & item æquet
ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi.
Si itaqꝫ inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus ſui non accidet diuerſitas inter
computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentum, inuento uero lo
co lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia linea zenith capitis in-
uenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana maior, & cum eſt ſeptentrio-
nalis minor uera diſtantia eius ad zenit capitis inuenta per computationem tabula-
rum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uiſum recte, ſed refrangitur in aliquo
medio corpore ſecundi diafoni, quia niſi refrangeretur eadẽ eius eſſet diſtantia à zenith
capitis per inſtrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eſſet in ho-
rizõte nũc aũt differt, palã eſt ergo propoſitũ, quia omnes ſtellæ uidẽtur per refractionẽ.

L.

Diafonitas corporis cœleſtis rarior eſt aeris & ignis diafonitate.

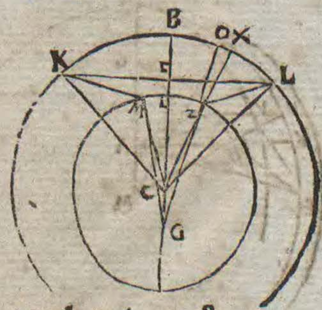
Diſpoſito enim inſtrumento armillaris ut ſupra, inuenienda eſt diſtantia alicuius ſtellarum à zenith capitis, & in loco experimentationis ſit circulus meridiei a b g, & ſit zenit capitis punctum b, & polus mundi ſit punctum d, centrum quoqꝫ mundi ſit punctus e, & ducatur ſemidiameter meridiani circuli quę ſit e b, pertranſiens centrũ uiſus experimentantis, quæ ſit punctus z, ſitqꝫ circulus h c, æquediſtans circulo æquinoctiali, & polo ipſius qui eſt d. Eritqꝫ polus illius circuli h c, pũctus d, per 68. primi huius, propter diſtantiam illorum circulorum. Sitqꝫ circuli h c diſtantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur ſtella in hora certificationis diſtantiæ primæ, quæ eſt in ipſo pũcto ſui ortus, & ſit locus ſtellæ in illa hora punctus h, ſitqꝫ circulus alter qui k b g, æquediſtans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius diſtantia à polo mundi, quæ eſt d, ſit illa, in qua inuenitur ſtella in ſecunda hora cõſiderationis, quæ ſit ſtella exiſtente iuxta zenith capitis in circulo meridiano quæ eſt a b g. Eritqꝫ circulus k b g æquediſtans polo mundi, qui eſt d, & ualde propinquus ipſi zenith capitis, aut tranſiens per punctum b, quod eſt zenith capitis. Ille ergo circulus k b g, eſt in quo ceſſat obliquitas refractionis, nam cum ſtella fuerit in zenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uiſus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uiſus z, ad zenith capitis b pertingens, eſt perpendicularis ſuper concauum ſphæræ cœleſtis, & ſuper conuexũ ſphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam tranſit per centrum utriuſqꝫ illarum ſphærarum, uiſus itaqꝫ propter perpendicularitatem lineæ z b, ſuper ſphæras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam recte, ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diafonitatis ſiue diuerſæ, quoniam ut ſupra oſtenſum eſt per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio ſecundi diafoni, forma itaqꝫ ſtellæ apparentis in puncto b, ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis, quoniam ignis plus difonus eſt aere, & ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit, uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris, quæ quantum ad illud ſunt ſphæra, quaſi una, ſtellam itaqꝫ exiſtentem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uiſus in ſuo uere circulo æquediſtante circulo æquinoctiali ſuper quem mouebatur ab initio noctis quouſqꝫ peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaqꝫ k b g, fuerit ſtella in prima experimentatione, ſi autem circulus altitudinis tranſitus per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetqꝫ iſte circulus circulum k b g, in ambobus punctis, ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis, & in puncto g, illi directe oppoſitæ, ſecetqꝫ circulum h c, ſcilicet in puncto h, in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primæ conſiderationis, & quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in ſecunda, patet quod circulus h c, eſt propinpuior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaqꝫ h, circuli altitudinis qui eſt b h k, propinquior eſt ipſi zenith capitis b, quàm pũctus k. Ducantur itaqꝫ duæ lineæ h z & k z, ad centrum uiſus z, quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in ſuperficie circuli b h k, & cum ſtella erit in illa hora ſecundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet neceſſario ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui ſunt k b g & b h g, qui eſt punctus k, ſuper terram comprehenditur autem à uiſu in puncto h, per lineam z h, quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ eſt inter ſtellam & uiſum ſecundum ueritatem, eſt linea k z, palam ergo quod uiſus non comprehendet ſtellam quæ eſt in pũcto k recte, comprehendet ergo ipſam refracte, & quia in corpore cœleſti propter homogeneitatem ſuæ diafonitatis non poteſt fieri refrctio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaqꝫ locus refractionis factæ in medio ſecundi diafoni, quod eſt aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à pũcto m, inea recta uſqꝫ punctum z, centrum uiſus, quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refrangitur ad uiſum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur, niſi occurrerit corpus diuerſæ diafonitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſsis huius libri propoſitionibus, ergo corpus cœleſte in quo eſt ſtella, ct differentis diafonitatis ab ignis diafonitate, & quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaqꝫ m, eſt in concauitate cœli, & ſi producatur linea e m, hoc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœſi concauam contingẽtem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma ſtellæ extenſa in corpore cœleſti per lineam k m, refrangitur in aere ad uiſum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctum m, ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concauæ ſuperficiei ipſius|cœli, palam quia illa refractio eſt ad partem in qua eſt perpẽdicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiem aeris, & quoniam neqꝫ in cœlo, neqꝫ in terra, neqꝫ in aere eſt aliquod corpus denſum politum, à quo poſsit fieri reflectio, ut à ſpeculo, patet quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecundi diafoni, corpus itaqꝫ aeris eſt groſsius corpore cœli, ut patet per 4. huius, & hoc eſt propoſitum.



LI.

Diametri omnium ſtellarum & lineæ determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in zenith capitis, uel circa exiſtentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm ſi directe uiderentur.

Sit circulus meridiauus in aliquo horizonte b f k, & cõmunis ſectio ſuperficiei huius circuli, & ſuperficiei cõuexitatis ſphæræ cœli infimi per 69. primi huius, ſit circulus m e z, erũt ergo iſti duo circuli in eadẽ ſuperficiei & cõcentrici. Sit ergo centrum ipſorũ quod eſt centrũ mundi punctũ g, ſitqꝫ centrũ uiſus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad cẽtrũ uiſus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurret circulo meridiei in puncto b, ſecetqꝫ circulũ qui eſt in ſuperficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaqꝫ pũctus b, zenith capitis quo ad uiſum, ſic itaqꝫ k l, arcus cuius chorda k l, ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas, & linea c b, tranſeat per mediũ arcũ k l punctũ b, & ſecet chordã l k in pũcto p, arcus itaqꝫ k b eſt æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus ſecundũ quẽ uiſus c, cõprehẽdit arcũ x l, quã do ipſum recte cõprehendit. Sit itaqꝫ ut forma puncti k refrangatur ad uiſum c, à pũcto m, circuli m e z, qui eſt ſignatus in cõcaua ſuperficie ipſius cœli infimi, ut præaſſumptum eſt, & forma pũcti l, refrangatur ad uiſum c, ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mũdi ad loca refractionũ ducãtur quoqꝫ lineæ k m, l z, z c, forma itaqꝫ pũcti k, extenditur per lineã k m refrangitur ad uiſum c, per lineã m c, & quoniã linea g m, exit à cẽtro ad circũferentiã, palam qer 72. primi huius, quod ipſa eſt perpendicularis ſup ſuperficiẽ ſphæræ cœli incidẽs pũcto m, quod eſt pũctũ refractionis, & quia per pręmiſſam corpus cœli q̊d eſt z m, eſt rarioris diafonitatis ꝗ̃ corpus aesis, in quo eſt uiſus c, palam per 4 huius, quia refractio quæ fit ſecundũ lineã m c, erit ad partẽ perpendicularis lineæ quæ eſt m g. Erit itaqꝫ punctu m, inter duas lineas c b & c k, quia ſi pũctus m eſſet ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad qunctũ m, eſſet etiam ultra punctũ k, & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partẽ perpendicularis m g, & nõ perueniret ad perpendicularẽ g e, ergo nõ perueniret ad uiſum c, palam itaqꝫ, q̊niam punctus m, eſt inter duas lineas c k & c b, & eodẽ modo declarari poteſt, quia punctum z, eſt inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaqꝫ linea c m ad q, punctũ circuli meridiani

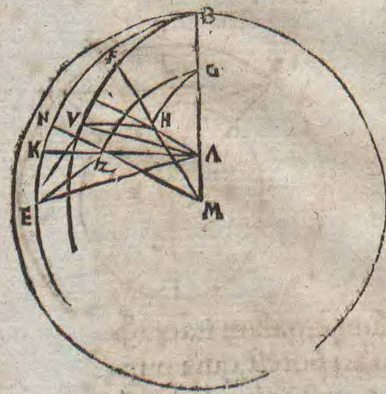


diani, & linea c z ad punctū r, eiusdē circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, qm̄ est ps eius. Sed angulus q c r est angulus ꝑ quē uisus c, cōprehendit arcū c k l refracte, & angulus k c l per quē uisus c, cōprehendet arcū k l recte, si ipsum recte posset cōprehendere, sed remotio arcus k l, à uisu est maxima qua propter quātitas eius uera certificatur, uisus itaq; per existimationē nō per certitudinē accipit remotionē arcus k l, sed existimatio uisus quādo cōprehendit refracte, nō differt ab existimatione eius quādo cōprehendit recte, nisi in hoc solū, quod putat se recte cōprehendere quādo cōprehendit refracte, uisus itaq; c, cōprehendit arcū k l, refracte ex angulo minori, ꝙ ille angulus quo ipsum cōprehendit recte, & secundū cōparationē ad illam eandē remotionē, ad quā cōparat si ipsam recte cōprehenderet. Sed uisus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli respectu remotionis puncti c, quod est centrum uisus a, à superficie rei uisæ per 20. quarti huius, ergo comprehendit quantitatē arcus k l, refracte minorē ꝙ si comprehēderet illam recte, & si figura in qua sunt puncta k l r b imaginetur circūuolui linea c b, existente immobili, describetur circulus secans meridianū circulū in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctū b, zenith capitis, & erūt omnes anguli qui sunt apud uisum c, contēti duabus lineis similibus lineis c k & c l inter se quælibet suæ compari æqualis, uisus ergo c cōprehendit formam arcus k l, refracte in omni situ in respectu circuli meridiei, cū fuerit in uertice capitis minorē, ꝙ comprehēdet ipsam recte, & si linea c b, secuerit arcū k l in duo æqualia, tunc duo puncta q & r, erunt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pūcto c, secans stellam, & linea exiens à centro uisus c, in superficie illius circuli secabit circulū minorē ipsius stellæ, & comprehēditur quantitas eius minor ꝙ sit, & sic tota stella uidebitur maior ꝙ sit, omnis ergo stella uidetur minor cū est in zenith capitis ꝙ si uideretur directe, & similiter est de omni distātia inter quaslibet duas stellas, cū zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distātia, cōprehēdetur enim in omnibus suis positionibus minor, ꝙ si directe comprehēderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciētis existens uidetur minor ꝙ in alio loco cœli, & quanto magis remouetur à uertice capitis, tanto semper apparet maior, itaq; in horizōte apparet maior ꝙ in alio loco, & hoc est cōmune omnibus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud semper sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarū distantijs, ut spaciorum cœli quæ sunt inter stellas magis ꝙ in quantitatibus stellarum, nam quantitas stellæ quo ad uisum est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis comprehenditur diuersitas & excessus distantiarum, patet ergo propositum.

LII.

Diametri stellarū uel lineæ stellarū distantiam determinantes, existentes in horizōte aut inter horizōta & circulū meridiei, taliter ut æquedistent horizonti, uidebūtur propter refractionē minores ꝙ si directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrū quod est centrū mūdi sit punctus m, & sit cētrum uisus a, & zenith capitis punctū b, & ducatur linea a b, & sit diameter stellę aut distantia inter aliquas duas stellas linea d e, æquedistans horizōti, & sit circulus altitudinis trāsiēs ꝑ unā extremitatē diametri stellæ, aut distantiæ inter duas stellas circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens per alteram extremitatē diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens extremitatē diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b e, cōmunes quoq; sectiones superficierum istorum duorū circulorum & superficiei concauæ cœli infimi sint duo circuli g h & g z, forma itaq; pūcti z, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g h, esto ut hoc fiat in pūcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g z, sic item in puncto z, ducantur lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h, & produ-



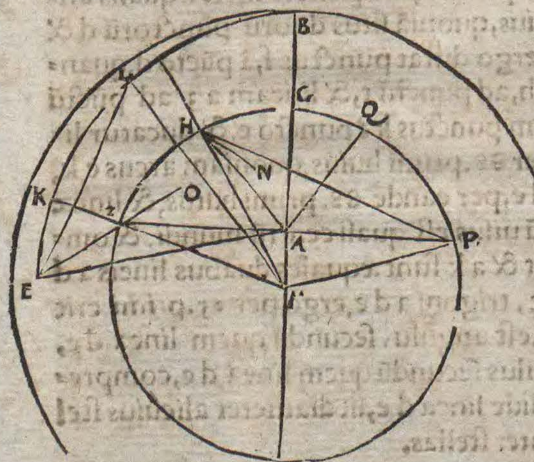
producatur linea m 3, ad arcum b e, in punctum n, & linea m h, producatur ad arcum b d in punctū f, & quoniam linea d e, æquedistat horizonti, cū sit quædam pars circuli æque distantis circulo horizontis, ut alicuius illorū circulorū qui Arabice dicatur Almucantara, palam per 68. primi huius, quoniam zenith capitis quod est pūctus b, est polus circuli d e, quoniam ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est æqualis arcui b e, per 27. tertij, chordæ enim illorū arcuū sunt æquales per 65. primi, linea itaq; m h, est perpendicularis super superficiem corporis diafoni cœlestis per 72. primi huius, quoniam exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uisum a, & erit eius refractio ad partē diametri h m, ꝑ 4. huius, aer eñ est dēsior corpore cœlesti, ut patet per 48. huius, refringetur ergo ad partē cōtrariā illi, in qua est pars reliq̃ ꝑpēdicularis quæ h f, ergo h pūctū refractiōis est altius ꝙ linea a d, & similiter declarabitur q̊d 3 punctus refractiōis est altior ꝙ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ sunt termini duarū linearū perpendiculariū m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & zenith capitū quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctū h, est æqualis angulo refractionis qui est apud punctū 3, per 13. huius, quoniā situs duorū punctorū d & e, respectu uisus a, est cōsimilis ex hypothesi, tantū ergo distat punctus f, à pūcto d, quantum punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctū t, & lineam a 3 ad pūctū k, distabit itaq; punctus t, à puncto d tantū, quantum punctus k à puncto e. & ducatur linea t k, qui necessario erit æquedistans lineæ d e, per 88. primi huius, quoniam arcus e k, est æqualis arcui d t, ergo linea t k, minor ꝙ linea d e, per eandē 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e, sunt æquales, quia punctum a, centrū uisus est quasi centrū mundi, & omnium arcuum signatorum ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor ꝙ basis d e, trigoni a d e, ergo per 25. primi erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundū quem linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundū quem linea d e, comprehēditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellarū uel distantia aliquarū duarū stellarū linea d e, quæ sit erecta in aliq̃ circulo altitudinis transeūte per zenith capitis, q̊d est punctū b, q circulus altitudinis sit b d e, sitq; cōmunis sectio supficiei circuli b d e, & superficiei cōcauitatis sphæræ infimæ cœlestis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducantur lineæ a d & a e, & refrangatur forma puncti d, ad uisum a, ex pūcto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copulētur quoq; lineæ d h, quæ producatur ultra punctū h, in punctū n, & c 3, q̄ producatur ultra punctū 3, in punctū o, patet ergo ut in præcedēte proxima, q̊d punctū h, est altius ꝙ linea a d, & q̊d punctū 3, est altius ꝙ linea a e, ducātur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & protrahatur linea m h, ultra punctū h, ad circulū altitudinis in punctū t, & linea m 3, ultra punctū 3, in puncto k, erit ergo angulus refractiōis qui fit ex refractione formæ puncti e, ad uisum a, qui est angulus a 3 m, ualde paruus, quoniā linea a m, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distantiæ, non est alicuius sensibilis quantitatis, ut aliàs declarauimus in scientia motuū cœlestium, & angulus refractionis eius erit paruus sequēs modū illius anguli a 3 m, quoniā cū aer sit densior corpore cœlesti, ut patet ꝑ 48. huius, palā ꝑ 4. huius, qm̄ fit refractio ad ꝑpendicularē quæ est 3 m. Erit ergo ꝑ 8. huius, angulus e 3 m, & similiter angulus b h t, acutus, ergo angulorū a h d & a e 3, uterq; erit obtusus per 13. primi. Pūctū itaq; 3, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate perpēdicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, super lineam b a, perpendiculariter superficiei horizontis insistentem, quæ perpendicularis imaginatur esse ducta in superficie horizontis, aut si fuerit

altius horizonte, erit altius illa llnea perpẽdiculari, & punctũ h, erit semper altius pũcto 3, angplus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, q̊d patet si super punctũ m terminũ lineæ a m, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a m 3, qui fit a m p, ducta linca m p, ad perifrriam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æqualis lineæ a h, copuletur linea h p, in trigono erao h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed in trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, q̊d est maius latere a q. per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a Relingtur ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est autẽ per 4. primi, angulus a p m, æqualis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo per 8. huius, angulus formæ incidẽtiæ pũcti d, qui est angulus b h t, est minor angulo incidentiæ formæ pũcti e, q est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, per 13. primi, quia per 8. huius, minores anguli incidẽtię minores habẽt angulgs refractionũ, & ita angulus n h a, ek minor angulo o 3 a, relinquitur rrgo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3 sunt semidiametri circuli g h 3, linea itaq; m t, est æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, per diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis linect 3 k q̊nia sunt remanẽtiæ linearũ æqualiũ ablatis æqualibus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̃ linea o 3, q̊niã linea contines cũ linea t h, angulũ æqualẽ angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̃ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̃ linea e 3, & duæ lineæ a d & a o sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctũ a centrũ uisus, est centrũ circulorũ b d e & g h 3, triangulus ergo a h d, est minor triangulo a 3 e qm̃ illorũ duorũ trigonorũ duobus lateribus existentibus æqualibus tertiũ est inæquale, ergo circulus cõtinens trigonũ a h d, est maior circulo contiñete trigonũ a 3 e, quia angulus a h d est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̃ linea 3 e, linea itaq; h d distinguit de circulo minore cõtinẽte triangulũ a h d, arcũ minorẽ arcui simili illi arcui quẽ resecat linea 3 e, ex circulo minore cõtinẽte triangulũ a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cõmunis illis ambobus angulus, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e angulus uero si a 3, est angulus secundũ quẽ uisus a, cõprehendit lineã d e, per refractionẽ, & angulus d a e, est angulus secundum quem comprehenderetur forma lineæ d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cõprehendit lineam d e, reflexe minorem quàm recte per 20. qarti huius, quoniam sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe quàm recte, patet ergo propositum.



LIIII.

Omnes stellæ uidẽtur rotundæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli, nisi quandoq; contrariũ accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cõprehẽdũtur rotundæ, qm̃ uterq; diametrorũ suarũ, scilicet lõgitudinis & latitudinis cõprehẽditur æqualiter minor q̃ si cõprehẽderetur recte, quilibet ergo suarũ diametrorũ decliuiũ cõprehenditur æqualiter minor per refractionẽ q̃ si cõprehẽderetur recte, stella ergo cõprehẽditur rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stellæ cõprehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ si directe uiderẽtur, qm̃ ipsarũ diametri cõprehẽdũtur minores, ut patet ex ꝑpositionibus præmissis, & hoc uerũ est, quantũ à parte refractionis, quæ fit in medio secũdi diafoni q̊d est aer, q est densius cœlo per 48. huius. in cœlesti itaq; concaua superficie fit refractio ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam, quæ est semidiameter mundi per 4. huius. Diuersitas uero refractionis quæ fit secundũ distantiã stellarũ à polo mundi inuenitur

parua, qm̃ illi anguli refractiõis sunt parui, unde secũdũ ipsos non diuersificatur sensibiliter quãtitas stellaꝝ, sed magnitudo stellarũ & quãtitas distãtiæ ipsaꝝ ab inuicem multũ differũt, cũ sunt in horizõte, & cũ sunt iuxta zenith capitũ, uel in medio cœli propter sensibilẽ diuersitatẽ suæ refractiõis, & hic est error ꝑpetuus, qa causa eius est ꝑpetua scilicet uictoria raritatis corꝑis cœlestis suꝑ aeris raritatẽ, accidit tamẽ quandoq; uideri stellas maiores una uice q̃ alia, ut si uapor grossus sit inter uisum & stellas, tũc enim propter refractionẽ lineaꝝ extẽsionis formaꝝ stellarũ in illo uapore ad perpendicularẽ, & ꝑpter refractionẽ à suꝑficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo est uisus, q̃ refractio fit ab illa ꝑpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uidẽtur formæ stellaꝝ, sicut etiã accidit de denario sub aqua uiso, q uidetur maior q̃ si in aere uideretur, huius autẽ quantitas uisiõis stellarũ maxime accidit cũ stellæ sunt in horizõte, aut ꝑpe illũ, & sic duæ refractiões subsequẽtes primã, q sit in cõcaua suꝑficie ipsius cœli & sit semꝑ in omni stellaꝝ uisione, faciũt nouas immutatiões circa stellarũ uisionẽ, uapor em̃ ille grossus cũ fuerit in horizõte, aut ꝑpe, & nõ fuerit cõtinuus usq; ad mediũ cœli, erit ꝑportio cuiusdam sphæræ cõcentrice mũdo, & erit suꝑficies eius quę est ex parte uisus plana, ꝑpter q̊d formæ aut distantiæ stellaꝝ, quæ sunt ultra illũ uaporẽ uidebũtur maiores q̃ si sine illo uapore uiderẽtur, in illo em̃ loco cõcauitatis cœli ex quo refrangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extẽditur ad uisum si nõ interuenerit uapor grossus, q̊d si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extẽditur forma stellæ ad superficiẽ uaporis supremã, & refrangitur in illa ad perpẽdicularẽ. Deinde extẽditur ad suꝑficiẽ infimã uaporis, & refrangitur ab illa ad aerẽ purum cõtinentẽ uisum, & fit illa refractio ad partẽ cõtrariam ꝑpendicularis exeuntis à puncto refractionis suꝑ planam suꝑficiẽ uaporis, sic ergo forma stellæ & earũ distantia uidetur maior q̃ si uideretur post refractionẽ factam in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in suꝑficie uaporis ad aerẽ, q est sub uapore & sub densiore corpore rarior existens, & continẽs ipsum uisum. Causa uero propter quam omni uapore medio excluso uidentur stellæ & stellaꝝ distantiæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimũ per existimationẽ uidẽtis, quoniã existimat stellas plus distare à uisu in horizõre q̃ in medio cœli, existimans ipsum partẽ cœli, quæ est iuxta zenit capitis propinquiorem sibi q̃ eam quæ est inter horizõtẽ, ut ostendimus per 14. huius, cõprehendit ergo uisus quantitatẽ stellæ, & quantitatem distantiæ, quæ est inter stellas cum fuerit in horizõte aute prope, ex cõpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiã remotam, & cũ fuerit in medio cœli aut prope illud cõprehendit ipsarũ quantitatẽ ex cõpositione anguli æqualis primo aut ferè ad distantiam propinquam, inter quam & distantiam horizontis uidetur diuersitas maxima, & sic iudicat stellarũ quantitatẽ secundũ modũ q̃ dijudicat quantitatẽ uisibiliũ consuetorũ, quæ enim à remotiori sub eodẽ angulo uidentur quo alia propinquiora, illa remotiora iudicantur à uidẽtibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro Hæc em̃ causa uisionis stellarũ est perpetua & immutabilis omnibus uidentibus cõmunis, & eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehensione distãtiarũ ipsarũ stellarũ, nam formæ harum distãtiarum nõ diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ maxime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

L V.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accedentem.

Quoniã enim ut patet ex p̃missis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellarũ erit in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli infimi ignem continentis. Hoꝝ aũt elementorũ quodlibet mobile est se per motu recto, utpote sursum ꝑpter leuitatem, quæ est in illis, mouetur aũt ꝑ accidens motu circulari unâ cũ motu diurno cœli, ꝑpter formã stellarũ ipsis incidentẽ necesse est diuaricari & distrahi, sicut ipsa forma uidetur aliqualiter locũ mutare ꝑpter motũ corꝑis in q̃ uidetur, nec est diuersitas in isto siue lumen stellarũ per se ipsum diffundatur, siue fiat hoc propter reflexionem luminis solaris à stellis

ſtellis. Semper enim tam lumẽ per diffuſum à corpore luminoſo, ꝙ lumen ab alijs corpo
ribus diffuſum, quãdo per, refractionẽ uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet
locum imaginis in corpore mobili diuerſis motibus, aut uno motu forti neceſſe eſt for-
mam illam debilitatã diuaricatã & diſtinctã uideri propter motũ corporis ſubiecti in q
uidetur, unde in his talis refractio luminis nõ eſt cauſa, & huius ſimile eſt in aqua ueloci-
ter currẽte, à cuius ſuperficie formæ ſtellarũ reflexæ uidẽtur plus ſcintillare ꝙ in ipſo lo-
co ſuæ imaginis refractæ ꝑ aerẽ uideãtur, qͥnia ꝓpter motũ aquæ diſtrahitur forma refle
xa, & mutatur locus imaginis reflexæ, propter qđ & ſtellarũ formæ plus moueri uidẽtur
& ideo apparẽt amplius ſcintillantes. Similiter quoq; formæ ſtellarũ in loco ſuæ imagi-
nis tꝑe uẽtorũ ꝓpter maiorẽ motũ corꝑis medij plus ſcintillant. In planetis uero nõ ſem
per accidit ſcintillatio, quoniã licet plus ſcintillant, & in eis fit idẽ locus imaginis, & ipſorũ
formæ propter refractionẽ debilitẽtur, tamẽ ꝓpter ꝓpinquitatẽ ad nos uidẽtes non acci
dit eis multa debilitas, qa minor fit in eis refractio ꝑ 13. huius, perueniũt ergo formæ ip-
ſorũ fortes ad uiſum, unde & locũ imaginis ſuæ, quamuis corpus ſubiectũ moueatur, pe-
netrẽt immote & ſine omni diuaricatione, niſi forte aliquod corpus groſsius aere uiſibus
& planetarũ formis interponatur, utpote uapor aquaticus groſſus, tunc etenim propter
incertitudinẽ motus illius uaporis, præſertim cũ à uentis agitatur, formæ planetarũ qua
ſi ſcintillantes perueniunt ad uiſum, & ex hac cauſa aliquando & ipſam ſolẽ uidemus ſcin
tillantem in mane cum fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecũdũ ſpirituũ uiſibiliũ reſolutionẽ, pro
pter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliqãdiu aſpectus uidetur ſcintillare & moue
ri forma eius, quoniã recipitur in ſpiritibus motis, qui ꝓpter uictoriã luminis cũ fuerint
in fine ſuæ corruptionis ab actu uiſionis mutati, rarificãtur ſuꝑ ſuæ naturæ cõſiſtentiam,
unde mouetur motu ſibi improportio nato & inſolito, fiuntq; cauſa motus formæ uiſæ,
& tũc uidetur forma rei uiſæ ſcintillare, ſicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis
reflexio luminis ad uiſum, tũc enim ꝓpter improportionẽ illius luminis ad ſpiritus uiſibi
les fit motus illorũ ſpirituũ, & uidentur formæ illorũ corporũ ſcintillantes & motæ, quia
recipiũtur in corpore cõmoto. Sic itaq; ſcintillatio ſemꝑ accidit omnibus ſtellis fixis, qm̃
cauſa illius eſt ꝑpetua, ſcilicet diuaricatio formæ ſuæ in loco imaginis accidens ex motu
ſubiecti corporis. In planetis uero ſcintillatio accidit ut raro, quia cauſa eius eſt eueniẽs
ut raro. In alijs uero corporũ formis, quarũ excellentia corrumpit ſenſum, non eſt pro-
priè ſcintillatio, ſiue illa corruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſsionẽ, uel per reflexio-
nẽ à corporibus politis, qa illa ſcintillatio nõ accidit ſenſui ut eſt ſuæ ꝓpriæ diſpoſitiõis,
ſed ut eſt infimæ ſuæ corruptiõis, etẽm ſi habẽtibus in oculis formam rei motæ, aut etiam
mouẽtibus, omnia moueri uideantur propter motũ ſpirituũ, ſine regimine animæ diſcur
rentiũ non propter hoc differunt formæ rerum omnium ſcintillare, patet ergo propoſitũ.
Et quia ſecundum præmiſſos refractionum modos paſsiões uiſibilium infimorum & ſu-
premorum tranſcurrimus, reſtat ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus ali-
qualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus quàm in medio lumine ſenſibilius fieri eſt impoſsibile.

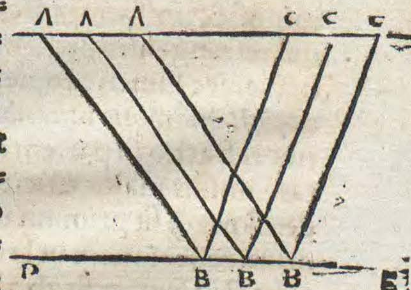
Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partẽ medij, uniformis erit
extenſio radij ſecundum lineam rectam per 1. huius ſecũdi, unde ſi nõ aggregentur radij
in corpore aliquo occurrente ipſis radijs luminis, non erit plus ſenſibile lumen in illo cor
pore ꝙ fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur ſecundũ extenſionẽ ad motũ linea-
rum rectarum, lumine enim inæqualiter lato per unũ corpus, & aliud, niſi fiat aliqua di-
uerſitas ipſius luminis, nõ magis in uno ꝙ in alio corpore ſentietur, alijs circumſtantijs in
uiſu & remotione exiſtẽtibus æqualibus, qđ ſi fiat diuerſitas luminis in radijs reſpectu di
uerſorũ corporũ, ut patet ꝑ 4. huius, tũc in eo corꝑe in q̊ magis radij diſgregantur minus
luminis apparet. Si ergo ĩ aliquo corpore plus luminis apparebit, neceſſe eſt in illo corpo
re radios plus aggregari, patet ergo quod nõ aggregatis radijs corporis luminoſi in cor-

pore non luminoſo plus quàm in medio lumen ſenſibilius fieri in aliquo corpore quàm
ſit in medio unius diafoni impoſsibile eſt. Ex quo patet, quod ſi radij in aliquo corpore
plus aggregentur quàm in medio, quod in illo corpore lumen ſenſibilius ꝙ in medio ap-
parebit, & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminoſi per reflexionem uel refractionem aggregari palam eſt.

Iſtud patet per hoc, quoniam cũ radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpo
re, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, &
radius incidens & reflexus ſunt in eadem ſuperficie, ut patet per 25. quinti huius. In ſu-
perficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur ſic
ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locũ, imò minus unum. Ver-
bi gratia, ſit ut in ſuperficie una reflexionis quæ ſit a b c, incidant duo radij à diuerſis par
tibus diametri corporis luminoſi, ſcilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit re-
flexio, quod ſit b, & ſint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in di-
cta ſuperficie ad utramq; partem, ſcilicet ea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexio
nis, & ſuperficiei corporis à quo fit reflexio, quæ ſit d b e, erit angulus incidentiæ qui eſt
a b d, æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20. quinti huius, ſed & ſecundum angu
lum incidentiæ qui eſt c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b inci-
dens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur
unus. Sic autem eſt de alijs omnibus qui incidunt ſecundum py-
ramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, à quo fit re-
flexio, & baſis in corpore luminoſo, patet ergo quod ad minus
omnes illi radij in ſe duplicãtur, unde cum ipſi ſint infiniti, quoniã
ſolum ſunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides ſunt
tot, quot ſunt puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ip-
ſi per reflexionẽ aggregantur. Sed & per refractionem in medio
ſecũdi diafoni lumen aggregari per experientiam ſenſibiliter ad-
hibitam patere poteſt. Cum enim oſtenſum ſit quod in medio ſe



cundi diafoni denſiori aere à parte oppoſita ſuperficie incidentiæ ſemper fit radiorum ag
gregatio, imò concurſus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod
ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Re-
fractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in ſuperficie à quo fit refra-
ctio in profundum corporis denſioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio
unius diafoni producti, eſſent linea una, angulum refractionis conſtituunt. Suntq; per
46. ſecundi huius, in una ſuperficie quæ dicitur ſuperficies refractionis, eſt ſemper ortho
gonalis ſuper ſuperficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij om-
nes ſic ſibijpſis incidentibus quando ſunt refracti uicinantur & aggregantur ſecundum
diafoni ſecundi diſpoſitionem angulo refractionis ad angulum incidentiæ ſuæ uariato.
In groſsiori enim uel denſiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, un
de ad perpendicularem uehementius refrangitur & in uiciniorem punctum axis cadit,
angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ ſuæ reſpectu eius, ſi ſecundũ idem punctum
radius ſubtilioris diafoni incidiſſet, & ob hoc, qͥniã angulus ex omnibus refractis radijs
cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis in quo
fit refractio, eſt minor in corporibus denſioris diafoni quàm minus denſi, patet quod in
corporibus denſioribus & radij plus aggregantur quàm in minus denſis, per 8. huius, fit
itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum u-
num Mathematicum uel naturalem, ut in 9 libro huius ſcientiæ per ſpecula cõburentia
oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus ſermo fuit. Fit
etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij ſecundum æquales an
gulos incidentes per 8. huius, ſecundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; cõ-
currunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, ſemper aũt in talibus & radij reflexi & refra

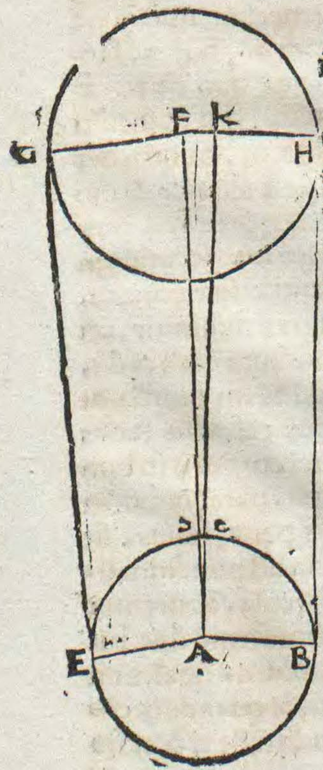
cti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggre-gatis autē per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc uisu existente in loco ag-gregationis lumen generatur, & quandoq; in corporibus diafonis superficiē leuem habē-tibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad per-pendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis forti-ficatur sensibilitas luminis, quando ergo superficies talium corporum sunt leues ut poli-tæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamen superficie fit etiam refle-xio radiorum, licet debiliter, & propter hoc duabus his causis concurrentibus in superfi-cie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quā-uis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis ra-diorum quàm reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparue-rint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris quàm sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel ma-iorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, qm̄ radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper lu-minosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunq; reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumem uel sensibili-tas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̄ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radi-orum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, quoniam omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quē illuminatur à sole possibile est declarari.

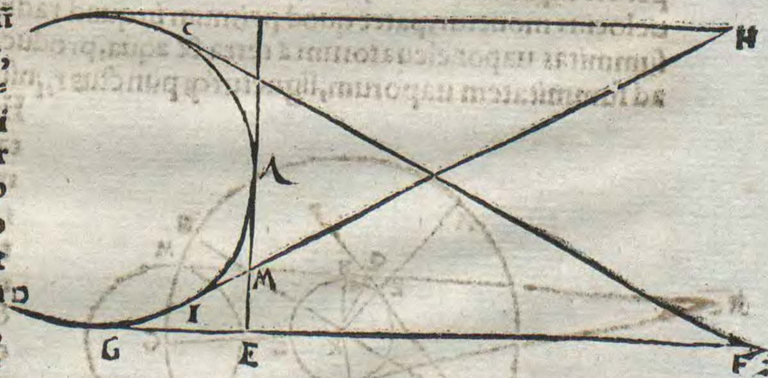
Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos, & nos quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secundi hu-ius, qm̄ sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem me-dietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem ter-ra illuminatur à Sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq; line-æ contingentes utramq; horum circulorum qui sint b h & e g, pro-portio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole, qui est maior hemi-sphærio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̄ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè secundum quod linea a b est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Astronomicam osten-sum est, quod secundum quantitatem qua semidiameter terræ est pars

pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem quā, linea a f est 1210. partes, linea f k est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secūdum quantitatem qua linea a f est 60. partes, linea f k est 14. minuta, & 36. secūda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, qui est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit chorda f k, quasi 13. minuta, & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quòd angulus re-ctus est 90. partes, arcus ergo c d 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c est rectus per 34. primi, angulus e-nim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90 partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærebamus.

LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertin-gere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur cōnsuetis in scientia astrorum ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tan-tum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramida-lis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane, c f e g, cuius uertex sit f, aer itaq; cadens intra hanc pyramidem nō illuminatur à Sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est ex-tra hanc pyramidem, quoniam illū non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illumina-tum hoc quod est extra hanc pyrami-dem, quoniam ut patet per 54 & per 56. huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea con-tingente, & per uisum transeunte, uel si cadent intra superficiem coni-cam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum.



Sit quoq; ut linea e a d contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem py-ramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superfici-em pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subti-litatem materiæ suæ quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usq; ad prin-cipium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclypsium lunarium pa-tet quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyra-mis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersecet lineam e d, quæ est diameter ho-rizontis in pūcto m. In hoc itaq; puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi pri-mo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex den

ſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum , quia ab aere ſimplici non fit reflexio,ut pa-
tet ex præmiſsis huius libri propoſitionibus,& per 1.ſecundi huius,punctum ergo m , eſt
punctum altiſsimum in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium. Deſcriba-
tur quoq; conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora diei cre-
puſculi,qui ſit a b c d,qui per 69.primi huius, ſecabit ſphæram terræ ſecundum circu-
lum,qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k.Sitq; linea à centro terræ ad zenith capitum ducta
quæ ſit a e k,ſitq; linea b k d,perpendicularis ſuper lineam a k,ſemidiametrum circuli al-
titudinis. Eritq; linea b k d,diameter cuiuſdam circuli , cuius ſuperficies per 18. undeci-
mi,erit erecta ſuper ſuperficiem altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hemiſphæria ,
nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis . Sit
itaq; corporis ſolis centrum in puncto c,eritq; per attentionem Aſtronomicam,ſcilicet
inſtrumentalem armillarum,uel Aſtrolabij,uel Tabularum,totalis arcus b c, quo diſtat
centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19.partes,ſecundum quod circulus altitu
dinis eſt 360.& quoniam diameter ſolis eſt quintuplus diametro terræ & eius continens
medietatem , fiat circa centrum c,circulus l m,ſecundum diametrum quintuplam & me
dietatem continentem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ.Erit quoq; ut patet ex præ
miſsis circulis l m,maximus circulorum corporis ſolaris, producaturq; linea c k , à cen-
tro ſolis ad centrum terræ ſecans ſuperficiem terræ in puncto g,& quoniam longior ra-
dius à corpore ſolis exiens,& ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16. ſe-
cundi huius,ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos,ſolis ſcilicet & terræ , qui
ſunt l f n & m h n,ſecundum quas lineas per 27.ſecundi huius,continetur illuminatio ſo
lis & umbra terræ,producatur quoq; linea contingens circulum terræ in puncto e , quæ
ſit p o,ſecetq; linea m h n,lineam p o,in puncto q.Eritq; punctum q , locus luminoſus in
tempore crepuſculi,& quoniam punctus n,qui eſt uertex pyramidis umbræ , quia ſem-
per eſt in nadair ſolis , ſecundum motum ſolis declinat , & partibus ſuæ baſis uicinus
uelocius mouetur,patet quod primum in quod radius ſolis cadit extra pyramidem , eſt
ſummitas uapor eleuatorum à terra & aqua,producatur ergo linea k r q, à centro terræ
ad ſummitatem uaporum,ſigneturq; punctus r, in ſuperficie terræ , & ducatur linea k f.
Eritq; arcus f g h,pars terræ illumina
ta, cuius quantitas , ut patet per præ-
miſſam,eſt 180.partium, 27.minuto-
rum,& 52.ſecundorũ , ſecundũ quod
totus circulus e f g h, eſt 360.ptes,erit
medietas ipſius quæ eſt f g,partes 90.
& 13.minuta,& 56. ſecunda, hæc eſt
ergo quantitas anguli f k g , ſecũdum
quod 4.recti ſunt 360.partes, ſed an-
gulus b k c , ex præmiſsis , & per ulti-
mam ſexti,eſt 19.partes, quoniam eſt
angulus crepuſcularis . Remanet er-
go angulus e k h, 18.partes,46.minuta,4.ſecunda,& quoniam linea q c,eſt æqualis lineæ
q l,per 58.primi huius,quoniã ab uno pũcto ducãtur eundẽ circulũ cõtingentes, erit per
8.primi,angulus q k e,æqualis angulo q k h,erit ergo angulus q k e,9.partes,23 minuta
& 2.ſecũda,& qm̃ angulus k q e eſt rectus per 17.tertij,erit angulus k q e,per 32. primi,
cõplementũ unius recti,hoc eſt 80.partes,36.minuta,& 58.ſecũda, put 4.recti ualet 360
partes,& ſecũdũ q̃d duo recti ualẽt 360.partes . Erit ergo angulus k q e, 161.partes, 13.
minuta,& 56.ſecũda,circũſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k,erit arcus quẽ ſubtẽdit li
nea k e, 161 partes, 13 minuta & 56.ſecũda,chorda ergo eius quæ eſt linea k e, erit 118.
partes,23.minuta,& 20.ſecũda,18.tertia,ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k,erit 120.
partes,& ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k eſt 60.erit chorda k e,59.partes, 11.minu
ta,40.ſecũda,9.tertia,ergo ſecũdũ quãtitatẽ qua linea k e,eſt 60.erit linea k q,60. partes
& 48.minuta, & quinquaginta ſecũda,ablata itaq; à linea k q.paribus ſexaginta, quæ eſt
quantitas lineæ q r,ſemidiameter terræ,remanet linea k q,quæ eſt ſumma uaporum ele-
uatio

uatio 48.minuta, 50.ſecunda,ſecundum illam quantitatem qua diameter terræ eſt 120.
partes,& quoniam ſecundum Coſmographos maximus circulus terræ ſecundum milia
ria eſt notus,ergo ſecundum illum quantitas diametri eſt nota,ergo & linea r q eſt nota
& hoc eſt propoſitum. Eſt autem ſecundum computationem Abbomadi ex miliaribus,
quibus terræ circumferentia eſt 24000, miliaria , linea r q, 51. miliarium, 47.minuta,&
34.ſecunda,& 31.tertium ſunt ferè.Summa ergo ad quod eleuantur uapores ſecundum
ipſorum conſiſtentiam minus q̃ 52.milia paſſuum,ut patere poteſt perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denſo & uapore rorido reflexionem radiorum corporis
luminoſi fieri manifeſtum eſt.

Iſtud in politis corporibus , & ut in ſpeculis & ſimilibus ſenſus comperit , nosq; in
pluribus præmiſsis huius ſcientiæ libris iſtud ſumus cum amplitudine ſtudij perſequuti.
In aqua uero ſoli expoſita patet , quia radius in parte ſoli oppoſita uidetur,& maxime ſi
locus oppoſitus ſit obſcurus ,hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter den
ſiori idem euenit,ut quando inſpiſſatus eſt & conſiſtens quaſi in nubem, tunc enim ab ip-
ſo fit luminis reflexio,ut apparet in crepuſculis ſerotinis & matutinis . Huic etiam atte-
ſtatur quod tempore pluuiali radij ſolis ſæpe in aere diſperguntur,& uix tenuiter ad ter-
ram pertingit propter humiditatem & groſsiciem aeris contrapoſiti ipſi ſoli , hoc eti-
am patet, quoniam in aere modicæ denſitatis in hyeme maxime flante auſtro circa lu-
cernas frequenter uidetur lumen reflectio ſecũdum formam circularem,& maxime uiſi-
bus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum, cum uirtus uiſiua propter
debilitatem organi debilitatur,ſic quod non poteſt denſitatem modicam aeris penetrare,
ſed ad uiſum forma rei uiſæ refrangitur ab aere modicæ denſitatis,ſicut ad uiſus fortes re
frangitur ſolum ab aliquo ſolido peruietatem non habente,unde etiam in uiſu aliquis de
bilitatus,& non acute uidens propter ophtalmiam,uel propter aliud, uidet quandoq; i-
maginem ſuam in aere groſſo ante ſe,ſicut in ſpeculo,ſtantem contra ſe,& ambulantem
cum ipſo quando ipſe ambulat,& reſpicientem ad ipſum,& ſic quidam notus meus poſt
plurium noctium uigilias cum compulſus nocte ſequenti equitaret, formam ſuam , hoc
eſt uirum alium ſecum equitantem uidit,cum tranſiret quandam aquam, circa quã groſ-
ſus fuit aer,& cũ ſtaret ſtetit,& ille alius,& omnia opera ipſius faciebat, cũ autẽ ad aerẽ
ſerenum uenit ille notus meus,tunc ſocius eius diſparuit,quia non fuerat niſi forma ſua.
Et ſic uiſui debili error accidit,nec mirum, quia & quandoq; ſanis uiſibus hoc accidit ab
aere ſpiſſo & longe diſtante, ſicut etiam auxilio ſpeculorum,ut in ultima ſeptimi huius,
oſtendimus,poſſet fieri,quod aliquis imaginem propriam uel aliam nõ in ſpeculo,ſed ex-
tra ſpeculũ uideret in aere in loco imaginis,qui per induſtriam poſſet ad locum certum
uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis , quando incipit uapor aqueus
diſſolui in guttas,quia quælibet ſuarum partium fit quaſi ſpeculum,& ob hoc lumen refle
ctitur ab ipſo,& iſtud apparet in aqua guttatim ſparſa,quoniam ab illa lumen etiam ad
partem oppoſitam reflectitur,& ſic poſt reflexionem coloretur,patet ergo propoſitum.

LXII.

A ſuperficie aquæ & aeris denſi,& uaporis roridi, & ſimilibus refractio-
nem fieri ad perpendicularem patens eſt.

Quod hic declarandum proponitur,patet per 4.huius ſed etiam experimentis cõpro-
batur,& hoc eſt uniuerſale,quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad denſius dia
fonum procedit,tunc enim ſemper in medio ſecundi diafoni fit refractio ad perpendicu-
larem,uerbi gratia,expoſita aqua in uaſe ſoli in fundo uaſis uidebuntur radij aggregati,
luceſcente etiam ſole ſuper aerem denſum uiſui & ſoli interpoſiti,quandoq; lux aggrega
tur,& maior calor peruenit in nobis,quamuis multa pars luminis ſuperius ad nubes ui-
cinas reflectitur , & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum , unde
poſt talem improportionatum tempori calorem & lumen inſolitũ ſæpius pluuia deſcen

 dit

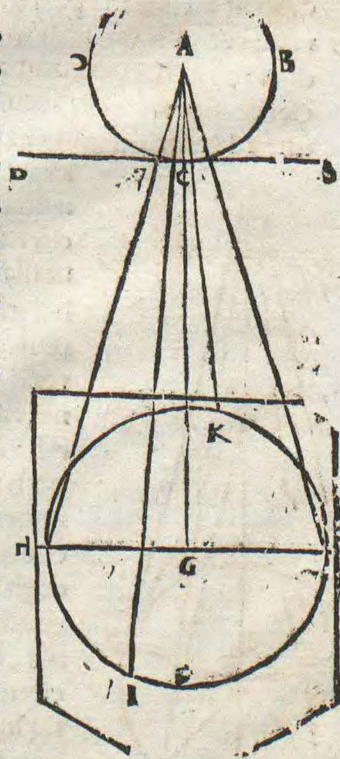
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum reſoluta refractio fit radiorum in ipſo
uapore rorido, & ad nos perueniunt radij ſolis aggregati per refractionem, patet ergo
quod in aqua & in aere denſo & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen eſt in rariori
diafono & incidit illis diafonis denſioribus, diafonum quoq; in quo eſt uiſus non multū
differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio ſenſibilis ad perpendicularem, q̃d
ſi forma uel lumen ſit in denſiori diafono, uel ultra denſius diafonum uideatur, tunc fiet
refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uiſui apparent maiora ſua certa quanti
tati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod ſummitates rerum in mari uiſarum re-
fracte uidentur, eo quod forma ipſarum diſpergitur à perpendiculari in ſecũdo diafono
ſubtiliori ſcilicet in aere, & uidẽtur formæ illorum in concurſu lineæ refractæ cum per-
pendiculari ducta à re uiſa ad ſuperficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uide-
tur poſitus in uaſe ſub aqua in ea diſtantia, in qua uiſus propter altitudinem periferiæ ua
ſis ſine aqua ipſum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam
ſub maiori angulo uidetur. In aere etiam denſo, utpote quando Euri flant, & aer humi-
dus fit, & ingroſſatur, omnium rerum uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & om
nia aſtra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingroſſa-
tum illis uiſibus interpoſitum, uidentur maiora, quàm in medio cœli exiſtentia, ut patet p
52. huius, & hæc eſt cauſa temporalis, alia uero eſt perpetua, quam diximus ibidem, ex
hoc etiam peruenit quod ſi in loco imaginis, uel inter imaginem & uiſum ponatur uitrū
clarū uel criſtallus, ita ut imago reflexa à ſpeculo ad certum locum aeris uideatur per ui-
trum, tunc enim imago maior uidebitur, & ſecundum quod media diafona multiplicata
à denſiori in rarius fuerint, forma ſe uiſibus ita uicinante, quod ultimo ipſa per aerem ui-
deatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmiſsis pluribus theorema-
tibus huius libri. In iſtis enim corporibus medijs omnibus ſic diſpoſitis fit refractio à per
pendiculari ducta à centro rei uiſæ ad ſuperficiem corporis diafoni rem ipſam uel formā
refractam continentis. His ergo modis fit in propoſitis corporibus uel ſimilibus ſibi ad
uiſum refractio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido in-
cipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore
tranſmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim ſperſam aquam eſt groſsior
aere, unde in ipſa facta refractio plus ſentitur, non poteſt autem tunc figura rei uiſæ cu-
ius forma refrangitur diſtincte ad uiſum peruenire propter refractionum multitudinẽ,
ſed peruenit uiſui tantum aliqua forma rei, ſicut patet etiam quod in ſpeculis paruarum
partium uel ſuperficierum refractarum alterius ſuper alteram eleuatarum, & ſi modicæ
præeminentiæ ſint, ita tamen quod ſuperficies ipſorum ſpeculorum non ſint in eadem li-
nea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, ſed apparet recte
color ipſius rei uiſæ, cuius forma reflectitur ab ipſis, per quod maniſeſte patet quod for-
ma corporis luminoſi, quæ ab aqua uel aere groſſo in egre, ſcilicet quo ad figuram & lu
cem & colorem reflectitur ad uiſum à uapore rorido, ſine figura & quantitate certa, ſed
tantum cum ſuo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uiſum lumi-
nis ſolaris uel ſtellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, ſed tantū
formæ luminis reflexi, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Omnis corporis ſphærici luminoſi irradiationem in corpore cuius ſuper
ficies æquediſtat ſuperficiei contingenti corpus radioſum ſphæricum in pun-
cto ubi perpendicularis ducta à centro corporis ſphærici ſuper ſuperficiem
corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis ſphærici, poſsibile eſt fieri ſe
cundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in corpore irradiato, uertex
uero in centro corporis luminoſi, ex quo patet omnem huiuſmodi irradiatio
nem fieri ſecundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radioſum ſphæricum, in quo ſit circulus magnus qui b c d, & eius centrum ſit

ſit punctum a, contingatq; ipſum ſuperficies plana, quæ ſit ſ p, in puncto c, & ſit ſuperfici-
es corporis illuminandi à corpore ſphærico ſuperficies g, quæ ſit ex hypotheſi æquedi-
ſtans ſuperficiei a p, & ſit linea a c g, ducta à centro corporis ſphærici perpendicularis ſu
per ducti corporis ſuperficiem, dico quod irradiationem illius corporis poſsibile eſt fie-
ri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in ſuperficie corporis g, uertex uero
in puncto a, centro corporis luminoſi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in me-
dia ſuperficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipſius ſuperficiem g, breuius extremum linea
a f, ſuper cuius terminum in puncto a, conſtituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo
g a f, quæ ſit g a h, producaturq; linea a h ad ſuperficiem g, & producantur in ſuperficie,
g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q ſunt
ad baſem, ſunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, & anguli g a f &
g a h ſunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale la-
teri a h & f h æquale g h, ſimiliter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus
triangulorum qui ſit g a k, productiſq; lineis a k & g k, erit ſicut in præcedentibus, linea
a k æqualis lineæ a f uel a ij, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto
g, exeant tres lineæ æquales & in eadem ſuperficie, patet ex 9. tertij, lineam f h k ſecundū
quantitatem lineæ g f à puncto g. productam eſſe circularem, quia itaq; irradiatio fit
ſecundum has lineas, ſcilicet a f, a h, a k, & ſecundū alias omnes ducibiles angulos æqua
les cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui ſunt ad punctum a, continen-
tes, ut eſt linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, q̃m fit irradiatio ſecun
dum pyramidem rotundam, fit enim ſecundum figuram quæ deſcribi poſsit per triangu
lum d g f, orthogoniū, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locū un-
de incœperant moueri, & ex præmiſsis patet, quoniam huius irradiatio ſemper fit ſecun-
dum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propoſitum. Si dicatur quod etiam fit irra-
diatio extra hanc pyramidem, hoc eſt uerum, ſed quia natura lucis eſt ſemper æqualiter
diffundi, ut patet per 20. ſecundi huius, tunc fiet ad omnem partem ſuperficiei g, ſecun-
dum pyramidem uel ſecundum partem pyramidis in ipſa receptam parte alia pyramidis
ad ſuperficiem corporis non illuminabilis protenſam, unde ſi
pars illuminata extra ſignatam pyramidem modica fuerit,
non fiet in ea ſenſibilis irradiatio propter radiorum paucitatem,
qui ſi magna fuerit cum ipſa ad æquales angulos, multi radij
conueniant, tunc irradiatio ſenſibilis erit propter multorum ra-
diorum concurſum & æqualitatem angulorum, & ſic eſt poſsi-
bile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri ſecundum
lineam circularem quæ ſit terminus baſis pyramidis uel parti ba
ſis. Eodem autem modo demonſtrandum, ſi ſuperficies g æquedi
ſtet ſuperficiei g p, contingenti corpus luminoſum in b d, pun-
ctis, uel in alijs punctis ſignatis. Vniuerſaliter autem corporum
quæ ſplendorem ſenſibilem à corpore aliquo luminoſo accipi-
unt, oportet quod ſit talis aſpectus ad corpus luminoſum, ut
theorema ſupponit, ſcilicet æquediſtantia ad ſuperficiem pla-
nam contingentem corpus luminoſum in puncto ubi perpendi-
cularis ducta à centro corporis radioſi ad ſuperficiem corpo-
ris illuminandi ſecat ſuperficiem corporis luminoſi, & huius ſi
gnum eſt irradiatio lunæ, quæ nunquam niſi in parte ſoli oppo
ſita illuminatur, & ſemper medietas illius, ea ſcilicet quæ ſolem
reſpicit eſt illuminata neceſſario propter naturam præmiſsi aſpe
ctus, aliam uero partem irradiatio ſolis niſi fortè per refractionẽ
nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes
in centro corporis luminoſi, ad infinitas baſes in corpore irra-
diando una baſe alteri inſcripta applicantur, ideo tata ſuperficies irradiati corporis cor-
pus luminoſum aſpiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniā



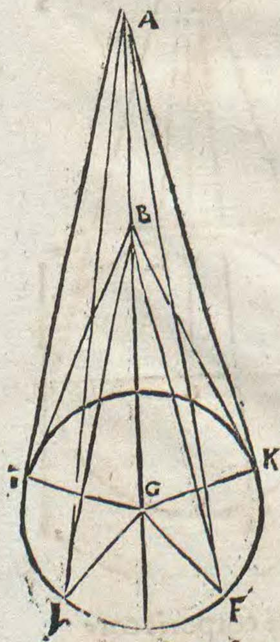
oportet

oportet ut tale corpus ſit denſius medio per quod lumē uenit ad ipſum,oportet enim q̄d
tale corpus habeat aliquid denſitatis,unde ſi lumē nihil haberet reſiſtentiæ tranſiret nec
corpus pertranſitū irradiaret,aut etiam in ipſo nō fieret reflexio uel refractio per 56. hu=
ius,& quoniam per reflexionē radij aggregantur,& ſimiliter per refractionem ex 55. hu=
ius,tunc per 54. huius,radijs non aggregatis plus ſenſibilis non fieret irradiatio ꝙ in me=
dio,nunc autem irradiatio in theoremate ſupponitur,patet ergo quod oportet corpus ir
radiatū eſſe denſius ꝙ ſit corpus propinquū corpori luminoſo, & exemplariter uero hic
declarari poteſt per hoc q̄d in 37. ſecūdi huius,oſtendimus,quia ſi per foramē rotūdū pe=
netret radius ſolis,ſtatim in corpore oppoſito ad baſem applicatur,& in formā pyrami=
dis lumē figuratur. Signū ergo eſt quod in quolibet radio corporis luminoſi idē fiat, qui
cū ſint naturæ homogeneæ,eadem eſt natura in toto & in parte,& ad minus ſi illud nō
ſit neceſſarium ſemper fieri,eſt tamē poſsibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

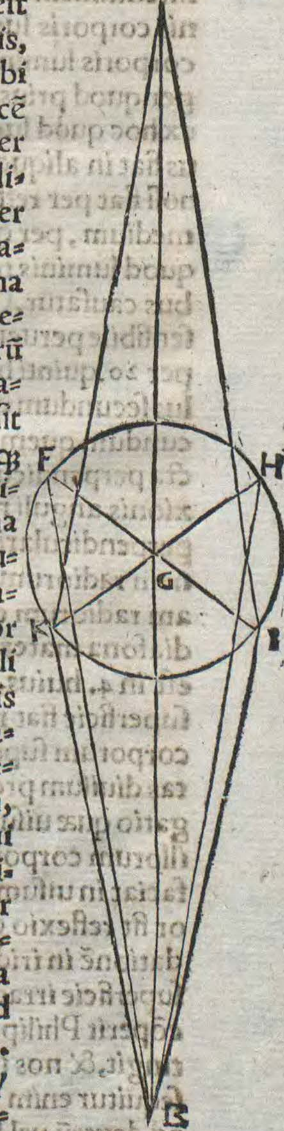
LXIIII.

Si ad idem centrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio,neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecū=dum rotundam pyramidem incidere,ex quo patet tunc centrum corporis ir=radiantis,& centrum uiſus centrumq; circuli baſis pyramidis irradiationis re=fractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quod aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus lumino=
ſum irradians,& ſit illud medium corpus diafonum,ita quod radij refracti in centro ui=
ſus ualeant aggregari,aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis
irradiantis a,ſuperficiesq; corporis irradiati ſit f h i k,perpendicularis ducta à centro cor
poris luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g, & ducantur lineæ a f,a h,a i,a k,& lineæ g
f,g h,g i,g k,& ſit centrum uiſus b, ducāturq; lineæ b f,b h,b z,b k,b g,quoniam itaq; ut
patet ex hypotheſi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, &
per tertiam huius,perpendicularis non refrangitur,ſed tranſit ad angulos rectos ut inci=
debant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto,ut in centro oculi cōcurrunt plures
radij refracti,qui oblique incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi,qua autē ratione aliquis ra
dius refractus peruenit ad centrum uiſus,eadem ratione omnes radij incidentes ſuperfi=
ciei corporis f h i k, ſecundum circulum,cuius centrum eſt punctum g, refracte peruen
unt ad centrum uiſus,ut patet in 46. huius,ſunt enim illi anguli incidentiæ omnes æqua=
les,ut patet per præmiſſam,ergo & anguli refractionis omnes erunt
æquales per 8. huius,in centro ergo unius uiſus nulli radij extremi cō
currunt,niſi qui refranguntur ſecundum angulos æquales,ſic ergo ut
ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos qui ſint b f g &
b h g,& b k g, & b i g erunt ergo illi anguli æquales, ſed & anguli ad
punctū ſub linea b g,& ſub lineis f g, h g,i g, k g,ſunt æquales,q̄a ſunt
recti,ſunt ergo trigona b g k,b g h,b g k, b g i,æquiangula per 32. pri
mi,ergo per 4. ſexti,ipſorum latera ſunt proportionalia, ſed latus b g
eſt æquale ſibijpſi,cum omnibus ſit illis trigonis commune, latera er=
go b f, b h, b k, b i,ſunt æqualia inter ſe,& latera g f,g h,g k,g i ſunt
inter ſe æqualia,ergo per nonam tertij linea h f i k,eſt periferia circuli
cuius centrum eſt punctum g, & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie, ſit
ergo pyramis refracta cuius uertex eſt in puncto b,à centro uiſus, &
eius baſis eſt in illuminata ſuperficie, eſtq; alia pyramis illuminatio=
nis, cuius uertex eſt in puncto a, centro uiſus, & eius baſis eſt etiam
circulus f h i k, patet ergo quod iſtarum duarum pyramidum lineæ g
f,g h,g i,g k,ſunt in eadem ſuperficie ut prius, quoniam ab eiſdem li=
neis in quas radius incidit etiam refrangitur, una eſt ergo ſuperficies
communis terminans iſtas duas pyramides quæ eſt circulus f h i k, &
eſt baſis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ
ſecundum



ſecundum unū punctū qui eſt g,cū linea b a,angulos rectos faciunt,angulus em̄ f g b eſt
æqualis angulo f g a,quoniā uterq; ipſorū eſt rectus,ex eo quod ſuppoſitū eſt angulum
a g f,eſſe rectū,eritq; ſuperficies in qua ſunt lineæ f g,h g,i g,orthogonaliter ſuper ſuper=
ficies omnis refractionis,patet ergo unū propoſitorum. Quod ſi centrū uiſus fuerit inter
corpus irradiatū,& corpus irradians conſtitutū,tunc eadē diſpoſitione manente,niſi ſo=
le puncto b,inter a & g,puncta conſtituto,patet propoſitū,ex eo quod tunc corpus irra=
diatū non uidetur,niſi per reflexionē luminis recepti à corpore luminoſo, & ſemper an=
gulus incidētiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius,quia angulus extrin
ſecus angulo a g f,in triangulo a g f,pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g,
qui fit ad baſem trianguli b f g,pyramidis reflexionis,nec erit poſsibilis uiſio irradiatio=
nis,niſi in puncto axis pyramidis illuminationis,ubi ſecundū æquales angulos reflexi ra=
dij à tota ſuperficie illuminati corporis cōcurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorū py
ramidis reflexionis,qui ſunt ad baſem æquales inter ſe per 20. quinti huius,quoniam an
guli extrinſeci pyramidis irradiationis,qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales
inter ſe,omnes itaq; radij ad uiſum reflexi qui ſunt in eadē ſuperficie per 6. primi,erunt
æquales,& quoniā lineæ f g,h g,i g,k g,ſunt æquales,patet per 9. tertij,lineam f h i k, eſſe
periferiā circuli quod eſt ſecundū propoſitū,& quoniam linea b g, quæ eſt
perpendicularis ſuper illam ſuperficiē,omnibus illis trigonis eſt cōmunis,
& angulus cuiuslibet triangulorū qui ſunt ad baſem æqualis eſt,alterius ſibi
correſpondenti per 106. primi huius,cū lineæ f g,h g,i g,k g, ſunt adinuicē
æquales,ut declaratū eſt prius,& ab ipſis fiet reflexio ad uiſum,quia erit per
radios ad ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandē baſem,ſed di=
uerſæ altitudinis,quoniā punctū b,qui eſt centrū uiſus,poſitus eſt eſſe inter
corpus irradians & corpus irradiatū,& erit illa baſis cōmunis duabus pyra=
midibus,ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogona
lis ſuper omnes ſuperficies reflexionis,patet ergo quod correlarie propone=
batur per 107. primi huius. Viſum eſt etiam quibuſdā ad propoſitam uiſorū
circulationē coadunare circulationē foraminis uneæ,ac ſi ad periferiā fora=
minis ſolū radij incidant,& ſic in ſuperficie uiſus rotundentur, quod & ſi ſit
aliquando poſsibile,nō tamen eſt uniuerſaliter neceſſariū, quia etiā cuicūq;
parti ſuperficiei uiſus radij incidant ſecundū angulos æquales, ſemper acci=
dit neceſſario figuram uideri circularē,per 73. quarti huius. Ex iſtis itaq; ma
nifeſte patet,quia & ſi tota ſuperficies alicuius corporis irregularis uel regu=
laris rectilinea uel circularis ſit irradiata,non tamen uidebitur niſi circula=
ris pars irradiata,quando per reflexionē uel refractionē uidetur,quia opor
tet ad hoc quod uiſus ipſum iudicet irradiatū, radios plures in centro oculi
aggregari: non autē concurrūt niſi illi qui incidentes ad ſuperficiē corporis
irradiati & reflexi ad centrū oculi omnes æquales angulos conſtituunt, ta=
les autē incidunt ſecundum circulū,faciunt enim pyramidē,ut patet ex præ=
miſſa, & reflectūtur uel refranguntur neceſſario ſecundū circulū eundem,
ergo ſuperficies illius corporis ſemper uidebitur circulariter irradiata,nec ui
debit uiſus illam irradiationem,niſi fuerit in puncto concurſus linearū tali=
ter reflexarum conſtitutus,& propter hoc in eadem ſuperficie irradiati cor
poris diuerſis uiſibus diuerſi apparebunt circuli,quia eædem lineæ in diuer=
ſis punctis non concurrunt,ſed in uno tantū,& remotioribus maiores appa
rebunt circuli,ſcilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad
maiores reflectuntur uel refranguntur, & ſunt exteriores in periferia baſis.
Sic ergo pyramis interior,ſcilicet reflexionis uel refractionis inſcribitur py
ramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, cen=
trumq; uiſus propinquius ſuperficiei irradiatæ minorem uidebit circulū ꝙ uiſus remoti=
or,quoniam radij in minori circulo ſecundū angulos minores incidunt,& ſecundū an
gulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel ſecundū minores angulos refran=
guntur per 8. huius,patet autem per 106. primi huius,quia ſecundū quod angulus refra=



ctionis

ctionis uel reflexionis plus minuitur, secundum hoc angulus in uisu contentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis semper est acutus rectilineus diuisibilis, propter hoc angulus ad axem semper fit rectus per 89. primi huius. Ex præmissis q̃qꝫ patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius, quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli basis, & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erūt a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, coniunctæ sunt in linea una, eo quod f g, à termino ipsarum exiens cum ambabus facit angulos rectos, quomodocunqꝫ ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio, patet propositum, quoniam semper centrum corporis irradiantis & centrum oculi, & centrum circuli basis utriusqꝫ pyramidis irradiationis, scilicet & uisionis sunt in eadem linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est possibile uideri irradiationem.

LXV.

Iridē ex reflexiōe & refractiōe radiorū corporis luminosi uideri necesse est.

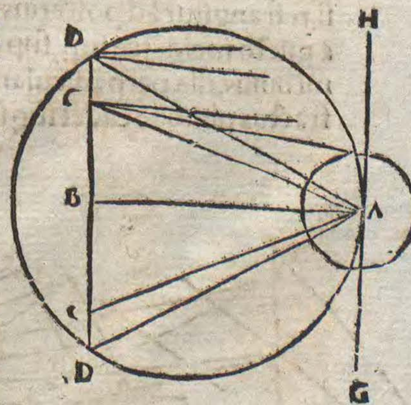
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ intersecans horizontem ad diuersas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi similia uidentur intentionem non principaliter facturi simus. Quoniam uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quod autem non aggregatis radijs corporis luminosi lumen sensibilius posit fieri in corpore non luminoso quàm in medio per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 54. huius impossibile esse, unde patet ex hoc quod lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibilius fiat in aliquo corpore quâm in medio, quia uero aggregatio radiorum corporis luminosi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ fit in corpore densioris diafoni quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 55. huius, patet itaqꝫ generaliter quod luminis maior sensibilitas per reflexionem uel per refractiōem in omnibus uisibilibus causatur. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum ut suppositum est in principio libri huius, ostensum est quoqꝫ per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quod angulus secundum quem forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo secundum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiam patet per 26. quinti huius, ducta perpendiculari à puncto incidentiæ super superficiem corporis politi ad quam reflexionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales, si itaqꝫ forma iridis fiat in uisu, patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminosi ad uisum causari. Quod uero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminosi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, nisi in aliqua diafona materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoqꝫ dictum est in 4. huius, quod in corporibus diafonis densioribus primo diafono, & si ab ipsorum superficie fiat reflexio semper tamen fit refractio ad perpendicularem, & sic lumen taliū corporum superficiebus oblique incidens quasi secundū unā lineā ad duas partes oppositas diuisum protenditur, fit itaqꝫ per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio quæ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile, & sicut nubes alba, & lumen ab illorum corporū superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actum minoris sensibilitatis faciat in uisum, sicut uidemus quod à corporibus albis quæ plus habent luminis sensibilior fit reflexio q̃ à corporibus medio colore coloratis, hoc etiā patet per luminis profundationē in iridis generatione, cū enim ea quæ solū reflexionem luminis habent tantū in superficie irradiētur, Materia iridis sensibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, & ob hoc cōperit Philippus sodalis Platonis, & ut quottidie quoqꝫ circa iridē deambulātibus contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutatur secundū mutationē uidentis, sequitur enim fugientē ab ea, & illū qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis ad dextrū uel sinistrū latus progressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed secundum reflexionē solū uisa fugiunt fugientē & occurrunt accedenti, uidentur enim talia semꝑ in cōcursu lineæ reflexionis ad uisum progrediētis, cū perpendiculari ducta à pūcto rei uisæ suꝑ superficiē corporis à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet per 37. quinti huius

huius, iris ergo non solū uidetur ꝑ reflexionē, sed etiā ꝑ refractionē luminis intra corpus à q̃ reflectitur, quāuis accedenti ad iridē uel ab ipso elongato ab alijs & alijs suꝑficiebus corporū lumini obuiātiū fiat reflexio luminis ad uisum, qm̃ fuga iridis ꝓgrediēti ad eā & sequutio fugiētis ab ea, accedit ꝓpter diuersas reflexiōes, quę fiūt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundū q̃d uisus mutat pūcta, in qbus ab angulis basis unius pyramidis oēs radij in cētro ipsius occuli cōcurrūt, & qa tales bases sunt infinitæ, & puncta in qbus eorū radij reflexi in axe colligūtur sunt infinita, patet etiā quod ꝑ reflexionē multifariā uidētur irides infinitæ secundū infinitatē punctorū in axe pyramidis occurrentis accedēti uel recedēti secūdū lineā eiusdē axi, uel etiā à latere exeūti secundū mutationē axis à centro corporis luminosi per aliū punctū suæ superficiei exeūtis, q̃ per illū quo primus axis exiebat, fit enim uisus ad latera sic mutāti noua pyramis & noua basis, aliudqꝫ est punctū superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpēdicularis ad superficiem materiæ iridis, qui in ipsum cadēte centro oculi fit axis pyramidis utriusqꝫ, uidētur itaqꝫ hoc modo irides infinitæ ad quamcunqꝫ differentiā positiōis quis uidentiū motus fuerit, dū modo cōtra corpus luminosum nō moueatur, quod etiam si uerū sit per reflexionis naturā posse fieri, refractio tamen radiorū corporis luminosi semper augmētat lumē, ut uideri ualeat sensibilius à uisu, patet enim quod refractio radiorū corporis luminosi aggregat lumē, ut fiat magis uisibile, qm̃ propter refractionē radiorū circa eandē partē medij radius duplicatur. Similiterqꝫ ipsorū radiorū reflexio lumē aggregat & ad uisum sensibiliter reducit, iris uero non fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui, ergo ad generationem iridis refractio radiorū corporis luminosi & reflexo eorundē necessario existunt, & hoc est quod in præsenti theoremate perquirere uolebamus.

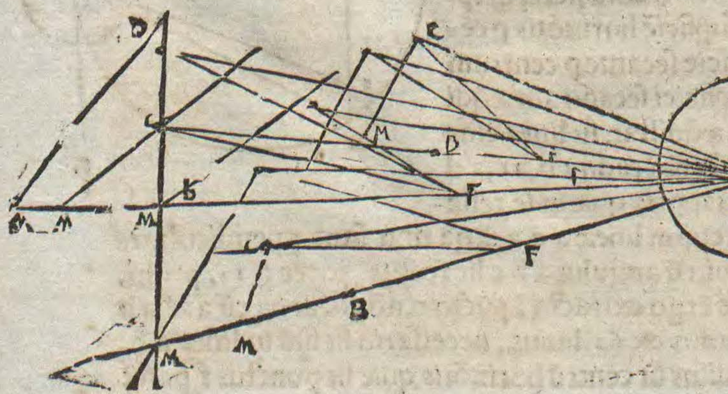
LXVI.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic proponitur patet, qa cū iris nō fiat sine lumine, immo luminis multitudine, lumē aūt nō aggregatur nisi ex reflexiōe aut refractiōe radiorū corporis luminosi, ut patet per 5. qnti huius, hæc aūt nō fiant, nisi tantū fiat obiectio corporis densioris aere puro ꝑ 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipsius generatio sine corpore irradiali, à cuius suꝑficie posit fieri reflexio & refractio luminis incidētis, aliq̃d uero solidorū planorū ibi esse est impossibile, sed neqꝫ aquā, qm̃ hæc curreret subito ad inferiorē locorū sibi possibilē, iris uero aliquo tpe manet, nec tamē posset in aqua cōtinua figura iridis generari, qm̃ lumē integrū reflecteretur à suꝑficie aquæ, ꝓpter cōtinuitatē ipsius aquæ. Iris quæ fit in aqua diffusa ꝑ remos, fit, ꝓpter aquæ dispersionē, qa tūc remone ꝑ manu utitur nauta aquā rorans, & ob hoc cū aqua sic fuerit fusa in ipsa colores iridis apparēt, nō etiā potest esse q̃ sit aer grossus in q̃ iris generatur, qm̃ impresio luminis in aere nō efficeret colores iridis, sed faceret quandā albedinē, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarū principijs & etiā terminis crepusculorū serotinorū & uniuersaliter in similibus qbuscūqꝫ Non etiā potest esse uapor cōtinuus, siue sit eleuatus ad generationē nubis, siue sit in nubē cōdēsatus. Esto eñ q̃d sit possibile à uapore cōtinuo nubē generari, ponatur ergo corpus radiosum, cuius centrū sit a, in circulo horizōtis, secetqꝫ ipsum suꝑficies orthogonaliter erecta suꝑ suꝑficiē horizōtis ꝑ cētrū ipsius corporis, & ducatur in illa suꝑficie secante ꝑ centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaqꝫ suꝑficiei secanti aut æq̃distat uapor cōtinuus irradialis aut nō. Si æq̃distat, sit linea eius suꝑficiei b c d æq̃distans lineæ h g. Incidātqꝫ sibi radij a b, a c, a d & sit linea a b ꝑpendicularis suꝑ suꝑficiē uaporis quæ in se reflectetur per 21. quinti huius, & reflectētur etiam lineæ a c, a d, qa non sunt ꝑpendiculares qm̃ aūt angulus a c b est acutus ꝑ 32. primi, cū angulus a b c sit rectus, patet ꝑ 13. primi, q̃d angulus d c a est obtusus, ꝑpēdicularis ergo extracta à pūcto c, nō cōcurret cū axe a b ergo nec radius reflexus, cū ergo centrū uisus ex 62. huius, necessario sit situ in linea a b, quæ est in superficie horizōtis, & centrū uisus sit centrū horizōtis, quæ sit punctus f, patet quod



quod lumen ſit reflexũ centrũ uiſus nullatenus attinget, niſi forte radius ille reflexus ſu
perficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uiſum, ergo uapore taliter di-
ſpoſito iris nõ uidebitur, q̊d ſi uaporis continui ſuperficies ſuperficiei ſecantis corpus lu-
minoſum nõ æquediſtet, ſed cũ ipſa cõcurrat, ſi illæ ſuperficies ſub hori
zonte cõcurrant, idẽ accidit impoſsibile, & eodẽ modo deducendũ, q
& ſi hoc modo radios aliquos de ſub horizõte ad uiſum reflecti ſit poſ-
ſibile, nõ tamẽ uiſus illorũ paſsionẽ aliquã iudicabit, nõ eñ uidetur ea
quæ ſub horizõte, cũ horizon ſit circulus, q eſt terminator uiſus, & cũ
ſuperficies horizõtis ſit obliqua ſuper ſuperficiẽ uaporis, patet q̊d radi
us à cẽtro corporis luminoſi perpẽdiculariter incidens ſuperficiei uapo
ris cadit ſub horizõte, oẽsq; radij nõ perpẽdiculariter ſuperficiei uapo
ris ultra ſuperficiẽ horizõtis incidentes reflectũtur ad partẽ cõtrariam
cẽtro uiſus in centro horizõtis cõſtituti, nõ ergo uidebitur iris cẽtro ui
ſus & ſuperficiei illius uaporis taliter adinuicẽ diſpoſitis, q̊d ſi non ſub
horizõte, ſed ſuper horizontẽ cõcurrant illæ duæ ſuperficies, una uapo
ris, & alia ſecans luminoſum corpus, tũc iterũ lumen ad uiſum reflecti
nõ eſt poſsibile, ex cauſis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cũ ſit
extrinſecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto p
16. primi. ergo reflexio nunq; fiet ad uiſum qui eſt in centro horizõtis.
Sed etiã dato q̊d in aliqua præmiſſarũ diſpoſitionẽ fiat reflexio ad ui-
ſum, q̊d tamẽ eſt impoſsibile, nõ propter hoc iris uidebitur, qm̃ ꝓpter
cõtinuitatẽ fiet luminis multa in ſuperficie uaporis generatio, & erit lu
men cõtinuũ quo ad uiſum reflexũ ipſum debilitabit, nec in profundũ uaporis ipſum per
mittet inſpicere, & dicit uulgus q̃d tale lumen eſt Sol aqueus, nec habet diſtinctionẽ ali-
quã colorũ, & etiam ſi dictæ ſuperficies ſup horizontẽ cõcurrẽt, tũc iris reflexa uideretur
ad zenith capitis ſenſibilis ſecundũ gibbũ circuli quo uidetur, q̃d totũ ſenſui eſt cõtrariũ,
nec apparet uiſui. In tali ergo uapore non eſt conueniens iridem cauſari. Sed inter ua-
porẽ aqueũ continuũ, & inter aquã depluentẽ à nubibus eſt quoddã mediũ q̃d dicitur ua
por roridus, & fit quãdo frigus cõdenſare incipit uaporẽ aqueũ in formã propriã, ſcilicet
aquæ reducere, tũc enim cõdenſantur raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis diſtantia
quæ rotundari incipiũt, nõ dũ tamẽ propter debilitatẽ agentis reducũtur ad formã pro-
priam quæ ſibi det motũ ad inferius, & tũc illæ uaporis particulæ ſunt quaſi quædã parua
ſpecula in quibus ſolũ apparet color corporis radioſi ſine quantitate & figura ut diximus
in 59. huius. Si ergo ad talia corpuſcula incipientia rotũdari propter æqualẽ ex omni par
te uirtutis cõdenſantis actionẽ quouſq; materiã condenſet, incidat lumẽ corporis lumino
ſi, refrangitur ad poſterius ipſius quilibet radiorũ ſibi incidẽtium ad lineã perpẽdicularẽ
à pũcto incidẽtiæ ſup ſuperficiẽ illius corporis ꝓductam per 4. huius, & qm̃ per 72. pri-
mi huius, illa perpẽdicularis tranſit centrũ illius corporis ſphærici, patet quod radius re-
fractus oblique cadet ſup ſuperficiẽ illius corporis oppoſitã corpori luminoſo, & aggre-
gabitur lumẽ in ꝓfundo totius conſi
ſtẽtis iſtorũ corpuſculorũ propter re-
fractionẽ factam in quolibet ipſorũ
ſicut uidemus in criſtallo rotũdo, qm̃
ultra ſuperficiẽ illius poſteriorũ fit ag
gregatio radiorũ in aere ad punctũ u
num, ut patet p 46. huius. in quolibet
autẽ iſtorũ corpuſculorũ ſiue ipſa ſint
maiora guttis ex ipſis poſtmodũ uia
condenſationis generatis, ut quãdoq;
poſsibile eſt fieri ſiue per modũ aggre
gationis ex pluribus corpuſculis fiat
gutta. In hoc enim quo ad iridis gene
rationem nõ eſt diuerſitas, quoniã in
quolibet



quolibet corpuſculorũ taliũ ſemper incidunt radij infiniti, quoniam etiam reflectuntur à
ſuperficie ipſorũ corpuſculorũ ſecundũ angulos incidentiæ ſuæ, quos faciunt cũ lineis ma
iores circulorũ dictorum corpuſculorũ in puncto ſuæ incidentiæ contingentibus, qui an-
guli diuerſi ſunt, etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuerſi, ut patet per totũ ſe-
xtum librũ huius ſcientiæ, & radij incidentes facientes angulos cũ lineis contingentibus
corpuſcula prædicta cũ lineis ſignatis in ſuperficie corpus luminoſum ſecante concurren
tibus ſuperius horizonte, & interſecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctũ
b, remotus à corpore luminoſo, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidem obtu-
ſi ſunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur, & in pũcto
ubi talium radiorum plurimorum fit concurſus in axe inter corpus luminoſum & uapo-
rem uiſu poſito uidetur lumen, & quoniam iſtorũ corpuſculorũ quædam ſunt in quo ſe-
cundum æquales angulos, ut dictum eſt, radij incidunt à centro corporis luminoſi, tales
autem radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti, cũ enim tota conſiſtentia uaporis
ſit plena talibus corpuſculis, infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi
concurrente, uel etiam æquediſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum ſecundum q̊d
reſpicit uaporis cõſiſtentiam, & in illorũ irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex eſt
in centro corporis luminoſi, baſis uero in conſiſtentia uaporis roridi, & lineæ longitudi-
nis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorum corpuſculorũ, qui cũ ſe-
cundũ ſimiles angulos ſuæ incidentiæ reflectuntur ad uiſum aliam faciunt pyramidẽ, cu
ius uertex eſt in centro uiſus, baſis uero eadem cũ baſe pyramidis prioris, & eſt circulus
ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 62. huius, uidetur autẽ illud lumen reflexũ continuũ pro
pter uicinitatẽ partiũ uaporis, & eorũ diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu, qui protenſus ab il-
lis fallitur propter ſui debilitatem, & ob hoc uiſus aggregatum ab omnibus illis corpu-
ſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudi
cat tanquam unum, patet itaq; ex præmiſsis, quod licet tota conſiſtentia uaporis ſit radi
oſa, & forte tota irradiata ſuperficies ſit multilatera, tamen ſemper uidetur circularis, cu-
ius ratio eſt, quia non uidetur niſi quod de ipſo ſecundũ æquales agulos ad unum punctũ
axis pyramidis radialis eſt reflexum, quando uero anguli ad baſem ſunt æquales, latera
æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6. primi, ergo per 56. primi huius, centrum
uiſus eſt polus, & ſuperficies ad quam illæ æquales lineæ terminantur eſt circulus, & ita
uidetur iris circularis. Poteſt etiam exempli cauſa idem aliter declarari, ut ſi ductis tri-
bus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali conſi
ſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentem, illæ enim erũt
in eadem ſuperficie ex 5. undecimi, eruntq; æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in pũcto
concurſus earum in axe, eſt centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad
æquales angulos reflectuntur, non uidetur totus circulus radioſus, quamuis in tota nubis
conſiſtentia ubiq; lumen exiſtat, radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur q; ſint
anguli radiorum ad uiſum reflexorum ultra punctum uiſus ad aliũ locum axis reflectun
tur, radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uiſum perueniunt reflectuntur, ad lo-
cum alium axis intra centrum uiſus concurrunt, & ſic neutri uidentur, niſi forte ab alijs ui
ſibus in locis ſuorum concurſuum exiſtentiũ, & propter hoc accidit moto homine in an-
te uel retro, aliam & aliã iridem uideri, qm̃ ſemper uiſus ꝓgredientis uel recedentis inci
dit in pũcta aggregationis diuerſorũ radiorũ, ſicut etiã accidit in hominibus diuerſis ma
gis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationem diſpoſitionis,
ſub eodẽ tamẽ exiſtẽtibus circulo meridiano, uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝓpter
has cauſas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij inciden-
tes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ in eodem puncto concurrunt ad uiſum, unde ui-
ſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & ſignum huius eſt, q̃d accidit in ſuper
ficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ, uel ſtellarũ nõ tamẽ
uidetur niſi in puncto uel loco uno, à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum, & muta-
to uidente ulterius alia iterum forma corporis luminoſi uidetur à loco alio, à quo eſt ad
uiſum poſsibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo diſtincto in cu-
lo nouo uel ferreo polito, uel alio, quia ſemper re immobili exiſtẽte mutatur form- uua;

uiſu mutato ſecundũ motũ quo poſsibile eſt ad oculũ reflecti, & in puncto alio nõ uide-
tur, aliud etiã ſignũ huius eſt, quia ſcilicet ſi aliquo exiſtẽte radio ſolis per aliũ qui eſt ex-
tra radiũ tranſuerſaliter ſpergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiũ, ui-
ſus eius qui eſt in radio forte nõ uidebit niſi colorẽ albũ, cũ tamẽ ſpargẽs cui opponitur
uapor directus uideat lumen & colores iridis, ſed cõfuſos, niſi diſpoſitio corpuſculorũ ra
diorum ſic diſponatur, ut poſsit fieri certa reflexio ad uiſum in medio radiȷ̃ exiſtentẽ. Pa
tet itaqꝫ ex præmiſsis, qm̃ iris in uapore rorido generatur. Signũ aũt illius eſt, quia modi-
cũ ſtat iris, eo qđ uapor talis cũ ſit ex materia graui, iam ad formã grauis accedente ſta-
re nõ poteſt ſup ſuperficiẽ horizõtis, niſi moueatur ad centrũ grauiũ, quod eſt centrũ mũ
di ſecundũ quod ei eſt poſsibile, & ob hoc etiam poſt apparitionẽ iridis quando operatio
ne agentis cõdenſatur materia, & reducitur ad formã potentẽ mouere, ſicut pluuia, & ex
corpuſculorũ quolibet in uapore prius ſeparatorũ fit per condenſationẽ materiæ gutta
aquea deſcendẽs. Signũ etiam eius eſt quod dictũ eſt prius, qm̃ aqua uaporoſe ſperſa ore
manu uel remo, ut apud nautas, in radio ſolari apparet iris, & iridis colores, & diuerſi aſpi
cientes uident illud, quia radiȷ̃ incidentes guttulis diuerſimode reflectũtur, patet ergo pro
poſitum, quod eſt iridem in uapore rorido generari. Si autẽ dicatur, quia partes corpu-
ſculorum in materia iridis non ſunt omnes omnino ſphærice, non eſt uim faciens inſtan
tia, quia idem accidit omnino in non ſphæricis, quod nunc dictũ eſt de ſphæricis, nunqꝫ
enim fiet iris niſi multi congregati radiȷ̃ ad uiſum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor eſt omnis iris.

Dubitatũ propter ſui difficultatẽ ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim
Mathematicorũ patuit figura & quantitas iridis, & ſunt hæc ab ipſis naturalis philoſophi
æ inquiſitoribus ſuppoſita, color tamẽ quẽ uidimus nondũ cõuenienter ab aliquo eſt per
tractatus, niſi per diſtinctionẽ materiæ iridis ſecundũ aduſti, indigeſti & opaci naturam,
quod ſi hoc motũ & poſsibilitatẽ rerum naturaliũ ſeruet & ſeruare ualeat intellectũ eorũ
qui ſcripſerunt talia duximus relinquendũ. Colores aũt iridis ſecundũ uerum, quod ſe no
bis poſt multos cogitatus & experientias obtulit, ſic poſſunt declarari, quia enim totus
uapor roridus, qui eſt materia iridis in ſuperficie & profundo eſt irradiatus, & ipſius eſt
multa profunditas, patet quia ipſe in aſpectũ uiſui ad ſolem ſerenius & immixtius habet lu
men mixtũ, tamẽ cũ colore uaporis qui niger eſt, ut in aquoſis uaporibus euidẽs eſt, ſunt
enim omnes nigri, natura aũt lucis eſt immiſcere ſe coloribus rerum ad quas reflectitur.
Eſt enim in principio ſecũdi huius ſuppoſitũ, lucẽ res coloratas tranſeuntẽ illarũ colori-
bus colorari, hoc em̃ patet ſenſui, unde etiã lumen reflexũ ſecũ defert colorẽ rei à qua re-
flectitur ad uiſum, ſicut patet in radio tranſeunte per uitrũ coloratũ, cũ itaqꝫ lumẽ de na
tura ſua fulgidũ ſit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo, ne
ceſſe eſt ipſum per 15. quarti huius, uiſui colorẽ præſentare puniceũ, & iridẽ in parte illa
ſecundũ uiſum colorẽ habere puniceũ propter fortitudinẽ uiſus & plurimã ad ipſum in
loco uicino reflexionẽ fortiorũ radiorũ propter uicinitatẽ corporis luminoſi à quo fit im
preſsio lucis reflexæ ſecũdũ lineã breuiorẽ, & quoniam
tota nubes eſt luminoſa, & lumẽ ſemper ſecundũ æqua
les angulos reflexũ à diuerſis ſuperficiebus in profundo
nubis æquediſtantibus baſi pyramidis primo illumina
tionis ad eundẽ reflectitur uiſum per ſuperficiẽ prioris
pyramidis uiciniorisuiſui, quoniã ut patet per 68. pri-
mi huius, circuli æquediſtantes in eadẽ axe ſuos habẽt
polos, & idẽ punctus eſt polus diuerſorũ circulorũ pa-
tet, quia etiam lumen quod eſt in profundo nubis uide
tur, quoniã uero illud lumẽ, eſt lumẽ refractum debile
multo colori nubis qui niger eſt admixtũ, & qm̃ uide-
tur qer pyramidẽ uiſualẽ inſcriptam ab eodẽ uertice, ut



pote à centro oculi ipſi primæ pyramidi uiſuali ſecũdũ quã uiciniores radiȷ̃, qui punicei
apparent

apparent ad uiſum reflectuntur, quæ ad minorem baſem inſcribitur, patet per 106. pri-
mi huius, quoniam anguli qui ad baſem inſcriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt anguli
qui fiunt ad baſem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radiȷ̃s ſub maiori angulo
ad uiſum reflectitur, unde radiȷ̃ minus lumini uniti ſunt, & debilius uiſui offeruntur, an-
guli etiam quos in centro uiſus faciunt, ſunt minores, ut pater per eandem 106. primi hu
ius, quoniam anguli qui fiunt per radios primæ pyramidis in centro uiſus, ſub minori er-
go angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in ſuperficie, quod autem ſub minori
angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigeſimam quarti huius, hoc autẽ patet expe-
rimentanti in lumine ſtellæ uel candelæ, quòd enim prius uiſum eſt aperto oculo fulgi-
dum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigreſcere. Item quoniam à re
motiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim ſiue protenſio uiſibilis à
uiſu eſt cauſa debilitatis uiſus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remoti-
or à corpore luminoſo groſsior eſt & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lu
mini incorporatum plus denigrat, & magis ipſum uiſui obfuſcatum præſentat, & hoc
quidem in coloribus iridis aliquam cauſalitatem habent, totalis uero cauſa omnibus hu-
ius coloribus uniuerſalis immixto umbrarũ ipſi fulgori luminis, quoniã em̃ ut patet per
præmiſſam, uapor roridus eſt materia iridis, à cuius corpuſculis fit reflexio luminis ad ui
ſum per undecimam ſecũdi huius, omnia corpora dẽſa in parte luminoſo corpori aduer
ſam umbram proiȷ̃ciunt, patet quod radiȷ̃ reflexi à remotiorum corpuſculorum ſuperfi-
ciebus, umbrarum anteriorum corpuſculorum nigredini ſe immiſcent, & ſic permixti
colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uiſum, & ſecundum quod plus uel minus
umbrarum nigredine permiſcentur, ſecundum hoc diuerſificant actum ſuæ luminoſita-
tis, in uarios colores, & huius rei ſignum eſt in coloribus ſimilibus iridi, qui obducto ui-
ſu ipſa manu uel alio umbroſo, de ſub manu in feneſtrarum periferȷ̃s uidentur. Siguum
quoqꝫ huius eſt magnitudo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in
maribus aquarum limpidarum, in quas lumen ſe profundat, cum ex turbulentis aquis
marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipſis maribus non nigredo ſed uiridi-
tas accedit, & obductis palpebris uiſui reſpectu luminis ex umbris pilorum ipſarum pal
pebrarum colores iridis uidẽtur. Singula quoqꝫ particularia in quibus colores iridis ap
parent, ad hanc umbrarum cauſam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in
collis anatum & pauonum, quæ ſecundum diuerſam diſpoſitionem diuerſimode coloran
tur, criſpitudo enim ſuarum pennarum alias hinc & inde proiȷ̃cit umbras, quæ permi-
xte lumini diuerſos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias præ-
miſſorum cauſas noſtro potuimus indagare ingenio, exiſtentibus enim tantum 22. uiſi-
bilibus, nullum aliorum uiſibilium præter umbram, & lumen horum colorum apparen
tium uiſui uidetur eſſe cauſa, unde & hunc colorum iridis æſtimauimus proximam eſſe
cauſam, nullum tamen uidimus quem intellectus ſuus in hoc modicum intelligibile dire
xerit. Sed huius rei facilis omnes aliȷ̃ difficiles uiſi ſunt dare cauſas. Nos tamen hac cau-
ſa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmiſimus ponentes, ut quædã
adminiculãtia huic cauſæ. Iſtis itaqꝫ præmiſsis cauſis uel omnibus, uel pluribus, uel aliqd
ſenſibiliter concurrentibus interſectione pyramidum reflexionis baſium æquediſtantiũ
tunc deficit iudiciũ uiſus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusqꝫ refractũ, ſub
maiori quoqꝫ angulo reflexũ & ſub angulo maiori uiſum, & in minori diſtãtia à ſeipſo
poſitũ, & in materia groſsiori radiatũ, & umbris pluribus pmixtũ uiſus iudicat magis ab
albo recedere qꝫ puniceũ, uideturqꝫ illud lumen reflexũ ſibi iride ſeu praſsium, & ſecundũ
colorem praſsium plurimũ pyramidũ facta reflexiõe cũ dictæ ſenſibiliter à prius entibus
conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uiſui color Alurgus
ſiue laſurus, qui uaporis magnitudine umbriſqꝫ pluribus magis permixtus eſt qꝫ praſ-
ſius, & demum cum ſecũdum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uiſis circũ
ferentis baſiũ ſenſibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumẽ amplius ad
uiſum ſit diſpoſitũ nõ reflectitur, fit nigrũ, quod amplius permixtũ lumen non uidetur.

Signum

Signum uero prædictarũ est,quia cũ aliquis postq̃ solem uel aliqđ corpus fulgidũ aspe
xerit,claudit oculos subito & fortiter,primo quiden obducto oculo pelle,quod prius ui-
dit fulgidũ,uidebit puniceũ,deinde prasiũ,deinde purpureũ,post in nigrũ colorẽ forma
lucis decidens exterminatur,& sic facto motu in uisu de albo ipso paulatim exterminato
semper in proquius nigro fit resolutio.Patet itaq; ex præmissis,q̃m iris fit tricolor, quo-
rum colorũ supremus est puniceus,& color uiridis sub puniceo cõtinetur,q̃m color circũ
ferentiarũ basium uiridiũ sub colore basiũ circumferentiarũ puniceaũ fertur ad uisum,&
similiter color alurgus sub uiridi continetur eadẽ ratione,& sic uidetur unus arcus colo-
ratus sub alio arcu cõtinuo colorato.Color uero xantus qui inter colorẽ uiridem & colo
rem puniceũ uidetur,in iride nõ est color distinctus ab alijs,sed ex cõmixtione uiridis &
rubei uisibus occurrit.Puniceus enim color iuxta prasinũ uisus albus uidetur, qa & pur
pureus color iuxta nigrũ albus uidetur,uiride ẽm per mixtũ est albo,& ob hoc color xan
ticus,quia propinquior est nigro q̃ puniceus,inter puniceũ & uiridẽ uidetur , unde etiã
facta iride in nube nigerrima,color superior nõ est puniceus,sed xanticus uidetur , pro-
pter multã nigredinis uaporis cũ lumine pmixtionẽ,& resoluta nube q̃d prius uidebatur
puniceũ,demũ albũ uidetur,prasiũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ,& alurgũ ad
uiridẽ,& iam uidit quidã uir experiẽtiæ iridẽ totam albã,q̃d accidit propter materiæ ra-
ritatẽ,& luminis claritatẽ,& uisus optimã dispositionẽ in se , & in distantia pportionata
ad rẽ uisam,uel forte ,ppter uaporis plurimã grossiciẽ & densitatẽ,in quo non potuit lu-
men penetrare in profundũ,sed fiebat à supficie uaporis reflexio,& ,ppter hoc lumẽ non
recepat colorẽ à colore corpis sibi cõmixto,nec miscebatur nigredini umbrarũ,unde refle
xio faciẽs iridẽ in forma luminis reflectebatur sine admixtiõe nigredinis & umbrarũ. Si
gnũ uero diuersæ apparitionis colorũ est q̃d uidet in texturis purpurarũ,in q̃bus colores
iuxta alios positi plurimã faciũt differentiã & mixtionẽ in uisu,nõ ẽm idẽ uidetur purpu
reũ iuxta positũ albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc ,ppter claritatẽ aliqualem
quã color accipit à uicino sibi colore aliquæ fantasiæ colorũ in uisibus oriũtur . Sicut etiã
accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus ,ppter admixtionem impuri luminis,&
accidit eos peccare,& alius colores pro alijs accipere,colorũ alietate ex immixtiõe ipsius
luminis generata,& sic nõ inconueniẽter dici possit,q̃d medij colores iridis,à medijs py-
ramidibus secundũ dictas circũstantias & diuersarũ umbrarũ permixtionem cũ lumine
generẽtur.Numerũ aũt colorũ iridis secũdũ antiq̃s in ternario decreuimus,extendũt ẽm
in tantum colorum nomina,aut color medius illius extrem coloris non habeat cum quo
niger participat in natura,& sic iridẽ tantũ tricolorẽ esse necessario cõprobatur,nec pos
sunt pictores tales colores plenarie simulare. De coloribus q̃ apparẽt in iride generata
ex uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manu uel remo,tota causa dicta est cũ ẽm
lumẽ ad talia corpuscula incidit,& ab eis reflectitur ad uisum in radio positũ,uel in fene-
stra per q̃ incidit radius uerso occipite directe ad cẽtrũ solis,tũc lumẽ ,ppinquius reflexũ
tanti est luminis,qđ remotius reflexũ lumẽ ,ppter admixtionẽ umbrarũ superiorũ corpu
sculorũ ,ppinquiorũ uisibus & corpori luminoso magis & magis obtenebratur secũdum
modos prius dictos,uidebiturq; sic cõstituto uisu iris ex causis prius dictis rotũdata, tali-
ter aũt uisu disposito ad radiũ uidebũtur ,ppter inordinatã reflexionẽ ad uisum colores i-
ridis inordinati,q̃m illa reflexio cũ nõ fiat secundũ angulos æquales ad figuram iridis ro
tundam nõ ptingit,& secundũ qđ lumẽ corpuscula rorida cõtingit,sic secundũ aliquam
reflexionẽ perceptam lumẽ colores uarios uisui inducit,sed quanto remotiores sunt radij
à principio sub aggregatiõis in fenestra,tanto colores magis efficiũt opacos ,ppter plu-
rimam umbrarũ immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis cir-
ca horam uespertinã,uel modicũ ante circa, Viterbiũ in quodam præcipitio apud balne-
ũm,quod dicitur Scopuli,aquam uehementer præcipitari,descendentesq; ad uidendum
quid in ipso posset accidere soli sibi opposito,uidimus iridem perpetuam sole circa aspe-
ctum illi debitum existente , & multas ex proprietatibus iridis notauimus,unde quia ea
quæ prius scripta de iride fuerant,nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo
quod inuolute scripserat Aristotelis,illud nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti
negocio studium applicaremus,patet itaq; propositum.

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis Solis uel Lunæ uel stellarum primæ
magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impresio,quæ græcè dicitur halo,& Arabicè Alileti,Latine dicitur corona, fit aũ-
tem hæc impresio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistẽtia uaporis. Cum
enim ut patet per 54.huius,non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non lumi
noso plus q̃ in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile,patet quod ad generationem
halo necessarium est aliquẽ uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo
aliquis uapor humidus communis interponitur uisibus,& corpori luminoso non poten-
te illum uaporem cito dissoluere uel disgregare,tunc fit ad uisum refractio luminis secun
dum circulum per 62.huius,lumen enim secundum æquales angulos illi uapori per ignẽ
& aerem incidens secundum æquales angulos refrangitur ad uisum per 8.huius, uidetur
itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum, quo-
niam propter refractionem luminis,ut patet per 14.huius,aggregantur radij in profun-
do uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos,tunc lumen uisui quasi du-
plicatur,& peruenit uehementius ad uisum,& si forte uapor ille sit roridus distinctus per
corpuscula,tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen,& quoniam idem radius in-
cidens superficiei uaporis,in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto
suæ incidentiæ super superficiem corporis,à quo refrangitur productam,& secundum ex
tensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11.secundi huius,& quoniam radius
incidens & refractus non sunt linea una,sed angulum continent, Ideo patet quia radius
refractus refrangit umbram proiectam à corpore cui incidebat, quæ tamen est modica,
quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condensato , ueruntamen quia
retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & ui-
sum,qui fit à perpendiculari per 4.huius,patet quod lumen refractum perueniens ad cen-
trum uisus non est umbrarum nigredine permixtum,sed liberum ab illis, & propter hoc
semper uidetur album uel forte modico,& indistincto colore aliqualiter rubeo secundum
se totum coloratum,iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas pe-
netrantium,ideo illi radij sub actu coloris perueniunt ad uisum,fitq; distinctio colorum
secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractio
ne luminis quandoq; solaris,sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam
illius luminis,uaporem quæ est materia coronæ subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit
hoc ex lumine lunæ uel stellarum primæ magnitudinis, quorum lumen illam consisten-
tiam uaporum dissoluere non potest,à minoribus uero stellis non accidit halo propter
sui luminis debilitatem,quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq;
luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso,ut plurimum flan-
te Euro,& tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium superi
orum super infimas accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine
præsentari, patet itaq; propositum.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est pos
sibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purè Mathematicis sibi ad inui-
cem inscriptis,idem patet per 62.huius,de pyramidibus reflexis iridem causantibus,quæ
naturam Mathematicorum pyramidum consequentur,semper enim oportet ut centrũ
uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis,ad hoc ut illa impresio uidea
tur,quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impresiones colores iridis simulantes
quandoq; per modos alios uideri ualeant,ut inferius patebit. Quod autem iris meridia-
na à uisibus septentrionalibus uideri non ualeat,satis patet ex alijs,quæ diximus in ge-
neratione colorum iridis,qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admi-
xtionẽ per se causantur, potest etiam occasionaliter id patere per hoc quod materia iri-

dis in approximatione corporis luminoſi de facili reſoluitur in aquam, uel ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficiei non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamē tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſsibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali cōcurrēt, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparere, fortè accidit quod materia in qua plus meridionalis à uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor roridus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis ſuper horizontem quaſi in ſuperiori hemiſphærio concurrant, aliter enim uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo pūcto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, nō eſt poſsibile fieri, niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtro habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia nō interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum mundi diametri

ſenſibiliter extenduntur, ſolis utpote, quia eſt corpus maximum quantitate omnium luminoſorum corporum & puriſsimæ ſubſtantiæ, lunæ uero, quia ipſa terræ eſt uicinior, unde eius radij uiſui ſenſibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis ſenſibilitate excuſat uiſum paruitas ipſorum corporum reſpectu ſolis, & magna à nobis diſtantia reſpectu lunæ. A ſole autem iridem fieri cgnitum eſt ſenſui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri eſt poſsibile, & hoc eſt ſæpe uiſum maxime apud plus ſeptentrionales, quibus ſæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obſeruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideretur ſecundum quod ſe offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert ſe totiens materia, & ſi agens ſemper ſit diſpoſitum ad diffuſionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Ariſtoteles non conſiderauit fieri iridem lunæ in loco ſuæ habitationis niſi bis in 50. annis, fiunt autē irides lunæ plures in crepuſculis luna plena uel gibberoſa magna exiſtente poſita circa orientem ſuper horizonta ſic, ne radij ſolis uideantur, fiunt etiam in nocte, ſemper tamen in oppoſito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris ſolis, ſimiliter & colorum diſtinctiones, qui tamē ſunt albiores coloribus iridis ſolis, cuius cauſa eſt, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, ſcilicet noctis & nubis, album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum eſt debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & ſimiliter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uidetur, & ſic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris ſolis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non ſunt tam nigræ ut umbræ ſolis, & huius cauſæ ſunt diuerſæ, ut dictum eſt, lumen enim lunę eſt pallidius lumine ſolis, unde colores ex commixtione ſui informati inficiuntur, nec accedunt ad ſummum formæ ſibi propriæ, ſicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per ſenſum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs ſolis & lunæ tantum, non autem ex aliarum ſtellarum radijs quarumcunq;, quod eſt propoſitum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus ſitu colorum differentibus poſsibile eſt uideri.

Verbi gratia, cum non ſint plures niſi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non eſt poſsibile diuerſificari colores iridis in ſitu, niſi ſecundum extremorum colorum, ſcilicet punicei & alurgi localem tranſpoſitionem, quia ſemper medius manet in cauſalitate media inter iſtos, & ob hoc patet quòd plures quàm duæ irides ſitu colorum differentes fieri non poſſunt, quia color medius non poteſt habere cauſam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis ſint tranſpoſiti in ſitu. Quod autem quādoq; plures irides eiuſdem ſitus in coloribus uidentur una ſub alia, ut primo rubeum, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeū, & idem uiride, & demum alurgum, hoc accidit propter diuerſitatem materiæ, in diuerſis ſuperficiebus, quarum una eſt ante aliam, & quos accidit ſub uno angulo uideri, unde uidentur quaſi ſint habitæ uel contiguæ, quod ſi in angulo ſit diuerſitas, ut quia exiens à uiſu, tranſiens per gibbum iridis unius ſcilicet inferioris, nō tranſit per gibbum ſuperioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum ſuperioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, ſcilicet alba, quoniā ab illa parte nubis propinquioris uel remotioris ipſi uiſui quàm uidetur reflexionis ad uiſum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uiſum, quod non accideret quando ſub eodem an



gulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquedistantes in uisu ipsorum periferi æ, & posibile est licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliā uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scili cet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuicunq; sua in eodem tempore uisui occurrit. Imposibile autem est quod hic fiat in eandem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia prędicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusq; utriusq; iridis color est prasinus. Interiorq; color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; causa aliqua esse posset si illi colores omnes in una nubis superficie uiderētur, quia tunc colores exterioris iridis per magnā distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendū ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumq; basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuq; suo similem circulum describit, circulo motus solis scilicet ei paralello quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, palam quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta intersecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuculi ut per centrum uisus, qui est polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterū illius circuli non transit, quælibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur



tur, & si ab ipsa reflecti accidat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum, qui à partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimā & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prasinos, supremæ uero Alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris contrapositi quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio improportionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscentur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat ad scribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur athomi totum solis radium implere, & est talis uapor à parte posteriori à sole grosior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia horizontis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistens, adhuc radij exteriores ad uisum reflexum, sunt longiores respectu eorum, qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunq; posito exterioris iridis colores respectu colorum iridis interioris posibe est contrapositos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari, & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmisimus utimur pro principio ad propositum declarandum disponente, & si ipsum non sit circa causam, manifestum est enim quod illi radij cū sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producatur, & huius signum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium qui ad uisum in aliquo uno loco dispositū reflecti possunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus superior radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij præter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniā cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut à superficie improportionata adhuc uisui non est cōueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutisimos radij incidunt ipsi nubi, alij uero radij posteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidūt quo ad uisum, cū sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiē ua

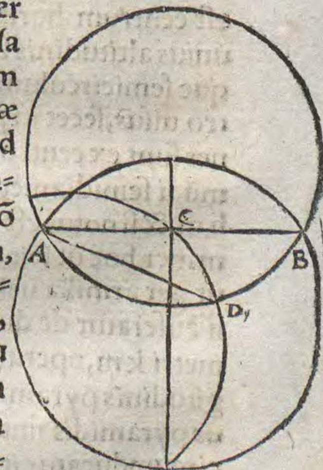
poris in qua eſt inferior ſuperioris iridis periferia punicea reuertuntur,& ibi aggregati
cum radijs illi parti uaporis incidentibus à ſole illam partem ſuperficiei ex aggregatione
maioris luminis uiſibilem faciunt,radijs ad uiſum reflexis,qui prius propter luminis de=
bilitatem ſenſibiliter nō poterant reflecti,& quoniam radij ab inferiori parte ſurſum ad
alias partes uaporis roridi reflexi,ſiue uapor ad quem fit reflexio in eadem ſuperficie cū
prima iride ſiue in alia ſuperficie ſit conſiſtens cū radijs ab eadem periferia ad uiſum refle
xis in generatione primæ iridis,ut declaratum eſt in 64.huius,angulos conſtituunt,fiunt
trianguli,quorum anguli ſunt in centro uiſus,baſes uero ſunt lineæ interiacentes punice
am periferiam inferioris iridis,& puniceam ſuperioris,& quod ab illis baſibus nulla fit ui
ſui ſenſibilis reflexio,tota ipſarum ſuperficies uidetur alba,niſi reflexo ab ipſa aliquo lu=
mine ad uiſum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē
ſupremam.& quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis cauſantium ſunt
maiores,ut ſupra patuit per 106.primi huius,ideo per 20.quinti huius,& anguli refracti
onum ſunt maiores,altius ergo in uaporem ſuperiorem illi radij pertingunt , procrean=
tes ſibi ſimiles colores,quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum cor=
puſculorum colorem participant,qui ad corpus oppoſitū mixtum cum lumine tranſmu
tatur per 2.quinti huius,& ſicut oſtenſum eſt per 55.quinti huius,quoniam propter refle
xionem dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,ſic etiam accidit in ipſa reflexione co
loris iſtarum iridum contrapoſitos uiridi,colores quoq; ſecundæ iridis debiliores uiden=
tur quàm primæ iridis,ſcilicet inferioris,quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradia
tionis nubi incidētes ſunt debiles,& uiſui propter diſtantiam magnam inſenſibiles,ut pa=
tet per penultimam quarti huius,& etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs ſunt
debiles,ut patet per 3.quinti huius,& per 10.huius. Sic ergo neceſſario ſecundæ iridis co
lores ſunt debiles nigri,quia nigredine umbrarum permiſcentur, neceſſario ergo reſpe=
ctu primæ iridis coloribus ſecundæ iridis colores debiliores apparent,nec fit aliqua ulte
rior reflexio ab illis ad partes ſuperiores roridi uaporis propter illorum radiorum debili
tatem,& forte ob hoc dixit Ariſtoteles,quod plures duabus iridibus non poſſunt uideri,
quoniam tantum duæ ſunt quæ ſitu colorum formaliter diſtinguuntur,quamuis plures
quandoq; uideantur,ut in præmiſſa declaratur,patet ergo propoſitum.

LXXIII.

Omnem arcum ſenſibilem iridis per circulum ſuæ altitudinis in duo æqua
lia diuidi eſt neceſſe, unde manifeſtum eſt quemlibet uidentem propriam iri=
dem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet,quod quando ſuperficies horizontis interſecet ſu
perficiem circuli iridis,tunc eorum communis ſectio ex 37.undecimi,eſt linea recta, ſed
quia circulus altitudinis iridis ſemper tranſit per zenith capitis,quoniam ut patet per 62.
huius,& declaratum eſt in præhabitis centrū uiſus eſt polus iridis,illius uero circuli alti=
tudinis centrum,eſt centrum mundi & horizontis,ergo ipſe tranſit per polos horizon=
tis,zenith enim capitis eſt polus ipſius horizontis,linea uero à polo ad centrum horizon
tis deducta eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis ex principio primi huius,ergo per 18
undecimi,circulus ille altitudinis iridis eſt erectus ſuper ſuperficiem horizontis, & ipſe
tranſit eius cētrum,quoniam cum ipſi ambo ſint circuli magnæ ſphæræ mūdi , patet quo
niam ipſorum eſt idem centrum quod eſt centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis ſe
cat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitu=
dinis cum per centrum uiſus tranſeat , & per centrum circuli iridis , & per centrum ſo=
lis hæc enim ſunt in eadem linea per 62.huius,tranſit ergo per polos circuli iridis,& ſe=
cundum præmiſſa ſecat eum per æqualia & orthogonaliter . Sed ſi horizonta & circulū
iridis altitudinis per æqualia ſecat & orthogonaliter , ergo illorum ſectionē per æqualia
ſecabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis ſectio
linea a b,quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturq;
ſurſum in ſuperficie circuli altitudinis in puncto c,linea c d,quæ ſit communis ſectio ſup
ficierum illius circuli & iridis,& hæc linea c d,erit perpendicularis ſuper lineam a b , per
decimam

decimamnonam undecimi,eo quod circulus altitudinis erectus eſt ſuper ſuperficiem cu
iuſq; duorum illorum circulorum,quorum eſt communis ſectio linea a b , ſitq; commu=
nis ſectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d,angulus ergo d c a eſt rectus , &
ſimiliter angulus d c b,ſubtendātur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4.primi,
& ex præmiſsis quod ipſæ ſunt æquales,ergo p 27.tertij,arcus iridis qui eſt a d eſt æqua=
lis ipſius arcui b d,pars ergo periferiæ iridis quæ eſt ſuper horizontem , quoniam illa ſo=
la eſt ſenſibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia eſt diuiſa,quod eſt propoſitum.
Vnde manifeſtum eſt correlarium perpulchrum,ſcilicet quemlibet uidētem iridem pro
priam uidere,ex eo enim quod aliquo moto uidente ſecundum locum ſuper zenith capi=
tis uariatur,patet enim quod diuerſorum diuerſa ſunt zenit,& diuerſi horizontes,nec eſt
poſsibile aliquos duos eadem habere horizonta,quoniam ſemper oculos uidentis eſt cē
trum horizontis,ſi ergo aliquorum diuerſitas ſit ſecūdum diſtantiam latitudinis uniuer
ſi tantum,tunc ab eorundem oculos diuerſimode radij reflexi à corpore nubis ſecundum
diuerſa puncta aggregationis concurrent,& remotior ipſorum à uapore rorido maio=
rem iridem uidebit,propinquior minorem,ſi in eadem ſuperficie appareant irides, quæ ſi
appareant in ſuperficiebus diuerſis æquediſtantibus,tunc ſecundum æquales circulus iri
dis uideri poterit , & ſequetur iris fugientem & fugiet ſequentem, ut diximus in 63.hu=
ius,eſt tamen eis idem circulus altitudinis, ſed non eodem modo ſe habens , quod ſi di=
uerſitas aliquorum ſit ſecundum longitudinem uninerſi tantum, tunc e=
runt diuerſi circuli altitudinis,& quilibet illorum circulorum diuidit per
præmiſſa arcum iridis qui eſt ſuper horizonta,in duo æqualia,ergo ipſa
diuiſa ſicut & ipſa diuidētia ſunt diuerſa,quilibet ergo propriam iridem
uidebit,quod ſi latitudo & longitudo uidentium differant,tunc per præ
miſſa patet,quod nullo modo eandem iridem uidebunt,patet ergo quod
intendebamus,& ſignum huius eſt,quod ſi aliquis ſtans in radio ſolis a=
uerſa ſoli facie aquam ore ſpargat uidebit cum ambobus oculis ante frō
tem ſuam colores iridis , & arcum æqualiter ab utroq; oculo diſtantem,
quod ſi aquam ſecundo ſparſerit , & oculum dextrum clauſerit uel ma=
nu cooperiat,uidebit arcum æqualiter diſtantem à centro ſiniſtri oculi,
arcum quoq; iridis dextrum oculum ſecantem, & econuerſo erit,ſi ocu
lum ſiniſtrum clauſerit,tūc enim iterum uidebit arcum æquediſtantem
à centro dextri oculi,ſiniſtrumq; oculum ſecantem,ex quo manifeſte pa
tere poteſt,quod color iridis eſt paſsio uiſus,& quod mutatur iris ſecun=
dum uidentium mutationem,& quod materia ſua eſt uapor roridus , & quod diſtinctio
colorum nō eſt ex qualitate materiæ,ſed ex reflexione luminis ad uiſum cui color eſſen
tialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum .

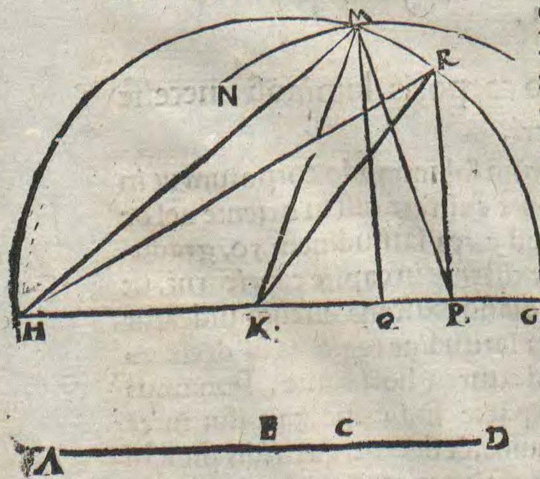


LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis exiſtente centro corporis luminoſi , neceſſe
eſt tantum ſemicirculum ab eo cauſatæ iridis uideri.

Quoniam enim non eſt poſsibile ſolis uel lunæ,quorum ſolummodo corporum ut in
63.huius diximus,radij iridem faciunt,centra in horizonte exiſtere,niſi in oriente uel oc
cidente in noſtra terra,ſcilicet Poloniæ,habitabili,quæ eſt circa latitudinem 50. gradu-
um,& quamuis in regionibus maximæ latitudinis,ſole exiſtente in capite capricorni, ut
in his quæ ſunt 66.graduum & 9.minutorum ſol in meridiano exiſtens circulo uideatur
in periferia horizontis,& in alijs regionibus diuerſificata latitudine regionis & declina=
tione ſolis in diuerſis circulis altitudinis quandoq; ſol uideatur in horizonte. Ponamus
itaq; ſolem in oriente cuius centrum ſit a, fiatq; iris in parte ſibi oppoſita uiſui inter
medio exiſtente, & erit illa iris ad occidētem per 67.huius,& ſit centrum iridis punctū
b,ducaturq; diameter circuli iridis trans ſuperficiem horizōtis per centrum b, quod cen=
trum tunc neceſſario erit in ſuperficie horizontis, qm̄ per 62.huius,oſtenſum eſt, quod
centrum ſolis & centrum uiſus,& centrum iridis neceſſe eſt in eadem linea eſſe. Eiuſdem
uero

uero lineæ partem in eadem ſuperficie, partem in ſublimi eſſe eſt impoſſibile per prima
undecimi. In ſuperficie uero horizontis eſt ex hypotheſi centrum ſolis & centrum uiſus
& centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in ſuperficie horizontis, &
ſit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c
b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c eſt æquale lateri a d, per 89. primi huius,
quoniam ſunt lineæ longitudinis unius & eiuſdem pyramidis, & latus c b æquale eſt la=
teri d b, quia ſunt ſemidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune eſt ambobus illis
triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a eſt æqualis angulo d b a, uterq;
itaq; eſt rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit ſuperficies horizontis erecta
ſuper ſuperficiem circuli iridis, tranſit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam
circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim ſectio illorũ cir
culorum non poteſt eſſe niſi diameter circuli iridis quæ ſemper ſuum circulum diuidit p
æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis eſt ſuper horizonta hoc
uidetur. Sic ergo poſito centro ſolis uel lunæ in puncto horizontis, ſemicirculus iridis ui=
detur, niſi forte tanto minus quantum eſt differentiæ, propter hoc, quod centrum uiſus
non eſt uerum centrum uniuerſi. In hoc autem non eſt ſenſibilis differentia, & ſi ſit, non
eſt in generatione iridis, ſed in uiſione ipſius, & hoc eſt quod hic proponitur demonſtran
dum. Poteſt & idem aliter demonſtrari. Sit ergo ſecundum diſpoſitionem priorem cen=
trum ſolis in aliquo puncto horizontis quod ſit punctum h, & ſit k centrum uiſus, quod
eſt centrum horizontis, & ſit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo ſemicirculus
unius altitudinis ſuper horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ ſit h m g, hunc quo
que ſemicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in oppoſitæ ſolis interpoſitione cen=
tro uiſus, ſecet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniã lineæ h k, k m, & k g, om
nes ſunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo ſunt æquales, & omnes notæ, quoniam
mũdi ſemidiameter eſt nota, ut ſi ipſa ſupponatur eſſe 60. partiũ, producatur itaq; linea
h m, & ſi notus eſt angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem poteſt angulus h k
m, per hoc ut ſciatur arcus m g, qui eſt arcus altitudinis, qui ſciri poteſt per inſtrumentũ
ut per armilla uel per aſtrolabium, uel quadrantem, quo ſcito ſcitur angulus m k m, quæ
ſi auferatur de duobus rectis, ſcitur angulus h k m, & ſic ſcitur linea h m, reſpectu ſemidia
metri k m, operatione illa qua utimur in ſcientia aſtrorum, linea uero h m, cũ ſit linea lon
gitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis uni
us pyramidis ſint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ.
circumducatur itaq; circulus iridis ſuper ſuperficiem horizontis eam interſecans, quæ
ut patet ex præmiſsis tranſeat punctum m, circuli altitudinis, ſit quoq; ut ipſe circulus
iridis ſecet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in pũ=
cto m, in circulo altitudinis datum eſt, & lineæ h m &



k m ſunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k
m nota, & quoniam quæ eſt proportio alicuius lineæ
primæ ad aliquam ſecundam, eadem eſt cuiuslibet ter
tiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi hu=
ius, eſto ut ſit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c,
ſicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m,
eſt maior quàm linea k m, per decimamnonam pri=
mi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h
m k, patet ergo quod linea a b eſt maior quàm linea
b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ
ut ſit proportio lineæ b d ad lineam a b, ſicut lineæ, a b
ad lineam b c, & quia quæ eſt proportio lineæ h m ad
lineam k m, eadem eſt linea a b, a d, b c, erit ergo per
undecimã quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k,
ſicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h
k, æquales per ſeptimã quinti, ex præmiſsis eſt nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam
b c, erit

b c, erit nota, ergo ipſarum utraq; eſt nota ſecundum aliquam quantitatem ſuppoſitam
in altera ipſarum, ſed & proportio lineæ b d ad lineam a b eſt nota, ergo & linea a b eſt
nota, linea b d eſt nota, ſed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut liñea c d ſit nota, ſed li=
nea h k eſt nota, quia cum ipſa ſit diameter horizontis, erit ipſa partium 60. ergo propor
tio lineæ c d ad h k erit nota, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit li
neæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota eſt proportio a b ad
b c, ſicut b d ad a b, & a b eſt maior quàm b c, ut patet ex præmiſsis, erit ergo b d maior
q̃ a b, relinqueturq; c d maior q̃ b c, hoc autem patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſ
cunq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k eſt linea c d, illa erit minor quàm linea h k,
uel quàm linea k g, abſcindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & ſit li=
nea k p. Eritq; linea k p, ſecundum præmiſſa nota, copuletur itaq; à puncto p, ad pun=
ctum m, linea in ſuperficie circuli altitudinis quæ ſit p m, eritq; neceſſario, ut quæ eſt pro
portio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem ſit proportio lineæ a b ad lineam p m,
quod ſi dicatur hoc non eſt poſsibile, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad
k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per
tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem line
am m p, quæ ſit p r, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p
eadem eſt lineæ a b ad lineam p r, quæ aũt eſt proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem
eſt lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimamſextam quinti, quæ eſt proportio lineæ b c
ad a b, eadẽ eſt lineæ k p ad p a, & ſic lineæ c d, b c, a b, proportionales erũt lineis h k, k p,
p r, ſed quæ eſt proportio lineæ a b ad b c, eadem eſt lineæ b d ad a b, ergo & in ipſarũ pro
portionibus ſic erit, q̊d ſicut ſe habet linea r p ad p k, ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad
lineam p r, ducãtur ergo lineæ h r & k r, fientq; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarũ cõ
munis eſt angulus r p h, & latera dictũ angulũ cõtinentia reſpectu diuerſorũ trigonorum
ſunt proportionalia, quæ enim eſt proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineã
p k, latus minoris trianguli, eadẽ proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineã p r.
latus trigoni p r k minoris, ergo p 6. ſexti, illi trianguli ſunt æquianguli, ergo p 4. ſexti,
latera ipſorũ æquos angulos reſpiciẽtia ſunt ꝓportionalia. Eſt ergo proportio lineæ h p
ad lineã p r, & lineæ p r ad lineã p k, ſicut lineæ h r ad lineã k r, ſecũdũ q̃ ꝓportionẽ habet
linea h p ad lineã p r, hãc habet linea b d ad lineã a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc ha
bet linea a b ad b c, & q̃ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypotheſi, per 11. ergo
quinti patet, ꝙ q̃ proportionẽ habet linea h r ad lineã k r, hãc habet linea h m ad lineã k
m, hoc aũt eſt impoſsibile & cõtra 56. primi huius, q̊niã in ſemicirculo q̊cunq; duabus li=
neis ductis ad q̊dcunq; punctũ periferiæ. ſ. una à termino diametri, & alia à cẽtro, ut ſunt
in propoſito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eiſdẽ punctis ad aliũ punctũ circumfe
rentiæ q̊dcunq; duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſsibile. Eſt ergo impoſsi
bile lineã a b ad aliã minorẽ lineam q̃ linea p m, eandẽ habere ꝓportionẽ q̃ linea b d ad
lineam h p, uel q̃ linea c d ad h k, uel q̃ linea b c ad k p, ſed neq; poteſt linea a b, habere il
lam ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m, q̊niã eadẽ eſt ratio, & eodẽ modo dedu
cit̃ ad impoſsibile, ergo q̃ eſt ꝓportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadẽ erit lineæ
a b ad p m, & ſeq̃tur repetita priori demõſtratiõe, q̃ ducebat ad impoſsibile. ſ. q̃ eſt ꝓpor
tio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadẽ ſit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus
ſemicirculis altitudinis circa centrũ k, ſub horizõte, ꝓportionales lineæ p̃dictis lineis h m
& k m, ducant̃ ſecundũ modũ 65. primi huius. Si ergo linea m p, ſic ꝑpendiculariter inſi=
ſtens diametro h g, tũc poſito cẽtro p, ſecundũ ſemidiametrũ p m, deſcribat̃ circulus, q̊d
ſi linea p m, nõ ſit ꝑpendicularis ſuꝑ diametrũ h g, polo itaq; exiſtẽte pũcto p, p 65. primi
huius, q̊niam ille punctus diſtabit æqualiter ab omnibus in illis ſemicirculis ſignatis pun
ctis ſimilibus puncto m, ducatur circulus ſecũdum diſtantiã lineæ p m, qui attinget om=
nia dicta pũcta ſemicirculorũ altitudinis in quæ cadũt prædictæ proportionales lineæ ſi=
ue anguli reflexionũ iridem cauſantes. Si enĩ dicatur q̊d nõ attingat, accidet ſecundũ p̃=
miſſam cõtrariũ 65. primi huius, quod eſt impoſsibile, poteſt etiã ſic fieri, ut ſemicirculus
h m g, ſit medietas horizontis, & facta diuiſione in pũcto m, intelligatur circũduci idem
ſemicirculus, nihil enim refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unum circumducere,

punctusqꝫ m,circumductus deſcribet circulum iridis,qui eſt n m,circa centrū uel polum
p,ſecundum diſtantiam lineæ p m. Eruntqꝫ anguli à termino diametri,ſcilicet puncto h,
& à cētro k,ductarum ad circulum n m,omnes æquales in qualibet ſuperficie reflexio=
nis,quia triangulus h m k,in tota circumductione ſimiles ſibi triangulos cauſat in quali=
bet ſuperficie reflexionis,& ſimiliter triangulus h m p,motu ſuo deſcribet ſimiles triangu
los,& triangulus h m p ſimiliter ſimiles triangulos deſcribet. Si itaqꝫ linea m p,nō ſit per
pendicularis ſuper diametrum h g,ducatur ergo perpendicularis à puncto m,per duode
cimam primi Euclidis,ſuper diametrum h g, cadetqꝫ illa perpendicularis per 29. primi
huius,inter puncta k & p,uel inter puncta p & g,quoniam linea m p, cum diametro h g,
ex aliqua ſui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmiſsis, & ſimiliter linea
m k,quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis,ut prius patuit,cadit ergo
illa perpendicularis in punctum o. Similiterqꝫ ad idem punctum diametri neceſſario ca
dent ab omnibus aliorum ſemicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k
o m,motu ſuo in omnibus ſuperficiebus reflexionum æquales angulos cauſabit, punctū
ergo o,eſt centrum circuli reflexionis factæ ad uiſum,cum ergo centrum iridis ſit in ho=
rizontis diametro,medietas eius erit ſuper horizōtem,quæ eſt n m,& medietas ſub ho=
rizonte quam tunc communis ſectio ſuperficierum horizontis & iridis,eſt diameter iri=
dis. Idemqꝫ accideret ſi linea m p eſſet perpendicularis ſuper diametrū, & hic eſt modus
quo Ariſtoteles propoſitum concluſit. Sed tamen non eſt nobis uiſa fore neceſſaria noti=
cia linearum,quia ſine illa idem & eodem modo declarari poteſt.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis ſuper horizontem exiſtente centro corporis luminoſi ſecundum eius eleuationem, centrum circuli iridis ſub horizonte deprimitur, & portio iridis minor ſemicirculo uidetur.

Eſto ſecundum diſpoſitionem proximæ, ſcilicet ut ſit horizon circulus h m g, cuius
diameter ſit linea m h,& centrum k,ſitqꝫ circulus altitudinis tranſiens per zenith capitis
& per centrum corporis luminoſi,qui eſt l m n h. & ſit centrum ſolis eleuatum ſuper ho=
rizontem in circulo altitudinis in puncto n,& quoniam per 62. huius,centrum corporis
luminoſi, & cētrum oculi,& centrum baſis pyramidis irradiationis ſemper ſunt in eadē
linea,cum centrum uiſus ſit centrum circuli altitudinis,ſi ducatur linea à centro lumino=
ſi corporis per centrum uiſus,illa neceſſario erit diameter circuli altitudinis,erit ergo il=
la linea à puncto n, producta per centrum k,neceſſario cadens in aliquo punctum circu
li altitudinis,qui ſit l,& erit ſemicirculus altitudinis eleuatus ſuper circulum horizontis,
qui eſt h n m æqualis ſemicirculo n m l,& quoniam ſunt medietates eiuſdem circuli,abla
to ergo communi arcu,qui eſt n m,erit arcus,qui eſt h n, æqualis arcui m l,ſed pūctum l
eſt locus centri circuli irradiationis,& punctum n,eſt locus centri ſolis,patet ergo quod
quantum centrum ſolis eleuatur ſuper horizonta,tantum centrum circuli baſis pyrami=
dis irradiationis deprimetur ſuper horizonta,& hoc eſt primum propoſitum. Cum au=
tem erit centrorum utrunqꝫ in circulo horizōtis,medietas circuli iridis uidetur,ut in præ
cedenti theoremate eſt oſtenſum,ergo cum centrum ſolis eleuatur,& centrum circuli de
primetur,minus ſemicirculo uidebitur,& hoc eſt quod ſecundo proponebatur. Quod au
tem nunc diximus exponentes propoſitum,ſole exiſtente in oriente,idem eſt,ſi ſit in hori
zontis parte occidentali,uel in quacunqꝫ parte ſit horizontis,ut eſt his quorum latitudo
eſt 66. graduum,& 9 minutorum,his enim eſt ſol in meridie in puncto tropici hyemalis
in horizōte,& ſic ſecundū regiones diuerſas uniuerſale ſemper eſt propoſitū theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri poſſe completum circulum manifeſtum eſt.

Quoniā enim ſi ſol eſt in horizōte,ſemicirculus tātū uidetur,ut patet ex 72. huius, &
ſi ſit ſuper horizonta in aliquo circulo altitudinis,patet ꝑ præmiſſam,qđ quantū centrum
ſolis uel lunæ eleuatur ſuper horizonta,tantū centrum iridis deprimitur ſub horizonte,
unde tūc ſuper horizontē ſemper pars iridis minor ſemicirculo uidet̃,ſicut patet in alijs
paralel=

lellis in ſphæra,per quorum centrū non tranſit horizon. Hi enim in portiones in=
æquales ſub horizonte & ſuper horizōtem ſecantur,patet ergo cum corpus luminoſum
in tempore uiſionis iridis ſit, aut in horizōte,aut ſuper horizonta,quod nunquam com
pletus circulus iridis poterit uideri, niſi forte fiat ex reuerberatione luminis ſolis à nube
forti ad terram,uel ad aliam nubem,ubi ſit uapor roridus in medio, & uiſus inter uapo=
rem & nubem à qua fit reuerberatio,uel in eadem linea,ſic quod ad ipſum poſsit fieri re
flexio, tunc enim impoſsibile eſt integras irides uideri, ſed de talibus ſermo propoſitus
non intendit,diximus enim de talibus iridibus in 67. huius,patet ergo propoſitum.

LXXVII.

Datæ iridis ſemidiametrum inuenire.

Ad quantum enim ſummorum uaporum cōſiſtentia eleuari poſsit,iam oſtendimus
in 58. huius,ſed non ſecundum totam eleuationem illorum,poſsibile eſt iridem eleuari,
quoniam materia iridis eſt uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor
ſiccus. Si ergo datę iridis ſemidiametrum uolumus inuenire,data iris ſit ſemicircularis,
faciliter habetur propoſitum: Accipiatur enim altitudo ſua per inſtrumentum, circuliqꝫ
altitudinis ſuæ portio,ſiue arcus interiacēs horizonta & gibbum iridis duplicetur,& cū
arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione Almageſti poſita
rum,& extrahatur chorda arte conſueta,eritqꝫ chorda inuenta diameter totius iridis,&
ea diuiſa per æqualia medietas ipſius erit ſemidiameter iridis,& ita ſummus circuli altitu
dinis erit ſemidiameter iridis,quæ ſub hoc ſitu in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod
illa ſemidiameter non eſt iridis ſecundum cuiuſdam alterius circuli æquediſtantis iridi,
ſed maioris iride,hoc non obſtat,quod illi duo circuli in eundem angulum ſolidum ca=
dunt apud centrum mundi,quod tunc eſt centrū uiſus,unde quod de uno dicitur de reli
quo poteſt intelligi, quo ad quātitatē, & quia per taliū diametrorū ꝓportiones habetur
completa proportio iridis ad iridem,ideò talem diametrum, iridis diametrum appella=
mus. Si uero iris ſit proportio minor ſemicirculo,accipiatur ipſius altitudo,& quia ut pa
tet per 73. huius,tunc ſol eſt ſuper horizonta in eodem circulo, accipiatur altitudo ſolis,
quia ergo, ut in illa declaratum eſt, diſtantia cētri iridis ſub horizonte eſt æqualis eleua=
tioni ſolis ſuper horizontem,coniungantur iſti duo arcus altitudinis,iridis,ſcilicet,& ſo=
lis,peruenietqꝫ arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter du=
cta à centro corporis ſolis per centrum uiſus & per centrum iridis ad ipſum circulum al
titudinis,& hoc eſt nadair ſolis,& punctum ſuperiorem circuli altitudinis iridis,duplice
tur ergo ille arcus,& extrahatur chorda ut prius,diuidaturqꝫ per æqualia, & habetur in=
tentum,patet ergo propoſitum.

LXXVIII.

Iridis ſemicirculus uiſus eſt medietas circuli minoris, portio uero minor ſemicirculo uiſa eſt portio circuli maioris.

Huius propoſitæ rei cauſa patet ſecundum præmiſſa huius libri, quoniam enim ut pa=
tet per 63. huius,patet centrum ſolis & uiſus & iridis ſemper in eadem linea conſiſtunt,
quæ eſt axis pyramidis illuminationis uaporis roridi,propter quod patet in omni refle=
xione ex qua apparet iris,ſemper centrum uiſus eſt polus circuli iridis, palàm ergo quod
nullam facit diuerſitatem in uiſu erectio uel obliquatio ſuperficie iridis ſuper ſuperficiē
horizōtis,quoniā ſemper linea pertranſiens centrū ſolis & uiſus eſt erecta ſuper ſuperfi
ciē iridis,& ſic periferia iridis ſemꝑ ſe habet uniformiter ad uiſum quātum eſt de ſe,ut pa
tet per 65. primi huius. Quod tamē hic proponitur,cauſam habet nō ex reflexiōe,ſed ex
refractione, quia ut in 8. huius, declarauimus, diuerſitas angulorū refractionis cauſatur
ex diuerſitate diametris corporum diafonorum eiuſdem ſpeciei,maior enim fit refractio
ad punctum perpendicularem in aqua groſsiori,quàm in aqua ſubtiliori, quia itaqꝫ ſole
exiſtente in periferia horizontis,aer eſt groſsior ſeipſo,poſtmodum per luminis ſolaris
præſentiam ſubtiliato,palàm quod in groſsiori illo aere minor fit refractio à perpendi=
culari,radij itaqꝫ tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm poſtmodum
aere ſubtiliato,ad propinquiorem ergo locum ſuperficiei iridis fit aggregatio radiorum

incidentium ſuperficiebus uiſuū ibi exiſtentiū, q̄ fiat in aere rariori exiſtente, ſubtiliato
uero aere fit ad eoſdē uiſus à partibus remotioribus ipſius uaporis reflexio, non enim fit
à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neqꝫ prius fiebat. Sed neqꝫ fit illa reflexio
à partibus uaporis, à quibus fiebat prius, q̄m medio immutato eſt ipſa refractio immuta
ta, p 8. huius, fit ergo neceſſario reflexio à partibus uaporis remotioribus q̄ prius. Radij
ergo reflexi ſunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis
eſt maior, ergo & baſis eius, quæ, ut patet ex præhabitis, eſt periferia iridis, erit maior.
Exiſtente uero ſole in periferia horizontis, tunc tantum cauſatæ iridis ſemicirculus ui-
detur, ut patet per 72. huius, eleuato uero ſole ſuper horizonta, tunc portio iridis mi-
nor ſemicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifeſtum eſt ergo propoſitum. Eſt au
tem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo ſolis coniunctæ ſemper fa-
ciunt gradus 42. quod per præſens theorema impoſsibile eſſe oſtenditur. Si enim ſemidi
ameter circuli iridis ſit, quandoqꝫ minor quandoqꝫ maior, ſecundum mediorum diafo-
norum & ſuarum reflexionum diuerſitatem, ut præoſtenſum eſt, tunc non poterit ratio-
nabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuerſarum iridum ſemidiame-
tri ſunt æquales, poſſet tamen eſſe modica differentia, quæ forte per inſtrumentum mo-
dicum improportionale circulo altitudinis non poſsit aliqualiter perpendi, & etiam eo-
rum experientia eſt in proportionibus iridum minoribus ſemicirculo, quod patet per al
titudinem ſolis, quod tales uerſo inſtrumento, uel mutato uiſu fixo inſtrumento accipi-
unt, quæ nulla eſt ſole exiſtente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel ſu
arum diametrorum non eſt ſenſibilis differentia, quia etiam Ariſtoteles de illa nihil ſcri-
pſit, cum tamē de præſenti theoremate magnam fecerit mētionem, quamuis nec ipſe nec
alius, cuius ſcripta uiderimus, ſuper hoc attulit declarationem. De differentia uero clima-
tum nullus excuſationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climati-
bus euenire neceſſe eſt in iridis generatione, ſemper enim centrum ſolis, uiſus, & circuli
iridis in eadem linea conſiſtunt, & arcus altitudinis ſub horizonte centri circuli iridis ſo-
lis altitudini in omnibus climatibus eſt ęqualis, nec in hoc aliq̄s differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibuſdam regionibus ſole exiſtente in meridie iris ſenſibilis non ap-
paret.

Ad oſtendendum propoſitum ponatur primò centrum ſolis in aliqua regione in me
ridie in zenith capitis, & palàm ex præmiſsis, quod tunc baſis pyramidis irradiationis e-
rit ſub horizonte æquediſtans horizonti, & quoniam tunc altitudo ſolis erit partium 90
ſole deſcendente, ſiue hoc ſit propter ipſum motum ſolis, ſiue propter altitudinem regio-
num diſtantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua ſol fuit perpendicularis in me-
ridie, ut ab ea quæ eſt directe ſub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu ſi
nus circuli altitudinis ſolis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius,
diligens perquiſitor poterit inuenire, quantum aūt ſinus circuli altitudinis ſolis in meri-
die minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uiſui in meridie de diametro iridis &
de iride, & ob hoc in diebus æſtiualibus ab æquinoctio uernali aut autumnale in conſue
tis nobis regionibus quæ ſunt ultra clima quartum uſqꝫ ad finem notorum ſeptem clima
tum, in meridie iris non apparet, & ſi in alia parte anni appareat quādoqꝫ, totum autem
hoc diximus propter regiones quæ ſunt extra climata, in quibus præmiſſa regula doctri
næ generali poterit cōmitti. In omnibus autem regionibus ſole exiſtente ſuper horizon
tem in qualibet hora diei iris poterit apparere, prẹter quàm in meridie. In illis tamē horis
in quibus ſinus circuli altitudinis ſolis maior eſt iridis diametro, & hęc ſufficiāt pro iridis
intento, quia irim de cœlo miſit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit ſecundum diſpoſitionem materiæ, & lumi-
nis incorporationem.

Quoniam enim nubium conſiſtētia ex duobus fit uaporibus, ſicco ſcilicet & humido,
ut

ut declaratum eſt in philoſophia naturali, tunc quando ſol agendo ex ſicco penitus ex-
trahit humidum, aduritur ſiccum terreſtre, ita quod lumen in ipſum penetrare non po-
teſt, ideò fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & ſunt tales nubes materia uentorum.
In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condenſatione frigoris, propter quam in ip
ſum penetrare non poteſt radius ſolaris, uel ſtellarum, & non remanet nubes humida
multum nigra. Ex uapore uero quocunqꝫ diſgregato ſubtili recipiente ingreſſum lumi-
nis ſolaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nu-
bes habet in ſe humidum fumoſum ammixtum, aliquantulum terreſtre aduſto, tunc in
ipſo recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferi
orem partem nubis humidæ in mane uel in ſero, & hæc ſignificant pluuiam futuram, &
ſi quidem ſit in oriente in mane, defertur pluuia ſuper homines illius habitabilis. Si ue-
ro ſit in occaſu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemiſperium ſub homines uiden
tes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte ſpoliata nubibus in mane, &
ſic ſignificat rubor nubium in ſero ſerenitatem in die ſequenti, quoniam uero nubes de-
preſſa habet ſuperius reſperſam purpureitatem obſcuram ualde, tunc illa rubedo eſt ex
partibus terreis aduſtis, quæ iam incipient inflammari in uentre nubis, & ſunt nubes ta-
les periculoſæ continentes materiam tonitrui, & ſimilium. Quod ſi nubes ſit rorans, & in
fine ſuæ reſolutionis, tunc illa nubes in ſe recepto lumine, quandoqꝫ iridis acquirit colo-
rem, & ſecundum ſui uarias diſpoſitiones fit multa uarietas colorū lumine nubibus præ-
ſente, ſiue lumen nubi incidens refrangatur ad uiſum propter denſitatem ſecundi diafo-
ni, ſiue reflectatur ad uiſum à ſuperficie ipſius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium
non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes ſuperior per nubem ſub
tilem umbroſam uiſibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uiſa ſecundū
illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum ſolarium ad uiſum ab aliqua con-
ſiſtentia nuboſa raritate & ſpiſsitudine inæqualiter diſtincta.

Virgæ dicimus extenſiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij,
interpoſita enim nube aliqua aquoſa inter ſolem & uiſus noſtros fit refractio radiorum
ſolarium ad uiſum, & hoc accidit in medio ſecundi diafoni, & oh hoc quandoqꝫ ibi uiden
tur iridis colores ſecundum quaſdam lineas rectas protenſæ, eo quod habeant quandam
ſubtiliorem, & quandam groſsiorem conſiſtentiam, in quibus permixtum ſolis lumen
fantaſiam coloris in ipſis facit, potior tamen in his cauſa eſt admixtio umbrarum, quę di
uerſimode immixtæ lumini colores diuerſos uiſibus repræſentāt, & quia radius ſolis per
pendicularis ſuper ſuperficiem nubis penetrat nubem, & ad uiſus non reflectitur, ideo
nubes in medio alba & incolorata uidetur, & ſol per illā uiſus uidetur ſine figura, ſed in
colore puniceus aut colorem alium habens uiſus. Sol enim per cōſiſtentiam nubis groſ-
ſiorem & caliginoſam alium, & alium præſentat uiſibus colorem. Non eſt autem in hoc
differentia, ſiue ſol uideatur per nubem, ſic quod fiat ſuorum radiorum ad uiſus refractio,
ſiue radij ſolis reflectantur ad uiſum, aſpicienti uero ad ſolis latera uidetur quandoqꝫ iri-
dis color uirgatus, ut præmiſimus, quando nubes ſecundum aliquid eſt ſpiſſa, & ſecundū
aliquid rara, & ſecundum aliquam ſui partem plus aquoſa, & ſecundum aliquam minus,
& quandoqꝫ uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaqꝫ fiunt pro
pter irregularitatem diuerſi ſitus & quantitates ſpeculorum, non propter figuræ anoma
liam. Sunt enim quædam ſpecula, quæ propter ſui anomaliam figuras anomalias permu
tatas uiſibus oſtendunt formarū uiſarum per ipſa, de quibus in nono libro ſcientiæ huius
aliquis ſermo fuit, unde & nubes figuram ſolis non oſtendit, quia ſpecula nubis non ſunt
proprie oſtendentia figuram propter ſpeculorum paruitatem, ſed oſtendunt colorem,
quod conuenit diafonitati ſpeculorum & nubis totius, & diſtinguuntur illi colores ſe-
cundum diſpoſitionem, cui lux incorporatur, & ſecundum umbrarum immixtionem, pa
tet ergo propoſitum,

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa

Pareliæ dicimus quasi paria soli, elios enim Græce sol dicitur latine, & significat so-
les aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interposita soli & uisibus existente æquali se
cundum sui specula, neq; densiore, neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundum
suas partes, tunc radius solis illis incidens propter similitudinem & æqualitatem speculo
rum, & ipsorum regularitatem minus coloris fit fantasia, albi autem uidetur coloris pro
pter spissitudinem consistentiæ & regularitatem ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nu-
bem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisus maxime nube illa non existen
te aquosa neq; nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad
uisum, propter quod proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis
cōsistentia apparere faciunt uisibus, fiuntq; pareliæ albæ, sicut etiā ab omni corpore poli
to reflectitur lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistentiæ, ut ostensum est
per primam quinti huius. Sunt autem pareliæ magis signum pluuiæ quàm uirgæ, quia
æqualis nubium consistentia, quæ est materia pareliis, signum est quod aer idoneæ ha-
bet se ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Australis aer facilius in
aquam permutatur propter sui facilitatem in paciendo, quàm aer Borealis, qui siccior
est propter frigoris constrictionem, ideo pareliæ Australes magis sunt signum pluuiæ
quàm Boreales. Fiunt autem pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel
occidente quàm in meridie, quoniam sol existens in medio cœli soluit tales nubium con
sistentias, & plurimum segregat illas, & neque fiunt desuper solem, neque desubtus,
sed à lateribus solis obliquis quæ sunt secundum polos mundi, & neque fiunt multum
prope solem, quia à propinquo cito dissoluitur nubium consistentia, neque fiunt mul-
tum longe à sole, quia non est inde possibile reflexionem fieri ad uisus. Reflexio enim fa-
cta à paruo speculo subtilis est, unde longa protensa debilitatur, & euanescit antequam
perueniat ad uisus, & ex eisdem causis non fiunt hæ pareliæ supet solem, neque sub sole,
quia prope solem existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotæ uero distantes nō
perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis si
tum est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistentia non soluitur, & tamen fit
reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terram descendens illa nubis consisten
tia, quando enim nubes sunt nimis propinquè horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi
radij non pertingunt ad uisus, propter distantiam minorem improportionatam reflexi-
onem luminis, quoniam enim uisus sunt apud terram, patet quòd tunc luminis reflexio à
nube non concurrit cum uisibus. Sub sole etiam non potest fieri parelia, quia & tunc
nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens dissoluitur cum radio solari
remota uero nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter
longitudinem distantiæ, quia si in altera solis esset consistentia nubis nimis alta, non acci
deret reflexionem luminis fieri ad uisum, ne tunc apparent pareliæ ipsis uisibus, patet er-
go propositum.

LXXXIII.

Ex cristallo exagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionē
ad perpendicularem ductam à centro corporis solis ad superficiem unius paralellogra-
mi ex lateribus cristalli, & quoniam declarauimus in 27. secundi huius scientiæ, manife-
stum est, quod à sole illuminatur magis medietate chilindri sibi oppositi, si rotundum sit
chilindrum, hæc autem in chilindro angulato esse non potest angulis uenientibus in dia-
metrum corporis basem per æqualia diuidentis, tūc enim sola medietas illuminatur pro
pter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed si corpus illud columnare diafonum
fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractio-
nem. Si itaq; superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus qua
drangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractio fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad
partem oppositam corporis, aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiam
hoc fortius euenit in corpore sphærico diafono nō concauo, eo quod à superficie maioris
partis totius illius corporis sphærici fit refractio ad radium, qui perpendiculariter inci-
dit super superficiem corpus sphæricum contingentem æquedistantem superficiei secan-
ti corpus solis per centrum secundum aspectum, quo ab ipso respicitur corpus illumnan
dum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, &
si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficie-
rum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumi-
ne absq; coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit
corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel ali-
ud potentiam actiuam in se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonum so
li oppositum sit plurimum superficierum quàm unius planæ, uel circularis, secundum e-
am, scilicet partem, qua soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unū
suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractio radiorum incidentium uni super
ficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superfici-
ei, & tamen ex parte opposita lumini refracto aer, qui est corpus rarioris diafoni, occur
rerit, refrangentur radij ab utraq; parte superficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angu
lo ad angulum ducta in corpore basem ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquedi-
stante, & in alio corpore denso illi corpori diafoni subiecto, ut terra uel alio corpore
quocunq;, tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut
si corpus diafonum æqualium fuerit angolorum & superficierum, & hoc patet experi-
mentanti, eruntq; ibi duo colores confusi, non plures, color, scilicet rubeus, & alius
mixtus quasi uiridis, qui secundum cristalli uel alterius parui corporis dispositionem
magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli opposi-
tam fuerint tres, ut sunt in cristallo exagona, tunc à qualibet superficierum opposita-
rum soli, quæ sunt 3. receptum lumen cuiuslibet superiorum trium superficierum red
ditur corpori opposito, ut terræ uel alteri corpori cuicunque fuerit, quæ tria lumina,
quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnæ cristallinæ basem suam per æ-
qualia diuidente uel ipsi diuidenti æquedistante, & fit uisibile lumen, illud nisi lumen so-
lis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam secun
di diafoni rarioris, scilicet aeris, dictum enim est in 4. huius, quod in medio secundi dia-
foni rariore existente refractio fit à perpendiculari, & est quasi quædam dispersio radio
rum, apparent autem colores in istis luminibus si reflexis uel refractis propter mixtio-
nem nigredinis coloris cristallini cū lumine penetrante, & propter ammixtiones umbra
rum partium ipsius cristalli præminentium secundum acumen suorum angulorum, qui
per 11. secundi huius, proijciuntur ad partem oppositam incidentiæ radiorum in partē
aduersam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum,
quando lumini permiscentur, quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis quo ad
superficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorū radiorū fit aggregatio, color cri
stalli & umbræ commixtus reflectitur, quia ille radius magis est luminosus, tunc fit color
rubeus. In alijs uero radijs secundū sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarū
plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiūt autē tres colores, quoniā ex
tribus superficiebus superioribus radij colligūtur ad quamlibet inferiorū superficierū, &
color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superfici-
em cristalli in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs
suæ superficiei incidit post reflectionem factam ex aeris intrapositi diafonitate, & tunc q
niā tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis in medio 2. diafoni rari
ori, ut præmissum est, & quia ter tria faciūt quadratū, q est 9. erūt tunc 9. colorum indi-
uidua multiplicitatis trium superficierum superiorum, numero in numerum, trium in-
feriorum, tres uero erunt specificæ differentiæ colorum, & fit istarum colorum per an-

 gulos

gulos corporis sensibilis distincti, quoniam & à linea angulorum quæ actu est indiuisibi-
lis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles, nihil sensibile producunt. Non autem fiunt isti
colores iridis per cristallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum distin-
ctio formaliter est tantum in uisu, sed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti cor-
poris, unde etiam causa ipsorum non est ad uisum facta reflexio, non enim uidentur per
modum reflexionis, sed per modum simplicis uisionis, ut alia uisibilia, quæ uisui offerun-
tur, & à quolibet in eodem loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis,
quoniam à qualibet alia cristallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij appa-
rent, qui secundum situm colorum iridis non sunt distincti, & istius signum est, quod si ac
cipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea, uel alia tegantur, sic quòd
inter illas 2, tertia superficies maneat non opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per
foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit aliàs ualde luminosus, & ali
quod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxima & pul-
cherrima, & coloris clarissimi, quod fit propter aggregationem totius luminis ab omni
bus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ, ad locum uicinum unicum
aggregantur. Si uero illæ superficies 3. quæ nunc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, &
econuerso aliæ 3. superiores, tunc iris quandoq; una, & quandoq; nulla apparebit, & qui
ludum istum iocosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura, quàm per nos in tali
solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille
similia per reuolutionem cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallum oculo oppo-
suerit, sic ut 3. non opacatæ superficies ad oculum uertantur, & omnes 3. oculo oppositos
illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent di
uersitates, quas generationibus colorum applicare quis poterit, semper considerans um-
brarum immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, &
luminis ad ea quibus incidit, non enim defertur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per
naturam lucis quæ est in ipso, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligẽs
inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iri-
dis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura,
dico quod uetum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi
corpori, ut in terræ superficie, uel in alia corpore, colores similes iridis coloribus, quorũ
generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una
refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum
anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cũ ad-
mixtione coloris ipsorum corporum diafonorum, & umbrarum proiectarum à corpo-
ribus, lumen penetrat, & circulariter diffusum, uel forte irregulariter secundum corpo-
rum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secun-
dum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores
uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter
numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numeran-
tur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexio-
nem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores,
patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi du
plicata.

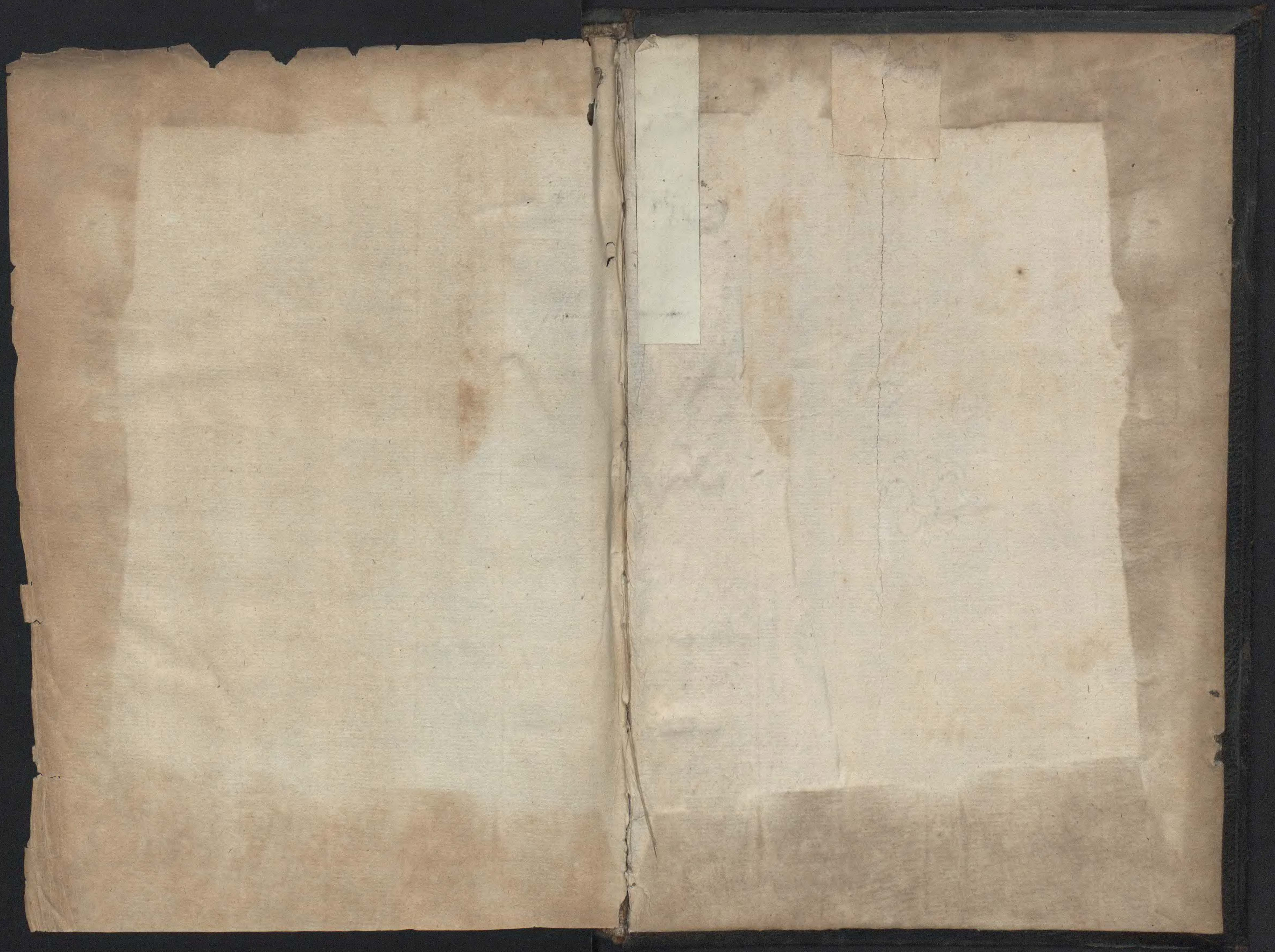
In

In speculo enim respectum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicula
rium, superficiei uero speculi oblique incidentium, reflectitur à superficie speculi ad ui-
sum in loco reflexionis existente, & sic offert uisui figuram solis, lumen uero radiorum
oblique superficiei aquæ incidentium refrangitur in superficie aquæ ad perpendicularẽ
ductam à puncto incidentiæ ad superficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma re-
fracta peruenit ad speculi superficiem, tunc ab illa superficie, cui oblique incidit, reflecti-
tur iterum ad uisum, apparentq; duæ figuræ solis, una maior propter simplicem reflexi-
onem, alia quoq; minor propter refractionem, quæ in medio densiori minuit figuram
postmodum reflexam, uideturq; illa secunda figura solis quasi sit corpus stellæ sequen-
tis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis quod patet, quoniam & extra radium solis
cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur, & hanc refractam formam ac
cidit uideri, & si planè speculum super aquam deducatur in solis radium, tunc eadem nu
mero forma, quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius quàm prius lumi-
nosa, & secundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figuram solis, patet
ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio tres proposi-
tos uidendi modos secũdum omnem ipsorum quatenus potuimus diuersitatem transcur
rimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere possibile no
bis est, ad illas tamen quas possumus gratiarum actiones consurgimus ei, qui uere tri-
nus & unus est, soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum
æstimantes, cui sit honor & gloria per infinita secula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctissimi περὶ ὀπτικῆς seu Perspe-
ctiuæ libri decimi, & sic totius operis continentis
propositiones 805. finis.

Author hic commemorat [illegible] fol. 292 seu prop. 74. lib. 10. ex quo apparet [illegible]





IOANNES BROSCIVS

VRZELOVIENSIS

